REALE ISTITUTO LOMBARDO
DI SCIENZE E LETTERE

RENDICONTI

SERIE II

VOLUME LVIII

ULRICO HOEPLI
LIBRAIO DEL R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE
MILANO
1925

INDICE DEGLI ATTI

ERRATA - CORRIGE

per la Nota « Su di una generalizzazione della teoria delle curve, e sui sistemi coniugati di una V_2 in V_n ».

ENEA BORTOLOTTI

pag.	*riga*	*al luogo di*	*leggere*
420	18	destrorso o sinistrorso	sinistrorso o destrorso
421	1	destrorse o sinistrorse	sinistrorse o destrorse
426	15	$\frac{1}{T}$	$\frac{1}{T^2}$
439	4	Σ_ξ	Σ_ξ in P
439	14	in V_2 e in V_n	in V_n e in V_2
451	16	(ζ, λ)	(ξ, λ)
456	25	$\frac{R'_{n-1}}{\cos \omega_1}$	$\frac{\cos \omega_1}{R'_{n-1}}$

Fusi

INDICE DEGLI AUTORI

INDICE PER MATERIE

Adunanza solenne del 8 gennaio 1925

L'adunanza ha luogo nel gran salone napoleonico del Palazzo di Brera, attiguo alla sala delle ordinarie adunanze dell'Istituto.

Al tavolo della presidenza prendono posto, a fianco del presidente dell'Istituto senatore prof. comm. Michele Scherillo, il gr. uff. Vincenzo Pericoli, prefetto di Milano; il gr. cord. senatore Luigi Mangiagalli, sindaco di Milano e rettore della R. Università; S. E. mons. Giovanni Mauri, vescovo ausiliario, in rappresentanza del Cardinal Arcivescovo Tosi; S. E. gr. croce generale Giovanni Cattaneo, comandante del Corpo d'Armata di Milano; il primo presidente della Corte d'Appello gr. uff. Antonio Raimondi; e il prof. comm. Oreste Murani, segretario accademico della Classe delle scienze fisiche e naturali.

Sono presenti: i senatori generale Roberto Brusati, marchese Cornaggia Medici, avv. Bassano Gabba, Giovanni Silvestri, Giovanni Treccani; i deputati Baranzini, Cavazzoni, Paleari; il comm. Giuseppe Oddone, presidente del Tribunale; il comm. Alessandro Cordera, procuratore del Re; l'avv. Sileno Fabbri, presidente della Deputazione Provinciale; gli assessori del comune di Milano prof. Gallavresi e ing. Radice Fossati; il consigliere comunale Locatelli; padre Gemelli, rettore dell'Università Cattolica; l'ing. Ferrario in rappresentanza del Politecnico di Milano; mons. Galbiati, prefetto della Biblioteca Ambrosiana; il prof. comm. Giovanni Vittani, sovrintendente dell'Archivio di Stato di Milano; il dott. Baroni e l'avv. Castelli segretari dell'Ospedale maggiore; il prof. comm. Giovanni Bognetti, vicedirettore del Touring; l'avv. Cernezzi, segretario del Circolo Filologico Milanese; l'avv. Crippa, segretario della Società naz. del Risorgimento italiano; i professori Moreschi, Moretti, Pacchioni, Pizzagalli, Ramorino, Rignano, Sorrento, Visconti; oltre a un folto stuolo di altri signori e signore.

Sono intervenuti inoltre, del Corpo accademico, i Membri effettivi professori: Devoto, Franchi, Gerbaldi, Ulisse Gobbi, Grassi, Jorini, Jung, Mariani, Rina Monti, Paladini, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, Camillo Supino, Villa, Vivanti, Zingarelli; e i Soci corrispondenti: Barbiera, Belfanti, Bianchi, Borgese, Calderini, Cisotti, Contardi, Luigi Gabba, Giordano, Carlo Longo, Medea, Achille Monti, Pugliese, Rizzi, Somigliana, Sraffa, Felice Supino, Veratti, Volta.

Scusano la loro assenza: S. A. R. il Conte di Torino, S. Em. l'Arcivescovo di Milano, S. Ecc. l'avv. Giacomo Jona, il senatore Luigi Albertini, il vice-presidente dell'Istituto prof. comm. Luigi Berzolari, il segretario della Classe di lettere prof. comm. Giuseppe Zuccante, e i MM. EE. proff. Menozzi e Carlo Pascal.

Alle ore 14 il presidente senatore Scherillo dichiara aperta l'adunanza; e riferisce sommariamente intorno all'attività del sodalizio durante l'anno testè decorso. L'applaudito discorso è riprodotto più avanti.

Il M. E. prof. gr. uff. Camillo Supino legge quindi il discorso inaugurale, sul tema: *L'altruismo nelle azioni economiche*, riscuotendo vivi applausi.

Da ultimo il presidente invita l'ufficiale di segreteria Cesare Morlacchi a dar lettura dei risultati dei concorsi scaduti. Di mano in mano che sono annunziati i nomi dei vincitori, questi ricevono dalle mani del Prefetto o del generale Cattaneo o del Presidente Raimondi o del Sindaco o di monsignor Mauri il premio conseguito e il relativo diploma, tra le ovazioni del pubblico.

La cerimonia ha termine alle ore 16.

Adunanza del 15 gennaio 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI
PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, BERZOLARI, BRUGNATELLI, COLETTI, DEVOTO, FANTOLI, FRANCHI, B. GABBA, GERBALDI, GRASSI, JORINI, MARIANI, MENOZZI, R. MONTI, MURANI, OBERZINER, PALADINI, PATRONI, E. A. PORRO, RICCHIERI, SABBADINI, SCHERILLO, SOLMI, TANSINI, VILLA, VIVANTI, ZINGARELLI, ZUCCANTE;

e i SS. CC.: BELFANTI, BORGESE, CISOTTI, M. DE MARCHI, L. GABBA, MEDEA, MONTEMARTINI, A. MONTI, SOLAZZI, VOLTA.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. ELIA LATTES, KÖRNER, GOLGI, SALA, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. ARTINI, GORINI e SUPINO.

L'adunanza è aperta alle ore 13.

Dietro invito del presidente il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della seduta precedente. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

ALBERTARIO E. Pasquale Del Giudice, necrologio. Roma, 1924.

BOLLETTINO della Società dei naturalisti in Napoli. Vol. 35, 1923... Napoli, 1924...

HORN-D'ARTURO G. Le « ombre volanti ». Roma, 1924.

KANT IMMANUEL. Volume commemorativo del secondo centenario della nascita (1724-1924) a cura del P. Agostino Gemelli. Milano, 1924.

PANIZZON-FAVRE G. Ricerche sulla sintesi del 2-nitro 1. 4-naftochinone. Roma, 1924.

PASCAL E. Cenno commemorativo su Corrado Segre. Napoli, 1924.

Il presidente ringrazia l'Istituto che l'ha eletto a questo alto ufficio, colle seguenti parole:

« *Egregi Colleghi,*

L'onore che Vi compiaceste conferirmi col chiamarmi a questo posto è così alto che non potrei trovare parole sufficienti ad esprimervi quanta sia la mia gratitudine. Non mi nascondo le responsabilità che assumo, tanto più se rifletto agli uomini eminenti nelle lettere e nelle scienze, che prima

Sono intervenuti inoltre, del Corpo accademico, i Membri effettivi professori: Devoto, Franchi, Gerbaldi, Ulisse Gobbi, Grassi, Jorini, Jung, Mariani, Rina Monti, Paladini, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, Camillo Supino, Villa, Vivanti, Zingarelli; e i Soci corrispondenti: Barbiera, Belfanti, Bianchi, Borgese, Calderini, Cisotti, Contardi, Luigi Gabba, Giordano, Carlo Longo, Medea, Achille Monti, Pugliese, Rizzi, Somigliana, Sraffa; Felice Supino, Veratti, Volta.

Scusano la loro assenza: S. A. R. il Conte di Torino, S. Em. l'Arcivescovo di Milano, S. Ecc. l'avv. Giacomo Jona, il senatore Luigi Albertini, il vice-presidente dell'Istituto prof. comm. Luigi Berzolari, il segretario della Classe di lettere prof. comm. Giuseppe Zuccante, e i MM. EE. proff. Menozzi e Carlo Pascal.

Alle ore 14 il presidente senatore Scherillo dichiara aperta l'adunanza; e riferisce sommariamente intorno all'attività del sodalizio durante l'anno testè decorso. L'applaudito discorso è riprodotto più avanti.

Il M. E. prof. gr. uff. Camillo Supino legge quindi il discorso inaugurale, sul tema: *L'altruismo nelle azioni economiche*, riscuotendo vivi applausi.

Da ultimo il presidente invita l'ufficiale di segreteria Cesare Morlacchi a dar lettura dei risultati dei concorsi scaduti. Di mano in mano che sono annunziati i nomi dei vincitori, questi ricevono dalle mani del Prefetto o del generale Cattaneo o del Presidente Raimondi o del Sindaco o di monsignor Mauri il premio conseguito e il relativo diploma, tra le ovazioni del pubblico.

La cerimonia ha termine alle ore 16.

Adunanza del 15 gennaio 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Arnò, Berzolari, Brugnatelli, Coletti, Devoto, Fantoli, Franchi, B. Gabba, Gerbaldi, Grassi, Jorini, Mariani, Menozzi, R. Monti, Murani, Oberziner, Paladini, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, Scherillo, Solmi, Tansini, Villa, Vivanti, Zingarelli, Zuccante;

e i SS. CC.: Belfanti, Borgese, Cisotti, M. De Marchi, L. Gabba, Medea, Montemartini, A. Monti, Solazzi, Volta.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Elia Lattes, Körner, Golgi, Sala, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. Artini, Gorini e Supino.

L'adunanza è aperta alle ore 13.

Dietro invito del presidente il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della seduta precedente. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Albertario E. Pasquale Del Giudice, necrologio. Roma, 1924.

Bollettino della Società dei naturalisti in Napoli. Vol. 35, 1923... Napoli, 1924...

Horn-D'Arturo G. Le « ombre volanti ». Roma, 1924.

Kant Immanuel. Volume commemorativo del secondo centenario della nascita (1724-1924) a cura del P. Agostino Gemelli. Milano, 1924.

Panizzon-Favre G. Ricerche sulla sintesi del 2-nitro 1. 4-naftochinone. Roma, 1924.

Pascal E. Cenno commemorativo su Corrado Segre. Napoli, 1924.

Il presidente ringrazia l'Istituto che l'ha eletto a questo alto ufficio, colle seguenti parole:

« *Egregi Colleghi,*

L'onore che Vi compiaceste conferirmi col chiamarmi a questo posto è così alto che non potrei trovare parole sufficienti ad esprimervi quanta sia la mia gratitudine. Non mi nascondo le responsabilità che assumo, tanto più se rifletto agli uomini eminenti nelle lettere e nelle scienze, che prima

di me tennero questo ufficio. A quegli uomini benemeriti rivolgo un pensiero commosso e riverente; e porgo un saluto riconoscente ed affettuoso all'illustre immediato mio predecessore Senatore Scherillo, del quale in questi anni ebbi agio di ammirare il fervore operoso e il vivissimo interessamento per il nostro Istituto.

Confido che non mi verranno mai meno l'aiuto e il consiglio Vostro, e faccio sopratutto grande assegnamento sulla cooperazione dei carissimi amici componenti l'ufficio di Presidenza.

Possa così il nostro glorioso Istituto, con l'opera concorde di tutti, mantenersi sempre più degno delle sue nobilissime tradizioni, e dare un impulso sempre più vigoroso alla diffusione e alla elevazione della cultura nazionale! ».

Il presidente commemora poi brevemente il S. C. dott. Achille Cattaneo, il più anziano dei Soci dell'Istituto:

« Si spense, egli dice, nella grave età di 86 anni. Dottore anche in scienze naturali, fu assistente del Laboratorio crittogamico di Pavia col prof. Garovaglio. Fu medico di S. Corona e consigliere comunale e assessore a Pavia. Pubblicò lavori pregevoli sulle alghe della provincia di Pavia e sui funghi parassiti del riso: una specie di questi, largamente diffusa nel Giappone, porta il suo nome. Già vari anni or sono erasi ritirato completamente da ogni sorta di attività pubblica ».

L'Istituto invierà vivissime condoglianze alla sua famiglia.

Egli comunica pure una lettera del Comune di Milano, che invita l'Istituto a proporre una terna di nomi fra i quali debba esser scelto quello che entrerà a far parte del Collegio dei Conservatori del Castello Sforzesco. L'Istituto delega alla Presidenza la designazione di siffatta terna.

Infine lo stesso presidente dà comunicazione di un invito della Famiglia Meneghina a un primo Congresso dei dialetti d'Italia, da tenersi in Milano nel prossimo aprile. L'Istituto aderisce all'invito senza prendere al riguardo impegni di sorta.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Eugenio Medea riassume largamente la sua Nota: *Contributo allo studio clinico dei tumori intrarachidici extramidollari.*

Essendo assente il S. C. prof. Emilio Albertario, il Socio prof. Siro Solazzi legge un sunto della Nota: *La connessione della dote con gli oneri del matrimonio in diritto romano.*

Da ultimo il dott. Tarcisio Benzi legge il suo lavoro su: *Le alterazioni prodotte dalle tenie nell'apparato digerente*

degli agoni. Questa lettura era ammessa dalla Sezione di scienze naturali.

Terminate le letture l'Istituto passa ad occuparsi di affari.

È all'ordine del giorno la nomina dei Censori per l'anno 1925. Il presidente propone, e l'Istituto approva, che siano confermati in tale ufficio i MM. EE. Gobbi e Jorini.

L'Istituto delega alla Presidenza la nomina delle Commissioni esaminatrici dei Concorsi scaduti il 31 dicembre ultimo passato; e il presidente stabilisce che le Commissioni siano così costituite:

MEDAGLIA TRIENNALE PER L'AGRICOLTURA. Commissari: R. Monti, M. De Marchi, F. Supino.

FONDAZIONE CAGNOLA: *miasmi e contagi*. Commissari: Sala, Belfanti, Bordoni-Uffreduzi.

FONDAZIONE CAGNOLA: *contraffazione scritti*. Commissari: Sabbadini, Menozzi, Carrara.

FONDAZIONE BRAMBILLA. Commissari: Jorini, Menozzi, Giordano.

FONDAZIONE CIANI: *Il miglior libro di lettura per il popolo italiano, di genere narrativo drammatico*. Commissari: Sabbadini, Oberziner, Zingarelli.

FONDAZIONE VISCONTI TENCONI. *Borsa di studio*. Commissari: Murani, Arnò, Zunini.

PREMIO JONA: *Alla miglior opera sulla nostra guerra che illustri e spieghi la santa necessità*. Commissari: Sabbadini, Oberziner, Zingarelli.

Si procede poi alla votazione di ballottaggio per la nomina del vicepresidente nella Classe di lettere, scienze morali e storiche per il triennio 1925-27. Raccolte le schede il presidente nomina scrutatori i Membri Eff. Franchi e Menozzi. I due candidati hanno riportato egual numero di voti, cosicchè, in virtù dell'art. 18 del vigente Regolamento, non viene eletto nessuno dei due. L'Istituto decide di procedere, nella prossima adunanza, ad un'altra votazione *ex-novo* per la nomina del vicepresidente suddetto.

Infine l'assemblea dà incarico alla Presidenza di spedire un telegramma all'illustre Collega senat. prof. Camillo Golgi, infermo a Pavia, con i più vivi e cordiali auguri per la sua guarigione.

La seduta viene tolta alle ore 15.

Il Presidente

L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 29 Gennaio 1925

PRESIDENZA DEL COMM. PROF. ETTORE ARTINI

MEMBRO ANZIANO

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Coletti, Devoto, Gobbi, Gorini, Grassi, Jorini, Mariani, Menozzi, Murani, Oberziner, Paladini, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, C. Supino, Tansini, Villa, Vivanti, Zingarelli, Zuccante;

e i SS. CC. Barassi, Belfanti, Belluzzo, Bruni, Cisotti, M. De Marchi, L. Gabba, Montemartini, Perroncito, Volta.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Elia Lattes, Golgi, Körner, Sala, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. Arnò, Scherillo, Berzolari, presidente.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Il presidente invita il M. E. prof. Murani, segretario, a leggere il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Atti del Congresso nazionale di chimica industriale, Milano, 13-18 aprile 1924. Milano, 1924.

Bottini P. Questioni internazionali. Memoria premiata al concorso italiano per la pace e la ricostruzione dell'Europa sul tema: *Con quali mezzi sia possibile assicurare la pace e ristabilire la prosperità economica in Italia ed in Europa mediante la collaborazione internazionale.* Milano, 1924.

Cabreira A. Détermination de la latitude géographique, trois hauteurs quelconques et la déclinaison de l'astre étant connues. Paris, 1924.

Ferrari V. Documento dell'Archivio di Stato in Reggio Emilia interessante la storia della tipografia reggiana e ferrarese. Reggio E., 1924.

Humphreys H. H. Andrew Atkinson Humphreys a biography. Philadelphia, 1924.

Kellor F. and A. Hatvany. Security against war. Vol. 1-2. New York, 1924.

Tartari L. L'ombra di colui (echi di una polemica). Mantova, 1922.

Usai G. Considerazioni sul vitalizio e calcoli relativi nella ipotesi Dormoy e De Moivre. Genova, 1924.

CATTANEO G. Per la storia dell'anatomia comparata. Note biografiche su Mauro Rusconi. Un secolo dopo la pubblicazione delle maggiori sue opere. Genova, 1924.

Il M. E. prof. Ricchieri presenta la settima edizione del manuale Hoepli *Astronomia di N. J. Lockyer*, versione libera di Giovanni Celoria, riveduto ora, aumentato e in parte rinnovato dal prof. Luigi Volta. La ragione — dice — di esser egli il presentatore, in luogo di chi ha specifica competenza in materia, è che il volume ha particolarmente carattere di volgarizzazione ed è uno dei più utili e ricercati anche per gli studiosi di geografia astronomica e matematica. I nomi gloriosi di Schiaparelli e di Celoria che accompagnarono le prime edizioni della traduzione italiana sono del resto la maggior garanzia della bontà dell'opera. Già da tempo la sesta edizione italiana era esaurita ed era desiderata la nuova, che si presentava col nome ben degno dei predecessori, di Luigi Volta. Il manuale è stato da lui ritoccato qua e là dove era necessario per metterlo al corrente degli ultimi progressi della scienza, aumentato anche di qualche capitolo, avente lo scopo di dare per lo meno un'idea dei mirabili nuovi processi d'investigazione del cielo, quelli della fotografia e quello dei metodi interferometrici applicati all'astronomia, e infine arricchito di una serie di nitidissime cartine del cielo stellato, visibile in Italia e più precisamente a Roma nei vari mesi dell'anno. Anche per tale serie di cartine, utili specialmente a chi voglia iniziare le sue prime osservazioni del cielo, dobbiamo essere molto grati al collega prof. Volta.

Il M. E. prof. Menozzi, a proposito d'una sua comunicazione fatta nell'adunanza del 27 novembre 1924, « *Ricerche sulle cause di sterilità dei terreni delle brughiere lombarde* » accenna al copioso incartamento che esiste presso l'Istituto lombardo e alle memorie esaurienti pubblicate negli *Atti* e nelle *Memorie*, a incominciare dal 1818, sull'importante argomento delle brughiere. Egli dice che in quell'occasione non potè che accennare alla parte storica dell'argomento, perchè voleva sopratutto indicare quale punto era stato preso di mira con le ricerche su cui riferiva ed a quali risultati si era giunti.

Chi gli ha offerto il mezzo di esaminare a fondo il materiale che in argomento si possiede, è stato l'egregio Bibliotecario, il signor Morlacchi, il quale con grande premura e capacità ha messo a disposizione il cospicuo e prezioso materiale che possiede l'Istituto a questo riguardo. Accenna alle prin-

cipali pubblicazioni, alcune delle quali datano da più di un secolo; conclude col dichiarare che ha creduto ritornare brevissimamente sull'argomento non soltanto per mettere in rilievo il grande patrimonio scientifico-storico che possiede l'Istituto su questa materia, ma anche lo zelo e la passione coi quali il nostro Bibliotecario segue le vicende dell'Istituto medesimo.

Il M. E. prof. Zingarelli presenta un *Projet de Statuts* del *Comité international des sciences historiques*. L'Istituto ne prende atto.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Costantino Gorini legge una sua nota, « *L'Istituto Lombardo culla di studi caseari* ».

Il S. C. prof. Serafino Belfanti discorre intorno a « *La secrezione della ghiandola di Harder dietro lo stimolo di varie sostanze* ».

Il prof. Francesco Giudice presenta una nota « *Sulle equazioni risolubili per radicali quadratici* ». La nota era stata ammessa dalla Sezione di scienze matematiche; e, in assenza del suo autore, riferisce brevemente intorno ad essa il **M. E.** prof. Vivanti.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza segreta.

È all'ordine del giorno la votazione per la elezione del vicepresidente, nella Classe di lettere e scienze morali e storiche, pel triennio 1925, 1926, 1927. Il presidente letto l'articolo 18 del Regolamento organico, che riguarda, insieme, la elezione del presidente, del vicepresidente e dei segretari, e constatato che è soddisfatta la prima condizione per la validità della votazione, indicata dall'articolo, e cioè la presenza d'un numero di votanti che sia eguale almeno alla metà più uno dei Membri Effettivi, indice la votazione e nomina scrutatori i MM. EE. Porro e Vivanti. Raccolte le schede e fatto lo spoglio, risulta che il M. E. avv. Bassano Gabba ha raccolto sul suo nome i due terzi dei voti, altra condizione voluta dall'articolo 18 del Regolamento perchè l'elezione abbia esito positivo. Il presidente proclama eletto vicepresidente, pel triennio 1925, 1926, 1927, il M. E. avv. Bassano Gabba.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.30.

Il Presidente
E. ARTINI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Adunanza del 12 Febbraio 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Arnò, Artini, Berzolari, Gobbi, Gorini. Grassi, Jorini, Mariani, Menozzi, Murani, Paladini, C. Pascal, E. A. Porro, Sabbadini, C. Supino, Zingarelli, Zuccante;

e i SS. CC.: Belfanti, Besta, Bianchi, Brizi, Cisotti, L. De Marchi, L. Gabba, Galeazzi, Gallavresi, Giordano, Montemartini, Vaccari, Zoia, Zunini.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. E. Lattes, Körner, Golgi, Salà e il S. C. Albertario, per ragioni d'ufficio i MM. EE. B. Gabba, vicepresidente, e Villa.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Cuboni G. Scritti scelti cuboniani, a cura del prof. G. B. Traverso. Pubblicati dal Comitato per le onoranze alla memoria del prof. Giuseppe Cuboni. Pavia, 1924.

Favaro G. A. L'attività del sole nell'anno 1924. Statistica delle macchie e facole solari. Le macchie solari più notevoli. Le protuberanze solari. Altezza della cromosfera. Catania, 1925.

Pubblicazioni dell' « Atene e Roma »; Società per la diffusione e l'incoraggiamento degli Studi classici (Sezione di Milano). N. 1.... Milano, 1916....

Riassunto annuale delle osservazioni meteorologiche eseguite negli Osservatori italiani durante gli anni solari 1921 e 1922, pubblicato dal R. Ufficio Centrale di meteorologia e geofisica. Roma, 1924.

Roncagli G. Guerra italo-turca (1911-1912). Cronistoria delle operazioni navali. Vol. 1, dalle origini al decreto di sovranità su la Libia. Milano, 1918.

SARPI P. Paolo Sarpi e i suoi tempi. Studi storici pubblicati dall'Ateneo Veneto, nel III centenario della sua morte (1623-1923). Città di Castello, 1924 (*acquisto*).

NARODNA STARINA. Rivista storica ed etnografica degli slavi meridionali, N. 3.... Zagabria, 1922....

Il presidente comunica una lettera di ringraziamento del senat. Bassano Gabba per la sua nomina a vicepresidente dell'Istituto; e presenta una serie di PUBBLICAZIONI dell'Università Cattolica del Sacro Cuore, mandate in omaggio. L'Istituto ringrazierà.

Un altro omaggio è il lavoro del prof. LEVI CIVITA: *Lezioni di calcolo differenziale assoluto, raccolte e compilate dal dott. Enrico Persico. Roma, 1925*, e ne fa la recensione.

Il M. E. prof. C. Gorini presenta anch'egli in omaggio una Memoria del dott. PIER EMILIO CATTORINI: *Sulla questione del centrosoma e della sua presenza nelle cellule delle fanerogame angiosperme*, e al riguardo così si esprime: « Il Cattorini è un antico allievo interno del compianto professore Briosi, che lo aveva caro e lo vide con rammarico troncare gli studi universitari, in causa di improvvise strettezze domestiche, per occuparsi nel giornalismo. Venuta la guerra, il Cattorini fu adibito ai Laboratori Batteriologici della Sanità Militare; ciò lo orientò nuovamente verso l'Università, dove egli, due anni or sono, riuscì a conseguire la laurea in scienze naturali con pieni voti assoluti e lode. Ed ora egli, pur mantenendo l'impiego giornalistico, ha voluto pubblicare la tesi di laurea, che è una continuazione di indagini iniziate sotto la guida del Briosi, corredandola di ricche e interessanti tavole originali che ricordano gli eleganti Atti dell'Istituto Botanico di Pavia. Ciò, mentre costituisce un titolo peculiare di merito per l'A., sta altresì a dimostrare come la passione per le ricerche istillata da certi Maestri possa perdurare anche attraverso le più aspre vicende della vita ».

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Giuseppe Zuccante legge la sua nota: *Lisia e Platone a proposito del discorso erotico di Lisia nel Fedro.*

La lettura del S. C. prof. Emilio Albertario: *Sulla efficacia giuridica della costituzione di dote « ante nuptias »* è rimandata ad altra adunanza per l'assenza dell'autore.

Della nota del prof. Gino Bozza assente: *Studio teorico sperimentale della velocità di caduta libera di sfere e granelli in seno ad un liquido*, legge un riassunto il presidente e discorre brevemente il M. E. prof. Menozzi, facendo rile-

vare l'importanza dell'argomento. La lettura era ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno, la seduta è tolta alle ore ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 26 Febbraio 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, ARTINI, BERZOLARI, DEVOTO, FANTOLI, B. GABBA, GOBBI, GORINI, GRASSI, JORINI, MARIANI, MENOZZI, MURANI, OBERZINER, PALADINI, C. PASCAL, E. A. PORRO, RICCHIERI, SABBADINI, SCHERILLO, SOLMI, C. SUPINO, VIVANTI, ZINGARELLI, ZUCCANTE;

e i SS. CC.: BIANCHI, BORGESE, BRUNI, CISOTTI, L. GABBA, GAMBA, GIORDANO, MONTEMARTINI, A. MONTI, PERRONCITO, SOMIGLIANA, F. SUPINO, VACCHELLI, VERATTI, VERGA, VOLTA, ZUNINI.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. GOLGI, E. LATTES, KÖRNER, e, per ragioni d'ufficio, PATRONI.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

AVANCINI M. Entità e svolgimento del traffico turistico in Italia. Roma, 1925.

CACCIAMALI G. B. Carreggiamenti nell'Appennino Abruzzese-Campano. Roma, 1924.

CARNOVALE L. War is death peace is life choose! Chicago, 1923.

TURATI E. Cinque anni di ricerche nell'Appennino Modenese. (Note di lepidotterologia). Pavia, 1923.

— Spedizione lepidotterologica in Cirenaica, 1921-22. Pavia, 1924.

Il presidente presenta, ringraziando vivamente la Casa editrice Laterza, da cui viene il grazioso dono, i volumi: OMERO, *Odissea, Libri I-XII. Trad. di M. Faggella*, Bari, Laterza, 1925; M. PANTALEONI, *Erotemi di economia*, Vol. II,

Bari, Laterza, 1925; ROSMINI, *Introduzione alla filosofia, a cura di G. Gentile*, Bari, Laterza, 1925. Il M. E. prof. Arrigo Solmi presenta ed illustra l'opera del prof. GUIDO MENGOZZI: *Ricerche sull'attività della Scuola di Pavia nell'alto Medio Evo*, Pavia, 1924. Il S. C. prof. Ettore Verga presenta ed illustra il volume: ARCHIVIO STORICO LOMBARDO, *Indice della Serie IV, Vol. I-XX* (anni XXXI-XL 1904-1913). Le recensioni del Solmi e del Verga saranno pubblicate a parte nei *Rendiconti*.

Il presidente dà comunicazione d'una circolare d'invito alla *Conférence internationale pour l'emploi de l'esperanto dans les sciences pures et appliquées*, che si riunirà a Parigi il 14, il 15 e il 16 maggio 1925. Dopo varie considerazioni, e in vario senso, dei Soci prof. Pascal, prof. Ricchieri, prof. Bruni, prof. Zingarelli, tenuto conto specialmente della poca opportunità di questo tentativo d'una lingua artificiale, l'esperanto, l'Istituto si dichiara avverso all'adesione.

Il presidente dà pure comunicazione d'un'altra circolare, quella dell'Ufficio di Presidenza del Comitato geografico italiano, in data 15 febbraio corr., in cui si annunzia che avrà luogo prossimamente al Cairo un *Congresso internazionale di Geografia*, la cui importanza deriva non soltanto dal paese in cui si tiene, ma altresì dal fatto ch'esso è il primo dopo la guerra: desiderabile, adunque, una larga partecipazione di congressisti italiani. Si discorre da varie parti sull'importante argomento, e si rimane facilmente d'accordo intorno all'opportunità e alla convenienza che l'Istituto Lombardo sia rappresentato al Congresso da un qualche suo Socio; in altra seduta si stabiliranno le modalità della rappresentanza.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Ulisse Gobbi riferisce intorno a « *I depositi a risparmio come indice dello stato d'animo nazionale* ».

Il M. E. prof. Arrigo Solmi discorre de « *La persistenza della Scuola di Pavia nel medio evo fino alla fondazione dello studio generale* (1024-1361) ».

Il S. C. prof. Federigo Giordano legge la sua nota: « *Una importante conseguenza pratica di studi su alcuni caratteri fisici del terreno* ».

Terminate le letture, l'adunanza è sciolta alle ore 15.45.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

RECENSIONI ORALI

Adunanza del 26 febbraio 1925.

Il M. E. prof. Arrigo Solmi presenta il volume del prof. Guido Mengozzi, intitolato: *Ricerche sull'attività della Scuola di Pavia nell'alto medio evo* (Pavia, Tip. Cooperativa, 1924). Il libro del Mengozzi getta una viva luce sulla storia della cultura giuridica italiana nei secoli più oscuri del medio evo e sullo sviluppo di alcune istituzioni giuridiche del periodo preirneriano.

Il Mengozzi muove, nella sua bella dimostrazione, da un dato di fatto da lui opportunamente rilevato. Nei documenti pavesi, redatti dai giudici e notai del Sacro Palazzo, si incontrano, tra il secolo IX e il secolo XII, alcune note tachigrafiche, trasmesse da epoche anche più remote, che rivelano una scrittura speciale esclusivamente pavese, adoperata senza interruzione di secolo in secolo. L'insegnamento di questa speciale scrittura non potè avvenire senza una scuola, e questa scuola fu quella di Pavia; che dimostra così la sua continuità dall'epoca romana fino al chiudersi del secolo XI. Contemporanea allo sviluppo di questa scrittura è la creazione di alcuni istituti giuridici, ignoti alle leggi, ma frequenti nella pratica, i quali, secondo il Mengozzi, sono opera della scuola di Pavia influita dallo studio del diritto romano. Tali istituti sono particolarmente l'*ostensio cartae*, la *finis intentionis terrae*, la *finis status*, l'*investitura salva querela*, di cui fin qui non erano esattamente conosciute le origini e la natura. Da questi elementi, accuratamente approfonditi, il Mengozzi passa a tracciare un rilievo dell'importanza della Scuola di Pavia nell'alto medio evo. La Scuola di Pavia è, per il Mengozzi, una scuola ufficiale, annessa al Sacro Palazzo, la quale forma i giudici, i notai e i funzionari del regno italico. Questa scuola crea le formule, organizza i nuovi istituti giuridici, interpreta ed applica le leggi, ricorrendo non soltanto ai testi del diritto longobardo-franco, ma anche ai testi del diritto romano. È notevole anzi l'attività della scuola di Pavia nello studio del diritto romano, rivelata dal Mengozzi; e questa attività favorisce e prepara la formazione della scuola di Bologna.

Così il libro del Mengozzi, condotto sull'esame diligente di moltissimi documenti e di molti testi della letteratura giuridica medioevale, reca un contributo originale alla storia della costituzione e della civiltà italiana.

*
* *

Il S. C. dott. ETTORE VERGA, a nome della Presidenza della Società storica lombarda, presenta l'*Indice della quarta serie del periodico sociale*, *Archivio storico lombardo*, che va dall'anno 1904 al 1913, compilato dal dott. Forte dell'Archivio di Stato con altri collaboratori, sotto la direzione del soprintendente di quell'Archivio comm. Vittani. Un indice è, in genere, cosa modesta, ma quando è fatto come questo, e come i precedenti, diventa un'opera di utile consultazione per se stesso, e si spiegano i sacrifici che la Società storica ha fatto e va facendo perchè i suoi indici riescano così diffusi e precisi.

Il periodo 1904-1913, fu dei più brillanti per la Società storica lombarda, presieduta com'era da Francesco Novati che allettava i giovani più valorosi a collaborare all' Archivio, aveva concentrato in sè non solo il compito di dirigere il periodico, ma anche di rivederlo tutto, pagina per pagina. In questi anni fu un succedersi di memorie pregevolissime per dottrina e per metodo, toccanti tutte le epoche, dall'età barbarica ai primordi del risorgimento nazionale, quantunque, com'è naturale, predominassero i lavori sul periodo visconteo e sforzesco.

L'indice che riflette sì svariata e importante produzione, è tripartito, per autori, per materie, e cronologico. ma quello che più giova, ed alletta, è quello per materie perchè non è composto di soli rimandi alle pagine sotto i singoli nomi, bensì con numerose specificazioni, manifesta subito tutti gli aspetti in cui la materia stessa è trattata nel corso del decennio. Per citare un esempio, Ugo Foscolo è illustrato da ben cinquanta richiami a singoli studi sul poeta, ai diversi casi della sua vita, al suo epistolario, ai rapporti di contemporanei con lui, di modo che l'indice stesso ne ricompone con un primo tratto di linee la figura. Per le maggiori città si hanno pagine e pagine d'indicazioni suddistinte secondo gli argomenti che le riguardano, e così per le innumerevoli famiglie lombarde, così per le chiese, per i monumenti e via dicendo. Non v'è ramo delle scienze storiche per il quale questo indice non sia una miniera.

L'indice cronologico dà brevi, ma precise indicazioni di tutti i documenti o riportati, o anche solamente riassunti nei diversi lavori, e ammontano a 2500.

Appena finito questo volume, la Società ha predisposto per una sollecita esecuzione dell'indice della quinta serie dal '14 al '23, affidandolo alla dottoressa Caterina Santoro, assistente presso l'Archivio storico civico, e tutto lascia sperare che fra due anni anche questo sarà compiuto.

RISULTATO DEI CONCORSI A PREMI

FONDAZIONE CAGNOLA

Tema proposto dall'Istituto: Metodi e strumenti pratici per l'esatta determinazione del coefficiente di conduttività assoluta interna dei corpi cattivi conduttori del calore, nelle ordinarie condizioni di temperatura. Esperienze e misure relative.

Scaduto il 31 marzo 1924.

Due concorrenti.

Fu conferito il premio di L. 2500 e medaglia d'oro all'autore del lavoro contraddistinto col motto: « Ma non può tutto la virtù che vuole », che risultò essere il prof. ing. Angelo Izar di Milano.

Temi permanenti designati dal fondatore; scaduti il 31 dicembre 1923;

1. Una scoperta ben provata sulla cura della pellagra.

   Nessun concorrente.

2. Sulla natura dei miasmi e contagi.

   Un concorrente.

   Fu conferito il premio di L. 2500 e medaglia d'oro al dott. Francesco Pentimalli della R. Università di Napoli.

3. Sulla direzione dei palloni volanti (dirigibili).

   Nessun concorrente.

4. Sul modo di impedire le contraffazioni di uno scritto.

   Nessun concorrente.

FONDAZIONE BRAMBILLA

Un premio a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale, o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

Scaduto il 31 marzo 1924.

Quattro concorrenti.

Premio di 1° grado, medaglia d'oro, al rag. Eugenio Ponzoni di Milano, per lo sfruttamento in Italia del procedimento Fourcault, nell'industria del vetro.

Premio di 2° grado, medaglia d'oro, alla ditta Luigi Gerli di Milano, per l'industria italiana della proteolite.

FONDAZIONE FOSSATI

Tema: Illustrare con ricerche originali un argomento di anatomia macro-microscopica del sistema nervoso centrale o periferico.

Scaduto il 31 marzo 1924.

Premio L. 2000.

Due concorrenti.

Fu conferito il premio al lavoro portante il motto « Per aspera ad astra » che risultò essere del dott. Mario Montalti della R. Clinica oculistica di Roma, ed un assegno d'incoraggiamento di L. 1000 al lavoro portante il motto « Difficillimum est veritatem scire ».

FONDAZIONE KRAMER

Tema: Definire l'estensione ed i caratteri meteorici ed idrologici della siccità da cui fu turbata nell'anno 1921 la valle Padana; indagare in quali altre regioni d'Italia e fuori d'Italia si sia verificato quel fenomeno nello stesso anno, e indagare col sussidio di effemeridi storiche e meteorologiche se, quando, e dove siasi verificato fenomeno analogo in altre annate.

Scaduto il 31 dicembre 1923.

Un concorrente.

Fu conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 3000 al lavoro portante il motto: « Est modus in rebus, sunt certi denique fines » che risultò essere dell'ing. Giorgio Del Valle di Firenze.

PREMIO DI FONDAZIONE SECCO-COMNENO

Tema: Ricerche cliniche e sperimentali sopra eventuali rapporti fra sifilide e cancro.

Scaduto il 31 marzo 1924.

Un concorrente.

Non fu conferito il premio.

FONDAZIONE Avv. GASPARE BORGOMANERI

Per il **1924**.

Tema: Gli emigrati napoletani e il rigoglio filosofico e letterario e il fervore patriottico unitario in Milano nei primi anni del secolo decimonono.

Scaduto il 1 aprile 1924.

Nessun concorrente.

CONCORSI A PREMI
SU ARGOMENTI IN RELAZIONE ALLA GUERRA
ED ALLE SUE CONSEGUENZE IMMEDIATE

Tema 1º: Contributo scientifico-pratico al problema della migliore utilizzazione delle acque a scopo di irrigazione e forza motrice, con speciale riguardo alle questioni idrografiche, geologiche e costruttive attinenti alla soluzione razionale dell'impianto di serbatoi montani.

Disegni dimostrativi, oltre a diagrammi, dovranno essere contenuti nel limite strettamente necessario.

Scaduto il 31 marzo 1924.

Un concorrente.

Non fu conferito il premio.

TEMI DEI CONCORSI A PREMI

NORME GENERALI PER I CONCORSI

eccettuati

quelli per i quali sono accennate prescrizioni speciali

Può concorrere ogni nazionale o straniero, eccetto i Membri effettivi del Reale Istituto Lombardo, con memorie manoscritte e inedite, in lingua italiana o francese o latina. Queste memorie dovranno essere trasmesse, franche di porto, nel termine prefisso, alla Segreteria dell'Istituto, nel palazzo di Brera in Milano; e, giusta le norme accademiche, saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore. Si raccomanda l'osservanza di queste discipline, affinchè le memorie possano essere prese in considerazione.

A evitare equivoci, i signori concorrenti sono ancora pregati di indicare con chiarezza *a quale* dei premi proposti dall'Istituto intendano concorrere.

I premi verranno conferiti nella solenne adunanza dell'anno successivo a quello di chiusura dei concorsi.

Tutti i manoscritti si conservano nell'archivio dell'Istituto per uso di ufficio per corredo dei proferiti giudizi, con facoltà agli autori di farne tirar copia a proprie spese.

È libero agli autori delle memorie non premiate di ritirare la scheda entro un anno dalla aggiudicazione dei premi.

MEDAGLIE TRIENNALI DELL' ISTITUTO

per il 1927

Il R. Istituto Lombardo, secondo l'art. 28 del suo regolamento organico, aggiudica ogni triennio due medaglie d'oro di L. 500 ciascuna, per promuovere le industrie agricole e manifatturiere: una destinata a quei cittadini italiani che abbiano concorso a far progredire l'agricoltura lombarda col mezzo di scoperte o di metodi non ancora praticati; l'altra a quelli che abbiano fatto migliorare notevolmente o introdotto, con buona riuscita, una data industria manifattrice in Lombardia.

Chi crede di poter concorrere a queste medaglie è invitato a presentare la sua istanza in bollo da lire una, accompagnata dagli opportuni documenti, alla segreteria dell'Istituto nel palazzo di Brera in Milano, non più tardi delle ore 15 del 31 dicembre 1927.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi proposti dall'Istituto

Le memorie premiate nei concorsi di fondazione Cagnola, che devono essere presentate anonime e inedite, restano proprietà degli autori; ma essi dovranno pubblicarle entro un anno, insieme col Rapporto della Commissione esaminatrice, prendendo i concerti colla segreteria dell'Istituto per il testo e i caratteri, e consegnandone alla medesima cinquanta esemplari; dopo di che soltanto potranno ricevere il numerario. Tanto l'Istituto, quanto la Rappresentanza della fondazione Cagnola, si riservano il diritto di farne tirare, a loro spese, quel maggior numero di copie, di cui avessero bisogno a vantaggio della scienza.

Tema per il 1925, pubblicato il 6 gennaio 1924

Portare un contributo sperimentale alla risoluzione di problemi di carattere chimico mediante l'impiego dei metodi di esame dei cristalli o delle polveri cristalline coi raggi X.

Scadenza 31 dicembre 1925, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

Tema per il 1926, pubblicato il 6 gennaio 1925

Sulla importanza del valore dinamico specifico nel ricambio materiale dell'uomo.

Scadenza 31 dicembre 1926, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMI DI FONDAZIONE CAGNOLA

sopra temi designati dal fondatore, pubblicati il 6 gennaio 1925

Le memorie dei concorrenti potranno anche essere presentate non anonime, purchè non pubblicate prima della data di questo programma. Anche per questo premio si ritiene obbligato l'autore della memoria premiata a consegnare all'Istituto cinquanta esemplari e lasciarne tirare maggior numero di copie all'Istituto e alla Rappresentanza della fondazione Cagnola.

Una scoperta ben provata:

Nella cura della pellagra, o

Sulla natura dei miasmi e contagi, o

Sulla direzione dei palloni volanti (*dirigibili*), o

Sui modi di impedire la contraffazione di uno scritto.

Scadenza 31 dicembre 1925, ore 15.

Premio L. 2500 e una medaglia d'oro del valore di L. 500.

PREMIO DI FONDAZIONE BRAMBILLA

Concorso per l'anno 1926

A chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina, o qualsiasi processo industriale, o altro miglioramento, da cui la popolazione ottenga un vantaggio reale e provato.

La domanda dovrà esser presentata in carta da bollo da lire una, coll'indirizzo del concorrente e da lui firmata.

Il premio sarà proporzionato all'importanza dei lavori che si presenteranno al concorso, e potrà raggiungere, in caso di merito eccezionale, la somma di lire 4000.

Scadenza 31 dicembre 1926 ore 15.

PREMI DI FONDAZIONE FOSSATI

Il concorso ai premi della fondazione Fossati è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori ad un quinquennio e quelle già altrimenti premiate.

I manoscritti premiati saranno restituiti all'autore, perchè ne curi a sue spese la pubblicazione; dell'opera pubblicata dovranno consegnarsi, insieme al manoscritto, tre copie al R. Istituto Lombardo, una delle quali destinata alla biblioteca dell'Ospedale Maggiore, ed una a quella del Museo civico di storia naturale; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema per il 1925, pubblicato il 6 gennaio 1923

Delle fini alterazioni del sistema nervoso nella fatica grave.
Scadenza 1° aprile 1925, ore 15.
Premio L. 2000.

Tema per il 1926, pubblicato il 6 gennaio 1924

Ricerche anatomiche originali sul sistema nervoso.
Scadenza 31 dicembre 1926, ore 15.
Premio L. 2000.

Tema per il 1927, pubblicato il 6 gennaio 1925

Illustrare con ricerche originali un argomento di anatomia microscopica del sistema nervoso centrale.
Scadenza 31 dicembre 1927, ore 15.
Premio L. 2000.

PREMIO DI FONDAZIONE KRAMER

La nobile signora Teresa Kramer-Berra, con suo testamento 26 marzo 1879, legava L. 4000, da conferirsi ad ogni biennio in premio a quell'ingegnere italiano che avrà dato la migliore soluzione di un tema di scienze fisico-matematiche. A questo concorso non sono quindi ammessi che gli italiani, patentati ingegneri in Italia o fuori, esclusi i Membri effettivi e onorari dell'Istituto Lombardo.

Le memorie dovranno essere manoscritte, inedite e scritte in italiano; si spediranno franche di porto e raccomandate, nel termine prefisso dall'avviso di concorso, alla segreteria dell'Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera in Milano: saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la copia autentica del documento, dal quale emerga la sua qualità di ingegnere.

Della memoria premiata dovrà consegnarsi una copia, manoscritta o stampata, all'amministrazione dell'opera pia Kramer; dopo di che soltanto potrà il premiato ritirare la somma assegnata al premio.

Tema per il 1925, pubblicato il 6 gennaio 1924

Rassegna ed esame critico dei concetti fondamentali teorici e pratici coi quali vennero progettate e costrutte le più importanti dighe di sbarramento dei bacini montani nell'ultimo ventennio.

Scadenza 31 dicembre 1925, ore 15.

Premio L. 4000.

PREMIO DI FONDAZIONE SECCO-COMNENO

La memoria premiata rimane proprietà dell'autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno dall'aggiudicazione, consegnandone otto copie all'Amministrazione dell'Ospedale Maggiore di Milano, e una all'Istituto, per il riscontro col manoscritto; dopo di che soltanto potrà conseguire il premio.

Tema per il 1929, pubblicato il 6 gennaio 1925

La sifilide dello stomaco.

Scadenza 31 dicembre 1929, ore 15.

Premio L. 864.

PREMIO DI FONDAZIONE PIZZAMIGLIO

Può concorrere ogni italiano con memorie manoscritte e inedite.

La memoria premiata rimarrà proprietà dell'autore; ma egli dovrà pubblicarla entro un anno insieme col rapporto della

Commissione esaminatrice e presentarne una copia al R. Istituto Lombardo; dopo di che soltanto potrà conseguire la somma assegnata al premio.

Tema per il 1925, pubblicato il 6 gennaio 1924

Contributo alla storia economica di Milano all'epoca comunale.

Scadenza 31 dicembre 1925, ore 15.

Premio L. 1000.

PREMI DI FONDAZIONE CIANI

La fondazione letteraria dei fratelli Giacomo e Filippo Ciani, istituita nel 1871 dal dott. Antonio Cabrini, assegnava per via di concorso due premi: il primo *straordinario di un titolo di rendita italiana 5 °/₀ di L. 500* (ora convertito in un titolo di rendita italiana 3.50 °/₀ di L. 350) a un *Libro di lettura per il popolo italiano,* originale, non ancora pubblicato per le stampe, di merito eminente e tale, che possa diventare un libro famigliare del popolo stesso; l'altro *triennale di L. 1500* a un *Libro di lettura stampato e pubblicato nei periodi sotto indicati,* che possa formare parte di una serie di libri di lettura popolare, amena e istruttiva.

Per il primo di questi premi, cioè per lo straordinario assegno del titolo di rendita italiana, già 5 °/₀, di L. 500 annue ed ora di L. 350 annue di rendita 3.50 °/₀, all'autore di un

LIBRO DI LETTURA PER IL POPOLO ITALIANO

si riapre il concorso alle seguenti condizioni:

L'opera dovrà:

Essere originale, non ancora pubblicata per le stampe, e scritta in buona forma letteraria, facile e attraente, in modo che possa diventare il libro famigliare del popolo;

Essere eminentemente educativa e letteraria, e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo, restando escluse dal concorso le raccolte di frammenti scelti, le antologie, ecc., che tolgono al lavoro il carattere di un libro originale; essere preceduto, per la necessaria unità del concetto, di uno *scritto dichiarativo*, in forma di proemio, che riassume

il pensiero dell'autore, i criteri che gli furono di guida e l'intento educativo ch'egli ebbe nello scriverla;

Essere di giusta mole: esclusi quindi dal concorso i semplici opuscoli e le opere di parecchi volumi.

Possono concorrere italiani e stranieri di qualunque nazione, purchè il lavoro sia in buona lingua italiana e adatta all'intelligenza del popolo. I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lomdardo non sono ammessi al concorso.

I manoscritti dovranno essere di facile lettura.

Il tempo utile alla presentazione dei manoscritti sarà fino alle ore 15 del 31 dicembre 1925 e l'aggiudicazione del premio si farà nell'anno successivo.

Il *certificato di rendita perpetua già di lire cinquecento 5 °/₀ ed ora di lire trecentocinquanta 3.50 °/₀*, sarà consegnato al vincitore del concorso quando la pubblicazione dell'opera sia accertata.

Concorsi triennali per gli anni 1927, 1930 e 1933

Il miglior libro di lettura *di genere scientifico, con preferenza alle scienze morali ed educative*, pubblicato dal 1° gennaio 1919 al 31 dicembre 1927. Premio L. 1750. Scadenza 31 dicembre 1927, ore 15.

Il miglior libro come sopra, *di genere storico*, pubblicato dal 1° gennaio 1922 al 31 dicembre 1930. Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1930, ore 15.

Il miglior libro come sopra, per il popolo italiano, *di genere narrativo drammatico*, pubblicato dal 1° gennaio 1925 al 31 dicembre 1933. Premio L. 1500. Scadenza 31 dicembre 1933, ore 15.

L'opera dovrà essere di giusta mole e avere per base le eterne leggi della morale e le liberali istituzioni, senza appoggiarsi a dogmi o a forme speciali di governo.

L'autore avrà di mira non solo che il concetto dell'opera sia di preferenza educativo, ma che l'espressione altresì ne sia sempre facile e attraente; cosicchè essa possa formar parte d'una serie di buoni libri di lettura famigliari al popolo.

Possono concorrere autori italiani e stranieri, di qualunque nazione, purchè il lavoro pubblicato per le stampe sia in buona lingua italiana e in forma chiara ed efficace.

I Membri effettivi e onorari del R. Istituto Lombardo non sono ammessi al concorso.

L'opera dev' essere originale, non premiata in altri concorsi, nè essere stata pubblicata innanzi al novennio assegnato come termine al concorso.

Gli autori dovranno, all'atto della pubblicazione dell'opera, presentarne due esemplari alla segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, nel palazzo di Brera, in Milano, unendovi una dichiarazione firmata dall'editore, del tempo in cui l'opera venne pubblicata. Sarà loro rilasciata una ricevuta d'ufficio del deposito fatto, all'intento di stabilire il tempo utile della pubblicazione, giusta il programma.

Le opere anonime o pseudonime dovranno esser contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, la quale contenga il nome, cognome e domicilio dell'autore: questa scheda non sarà aperta, se non quando sia all'autore aggiudicato il premio.

Le opere presentate si conserveranno nella libreria dell'Istituto per corredo dei proferiti giudizi.

L'Istituto, nel caso che non venga presentata alcuna opera che sia riconosciuta degna del premio, si riserva la facoltà di premiare anche opere pubblicate nei periodi come sopra indicati e che rispondano alle altre condizioni del programma, sebbene non presentate al concorso.

PREMIO TRIENNALE DI FONDAZIONE ZANETTI

Tema per il **1926**, pubblicato il 6 gennaio 1924

Un premio di italiane lire 1000 (mille) da conferirsi a concorso libero di quesito a quello fra i farmacisti italiani che *raggiungerà un intento qualunque che venga giudicato utile al progresso della farmacia e della chimica medica.*

Tempo utile a presentare le memorie fino alle ore 15 del giorno 31 dicembre 1926.

Il concorso al premio della fondazione Zanetti è aperto a tutti gli italiani e potrà essere fatto tanto con manoscritti quanto con opere pubblicate; ma fra queste ultime saranno escluse quelle anteriori di un triennio e quelle già altrimenti premiate.

PREMIO DELLA FONDAZIONE CONTARDO FERRINI

Il Comitato per onoranze al compianto prof. Contardo Ferrini, costituito in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione, al nome di Contardo Ferrini, collo scopo di conferire una medaglia periodica all'autore italiano di un lavoro in tema di esegesi delle fonti del diritto romano, a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, e cioè:

Le memorie dovranno essere scritte a mano o a macchina, inedite, in italiano o latino; e si spediranno franche di porto e raccomandate, nel termine fissato dall'avviso di concorso, alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano. Esse saranno anonime, contraddistinte da un motto, ripetuto su una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell' autore e il documento autentico che provi che egli è italiano.

Qualora l'autore faccia stampare la memoria premiata, dovrà premettervi il giudizio della Commissione esaminatrice e consegnarne un esemplare per la biblioteca dell'Istituto Lombardo.

Tema per il **1925**, pubblicato il 6 gennaio 1924

Il processo *extra ordinem* prima di Diocleziano.
Scadenza 31 dicembre 1925, ore 15.
Premio. Medaglia d'oro del valore di L. 1000.

PREMIO DELLA FOND. Avv. GASPARE BORGOMANERI

La signora Michelina Mazzucchelli ved. Borgomaneri, con suo testamento olografo 1° luglio 1905, legava L. 40.000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, perchè i frutti di 3 in 3 semestri vengano assegnati a un italiano, vincitore di un premio in un concorso proposto dalla Classe di lettere e scienze morali e storiche, esclusi i MM. EE. dell'Istituto Lombardo, oppure come borsa di studio a un giovane laureato in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un'Università o Istituto o Scuola superiore del regno.

Le memorie del concorso a premi dovranno essere in lingua italiana, inedite, e si spediranno franche di porto, nel termine prefisso dall'avviso di concorso, alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano. Saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Alla borsa di studio può concorrere ogni giovane, che provi con documenti autentici, la sua qualità di nazionale, la sua età e abbia ottenuto un diploma di laurea in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in un'Università o Istituto o Scuola superiore del regno; dovrà dichiarare il concorrente dove e come intende continuare gli studi di perfezionamento pei quali aspira alla borsa.

Il vincitore della borsa però, entro il biennio dell'ottenuto sussidio, presenterà una relazione documentata degli studi di perfezionamento ai quali attese.

Borsa per il **1926**, pubblicata il 6 gennaio 1923

Da conferirsi a un giovane laureato in lettere o diritto o filosofia o scienze morali o storiche in una Università o Istituto o Scuola superiore del regno.

Scadenza 31 dicembre 1926, ore 15.

La borsa sarà di L. 2000.

Tema per il **1928**, pubblicato il 6 gennaio 1925

Fare uno studio sulla società a garanzia limitata ed esaminare la convenienza della sua introduzione nel diritto italiano.

Scadenza 31 dicembre 1928, ore 15.

Premio L. 2000.

PREMIO DELLA FONDAZIONE TULLO MASSARANI

Il senatore Tullo Massarani, già Membro effettivo del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, con suo testamento 20 novembre 1900, legava all'Istituto stesso l'annua rendita di lire 1000 del Debito pubblico per un premio biennale a un lavoro in cui si svolgerà alternativamente, a dettame dell'Istituto medesimo, un tema di critica e di storia letteraria, ovvero un tema di critica e di storia dell'arte.

Le memorie del concorso a premio dovranno essere in lingua italiana, inedite, si spediranno, franche di porto, nel ter-

mine prefisso dall'avviso di concorso, alla segreteria del R. Istituto Lombardo, nel palazzo di Brera, in Milano; saranno anonime e contraddistinte da un motto, ripetuto su di una scheda suggellata, che contenga nome, cognome e domicilio dell'autore e la prova della sua qualità di nazionale.

Tema per il **1925**, pubblicato il 6 gennaio 1924

Folchino de Borfoni e la cultura letteraria cremonese del suo tempo.

Scadenza 31 dicembre 1925, ore 15.

Premio L. 2000.

BORSA DI STUDIO

DELLA FONDAZIONE AMALIA VISCONTI TENCONI

La signora Amalia Visconti ved. Tenconi, con suo testamento 21 febbraio 1908, legava L. 40.000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere perchè, depurate dalla tassa di successione, venissero impiegate in un certificato di rendita del Debito pubblico da erogarsi per *una borsa di studio da conferirsi ogni anno a un giovane di nazionalità italiana, di scarsa fortuna e che, avendo già dato prova d'ingegno non comune, di rettitudine e buona volontà, si avvî agli studi in materia di elettricità industriale, prevalentemente per perfezionamento all'estero.*

La borsa sarà di L. 1500.

Le istanze degli aspiranti saranno presentate alla segreteria del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo di Brera, per il 31 dicembre 1925, ore 15.

Esse saranno accompagnate:

a) da un certificato o attestato di notorietà pubblica, rilasciato dal sindaco del luogo del domicilio, a sensi dell'art. 103 della vigente legge comunale e provinciale, nel quale sia dichiarato che la famiglia e il concorrente sono di scarsa fortuna e quest' ultimo è di buona condotta.

b) dai certificati scolastici rilasciati da Istituti italiani di grado superiore, provanti che il concorrente sia d'ingegno

non comune, di buona volontà e si sia avviato agli studi in materia d'elettricità industriale e dalla designazione, da parte del concorrente, dell'istituto scientifico presso il quale intende perfezionarsi.

La proclamazione dell'esito del concorso verrà fatta nella seduta solenne successiva alla scadenza del concorso.

Il pagamento sarà fatto dalla cassa del R. Istituto Lombardo o direttamente a colui al quale fu aggiudicata la borsa o al suo legale rappresentante s'egli fosse in minor età, in due rate uguali, la prima in principio del corso, la seconda alla fine, quando il corso fatto sia stato convenientemente documentato con una dichiarazione del direttore dell'Istituto presso il quale fu compiuto.

PREMIO DELLA FONDAZIONE ERNESTO DE ANGELI

Il Comitato per onoranze al compianto senatore Ernesto De Angeli, costituitosi in Milano, deliberava di destinare i fondi raccolti dalla pubblica sottoscrizione a una fondazione al nome di Ernesto De Angeli. Il Comitato stesso destinava la rendita di detta fondazione all'assegnamento di un premio triennale perpetuo per: *Invenzioni, studi e disposizioni aventi per iscopo la sicurezza e l'igiene degli operai nelle industrie*, nella misura e a seconda delle norme proposte dal R. Istituto Lombardo di scienze e lettere.

I concorrenti dovranno presentare domanda di ammissione al concorso alla segreteria dell'Istituto Lombardo di scienze e lettere, Milano, palazzo Brera, corredata da tutti quei documenti e quelle indicazioni che valgano a fornire gli elementi necessari per un sicuro giudizio di merito.

I lavori presentati al concorso non potranno aver data anteriore a più di un triennio da quella della scadenza del concorso stesso, e dovranno essere scritti in lingua italiana o francese o inglese o tedesca.

Potranno concorrere italiani e stranieri, esclusi i MM. EE. del R. Istituto Lombardo. I concorrenti stranieri però dovranno mettere il R. Istituto Lombardo di scienze e lettere in grado di conoscere esattamente quanto presentano al concorso, senza che siano necessari sopraluoghi all'estero.

È concessa facoltà al concorrente di mantenere segreto il proprio nome presentando il lavoro contrassegnato con un motto di riconoscimento e una busta suggellata contenente il nome, cognome e domicilio, da aprirsi nel solo caso che vincesse il premio.

Gli studi, gli apparecchi, le disposizioni, restano di completa proprietà del concorrente, ma il R. Istituto Lombardo avrà facoltà di divulgare a mezzo di pubblicazioni la conoscenza di quel lavoro che avrà ottenuto il premio.

Il premio non potrà mai essere suddiviso fra diversi concorrenti.

Scadenza del concorso 31 dicembre 1926, alle ore 15.

Premio L. 5000.

PREMIO DELLA FONDAZIONE CLETO PASTORI

Il sig. Cleto Pastori con suo testamento 29 novembre 1914 legava L. 5000 al R. Istituto Lombardo di scienze e lettere perchè coi frutti capitalizzati *ogni tre anni* fissi un premio da assegnarsi per concorso « *a pubblicazioni patriottiche, filosofiche o storico sociali che perseguano il compito di mettere in valore il genio e l'attività italiana* ».

Scadenza del concorso 31 dicembre 1925, ore 15.

Premio L. 750.

DISCORSO DEL PRESIDENTE SEN. MICHELE SCHERILLO

letto nell'adunanza solenne del 6 gennaio 1925.

Eccellenze, signore e signori,

Pur durante lo scorso anno l'operosità scientifica di questo nostro vecchio ma sempre vigoroso Istituto di Scienze e Lettere è stata copiosa, vivida, fruttuosa; e come sempre, anche questa volta, con gli appartenenti alla eletta famiglia accademica, hanno amicamente collaborato parecchi studiosi estranei ad essa, soprattutto giovani che provano e s'apparecchiano le armi per cimentarsi nei concorsi universitarii. L'Istituto nostro è, per lodevolissima tradizione, largo di ospitalità a questi promettenti campioni della scienza; e più e meglio lo sarebbe, con innegabile e tangibile vantaggio della cultura, se potesse disporre di mezzi adeguati alla sua nobile missione e alla sua alta funzione.

Come tutti sanno — e basta aver figliuoli a scuola per saperlo —, le spese della stampa sono, durante e dopo la guerra, enormemente cresciute, e non accennano punto a diventare più miti. È vero che, nonostante ciò, non s'è mai stampata tanta carta in Italia: libri che assai spesso promettono vanamente d'essere di "amena lettura", e giornali e riviste, o politiche o letterarie o di scienze sociali, spuntano copiosamente ogni giorno, come funghi dopo un'abbondante pioggia settembrina. Ma noi, sacerdoti d'una Fede scientifica più austera, noi non possiamo, nè vogliamo, contare nè sulla curiosità, innocente o malsana che sia, degli acquirenti di quei volumi, per definizione o per esibizione grafica, "allegri", nè sulle speranze, più o meno confessabili, che arridono agl'ispiratori o mecenati di quei periodici. Gli Atti del nostro Istituto si pubblicano in un

numero limitatissimo di esemplari, tale da bastare ai singoli membri, vicini e lontani, della famiglia accademica, agli scambi con gl'Istituti similari, e a quel centinaio, o anche meno, di studiosi solitari, cui interessi questa o quella delle Note pubblicate in questo o quel fascicolo. A buon conto, benchè, s'intende, la collaborazione agli Atti sia del tutto gratuita, quando pure non è dispendiosa a cagione di qualche pagina eccedente il limite che ci siamo dovuto imporre o di qualche tavola illustrativa, — la stampa di essi costituisce pel modestissimo nostro bilancio un onere gravissimo, che non solo assorbe tutta la nostra dotazione, ma oramai costantemente la oltrepassa.

E bisogna anno per anno correre ai ripari. Nostro naturale e statutario finanziere è il Governo; ma, fedeli a una fiera tradizione milanese, noi ci si rivolge a lui mal volentieri. Nulla di più gli abbiamo chiesto durante gli anni della guerra, quando era dovere patriottico non distoglier fondi alla difesa nazionale; e ben poco abbiamo ottenuto negli anni che sono seguiti. La nostra dotazione, pur così modesta, è rimasta immutata. E colgo assai volentieri l'occasione per esprimere anche pubblicamente la nostra gratitudine a quella gran signora che è la Cassa di Risparmio, la quale ci è venuta in soccorso liberalmente. Alla benefica istituzione lombarda potrebbero, con tutta ragione, convenire le gentilissime parole dal Poeta rivolte alla Vergine:

> Che qual vuol grazia ed a te non ricorre,
> Sua disianza vuol volar senz'ali.

*
* *

Iniziò, come molti di voi, signore e signori, ricorderanno, i nostri lavori il M. E. prof. Ettore Artini, con un interessantissimo discorso inaugurale, in cui manifestò i suoi timori e le sue speranze circa l'avvenire della civiltà, e più specialmente della civiltà italiana. Egli accennò, con arguzia pari alla dottrina, e con spontanea abilità oratoria pari alla sagacia dello scienziato, allo sperpero che si fa

da per tutto delle riserve d'energia fisica, e specialmente delle risorse in carbon fossile e in petrolio, così che l'esaurimento di esse non sarà lontano, se non se ne regolerà il consumo. Espose i vantaggi che è lecito sperare dalla utilizzazione delle forze naturali idriche per la produzione di energia meccanica e calorica, e dell'azoto atmosferico per la preparazione dei concimi chimici. E svolse il concetto che una soluzione efficace del problema s'avrebbe solo il giorno che l'uomo imparerà a sfruttare direttamente le due specie di energia cosmica praticamente inesauribili: quella radiante del sole e quella meccanica del vento. Concluse accennando alla posizione che all'Italia toccherà prendere di fronte a siffatti problemi, avendo riguardo da un lato alla scarsezza del suo patrimonio naturale in carbon fossile e in metalli e alla graduale diminuzione delle sue risorse in zolfo, dall'altro alla sua ricchezza relativa in forze idriche. Fatale ricchezza, che ha destato in ogni tempo l'invidia e l'appetito degli stranieri. " Chi s'affacci all'Alpe, alle porte d'Italia, e veda innanzi a sè succedersi i dossi verdi dei monti e delle grandiose colline, aprirsi le conche delle valli ridenti e delle pingui pianure, mirabilmente coltivate, ben sente ", disse, terminando il suo discorso, l'illustre collega, " ben sente di trovarsi dinanzi a un paese d'elezione; ed io auguro che la gente nostra, unita e concorde in un amore, in una fede, abbia non solo fervida la mente e assidua l'opera in ogni progresso industriale e civile, ma acuto lo sguardo, e forte e saldo il braccio, per difendere sempre vittoriosamente, contro ogni nemico malvolere, la gran Madre benedetta, l'Italia! ".

***

Seguirono ininterrottamente, nelle successive adunanze, con alterna vicenda, le contribuzioni scientifiche, che hanno poi visto la luce nei fascicoli dei *Rendiconti*, sempre più densi e interessanti. Non potrò che accennarne sommariamente il contenuto.

Della sezione di Medicina, il S. C. prof. EUGENIO MEDEA discorse d' *Un caso di tumore nel terzo ventricolo, accompagnato da singolari manifestazioni psichiche;* il S. C. prof. SERAFINO BELFANTI *Intorno a una sostanza iperglicemizzante negli estratti di pancreas,* e più tardi *Intorno a una emoleucolisina estratta dal pancreas;* il S. C. prof. RICCARDO GALEAZZI *Sulla fusione calcaneoscafoidea congenita;* e il S. C. prof. ALDO PERRONCITO espose in una seconda Nota i nuovi significativi risultati degli *Esperimenti di bonifica umana nella zona mineraria intensamente malarica,* della Sardegna occidentale.

Della sezione di Scienze Naturali, la signora RINA MONTI, M. E., presentò un *Contributo alla biologia delle Dafnie lariane:* " piccoli eleganti crostacei, molto diffusi nelle acque ", che costituiscono un elemento d'importanza non solo scientifica ma pratica, " perchè le dafnie sono l'alimento preferito dagli agoni e dal novellame di altre specie preziose di pesci ". La sig.na PIERA LOCATELLI diede conto di *Ulteriori sue ricerche sull'influenza del sistema nervoso sui processi rigenerativi;* il dott. MAFFO VIALLI di nuove sue *Ricerche sulla pressione osmotica,* concernenti i molluschi terrestri e d'acqua dolce; e la dott. MARIA SEGRÈ portò un suo *Contributo allo studio dell'influenza dei raggi U-V sui crostacei.* Inoltre, la sig.na MARIA DE ANGELIS presentò alcune *Osservazioni sui minerali dei porfidi quarziferi di Cuasso al Monte e di Valganna;* e il sig. MICHELE GORTANI una Nota preliminare circa i *Graptoliti del monte Hochwipfel nelle Alpi Carniche,* avendo egli potuto riconoscere in quegli scisti " una fauna nuova per il Siluriano alpino ".

Nella sezione Fisico-chimica i contributi sono stati anche più copiosi. Il S. C. prof. G. BRUNI presentò, insieme col dott. T. G. LEVI, una Nota su *Alcune reazioni di sintesi del Benzotiazolo e di suoi derivati.* Lo stesso dott. LEVI, insieme col dott. M. FALDINO, presentò più tardi un'altra Nota *Sulla reazione dei Diazocomposti con le ammine secondarie aromatiche;* e ancora il 12 giugno, da solo, una Nota sul *Reticolo cristallino dell'Ossido Manganoso.* Il S. C. prof. ANGELO CONTARDI, insieme col dott. G. C. MOR, una Nota

sulla *Reazione dei sali di Diazonio coi composti di Rame al massimo.* L'ing. dott. BRUNO FINZI trattò dei *Profili di massimo rendimento di ruote dentate elastiche*; la dott. GIOVANNA MAYR della *Convezione elettrica in leghe metalliche*; il prof. GIULIANO CERUTI della *Elasticità dell'ala degli uccelli*; il dott. ALDO PONTREMOLI dell'*Effetto fotoelettrico*, " che ha dato così larga messe di importanti risultati nel campo sperimentale e un potente mezzo d'indagine sulla struttura atomica, ma che rappresenta ancora un problema dal punto di vista teorico "; l'ing. GIULIO GIULIETTI dell'*Azione di campi elettrici di frequenza telefonica sopra un dielettrico influenzato contemporaneamente da un campo elettrico alternativo di bassa frequenza*; l'ing. ENZO PUGNO VANONI dell'*Uso del tubo di Braun per rivelare le inclusioni gassose nei dielettrici*; e il prof. BRUTO CALDONAZZO dei *Moti d'un liquido viscoso, simmetrici a un asse.*

Della sezione delle Scienze Matematiche collaborarono ai nostri *Rendiconti* il S. C. prof. UMBERTO CISOTTI, l'ing. prof. GIUSEPPE FERRARIO, il prof. FILIPPO SIBIRANI, il dott. RENATO CALAPSO, il sig. F. ODDONE, il prof. MINEO CHINI, il dott. OSCAR CHISINI, il sig. E. BOMPIANI.

A queste contribuzioni sono da aggiungere quelle dei valorosi colleghi dell'Osservatorio Astronomico di Brera, a cui recentemente è stata aggiunta la bella e promettente Specola di Merate. Il direttore S. C. prof. EMILIO BIANCHI ha calcolata e dedotta l'*Effemeride del pianeta (574) Reginhild per l'opposizione dell'aprile 1924.* Ha inoltre determinata la *Differenza di longitudine fra le Specole di Merate e Greenwich con le coincidenze sui segnali radiotelegrafici di Parigi*; e il S. C. prof. LUIGI VOLTA ha determinata la *Latitudine astronomica della Specola di Merate col metodo di Horrebew-Talcott,* e ha reso conto delle *Osservazioni di piccoli pianeti compiute nel R. Osservatorio astronomico di Brera dal 1° luglio 1923 al 30 giugno 1924.*

Una speciale menzione convien fare d'una comunicazione dell'illustre collega M. E. prof. ANGELO MENOZZI; il quale, anche a nome del prof. PRATOLONGO e del dott. PARISI, espose i risultati delle ricerche eseguite per stabilire

la *Causa di sterilità delle terre di brughiera del Gallaratese e delle Groane.* Un argomento questo di grande importanza economica, e che ha in varie riprese affaticato il nostro Istituto. Nelle *Memorie dell'I. R. Istituto Lombardo-Veneto* degli anni 1816-17 furono pubblicate dal canonico LUIGI BOSSI, prefetto degli Archivi del Regno Italico, alcune *Ricerche sul nome e sull'antica condizione dei terreni incolti detti volgarmente Brughiere*; e più tardi, nel 1818, nel *Giornale dell'Istituto e Biblioteca Italiana,* una Nota *Intorno al modo di rendere fruttifere le brughiere del Milanese.* Furono i primi assaggi; giacchè il diligentissimo archivista e bibliotecario del nostro Istituto, il cav. CESARE MORLACCHI — al quale mi è caro di esprimere pubblicamente la mia affettuosa gratitudine pel zelantissimo aiuto che m'ha dato durante i quattro anni della mia Presidenza — mi ha segnalato tutto un fascicolo di Relazioni manoscritte circa gli studi compiuti dai Membri competenti dell'Istituto per incarico avutone dal Governo. A me mancherebbe, pur se n'avessi l'agio, ogni competenza per riesaminare e riassumere siffatte Relazioni e discuterne i risultati; e sono ben contento di apprendere che l'amico prof. MENOZZI è disposto ad assumersi egli, competentissimo, un tale lavoro, che gioverà a dare come uno sfondo storico alle attuali sue analisi e relative proposte. Non so tuttavia resistere alla tentazione di offrirvi una primizia: la lettera, cioè, del 19 marzo 1817, con cui il conte Saurau, governatore della Lombardia, invitava l'I. R. Istituto a formulare un progetto di bonifica di quelle terre di così scarso rendimento. Essa dice (e vorrei mi fosse consentito di richiamare sui suoi propositi l'oculata attenzione dell'onorevole Presidente della Cassa di Risparmio, che non è oggi tra noi, chiamato altrove da più pressanti cure):

Milano, 19 marzo 1817.

A migliorare la situazione economica ai Comuni, e ad aumentare le produzioni dell'Agricoltura, la Imperatrice Maria Teresa di gloriosa memoria, con l'Editto 6 7mbre 1779, ordinò già che i fondi comunali incolti e paludosi fossero venduti o livellati.

Tendeva a questo scopo anche il Decreto 25 luglio 1806.

A malgrado però di tali disposizioni, gran parte de' beni incolti giace tuttavia in possesso dei Comuni, che poco o nessun profitto da essi ritraggono.

Intento S. M. l'Augusto nostro Sovrano a dare movimento all'industria nazionale, si è degnato di por mente alle così dette *Brughiere* che sono tra Saronno e Gallarate, manifestando il suo benefico desiderio che sieno ridotte a coltura.

Ed essendo questo I. R. Governo incaricato di rassegnare alla Sovrana sanzione il relativo progetto, ama di giovarsi nel proposito dei lumi dell'I. R. Istituto, il quale conseguentemente è invitato a scegliere nel suo corpo le persone che stimerà più opportune a formare una Giunta, che esamini il più facil modo col quale mandarsi ad esecuzione il progetto medesimo; al quale effetto sarà necessario che la Giunta si rechi in luogo, per meglio conoscere tutte le circostanze che valgano a determinare la sua opinione; che sarà partecipata all'I. R. Governo con un rapporto che gli presenti l'argomento in ogni aspetto, sotto il quale merita di essere considerato.

All' I.° R.° Istituto. SAURAU.

Sagge e avvedute previdenze, che onorano chi le ordinò, come che suoni il suo nome; le quali richiamano alla memoria le paradossali ma non meno sagge parole dell'umorista Swift (*Gulliver's Travels*):

« Chiunque in un pezzo di terra riesca a far crescere due spighe di grano o due fili d'erba dove prima cresceva una spiga sola o un sol filo d'erba, vale ai miei occhi più di tutta la razza dei politicanti dell'universo messa insieme ».

*
* *

Non meno intensa fu l'operosità nella Classe di scienze storiche e giuridiche.

Il S. C. prof. EMILIO ALBERTARIO discorse del *Concetto di ius naturale*; il S. C. prof. SIRO SOLAZZI tornò nuovamente sul soggetto altra volta da lui trattato, dei *Procuratori senza mandato* nel diritto romano; e il S. C. prof. PIETRO VACCARI presentò una seconda Nota sul *Castrum come elemento di organizzazione territoriale,* e un' altra sul *Canone VI del Concilio di Nicea e la contesa per il primato fra Roma e Costantinopoli.*

Il S. C. prof. ARISTIDE CALDERINI c'intrattenne *Intorno agli ultimi scavi di Pompei e di Ostia,* e *Ancora sui bagni pubblici nell'Egitto greco-romano.* Il M. E. avv. BASSANO GABBA — del quale i colleghi han salutato con cordiale compiacimento la tardiva ma per buona fortuna sempre tempestiva assunzione alla Camera vitalizia —, prendendo le mosse da tre recenti volumi di teologi cattolici tedeschi, diede notizia del recente risveglio anche in Germania, come già prima in Italia e in Francia, del Modernismo religioso (*Reviviscenze moderniste*). Il S. C. prof. ARRIGO SOLMI narrò, riesaminando criticamente gli accenni dei cronisti, le vicende della *Distruzione del palazzo regio in Pavia nell'anno 1024.* E il dott. ANTONIO MONTI rischiarò di nuova luce lo scisma prodottosi nel 1839-40 tra i seguaci di Mazzini a cagione dell'insuccesso della spedizione di Savoia, mercè un'ignota importantissima lettera di Federico Campanella a Nicola Fabrizi, pervenuta in copia al nostro Museo del Risorgimento (*Lo scisma Mazziniano del 1839-1840*).

Il S. C. prof. PAOLO BELLEZZA, rifacendosi a una sua precedente Nota sulla mancanza dei tempi presente e futuro in alcuni idiomi, studiò il fenomeno per ciò che riguarda la distanza di spazio: il confluire cioè di opposti concetti di lontananza e vicinanza nello stesso vocabolo (*Italiano* " *lunghesso* ", *inglese* " *along* " ecc.). E il dott. GIACOMO DEVOTO comunicò due suoi *Studi di grammatica comparata indoeuropea*: l'uno riguardante il " problema delle sonanti ", cioè di quel " gruppo di suoni che possono avere, secondo le condizioni fonetiche e morfologiche, valore sillabico come vocali e valore asillabico come consonanti "; l'altro " l'elemento ereditato nella prima *Lautverschiebung* germanica ".

Non mancarono le contribuzioni nel campo più strettamente filologico e storico-letterario. Il M. E. prof. CARLO PASCAL discorse dell'*Abbandono di Roma nei poeti latini dell'età augustea.* Prese le mosse dall'Ode III del l. III di Orazio, in cui il poeta rappresenta Giunone che intima, minacciosa, ai Romani di guardarsi dal restaurare le case di Troia, progenitrice della loro città. Se Troia rinascesse, ella dice, se ne rinnoverebbe altresì la fatale rovina.

Ilion, Ilion
Fatalis incestusque judex,
Et mulier peregrina vertit
In pulverem.

Cessata la lunga guerra, anche i miei sdegni, prosegue la dea, caddero, e Roma, fondata dai profughi Troiani, trionfò del mondo: e continui a trionfare, indisturbata nella sua sede capitolina!

Fin che infierisca tra Roma ed Ilio
Il vasto mare, regnino gli esuli,
Per tutto ove vadan, beati;
Fin che i greggi saltin sul sepolcro
Di Priamo e Pari, chete ascondendovi
Le belve i nati, stia il Campidoglio
Fulgente, e a' trionfati Medi
Dètti legge la guerresca Roma.
Molto temuta da lungi, a l'ultime
Piagge il suo nome stenda, ove separa
Lo stretto l'Europa da gli Afri,
Ove irriga i campi il gonfio Nilo.
. . . .
Ma con tal patto segno a' belligeri
Quiriti il fato: che mai non osino,
Pii troppo o fidenti, le case
Ricostrurre de l'avita Troia:
Troia, rinata con fati lugubri,
Vedrebbe il tristo scempio ripetersi,
Guidando le schiere vittrici
Io, di Giove coniuge e sorella [1].

Un'ode di carattere politico questa, che il prof. Pascal mette in rapporto con altri frequenti accenni di poeti e storici latini alla frenesia che di tanto in tanto prendeva alcuni uomini di Stato o politicanti, di abbandonare Roma. Col grandeggiare della civiltà e del commercio con l'Oriente, si mirò specialmente ad Alessandria: vi pensarono nientemeno che Cesare e Antonio. E Cesare stesso, e altresì un forte e autorevole gruppo di cittadini del tempo di Augusto, pensarono a Troia: onde l'ode di Orazio, e alcuni passi di

[1] Versione ritmica di Sirio Caperle, Verona, 1907.

Virgilio, di Ovidio e di Livio. Purtroppo quell'audace corrente d'idee non s'arrestò col tramonto dell'età augustea; chè anzi la mania dell'orientalismo, sempre più diffondendosi, fece sì che gli animi s'abituassero al pensiero di una sede dell'Impero diversa da Roma. Ad Alessandria ripensò Caligola, e forse anche Nerone; e quarant'anni dopo che il dalmata Diocleziano osò d'abbandonare la gloriosa metropoli laziale, ecco sorgere, per opera di Costantino, sulle rive del Bosforo, la *nuova Roma*.

Dalle carte del prof. Giovanni Pesenti — un giovane filologo bergamasco, nel quale la soda dottrina, la sagacia e la pazienza del ricercatore, la diligenza e la modestia congiuravano amicamente, e la cui laboriosa esistenza fu miseramente stroncata nel fiore degli anni — il suo insigne maestro e nostro collega prof. Remigio Sabbadini ha cavato e pubblicato un notevolissimo saggio intorno alla *Storia del testo dei carmi latini dell'Ariosto,* che ci fa ancor più rammaricare la perdita del valentissimo studioso. E i nostri *Rendiconti* accolsero altresì uno studio del prof. Beniamino Stumpo sull'*Epigramma d'amore a Costantinopoli nel secolo VI d. C.*

Al Petrarca ci condussero il M. E. prof. Nicola Zingarelli, con due Note *Per la sua storia interiore*; e il prof. Arnaldo Foresti con una indagine *Sul tempo in cui il Petrarca fece le grandi giunte al Bucolicum.* Lo Zingarelli si propose di spiegare la contradizione cronologica che ha tormentato i commentatori del *Canzoniere*, a proposito dei sonetti III e CCXI; nel primo dei quali è detto che l'incontro e l'innamoramento di Laura avvennero il venerdì santo del 1327, e nel secondo, che quel giorno era il 6 aprile:

> Mille trecento ventisette, a punto
> Su l'ora prima, il dì sesto d'aprile,
> Nel laberinto intrai.

Ora, il 6 aprile del 1327 non corrisponde affatto al venerdì santo, che in quell'anno ricorse invece il 10 aprile; e lo Zingarelli, dall'esame degli abbozzi autografi Vaticani, e da un accurato riesame di tutti gli altri passi del Can-

zoniere ove sono accenni cronologici, crede poter concludere che il poeta, in un tardivo rimaneggiamento del sonetto CCXI, sia incorso in un errore di smemorataggine senile, sospintovi dal desiderio di far coincidere con la data fatale della morte di Gesù così quella del suo innamoramento come l'altra della morte di Laura, che segnò la sua liberazione dalla tentazione peccaminosa.

Il prof. GIUSEPPE ROTONDI descrisse e illustrò *un codice braidense*, rimasto finora sconosciuto, che contiene una parte del trattato di Ubertino da Casale *Arbor vitae crucifixae*, noto anche a Dante. E chi ha l'onore di parlarvi richiamò l'attenzione dell'Istituto su un'aggiunta marginale, probabilmente una semplice " prova di penna ", a un antichissimo codice della Biblioteca Capitolare di Verona, la quale è senza dubbio un frammento d'*una cantilena georgica in latino volgare* rimontante al secolo VIII. Questo frammento, " pur così mùtilo, costituisce un notevolissimo e singolare monumento di quel rozzo Volgare latino e di quei primitivi tentativi di poesia ritmica, che annunziarono di lontano, assai di lontano, di tra la foschìa antelucana, l'aurora del nuovo Volgare e della nuova Poesia ".

I professori LUIGI SORRENTO, GREGORIO MUNNO e CARLO GOTTIFREDI ci ricondussero al Manzoni. Il SORRENTO, con la scorta di tre lettere inedite dal gran Milanese dirette al maestro di musica Gambarana da Casalmonferrato e di una del Grossi, rifà la curiosa storia delle relazioni amichevoli del sommo poeta col piccolo musicista, che ebbe, non so se dire il buon tempo o l'ardimento, di vestir di note melodiose la *Pentecoste* e il *Cinque Maggio*. La Censura governativa, che si mostrò lungamente inesorabile nel vietare che l'Ode napoleonica si stampasse e diffondesse nel Lombardo-Veneto, permise o tollerò che quel testo si pubblicasse insieme con la musica del maestro casalese, e ne autorizzò la vendita. Misteri della sapienza burocratica, di ogni tempo e d'ogni paese! Dei quali avrà amabilmente sorriso il profondo umorista. E al buon casalese, che con ingenua indiscrezione gli si raccomandava perchè facesse qualcosa per agevolare e accrescere lo spaccio del fascico-

letto, rispondeva con quella modestia canzonatoria che gli era propria, e che certi sempliciotti o saccenti hanno scambiata per bonomia o gabellata per ipocrisia. Scriveva:

« Senza pratica e senza mezzi, e impacciatissimo nelle cose di questo genere come in molte altre, io non potrei impegnarmi a fare i passi necessarii; e del rimanente ciò da parte mia non potrebb'essere senza taccia di vanità: sarebbe un voler approfittare del lustro e dell'interesse che la sua musica aggiunge al mio componimento, per dargli una seconda volta la voga che ha già potuto avere un momento per circostanze pure affatto estranee al merito di esso ».

Si trattava — è bene ricordarlo — proprio di quel " cantico " al quale l'ispirato poeta aveva pindaricamente predetto e augurato l'immortalità: " che forse non morrà! ".

L'altra Nota manzoniana, quella del prof. MUNNO, si riferisce ai *Promessi Sposi*. Vi fu chi menò vanto d'aver colto il Manzoni in flagrante errore storico, quando del padre Cristoforo fece il confessore di Lucia. No, fu affermato: ai Cappuccini era stata da tempo tolta l'autorizzazione a confessare i secolari. Invece il Munno, in base a documenti, ha dimostrato che quell'autorizzazione era stata loro riconcessa proprio qualche anno prima della peste del 1630. — E al Romanzo immortale si riferisce pure la Nota del prof. GOTTIFREDI, che avvicina al famosissimo " Addio, monti sorgenti dall'acque ... " un passaggio del poema contemporaneo del bellanese Sigismondo Boldoni, *La Caduta dei Longobardi.* Occorre ricordare che nella prima stesura del Romanzo, a proposito del passaggio e della devastazione dei lanzichenecchi, il Manzoni citava senza reticenza e con lode il nome di questo suo oscuro predecessore. Scriveva (*Sposi promessi*, p. 613), accennando a Bellano, " lieto paese sulle falde d'un monte e alla riva del lago ", e alle terre vicine:

« Qualche memoria del guasto di quel paese ci rimane in alcune lettere di Sigismondo Boldoni, scrittore riputatissimo ai suoi tempi, e che forse avrebbe acquistato un nome più esteso e più autorevole anche presso ai posteri, se non fosse morto all'uscire della giovinezza, e sopra tutto se quei pochi anni gli avesse vissuti in un secolo in cui fosse stato possibile concepire nuove idee d'una precisione e d'una importanza perpetua, e, per esporle, trovare quello stile che vive ».

*
* *

Dalla sezione di Letteratura e Filosofia fu altresì reputata degna dell'inserzione nei nostri *Rendiconti* la Nota dell'avv. ZANINO VOLTA circa alcuni *Documenti Voltiani di critica letteraria e filosofica.* Tutti sanno come da giovane Alessandro Volta si mostrasse così inclinato alle lettere e alla filosofia, da lasciar crèdere ch'ei dovesse in quel campo conseguire un grado eminente. Compose un carme latino di ottocento esametri, e un'opera filosofica, " senz'altra biblioteca che il suo cervello ", sull'anima degli animali. L'uno e l'altra, purtroppo, andarono perduti. E se con gli anni il Volta consacrò la sua feconda e vigile operosità a divulgare, illustrare e difendere le sue dottrine e le sue scoperte nel campo della fisica, non per questo si attutì mai in lui l'amore per le belle lettere e per le scienze astratte. Ora, il suo pronipote offerse appunto al nostro Istituto due importanti documenti di questo amore invitto e perseverante. Nominato il Volta direttore della Facoltà Filosofica dell'Ateneo pavese, nel luglio del 1818, " sebbene gli studi di amena letteratura non siano quelli ne' quali ", diceva, " io mi sia occupato ", riferivà circa il concorso alla cattedra di Estetica, dando giudizio favorevole, preciso e sicuro, sul concorrente Giuseppe Niccolini bresciano, autore del poema didascalico *La coltivazione dei cedri*, " che lo distinguerà sempre dalla turba dei mediocri poeti "; e nel gennaio del '19, esponeva le ragioni che consigliavano di preferire nelle scuole universitarie le *Institutiones Philosophiae theoreticae et praticae* di Francesco Savioli alle *Istituzioni di Logica* del Soave, tra cui quella " dell'esercizio tanto necessario della lingua latina ". Soggiungeva:

« Per amore della verità non debbo però tacere al Governo che l'opera del Savioli è di molto inferiore allo stato attuale delle umane cognizioni intorno alle Scienze filosofiche puramente speculative: più volte il modo d'argomentare del nostro Autore mostra poca arguzia e scelta di ragioni quali si converrebbero nella trattativa d'alcune tesi difficili e per prevenire alcuni errori contenuti nelle opere di alcuni moderni metafisici, massime oltremontani, e che sembra che egli non

conosca errori di vecchia data sì, ma vestiti a nuova foggia. Ma siccome nel trattare in un corso filosofico elementare alcuni argomenti spinosi è più volte maggiore il pericolo che si corre d'insegnare alcuni falsi principii che il vantaggio che se ne può sperare, così la mancanza relativa di alcune tesi moderne, la quale incontrasi in quest'opera, non è in pratica di molto danno all'istruzione ».

Maraviglioso e singolarissimo uomo il Volta: ingegno multiforme e versatile, limpido e profondo come le acque del suo lago nativo, schiettamente italiano, rassomigliante nella statura intellettuale e nella fisonomia morale al sommo Galileo. Tra poco più di due anni, il 5 marzo del 1927, si compirà un secolo dalla sua morte: il secolo certamente più fecondo e rivoluzionario nella storia della scienza, soprattutto per lo svolgimento e le applicazioni molteplici della memoranda invenzione della pila. Il nostro Istituto, per incarico avutone dal Ministero dell'Istruzione e in collaborazione con la R. Accademia dei Lincei, ha ripreso alacremente, dopo la necessaria sosta del periodo bellico, la compilazione, preparazione e stampa di quell'*edizione nazionale delle Opere del Volta*, che delle feste per la celebrazione del centenario, delle quali pur questo Istituto s'è fatto iniziatore, d'accordo con le diverse Società scientifiche e tecniche e col Comitato Comasco, costituirà senza dubbio il monumento più duraturo ed eloquente pur oltre i confini della patria. Tra qualche mese ne sarà pubblicato il III volume, sull'Elettrostatica, già in gran parte stampato. La Commissione esecutiva, che vi attende con zelo infaticato, è costituita dai colleghi M. E. prof. Francesco Grassi e SS. CC. proff. Carlo Somigliana e Luigi Volta. Guidati da essa, il prof. Francesco Massardi raccoglie, scevera, esamina, controlla, prepara il materiale scientifico pei volumi che seguiranno, e il prof. Felice Scolari raduna e riordina l'ampia corrispondenza scientifica e familiare del sommo Comasco, per l'ultimo dei sette volumi che si presume basteranno a contenere la parte sostanziale e imperitura delle sue Opere.

*
* *

A voi tarda d'ascoltare la parola dotta e ornata del collega Supino; e non m'indugerò quindi nemmeno a semplicemente enumerarvi i soggetti che hanno fornito argomento a nostre discussioni e proposte. Mi limiterò ad accennarvi che il Ministero dell'Istruzione invitò pure il nostro Istituto a dare il suo avviso sul progetto dal senatore Ruffini presentato alla Società delle Nazioni, *Per la proprietà scientifica;* e che riferirono intorno ad esso i SS. CC. proff. Giuseppe Bruni e Siro Solazzi, rendendo bensì il debito omaggio al nobilissimo concetto che lo ha ispirato, cioè di assicurare un adeguato compenso a quegli studiosi che nel silenzio dei loro laboratorii pervengano a scoperte suscettibili di pratiche applicazioni e di lauti sfruttamenti, ma mettendo in rilievo le molteplici, e forse insuperabili, difficoltà pratiche della sua attuazione.

*
* *

Anche quest'anno la nostra famiglia accademica è stata funestata da un grave lutto: per la morte, avvenuta nelle prime ore del giorno di Pasqua, dell'amatissimo nostro decano, il senatore Pasquale del Giudice. S. C. fin dal febbraio 1879 e M. E. dal marzo 1890, egli era stato, dal 1911 al 1918, alternativamente nostro Vicepresidente e Presidente; e alle nostre adunanze era sempre dei più assidui, portandovi assai di frequente il frutto delle sue ricerche, meditazioni, esperienze. Nativo di Venosa, patria di Orazio, aveva compiuti gli studi nell'Università di Napoli, dove ebbe a maestri, " in omne viri nobiles aevum ", Luigi Settembrini, Bertrando Spaventa, Enrico Pessina. Si addottorò in giurisprudenza nel 1863; e per qualche tempo rimase a far pratica di avvocato nello studio appunto del Pessina. Entrò nell'insegnamento universitario nel 1871, quando contava 29 anni, come professore pareggiato di Filosofia del diritto; e iniziò la sua carriera con un discorso sulla *Filosofia del diritto e lo Stato.* Nel 1873 con-

quistava per concorso la cattedra di Storia del Diritto Italiano nella R. Università di Pavia; dov'è rimasto fino al limite permesso dalla legge, e ancora oltre quel limite in qualità di professore emerito, fedelissimo alla ospitale città ticinese, sua patria d'elezione.

L'operosità scientifica del Del Giudice fu continua, ininterrotta, fruttuosa, utilissima: dai lavori giovanili sulle *Coalizioni industriali dirimpetto al Progetto del Codice Penale Italiano* (Bologna, 1871), e sul *Mundio sulle donne nella Legge Longobarda* (Napoli, 1872), che gli valsero la cattedra, a quello sulla *Vendetta nel diritto longobardo* (1876), al volume di *Enciclopedia giuridica* (1ª ediz. 1880), alle monografie sul *Feudo* e sul *Diritto penale germanico*, alle numerose pubblicazioni nei nostri *Rendiconti*, raccolte poi in due bei volumi della Collezione giuridica di Ulrico Hoepli, alla cospicua *Storia delle fonti del Diritto italiano*, dal XVI al XX secolo, pubblicata pochi mesi prima della morte. Instancabile fibra di lavoratore, integerrimo di carattere, di coscienza cristallina; religiosamente devoto al dovere dovunque l'opera sua fosse invocata, nei diversi uffici scolastici, nel Consiglio Superiore dell'Istruzione, nelle Commissioni del Senato al quale apparteneva fin dal novembre 1902; il Del Giudice era dovunque circondato dalla reverente e affettuosa simpatia degli scolari antichi o recenti, dei colleghi, degli amici, degl'innumerevoli estimatori. La sua scomparsa ha lasciato un vuoto, oltrechè nella compagine del nostro sodalizio, nei nostri cuori. Ci sentiamo — mi sia permesso ripetere ciò che dissi sulla sua salma nella corte d'onore dell'Università ticinese, tra la commozione della folla raccoltavisi per dare l'estremo saluto all'amato maestro e al cittadino onorando — ci sentiamo come una famiglia alla quale venga meno un vecchio congiunto, che fin dall'infanzia si era abituati a venerare nella dolce intimità domestica; e non riusciamo a persuaderci di non doverlo rivedere più mai!

Apparteneva al nostro Istituto, quale S. C. fin dal maggio 1893, il prof. Corrado Segre, l'insigne Matematico dell'Università di Torino spentosi immaturamente il 18

maggio. Lo commemorò degnamente e da par suo il vicepresidente prof. Luigi Berzolari.

A sostituire i caduti — siamo come un drappello di milizia anziana messo a guardia d'un pericoloso posto avanzato — sono stati eletti: nella sezione di Scienze giuridiche e politiche, a M. E. il prof. Arrigo Solmi, S. C. dal giugno 1915; nella sezione di Letteratura e Filosofia, a S. C. il prof. Giuseppe Antonio Borgese della R. Università di Milano; nella sezione di Scienze Mediche, a SS. CC. il prof. Maurizio Ascoli della R. Università di Catania, il prof. Antonio Pensa della R. Università di Parma, il prof. Arnaldo Trambusti della R. Università di Genova; nella sezione di Scienze fisico-chimiche, il prof. Giacinto Motta della R. Scuola d'Ingegneria di Milano.

A Presidente dell'Istituto pel triennio 1925-1927 è stato eletto il M. E. prof. Luigi Berzolari, della Classe di Scienze Matematiche e Naturali, alla quale per norma statutaria passa ora la Presidenza. Mando all'amatissimo collega, che necessità di ufficio trattengono oggi lontano di qui, il saluto e l'augurio più deferente e cordiale.

E questa mia cronaca, necessariamente scolorita succinta sommaria, è finita; e non mi resterebbe se non che compiere la simbolica cerimonia di deporre le ancor più simboliche insegne dell'alto ufficio presidenziale a cui la benevolenza dei colleghi, della quale mi guarderò bene dall'indagare se abbiano avuto a pentirsi, mi chiamò or sono quattr'anni per sostituire il sempre compianto prof. Carlo Salvioni, e mi riconfermò pel triennio successivo. Chiedo tuttavia alla vostra indulgenza di poter aggiungere alle già dette una parola ancora.

Un sovrano decreto del 25 dicembre 1810 deferiva al nostro Istituto lo studio e la facoltà di riordinare " le accademie o società destinate sotto qualsivoglia titolo all'incremento delle scienze e delle arti ", e riformarle " in modo che ve ne sia una sola nella rispettiva città, e la

stessa porti il titolo di Ateneo „. L'esame dei diversi statuti, le relazioni delle Commissioni, la discussione delle proposte riforme diedero molto e lungamente da fare a quei nostri bisnonni; e il nostro archivio offrirebbe pur qui ampio materiale di studio a chi volesse ritesser la storia della pubblica istruzione durante quel primo e minuscolo Regno italico.

L'attuale Governo della grande Italia degl'Italiani, così altamente benemerito della riaffermazione e del rinvigorimento delle energie nazionali ritemprate dalla vittoria, non ha reputato opportuno o conveniente, nell'affrontare i rischi e le responsabilità della vasta riforma scolastica che ha intrapresa e condotta a termine, di richiedere l' avviso dell' Istituto nostro, in cui sono così nobilmente rappresentate presso che tutte le vive forze intellettuali e le maggiori competenze tecniche della regione padana. Permettetemi di esprimere il mio avviso: credo che alla contrastata riforma ne sarebbe derivato vantaggio e prestigio. Comunque, poichè ad attuarla, specialmente nell' istruzione superiore, hanno avuto parte, singolarmente se non collegialmente, parecchi dei componenti questo sodalizio, non possiamo non mostrarci di ciò compiaciuti e grati. Io sento anzi imperioso l'impeto di manifestare il più vivo compiacimento — e son certo di avere una volta ancora consenzienti tutti i colleghi — per il gran fatto, oramai in ogni sua parte compiuto, della costituzione d'una integrale Università degli studi in Milano. Il sogno che tanti, che tutti forse, reputavamo, fino a pochi mesi or sono, utopistico, una chimera dell' immaginazione, è divenuto una realtà tangibile, mercè la pertinace, diuturna, irresistibile opera d'un benamato nostro collega e maestro insigne, il senatore MANGIAGALLI.

Durante il travaglio della difficile gestazione, nella mia qualità di Presidente dell' Istituto, ho creduto di dovermi imporre un rigoroso e riguardoso riserbo, imitando il Genio del Poeta dinanzi alle tragiche alternative della fortuna napoleonica: “ Vide il mio genio, e tacque „. Ma ora che le due Università lombarde, riconciliate, si mettono o ri-

mettono in via, l'una, l'anziana, " la risorta insubre Atene " del Parini, riprendendo con rinnovato fervore le nobilissime sue tradizioni, l'altra, l'adolescente, assumendosi l'audace missione di far di questa cara Milano la mente com'è già il cuore d'Italia —, ora, il silenzio non sarebbe più prudenza ma colpa. Disse assai bene il Presidente del Consiglio dei Ministri nell'inviare dall'aula senatoria il saluto e l'augurio del Governo nazionale alla nascente Università il giorno stesso dell'inaugurazione: " la creazione di una Università è uno di quegli avvenimenti che debbono considerarsi memorabili nella storia di un popolo.... Tutti noi ", egli soggiunse, e le sue parole siano a noi d'incitamento e d'ammonizione insieme, " tutti noi ci auguriamo che questo nuovo focolare dello spirito sia un altro elemento che si aggiunge a tutti quelli che noi vogliamo creare per la grandezza futura della Patria ".

CAMILLO SUPINO

L'ALTRUISMO NELLE AZIONI ECONOMICHE.

Discorso inaugurale dell'anno accademico

letto nell'adunanza solenne

del 6 gennaio 1925

Signore e Signori!

Due moventi, due impulsi, due forze potentissime dirigono la condotta dell'uomo nelle sue più svariate forme di attività: l'egoismo, che lo spinge a compiere azioni vantaggiose a sè stesso, l'altruismo, che lo spinge a compiere azioni vantaggiose per i suoi simili. L'egoismo è essenziale per la conservazione, per il benessere e per lo sviluppo dell'individuo, l'altruismo è condizione indispensabile per l'esistenza e per il progresso della convivenza civile. E siccome l'uomo è nello stesso tempo individuo e parte della società, l'egoismo e l'altruismo sono ugualmente necessari e devono sempre coesistere in modo armonico in ogni singola persona.

Ma le scienze sociali, studiando separatamente le manifestazioni dell'attività umana, hanno perduto la visione del suo complesso organico e sono state costrette a distinguere tanti differenti tipi astratti di uomo: l'uomo religioso, l'uomo morale, l'uomo politico, l'uomo di famiglia, l'uomo economico, ognuno animato da idee carat-

teristiche, da speciali sentimenti, da disuguali passioni. Ed in particolare, prendendo i due tipi estremi, le scienze sociali hanno considerato l'uomo religioso, come quello che è animato da sentimenti di rinunzia, di sacrifizio, di carità, di amore per gli altri, e l'uomo economico, come quello che pensa esclusivamente ai propri interessi, che è essenzialmente egoista. L'uomo religioso obbedisce all'intimazione di Gesù Cristo, che pochi giorni prima di morire diceva: " io vi dò un nuovo comandamento ed è di amarvi reciprocamente come io ho amato voi; da questo tutti riconosceranno che siete miei discepoli, se avrete amore gli uni per gli altri ". L'uomo economico, invece, non guarda che al proprio tornaconto, vuole ottenere le migliori condizioni possibili a suo favore nei contratti e negli scambi e mira soltanto a raggiungere i maggiori guadagni col minimo sacrifizio possibile.

Ma un tale uomo economico, che la scienza può benissimo ammettere come ipotesi per un artificio metodologico, corrisponde alla realtà concreta? La legge sociale, che impone la coordinazione armonica dell'egoismo e dell'altruismo, cessa di esistere nel mondo economico? È vero che in esso impera soltanto l'egoismo? E se questo, come io penso, non è vero, qual'è allora la funzione, che ha l'altruismo nelle azioni economiche?

Quando gli economisti affermano che l'uomo nelle sue azioni economiche è guidato esclusivamente dall'egoismo, non rinnegano la socialità, non si rifiutano di tener conto degl'interessi collettivi, ma ammettono più o meno implicitamente che ognuno, seguendo gl'impulsi del proprio tornaconto, faccia anche il vantaggio degli altri e che l'egoismo individuale conduca di necessità al bene sociale.

Per dimostrare la verità di questa affermazione si cita l'organizzazione spontanea e meravigliosa, per mezzo della quale vengono forniti gli alimenti quotidiani ad una grande città. Consideriamo, dice l'arcivescovo Whately, a quante

difficoltà andrebbe incontro una persona, che si volesse assumere questo immane compito. Si pensi che ogni difetto di provvigioni, anche per un solo giorno, provocherebbe le più gravi privazioni e che una soverchia abbondanza sarebbe assai dannosa, perchè, se alcuni prodotti possono conservarsi per qualche tempo, molti altri sono soggetti a guastarsi. Inoltre, in una città molto estesa, occorre distribuire i viveri nei diversi quartieri, fin quasi alla porta di ogni abitazione, o almeno in luoghi, dove possano recarsi i consumatori senza troppo loro disturbo. E mentre le provvigioni destinate ad un esercito sono quasi tutte dello stesso genere, qui invece si richiede la più grande varietà per corrispondere ai bisogni, ai gusti e ai capricci delle varie categorie di consumatori. I quali, oltre a ciò, non sono sempre in numero fisso, ma si spostano, crescono o calano per eventi straordinari, col cambiamento delle stagioni e secondo tante altre circostanze, alcune delle quali assolutamente imprevedibili. Infine la distribuzione dei viveri dovrebbe farsi, tenendo conto della quantità esistente, del raccolto che si aspetta, delle importazioni prossime, dei consumi futuri, per evitare che i cittadini soffrano una inutile penuria o che, per eccessivi sperperi antecedenti, vadano a rischio di morire di fame.

Ora se si consideri il gran numero di persone da alimentare, l'immensa quantità e varietà di viveri da fornire, l'importanza di distribuirli giustamente e con discrezione, ci si accorgerà subito a quali difficoltà enormi ed insormontabili andrebbe incontro colui, che si prendesse un tale incarico, per quanta intelligenza ed esperienza egli avesse. Mentre questo stesso intento si raggiunge con la massima facilità, senza ordinamenti artificiali e complicati, per l'intervento di una numerosa classe di commercianti — grandi, piccoli e minuscoli — che, spinti dal loro egoismo, a scopo di lucro, di loro iniziativa, si assumono di fornire ai consumatori quanto essi desiderano, guadagnando tanto di più,

per quanto meglio riescono a soddisfare tali desideri, e andando incontro a perdite più o meno gravi, se i loro calcoli e le loro previsioni sono errate rispetto alla qualità, alla quantità e al prezzo dei prodotti offerti in vendita in ogni dato tempo e luogo.

Ma in questo quadro, per dimostrare che l'egoismo degl'individui conduce al bene collettivo, si parte da presupposti, che non sempre si realizzano, o si tacciano condizioni, che sono indispensabili. Quando i consumatori, come spesso avviene, non conoscono il loro vero interesse, o quando i venditori si arricchiscono con l'adulterazione dei prodotti, con le frodi, con la malafede, con accaparramenti e monopoli, è evidente che l'interesse degl'individui non coincide con l'interesse sociale.

Perchè questa coincidenza ci sia, è necessario che i fornitori, pur cercando di guadagnare, non spingano all'eccesso il loro desiderio di lucro, anche quando non trovi limiti nella concorrenza o nella legge, ma lo sottomettano ai dettami della coscienza, ai riguardi per gli altri, al senso di equità, alla morale, lo sottomettano a quell'altruismo spontaneo, da cui non si può prescindere nelle relazioni fra gl'individui. È necessario, inoltre, che dove questo altruismo spontaneo non basti, venga sostituito da un altruismo coattivo, che imponga agli individui di frenare i loro egoismi per non danneggiare gl'interessi collettivi, che limiti i diritti di ognuno per salvaguardare i diritti di tutti, che stabilisca un ordinamento giuridico, atto a garantire la pacifica convivenza dei cittadini nella nazione. E infine perchè possa sorgere e svilupparsi quel sistema di scambi, con cui una grande città viene rifornita dei viveri, che le occorrono, è necessaria l'esistenza di un sistema monetario, di una rete estesa di mezzi di comunicazione e di trasporto, di mercati, della polizia, di un esercito, di un governo, di tante istituzioni insomma, che scaturiscono dalla compressione degli egoismi individuali

— come risulta evidente, ad esempio, nel pagamento delle imposte o nella coscrizione militare — per raggiungere scopi altruistici d'interesse generale.

Limitare l'egoismo dei singoli, o costringerli ad essere altruisti, è il fine, che, nella maggior parte dei casi, si prefigge lo Stato col suo intervento nelle azioni economiche dei privati. Così le leggi forestali, mettendo dei vincoli al diboscamento, impediscono che i proprietari di boschi, per amore di subiti guadagni, alterino il regime delle acque di una regione con grave danno sociale. Le leggi sulla caccia e sulla pesca tendono alla conservazione degli animali, che vivono sulla terra e nelle acque, subordinando gl'interessi delle generazioni presenti a quelli delle generazioni future. E tutta la complessa legislazione delle fabbriche, che impone restrizioni all'impiego dei fanciulli e delle donne, che limita anche per gli adulti la giornata di lavoro, che stabilisce prescrizioni igieniche o di difesa contro certi rischi, che obbliga a svariate specie di assicurazioni e che fissa talvolta un minimo per le mercedi, tutta questa legislazione ha per iscopo di frenare l'egoismo degl'industriali, che preferirebbero avere a loro libera disposizione la forza di lavoro senza tante restrizioni, ha per iscopo di frenare l'egoismo degli stessi operai, che per guadagnare di più prolungherebbero la loro giornata di lavoro o manderebbero più presto i figli alla fabbrica, ha per iscopo d'imporre agli uni e agli altri un altruismo, che è diretto a migliorare fisicamente, moralmente ed economicamente le classi lavoratrici nel presente e nell'avvenire.

In questi casi ed in moltissimi altri, che si potrebbero facilmente citare, c'è un profondo contrasto fra gl'interessi dell'individuo, che guarda solo al momento attuale, e quelli della razza, delle generazioni future, della società intera. Per ogni individuo i suoi interessi particolari sono più importanti di quelli della collettività; ma siccome egli

raggiunge il suo più alto sviluppo soltanto nella convivenza civile, lo Stato deve intervenire per subordinare gli interessi individuali a quelli dell'organismo sociale, che ha dei compiti più estesi e più elevati, che ha un'esistenza, di cui non si vede il termine. E questo intervento è tanto più urgente e più indispensabile in quei momenti eccezionali, in cui la conservazione della società prende il sopravvento sulla conservazione degli stessi individui, che la compongono, come avviene in tempo di guerra, quando la patria è veramente in pericolo.

In tutti i paesi, dopo l'immane conflitto mondiale, si sono rivolte critiche acerbe ai governi per il modo, con cui essi avevano regolato gli approvigionamenti dei loro popoli, e parecchi economisti hanno sostenuto che le cose sarebbero andate assai meglio, se si fosse lasciato piena libertà alle iniziative private. Senza dubbio il sistema dei controlli statali, stabilito tutto ad un tratto e senza sufficiente preparazione, dette luogo ad inconvenienti e a deficienze gravissime; ma non vuol dir per questo che l'iniziativa privata ci avrebbe data quella intensa produzione, quella equa repartizione e quell'adeguata scelta fra l'indispensabile e il non necessario, che erano condizioni essenziali per la resistenza del paese. Si trattava, dice il Salter, che fu a capo del Consiglio Interalleato pei trasporti marittimi, di tener conto ad ogni momento dei bisogni e degli approvigionamenti disponibili e di misurare la relativa importanza di una aggiunta alle munizioni di fronte agli alimenti, quando le une e gli altri occorrevano in maggior quantità, ma questa maggior quantità non poteva aversi per entrambi, a causa della produzione scarsa, della insufficienza dei mezzi finanziari e della difficoltà dei trasporti. Così a poco per volta si dovette introdurre il controllo su tutte le cose più necessarie, ridurne gli acquisti, regolarne il trasporto, fissarne i prezzi e razionarne il consumo, per sottomettere gli egoismi individuali ai criteri altruistici

richiesti dalla salvezza del paese, per imporre un altruismo coattivo in tutti quei casi, in cui faceva difetto quell'altruismo spontaneo, che assurgeva alle forme più nobili e sublimi in coloro, che, nel fiore della gioventù, sacrificavano la vita sull'altare della patria.

E anche indipendentemente da ogni intervento statale, anche in tempi normali, vediamo gl'individui riunirsi in associazioni svariatissime per raggiungere meglio i loro fini economici, limitando la propria libertà per accrescere la libertà e la potenza del nucleo sociale, a cui essi appartengono, moderando od eliminando l'egoismo dei singoli in vista degl'interessi della loro classe. È un fenomeno, che si presenta colle manifestazioni più numerose, più diverse e più appariscenti nel sistema economico medioevale; che scompare quasi del tutto dalla fine del secolo XVIII sino a metà del XIX col predominio dei criteri individualistici, in base ai quali si distruggono le forme sociali, divenute antiquate e non più rispondenti ai bisogni di una civiltà più avanzata; ma che risorge rigoglioso ai nostri giorni ed acquisterà un'importanza preponderante, con uno svolgimento sempre più grandioso, per effetto del progresso economico, che, rendendo più evidenti i danni dell'individualismo, spinge i singoli ad agire, non più isolatamente, ma per ampi aggruppamenti.

Il progresso economico, infatti, tende ad accumulare il capitale, promuove l'esercizio in grande delle industrie e fa sorgere delle imprese colossali, che impiegano migliaia e migliaia di operai e che dispongono d'impianti e di macchine costosissime. Ora, fra queste imprese tanto dilatate, la concorrenza, che si scatena fra gli egoismi individuali, non arreca più quei vantaggi sociali, che si avevano quando essa si esplicava tra piccoli imprenditori, di cui i più deboli potevano facilmente cambiare ramo d'industria o sospendere temporaneamente la produzione; ed anzi provoca danni rilevantissimi alla collettività, poichè

i soccombenti nella lotta sono potenti organismi finanziari, che, colla loro caduta, distruggono ricchezze ingenti e costringono alla disoccupazione masse enormi di lavoratori. E i danni della concorrenza fra queste imprese si aggravano, allorchè ognuna di esse regola la propria produzione, ignorando quello che fanno le altre, o la estende, se i prezzi ribassano per un'offerta esuberante rispetto alla domanda, allo scopo di ottenere una riduzione del costo unitario, ripartendo certe spese sopra un maggior numero di prodotti; cosicchè la produzione diventa eccessiva, i prezzi, con oscillazioni continue, scendono al di sotto del costo e l'industria di tanto in tanto si trova in uno stadio di spaventosa depressione e di crisi più o meno violenta.

Questi inconvenienti, i quali risultano dal fatto che gli egoismi isolati degl'imprenditori provocano effetti deleteri per tutti, costringono gl'industriali ad associarsi in federazioni, in sindacati, in cartelli o in *trusts*, per istabilire la quantità di merci da prodursi, per fisssare i prezzi a cui devono esser vendute, per repartire le ordinazioni fra le varie fabbriche associate, per assegnare a ciascuna una data cerchia insorpassabile di esito, o per accentrare sotto un'unica direzione la gestione di tutte le imprese federate. Ognuna di esse rinunzia in tal modo alla sua volontà: non può produrre di più se ha maggiori ordinazioni, non può ribassare i prezzi per stimolare la domanda, non può vendere dove le sembra più utile; deve agire contro il suo tornaconto immediato, in opposizione al proprio egoismo, in base a criteri altruistici, che, pur danneggiando talvolta i consumatori, si risolvono a vantaggio di tutte le imprese associate, e per ciò a vantaggio di ognuna di esse, che ha agito altruisticamente.

E se l'associazione, che frena gli egoismi degl'individui, è necessaria agl'industriali, a maggior ragione è indispensabile agli operai, che, per vivere, devono vendere al capitalista la loro forza di lavoro. Il capitale, infatti, è

già per sè stesso una potenza collettiva, che si accresce con l'accumulazione dei risparmi, col credito, con gli accordi fra le imprese della stessa specie e che permette a chi la possiede di trattare nello stesso tempo con centinaia e migliaia di operai. Se, dunque, essi agissero isolatamente, si troverebbero in una condizione d'inferiorità manifesta rispetto al capitalista, perchè, di fronte ad una domanda accentrata di lavoro, ogni operaio rappresenterebbe una minima parte dell'offerta complessiva. È naturale, per ciò, che la classe lavoratrice senta il bisogno, appena la sua coscienza si risveglia, di contrapporre alla concentrazione automatica del capitale l'associazione volontaria del lavoro.

Con l'associazione gli operai non hanno più bisogno di offrire il loro lavoro a qualunque condizione, possono aspettare che queste condizioni sieno soddisfacenti, possono fissarle in contratti collettivi da applicarsi a maestranze numerose, possono mettersi d'accordo di sospendere il lavoro per un certo tempo, arrecando all'imprenditore un danno più grande di quello che egli avrebbe acconsentendo alle loro richieste ed obbligandolo così ad accettarle. I vantaggi, che l'associazione arreca agli operai, sono immensi: ad essa devono l'aumento dei salari, la riduzione della giornata di lavoro, il miglioramento di tutte le altre condizioni d'impiego ed il posto più elevato che occupano nella vita sociale e politica di ogni paese.

Ma l'associazione implica il sacrifizio di contributi finanziari, la rinunzia alla propria libertà individuale, la più severa disciplina e l'obbedienza più cieca al volere dei capi; significa subordinare gli egoismi dei singoli ai riguardi altruistici per gl'interessi della classe. Senza altruismo non esisterebbe la solidarietà fra i lavoratori, che è così essenziale per il trionfo delle loro rivendicazioni; e questo altruismo, oltre manifestarsi in quelle forme negative, che rappresentano un freno agli egoismi individuali, assume spesso delle forme positive e più elevate, con sa-

crifizi volontariamente sopportati senza vantaggio proprio, come quelli a cui si sottomettono gli operai, quando lavorano in ore straordinarie per soccorrere qualche loro compagno ammalato, quando danno una parte del loro salario per venire in aiuto di coloro che sono disoccupati, o quando prelevano dalla cassa delle loro associazioni delle somme raccolte a forza di tanti stenti per mandarle agli scioperanti di un paese lontano, di cui conoscono appena il nome.

È vero che questo altruismo dei singoli, essendo benefico per la loro classe, viene in fin dei conti a ripercuotersi a vantaggio degl'individui, che la compongono, e si trasforma in un egoismo di gruppo. Il quale esiste tanto fra gli operai, quanto fra gl'industriali, determinando nei suoi contrasti quella opposizione d'interessi, se anche non vogliamo chiamarla lotta di classe, che è inevitabile, che è insopprimibile e che invano si vorrebbe sostituire da una collaborazione, la quale, fecondissima per accrescere il prodotto, è un controsenso allorchè si tratta di dividerlo fra due parti, perchè l'una non può avere di più, se l'altra non ha di meno. Ma gli egoismi di gruppo presuppongono e non riescono mai ad eliminare l'altruismo per gl'individui, che fanno parte del gruppo stesso, e possono essere moderati o tenuti in freno da un altruismo più esteso, che abbia riguardo per gl'interessi della collettività. Sotto questo aspetto è stata assai utile la reazione contro le intemperanze del socialismo estremista, impersonata nel governo nazionale, non già in quanto ha tentato un collaborazionismo fra capitale e lavoro, che fino ad ora ha avuto scarsa applicazione pratica, che è utopistico e che sarà necessariamente effimero, ma in quanto ha reso meno aspra e più civile la lotta di classe, contenendola nell'ambito degl'interessi nazionali, impedendo che essa provochi danni continui e non indifferenti alla produzione e alla ricchezza del paese, ispirando agli operai, in ag-

giunta ad un altruismo degl'individui a vantaggio della loro classe, un altruismo della loro classe a vantaggio della nazione.

Ma se l'altruismo è già un impulso tanto importante nei rapporti economici, che ogni individuo ha con lo Stato e con le varie forme di associazioni a cui appartiene, acquista una posizione preponderante in quell'organo così essenziale della vita economica, che è la famiglia. Essa è il regno dell'altruismo. Non la pensano in tal modo quelli, che nella famiglia vedono un prolungamento della vita individuale e sostengono che ognuno, operando a favore dei suoi cari, agisce per sè; o quelli, che applicano anche alle relazioni famigliari il principio del *do ut des*, i criteri economici dello scambio e la legge delle domanda e dell'offerta, i quali, per essere logici fino in fondo, come argutamente osserva il Sax, dovrebbero spiegare con questa legge anche l'affetto reciproco dei coniugi, dimostrando facilmente che il valore dei baci, che essi si scambiano, diminuisce quando l'offerta è superiore alla domanda. Ma chi agisce a favore della moglie e dei figli, agisce per altre persone e non per sè, seguendo criteri puramente altruistici. E gli stessi criteri altruistici regolano le relazioni interne di ogni famiglia, che vive dei guadagni del capo ed in cui si hanno prestazioni di servizi senza scambi, senza pagamenti, in modo del tutto gratuito, per ragioni di affetto e non per interesse.

Senza dubbio la famiglia non è più quel piccolo mondo economico, che era nell'antichità e nel medio evo, quando nel suo seno si compievano tutte le produzioni necessarie per soddisfare i più svariati bisogni dei suoi componenti, quando nulla si comprava dal di fuori e nulla si vendeva di quanto veniva prodotto entro le mura della casa, con una divisione del lavoro, che assegnava ai numerosi individui della famiglia compiti speciali e coordinati fra loro, sotto la direzione del padre, che era governatore, giudice,

sacerdote, maestro e amministratore. Ma, se ai nostri giorni sono grandemente ridotte, per le trasformazioni della tecnica, le funzioni produttive della famiglia, ad essa rimangono tuttavia i compiti importantissimi di preparare e conservare gli alimenti e gli altri beni necessari alla nostra esistenza, di largire quelle cure personali, che contribuiscono a rendere più comoda e più bella la vita, di promuovere e facilitare la formazione dei risparmi, dai quali trae origine ed incremento il capitale nazionale e soprattutto di mantenere le nuove generazioni nei primi anni, in cui non potrebbero mantenersi da loro stesse, per prepararle al periodo successivo, in cui saranno in grado di contribuire alla produzione sociale.

E le nuove generazioni, dopo aver vissuto per l'altruismo dei loro predecessori, sentono il bisogno, appena hanno acquistato una posizione indipendente, di formarsi una famiglia propria, per mantenere coi loro guadagni altre persone, per esercitare su di esse i loro istinti altruistici, per restituire quello che ebbero nei primi anni della loro vita. Ma non è uno scambio nel senso strettamente economico, che avviene tra una generazione e l'altra, perchè ognuna riceve senza nulla dare in corrispettivo, ognuna dà senza nulla esigere. Una parte grandissima dell'umanità vive, non perchè si procuri da sè stessa i mezzi che le occorrono, ma perchè li riceve da altri, che a questo scopo lavorano e guadagnano. E questa parte rappresenta più della metà del totale, in quanto comprende quasi tutte le donne, escluse quelle che hanno un'occupazione lucrativa, i fanciulli e i giovani fino a 15 o 20 anni e i vecchi da 65 a 70 anni in su, oltre gl'invalidi e i malati.

E se l'altruismo in questi casi, pur avendo una diffusione grandissima, è limitato per ogni individuo alla cerchia ristretta delle persone a lui più care, si estende anche agli estranei — ai concittadini, ai connazionali o a tutta l'umanità — nell'attività privata e pubblica, che ogni in-

dividuo esplica gratuitamente a vantaggio degli altri, negli aiuti personali e nei soccorsi pecuniari, che vengono dati in occasione di disgrazie o di calamità, nelle donazioni fatte in vita e nei lasciti dopo la morte per fondazioni a scopo culturale, per ospedali o per istituti di beneficienza. Sono capitali ingenti, che vengono destinati a questi fini altruistici. Nella sola Londra, prima della guerra, si calcolava che gl'istituti di carità avessero un reddito annuale di 500 milioni di lire. E in Italia ammonta a quasi tre miliardi di lire il capitale di tutte le opere pie, che si accresce ogni anno di parecchi milioni.

Si potrà obbiettare che in ogni azione caritatevole è sempre facile scorgervi nascosta la vanagloria, l'ambizione, il desiderio della stima altrui e molte altre forme di moventi egoistici; ma se queste azioni si manifestano, dando agli altri senza nulla chiedere in contraccambio, se giovano agli altri più che a chi le compie, rientrano necessariamente nel campo dell'altruismo. Come, del resto, sono azioni altruistiche quelle di coloro che fondano o sussidiano ospedali per malattie contagiose, quantunque queste azioni abbiano per movente anche l'istinto egoistico di conservazione, dopo che la batteriologia ha dimostrato in che modo si diffondano le epidemie, imponendo ad ognuno, se non altro come precetto d'igiene, di amare il prossimo suo come sè stesso. Carlyle racconta che una povera donna di Edimburgo, rimasta vedova e priva di risorse, andò coi suoi tre figli a chiedere soccorso agl'istituti di beneficienza della città; ma, rimandata dall'uno all'altro, non trovò aiuto da nessuno, finchè, stanca ed esaurita, morì di tifo, infettando il vicolo, in cui abitava, e comunicando il contagio e la morte ad altre diciassette persone. Questa donna, esclama il grande scrittore, prima di soccombere aveva detto: dovete aiutarmi, sono vostra sorella, sangue del vostro sangue, creata dallo stesso Dio, che ci fece tutti, e si sentì rispondere: no, è impossibile, tu non sei nostra

sorella. Ma essa ha provato questa sua qualità, perchè il suo tifo uccide altri, che diventano così suoi fratelli, ad onta che lo neghino.

E come l'egoismo si annida talvolta nelle azioni altruistiche, viceversa non sarebbe difficile scorgere una dose non indifferente di altruismo in azioni, che apparentemente sembrano ispirate da motivi egoistici. Così gli operai, che scioperano per avere un aumento di salario, possono esservi indotti dall'amore per i figli; il commerciante, che accumula dei milioni, può voler diventare ricco per accrescere il lustro ed il benessere della sua famiglia; ed il proprietario, che esige prezzi di affitto altissimi per le sue terre, può avere il desiderio recondito di risparmiare grandi somme di denaro per consacrarle a beneficio del suo paese.

L'esercizio stesso dei mestieri e delle professioni, che ha per movente precipuo il desiderio di lucro, è di frequente regolato pure dai riguardi altruistici per la clientela, dal sentimento d'onore per la propria classe, dall'amore per l'arte e per il proprio lavoro, da quei criteri, che ispiravano il maestro della corporazione medioevale e che il Ruskin vorrebbe diventassero norma per l'artefice moderno, perchè l'opera migliore, come egli dice, non fu mai, nè mai sarà fatta per amore del denaro. Ciò che, secondo il Sorel, assicura nel mondo la continuità del progresso è lo sforzo verso il meglio, che si manifesta a dispetto dell'assenza di qualsiasi ricompensa personale, immediata e proporzionale. Che cosa sarebbe dell'industria moderna, se si trovassero inventori soltanto per cose, che procurino rimunerazione quasi certa? Il mestiere dell'inventore è il più miserabile di tutti, eppure non è mai abbandonato.

E specialmente nelle professioni liberali l'altruismo è più spesso chiaramente visibile, è necessario per esercitarle con coscienza, è condizione indispensabile per il buon successo. Certamente lo scienziato, il medico e il professore

hanno bisogno di guadagnare per vivere e sono animati nella loro condotta anche dall'egoistico desiderio di lucro. Ma non è per questo soltanto che lo scienziato logora la sua salute sui libri o nel suo laboratorio per scoprire nuove verità e per istrappare nuovi segreti alla natura; non è per questo soltanto che il medico studia, prodiga le sue cure e passa le notti al capezzale dell'ammalato per salvarlo da una grave malattia; non è per questo soltanto che il professore insegna nella scuola e dirige l'attività dei suoi studenti, ispirando ad essi la passione per le ricerche letterarie o scientifiche, istillando loro l'entusiasmo per tutto ciò che è bello, che è giusto, che è vero. E del resto guai allo scienziato, al medico, all'insegnante, che agisse esclusivamente a scopo di lucro!

Quanto più elevata è la posizione di ogni individuo, tanto più estesi sono i doveri, che egli ha verso gli altri. Il proprietario di vasti terreni, il ricco capitalista e il grande industriale, appunto perchè dispongono di redditi ingenti, con cui possono procurarsi ogni soddisfazione, hanno degli obblighi speciali verso coloro, che essi impiegano, verso i loro concittadini, verso lo Stato, hanno dei maggiori doveri in corrispondenza dei loro maggiori diritti e non possono fare a meno di destinare una parte delle loro entrate a scopi puramente altruistici.

In tutte le epoche della storia chi comanda, chi emerge in qualunque modo, chi è superiore agli altri, lo è, non per accrescere i suoi godimenti, ma per occuparsi degl'interessi generali, per sacrificarsi per gli altri, per soffrire per tutti. Ogni corona di nobiltà, fu detto giustamente, è sempre una corona di spine. Difatti i diritti feudali, come ha luminosamente dimostrato il De Tocqueville, poterono mantenersi a lungo e trovavano la loro piena giustificazione, finchè erano connessi coi doveri che l'aristocrazia terriera aveva verso il popolo. ma riescono incomprensibili ed insopportabili e provocano in Francia il malcontento e

la rivoluzione che li abolisce, quando la nobiltà rinunzia a poco a poco ai suoi compiti di assicurare l'ordine pubblico, di somministrare la giustizia, di far eseguire le leggi, di venire in soccorso ai deboli, di amministrare gli affari della comunità, quando i nobili addossano ad altri enti i loro oneri, pur conservando i privilegi inerenti alla loro posizione.

Ed anche ai nostri giorni le lotte sociali assumono un carattere violento e rivoluzionario, dove la proprietà difende con ogni mezzo i suoi diritti e i suoi privilegi, dimenticando i suoi doveri, mentre danno luogo ad un progresso graduale, continuato, sicuro e pacifico, dove il miglioramento delle classi più umili, determinato dai loro sforzi associati, trova un ausilio potente nell'altruismo delle classi più elevate, che affievolisce la loro resistenza, che indebolisce la loro difesa, che suscita in esse rimorsi per le ingiustizie sociali, da cui traggono vantaggio, che spinge chi sta in alto a porgere la mano fraterna a chi sta in basso per aiutarlo a redimersi e ad elevarsi.

Ed è naturale che l'altruismo abbia una funzione così importante nelle azioni economiche, perchè l'interesse che l'uomo sente per i suoi simili e per la collettività in genere è il frutto della sua stessa essenza socievole. Individuo e società sono reciprocamente complementari ed indispensabili l'uno all'altra. Che cosa siamo noi, dice il Bergson, che cosa è il nostro carattere, se non la condensazione della storia, che abbiamo vissuto fin dalla nascita, anzi anche prima della nascita, dal momento che portiamo in noi disposizioni prenaturali? E come le caratteristiche dell'individuo scaturiscono dalla stoffa stessa della società, d'altro lato il costante rinnovamento della massa sociale è l'effetto di variazioni, che avvengono negl'individui.

L'uomo, per esplicare ogni sua attività, deve agire insieme ai suoi simili, e l'attività di gruppo fonde le unità individuali nel complesso sociale. Da ciò risulta che gli

dividuo esplica gratuitamente a vantaggio degli altri, negli aiuti personali e nei soccorsi pecuniari, che vengono dati in occasione di disgrazie o di calamità, nelle donazioni fatte in vita e nei lasciti dopo la morte per fondazioni a scopo culturale, per ospedali o per istituti di beneficienza. Sono capitali ingenti, che vengono destinati a questi fini altruistici. Nella sola Londra, prima della guerra, si calcolava che gl'istituti di carità avessero un reddito annuale di 500 milioni di lire. E in Italia ammonta a quasi tre miliardi di lire il capitale di tutte le opere pie, che si accresce ogni anno di parecchi milioni.

Si potrà obbiettare che in ogni azione caritatevole è sempre facile scorgervi nascosta la vanagloria, l'ambizione, il desiderio della stima altrui e molte altre forme di moventi egoistici; ma se queste azioni si manifestano, dando agli altri senza nulla chiedere in contraccambio, se giovano agli altri più che a chi le compie, rientrano necessariamente nel campo dell'altruismo. Come, del resto, sono azioni altruistiche quelle di coloro che fondano o sussidiano ospedali per malattie contagiose, quantunque queste azioni abbiano per movente anche l'istinto egoistico di conservazione, dopo che la batteriologia ha dimostrato in che modo si diffondano le epidemie, imponendo ad ognuno, se non altro come precetto d'igiene, di amare il prossimo suo come sè stesso. Carlyle racconta che una povera donna di Edimburgo, rimasta vedova e priva di risorse, andò coi suoi tre figli a chiedere soccorso agl'istituti di beneficienza della città; ma, rimandata dall'uno all'altro, non trovò aiuto da nessuno, finchè, stanca ed esaurita, morì di tifo, infettando il vicolo, in cui abitava, e comunicando il contagio e la morte ad altre diciassette persone. Questa donna, esclama il grande scrittore, prima di soccombere aveva detto: dovete aiutarmi, sono vostra sorella, sangue del vostro sangue, creata dallo stesso Dio, che ci fece tutti, e si sentì rispondere: no, è impossibile, tu non sei nostra

sorella. Ma essa ha provato questa sua qualità, perchè il suo tifo uccide altri, che diventano così suoi fratelli, ad onta che lo neghino.

E come l'egoismo si annida talvolta nelle azioni altruistiche, viceversa non sarebbe difficile scorgere una dose non indifferente di altruismo in azioni, che apparentemente sembrano ispirate da motivi egoistici. Così gli operai, che scioperano per avere un aumento di salario, possono esservi indotti dall'amore per i figli; il commerciante, che accumula dei milioni, può voler diventare ricco per accrescere il lustro ed il benessere della sua famiglia; ed il proprietario, che esige prezzi di affitto altissimi per le sue terre, può avere il desiderio recondito di risparmiare grandi somme di denaro per consacrarle a beneficio del suo paese.

L'esercizio stesso dei mestieri e delle professioni, che ha per movente precipuo il desiderio di lucro, è di frequente regolato pure dai riguardi altruistici per la clientela, dal sentimento d'onore per la propria classe, dall'amore per l'arte e per il proprio lavoro, da quei criteri, che ispiravano il maestro della corporazione medioevale e che il Ruskin vorrebbe diventassero norma per l'artefice moderno, perchè l'opera migliore, come egli dice, non fu mai, nè mai sarà fatta per amore del denaro. Ciò che, secondo il Sorel, assicura nel mondo la continuità del progresso è lo sforzo verso il meglio, che si manifesta a dispetto dell'assenza di qualsiasi ricompensa personale, immediata e proporzionale. Che cosa sarebbe dell'industria moderna, se si trovassero inventori soltanto per cose, che procurino rimunerazione quasi certa? Il mestiere dell'inventore è il più miserabile di tutti, eppure non è mai abbandonato.

E specialmente nelle professioni liberali l'altruismo è più spesso chiaramente visibile, è necessario per esercitarle con coscienza, è condizione indispensabile per il buon successo. Certamente lo scienziato, il medico e il professore

hanno bisogno di guadagnare per vivere e sono animati nella loro condotta anche dall'egoistico desiderio di lucro. Ma non è per questo soltanto che lo scienziato logora la sua salute sui libri o nel suo laboratorio per scoprire nuove verità e per istrappare nuovi segreti alla natura; non è per questo soltanto che il medico studia, prodiga le sue cure e passa le notti al capezzale dell'ammalato per salvarlo da una grave malattia; non è per questo soltanto che il professore insegna nella scuola e dirige l'attività dei suoi studenti, ispirando ad essi la passione per le ricerche letterarie o scientifiche, istillando loro l'entusiasmo per tutto ciò che è bello, che è giusto, che è vero. E del resto guai allo scienziato, al medico, all'insegnante, che agisse esclusivamente a scopo di lucro!

Quanto più elevata è la posizione di ogni individuo, tanto più estesi sono i doveri, che egli ha verso gli altri. Il proprietario di vasti terreni, il ricco capitalista e il grande industriale, appunto perchè dispongono di redditi ingenti, con cui possono procurarsi ogni soddisfazione, hanno degli obblighi speciali verso coloro, che essi impiegano, verso i loro concittadini, verso lo Stato, hanno dei maggiori doveri in corrispondenza dei loro maggiori diritti e non possono fare a meno di destinare una parte delle loro entrate a scopi puramente altruistici.

In tutte le epoche della storia chi comanda, chi emerge in qualunque modo, chi è superiore agli altri, lo è, non per accrescere i suoi godimenti, ma per occuparsi degl'interessi generali, per sacrificarsi per gli altri, per soffrire per tutti. Ogni corona di nobiltà, fu detto giustamente, è sempre una corona di spine. Difatti i diritti feudali, come ha luminosamente dimostrato il De Tocqueville, poterono mantenersi a lungo e trovavano la loro piena giustificazione, finchè erano connessi coi doveri che l'aristocrazia terriera aveva verso il popolo, ma riescono incomprensibili ed insopportabili e provocano in Francia il malcontento e

la rivoluzione che li abolisce, quando la nobiltà rinunzia a poco a poco ai suoi compiti di assicurare l'ordine pubblico, di somministrare la giustizia, di far eseguire le leggi, di venire in soccorso ai deboli, di amministrare gli affari della comunità, quando i nobili addossano ad altri enti i loro oneri, pur conservando i privilegi inerenti alla loro posizione.

Ed anche ai nostri giorni le lotte sociali assumono un carattere violento e rivoluzionario, dove la proprietà difende con ogni mezzo i suoi diritti e i suoi privilegi, dimenticando i suoi doveri, mentre danno luogo ad un progresso graduale, continuato, sicuro e pacifico, dove il miglioramento delle classi più umili, determinato dai loro sforzi associati, trova un ausilio potente nell'altruismo delle classi più elevate, che affievolisce la loro resistenza, che indebolisce la loro difesa, che suscita in esse rimorsi per le ingiustizie sociali, da cui traggono vantaggio, che spinge chi sta in alto a porgere la mano fraterna a chi sta in basso per aiutarlo a redimersi e ad elevarsi.

Ed è naturale che l'altruismo abbia una funzione così importante nelle azioni economiche, perchè l'interesse che l'uomo sente per i suoi simili e per la collettività in genere è il frutto della sua stessa essenza socievole. Individuo e società sono reciprocamente complementari ed indispensabili l'uno all'altra. Che cosa siamo noi, dice il Bergson, che cosa è il nostro carattere, se non la condensazione della storia, che abbiamo vissuto fin dalla nascita, anzi anche prima della nascita, dal momento che portiamo in noi disposizioni prenaturali? E come le caratteristiche dell'individuo scaturiscono dalla stoffa stessa della società, d'altro lato il costante rinnovamento della massa sociale è l'effetto di variazioni, che avvengono negl'individui.

L'uomo, per esplicare ogni sua attività, deve agire insieme ai suoi simili, e l'attività di gruppo fonde le unità individuali nel complesso sociale. Da ciò risulta che gli

egoismi individuali, disgiunti dai riguardi per gli altri, disturbano quell'equilibrio e quella coordinazione, che devono sempre esistere nei rapporti sociali e che impongono ad ognuno di agire per sè, senza trascurare gl'interessi altrui. Per questo l'altruismo è così istintivo, è così innato nell'uomo, come l'egoismo. Empedocle insegnava che l'amore è la forza creativa e cementatrice dell'universo; Aristotile considerava l'amicizia come base dell'ordine sociale; Byron dice che la felicità è la gioia di rendere felici i nostri cari, e secondo Tolstoi nella vita non c'è che una felicità vera: vivere per gli altri.

Certo non tutti gli uomini sono in grado di sentire questa gioia, di godere di questa felicità. Ma se in tutti c'è più o meno sviluppato l'istinto dell'altruismo, questo istinto può esser coltivato fin dall'infanzia. Con l'educazione ogni individuo ha la possibilità di trasformarsi in una persona sociale; così trasformato è spinto ad agire sempre più socialmente; ed agendo in tal modo i suoi sentimenti sociali s'intensificano, finchè l'altruismo diventa un'abitudine. Narra una leggenda medioevale che un cavaliere malvagio, crudele e dissoluto, innamoratosi perdutamente di una bellissima fanciulla buona e pia, pensò di conquistarla, mettendosi sul viso la maschera di cera di un giovane santo. Così mutato nelle sue sembianze, dovette rinunziare alle sue cattive azioni e comportarsi in tutto e per tutto secondo esigeva il suo volto posticcio. E quando dopo un certo tempo se lo tolse, si scoprì che sotto di esso, come per miracolo, il viso aveva assunto i precisi lineamenti nobilissimi della maschera.

L'argomento del mio discorso meriterebbe una più ampia esemplificazione ed ulteriori svolgimenti; ma temerei di mettermi in troppo aperta opposizione alla tesi da me sostenuta, se mi lasciassi trascinare dal piacere egoistico, che provo nel parlare davanti a voi, signore e signori, se dimenticassi quel riguardo altruistico per la vostra pazienza

di gentili ascoltatori, che ritengo per me doveroso. E per ciò concludo.

Con quanto brevemente sono venuto esponendo non ho inteso disconoscere od attenuare l'importanza che l'egoismo ha nella vita economica; ho voluto soltanto dimostrare, contro l'opinione prevalente, che anche nella vita economica, dove più spesso ognuno agisce per il proprio tornaconto, dove più profondo è il contrasto d'interessi, dove più tremende sono le lotte fra questi interessi contrastanti, l'altruismo ha una funzione di primissimo ordine per moderare gli egoismi individuali, per sottometterli agli interessi dei gruppi, delle classi, della società, per dare uno scopo alle azioni dei singoli, per render possibile la coesione dell'organismo sociale, per promuoverne la conservazione e l'evoluzione verso forme più perfette. Nel frastuono, che si scatena fra gli interessi più opposti e fra gli egoismi in lotta feroce fra loro, una voce si eleva, che alcuni di proposito non ascoltano ed altri sentono solo di tanto in tanto, una voce, che anche i recalcitranti sono costretti dalla forza di un'autorità superiore ad ascoltare, una voce, che è udita distintamente e con reverenza dalle anime elette, una voce, che dice: amatevi reciprocamente come io ho amato voi; da questo tutti riconosceranno che siete miei discepoli, se avrete amore gli uni per gli altri.

COMPARTO NEUROLOGICO « SERAFINO BIFFI » DELL' OSPEDALE MAGGIORE DI MILANO
(DIRETTO DAL PROF. E. MEDEA)

NUOVO CONTRIBUTO ALLO STUDIO DEI TUMORI INTRARACHIDICI EXTRAMIDOLLARI CON SPECIALE RIGUARDO ALLA LORO OPERABILITÀ.

Nota del S. C. prof. EUGENIO MEDEA.

(Adunanza del 15 gennaio 1925)

L'argomento dei tumori intrarachidici extramidollari è uno di quelli che maggiormente interessa la neurologia moderna anche da un punto di vista pratico, data la loro frequente e spesso felice operabilità.

Io me ne sono già occupato in una comunicazione al V Congresso della Società Italiana di Neurologia (1) durante la quale ho presentato i pezzi anatomici relativi a tre casi da me osservati in questi ultimi anni e felicemente operati, dietro mia indicazione, il primo dal prof. Bossi, gli altri due dal prof. sen. B. Rossi. Nei tre casi esisteva, all'esame del *liquor*, xantocromia e notevole aumento delle globuline, mentre non esisteva linfocitosi. Sostenevo però in quella comunicazione che la mancanza della così detta sindrome da compressione del *liquor* non può bastare a far escludere la diagnosi di tumore intrarachidico extramidollare, come d'altra parte non si deve ritenere che la presenza della xantocromia e della coagulazione massiva bastino di per sè (come s'era creduto per qualche tempo) a far diagnosticare il tumore. Comunicavo a tal proposito altri sei casi di mia osservazione a sostegno del mio asserto, « essere cioè imprudente di dare al solo reperto del *liquor* un valore assoluto e decisivo per la diagnosi ».

*
* *

La comunicazione attuale ha uno scopo speciale, quello cioè di dimostrare, sulla scorta di due nuovi casi da me stu-

(1) A proposito di alcuni casi di tumore intrarachideo extramidollare trattati chirurgicamente (con considerazioni intorno al valore del reperto del liquor). Riv. di Patol. Nerv. e Ment. Vol. XXIV, Fasc. 1-4.

diati e operati dal prof. sen. B. Rossi come possa talora essere impossibile di stabilire, col semplice esame clinico, se un tumore intrarachidico extramidollare sia o no operabile. Riferisco rapidamente i due casi:

1) — Ber. Francesco, contad. di anni 50. Entrato 27 sett. 1922. L'inizio dei fenomeni morbosi risale a circa 6 anni: si ebbero parestesie agli arti inferiori seguite, qualche mese dopo, da fatti paretici pure degli arti inferiori: seguirono periodi dolorosi con senso di fascia dolorosa al torace e specialmente all'addome e all'arto inferiore destro (specie al ginocchio e alla punta del piede). Gradatamente andarono accentuandosi i fenomeni motori finchè andò comparendo una paraplegia spastica con contrattura in estensione, clono della rotula e del piede, segno di Babinski bilaterale ecc. Mediante ripetuti esami si potè stabilire la esistenza di un disturbo costante della sensibilità che si iniziava in rapporto a D 7: ciò per la sensibilità tattile e dolorifica mentre la sensibilità termica cominciava ad essere lesa un po' al disopra dell'inizio dell'ipoestesia tattile. La sensibilità vibratoria cominciava ad essere affievolita ed accorciata a livello dell'ultima costa: i riflessi addominali si presentavano deboli a destra, aboliti a sinistra. Abolito il senso di posizione degli alluci. Talvolta difficoltà dell'urinazione.

Diverse rachicentesi eseguite dimostrarono: pressione = 180 mm. (decubito laterale): liquido xantocromico: formazione di reticolo: linfociti: 3-4 per mmc.; enorme aumento delle globuline, Wassermann negativa. Da notarsi che anche la Wass. sangue era ripetutamente riescita negativa, come pure l'indagie radiografica della colonna vertebrale. Interessante notare che, alla ricerca del segno di Queckenstedt, comprimendo le giugulari non si ha alcun aumento della pressione, mentre facendo flettere il capo all'innanzi si ha un aumento di 5-6 cm. nell'altezza della colonna liquida.

Proposto l'atto operativo dopo che un tentativo di cura specifica era andato a vuoto, esso venne eseguito dal prof. B. Rossi: fu indicata come probabile sede del tumore l'altezza del 6°-7° segmento dorsale: l'intervento venne felicemente eseguito in un sol tempo e venne esportato un tumore fibroso, della lunghezza di cm. 3 $^1/_2$, di forma fusata, scarsamente aderente alla faccia interna della dura madre e comprimente il midollo specialmente da sinistra a destra.

Il decorso post-operativo fu quanto mai felice: già 8 giorni dopo era assai diminuita la sensazione di fascia che tormentava da anni l'ammalato ed era diminuito di grado il disturbo obbiettivo della sensibilità: si migliorarono in seguito i disturbi dell'urinazione. Lieve fu invece il miglioramento dei fenomeni motori e della paraplegia spastica probabilmente perchè i fenomeni di compressione midollari duravano già da troppi anni. Il tumore era istologicamente un fibroma ricco di vasi a pareti ispessite: esisteva rilevante infiltrazione perivasale.

È interessante notare come in questo caso l'andamento della forma morbosa non sia stato costantemente progressivo e si erano avuti anzi diversi periodi di miglioramento nei fenomeni spastici tanto che era stata posta in principio della malattia — allorchè i disturbi della sensibilità erano appena accennati — diagnosi di probabile sclerosi multipla.

Soltanto in seguito l'andamento della forma morbosa fu tale da permettere la diagnosi di tumore.

***

Veniamo ora al secondo caso che è specialmente istruttivo.

Trattavasi di una donna di 54 a., tale Berg. Virginia che io vidi nell'autunno del 1923 a Varese, presentatami dal collega Dr. Colombo. I primi disturbi dalla paziente ricordati risalirebbero a circa tre anni e mezzo addietro: dopo una quindicina di giorni d'intensa cefalea, la paziente avvertì senso di dolore puntorio a carattere continuo alla regione cervicale che si esacerbava durante i movimenti del capo, insorse poi dolore al gomito sinistro che si propagava lungo il braccio alla spalla e poi anche all'arto sup. destro per invadere anche il torace.

Dopo un anno circa osservò dolori simili alla regione plantare del piede destro, quindi al 3° dito del piedo sinistro e alla regione malleolare interna pure di sin., d'onde diffusioni dolorose lungo le gambe alle ginocchia e alle coscie. Da un anno circa paresi crescente degli arti inferiori, specialmente a sinistra, fino a giungere quasi a vera paraplegia. Attualmente dolori fugaci agli arti, senso di formicolio continuo tanto ai superiori che agli inferiori: talvolta senso di fascia costrittiva alla regione epigastrica; talvolta senso di costrizione in rapporto ai muscoli adduttori delle coscie; allora difficoltà della urinazione. Talvolta difficoltà a trattenere le feci.

Da notarsi che da un anno circa la paziente accusa fatti paretici lievi anche agli arti superiori e sopra tutto alle mani specialmente a sin.

L'esame dimostrava: lievi fatti paretici a carico degli arti sup. e specialmente delle mani sopratutto a sin. in rapporto agli interossei: abolizione dei riflessi addominali, paraparesi spastica sopra tutto rilevante a sinistra: vivissimi i riflessi rotulei e achillei: a sin. evidente clono del piede che è accennato anche a destra: a sinistra evidente Babinski e accenno a Oppenheim; a destra accenno a Babinski e a Opp.; Mendel accennato d'ambo i lati.

L'esame della sensibilità fu in questo caso estremamente difficile per l'instabilità dei risultati e l'incertezza delle risposte da parte della malata: si potè però stabilire che per quanto si riferiva alla sensibilità tattile e dolorifica eravi un interessamento a destra (e in minor grado a sinistra) che si iniziava in rapporto a C_8-D_1: di lì in giù ipoestesia e ipoalgesia molto più accentuata però a destra; per la sen-

sibilità termica si osservavano alterazioni sopra tutto da D_3 in giù, e specialmente a destra. Sensibilità vibratoria notevolmente lesa fino all'altezza della 4ª costa. Senso di posizione talvolta incerto agli alluci specialmente a sinistra. Radiografia del rachide negativa.

Alla rachicentesi pressione normale, liquido spiccatamente xantocromico: dopo poco tempo formazione di reticolo e coagulazione: nel reticolo qualche linfocito. Enorme aumento delle globuline: Wassermann due volte negativa sul liquor. Queckenstedt presente. Poichè una cura specifica non diede alcun risultato e dato che la paziente a cagione delle continue atroci sofferenze dovute ai dolori, alle parestesie, al senso di fascia costrittiva andava sempre più deperendo e chiedeva che la si liberasse delle sue sofferenze a qualunque costo, avendo fatto diagnosi di probabile tumore intrarachidico extramidollare, proposi l'atto operativo che venne eseguito dal Prof. Sen. Baldo Rossi il giorno 14-1-24.

La diagnosi d'altezza in questo caso non era molto facile: decisi di proporre al chirurgo di intervenire in rapporto al primo segmento dorsale e agli ultimi segmenti cervicali. Infatti venne eseguita la laminectomia in rapporto alle prime dorsali e alle ultime cervicali, mettendo in evidenza il sacco durale che apparve aumentato di volume, a dura tesa, ispessita, di colorito tendente al bluastro. Date le condizioni della paziente — come già si disse — tutt'altro che buone e data l'enorme diminuzione della pressione arteriosa seguita al Pachon durante l'atto operativo, si decise di soprassedere all'incisione della dura e di rimandare ad un secondo tempo la continuazione dell'atto operativo. Ma la paziente venne a morte circa 40 ore dopo l'intervento, con gravi fenomeni di adinamia cardiaca.

All'autopsia si osservava da D_1 in sù, aperta la dura, un notevole ingrossamento fusato del midollo, tanto che dapprima credetti si trattasse di un tumore intramidollare che avesse determinato un rigonfiamento in toto del midollo spinale: ma indurito dopo alcuni giorni il pezzo in formalina, potei con pazienza dissecare un tumore assai lungo che, per l'estensione di circa 7 cm., accompagnava il midollo, assottigliandosi notevolmente alle due estremità e dimostrandosi aderente per mezzo di fitte maglie al midollo stesso, benchè da esso nettamente separabile e ben individuato: l'esame istologico dimostró trattarsi di un endotelioma.

L'interesse di questo caso risiede specialmente nel fatto che, mentre clinicamente si poteva pensare — almeno con molta verosimiglianza — all'esistenza di un tumore intrarachidico extramidollare e come tale operabile, la necroscopia dimostrò invece che, pur trattandosi di un tumore extramidollare in senso anatomo-patologico, pure non si poteva pensare all'operabilità del tumore stesso. Come si disse infatti, date le con-

dizioni della paziente non si credette il caso di compiere l'operazione in un sol tempo: essendo morta poi la malata prima che si potesse intervenire in 2° tempo, non venne aperta la dura dal chirurgo, ma è facile immaginare che all'apertura della dura si sarebbero riscontrate condizioni tali da far pensare tosto ad un tumore intramidollare, tanto esso era intimamente aderente al midollo.

Ora è bensì vero che per quanto riguarda i tumori intramidollari la tecnica chirurgica moderna ha fatto in questi ultimi anni enormi progressi: infatti mentre faceva anni sono già meravigliare il caso di tubercolo sottopiale (e quindi in un certo senso intramidollare) fatto operare felicemente da Veraguth a Zurigo, sappiamo da Foerster del caso di tumore intramidollare della lunghezza di circa 15 cm., che andava nientemeno che dalla 3ª cervicale alla 2ª dorsale e che egli operò con buon esito, ma certo è ben diverso l'intervenire credendo di trovare un tumore extramidollare ben delimitato ed enucleabile e rinvenire invece, tanto più nella regione cervicale, quanto si sarebbe trovato nel nostro caso, con tutte le apparenze della inoperabilità, date anche le gravi condizioni generali del soggetto.

Il fatto non deve meravigliarci data la nota difficoltà della diagnosi differenziale — talvolta non possibile — tra tumore intramidollare ed extramidollare ma è singolare il fatto di un tumore che pur essendo extramidollare si comportava praticamente, per quanto si riferiva alla sua operabilità, come un tumore intramidollare.

In ambedue questi casi il reperto del liquor fu tipico per la compressione midollare e cioè xantocromia con iperalbuminosi e senza linfocitosi: tale reperto diremo così classico anche in questi due casi non deve però farci cambiare le nostre conclusioni (alle quali accennammo in principio) riguardo al valore non assoluto del reperto del liquor per la diagnosi di esistenza di tumore intrarachidico extramidollare.

E specialmente vogliamo qui dire una parola del valore non assoluto della Wassermann sul liquor sia per ammettere sia per escludere la possibilità di una affezione midollare di natura luetica. Abbiamo avuto nel Comparto un caso nel quale — data la Wassermann negativa sul liquor e l'assenza di linfocitosi — si era pensato a un tumore e si voleva quasi pro-

porre l'atto operativo quando, per puro scrupolo di coscienza, si decise di sottoporre prima il paziente a un energico trattamento specifico che in tempo abbastanza breve determinò la scomparsa dei fenomeni morbosi, sui quali si era fatta la diagnosi di tumore (1).

Per converso in un caso nel quale la sintomatologia e il decorso della forma morbosa deponevano per una diagnosi di probabile tumore intrarachidico extramidollare, diagnosi avvalorata anche dal reperto del liquor (xantocromico, con iperalbuminosi, senza linfocitosi) il reperto di una Wassermann netta sul liquor ci indusse ad un trattamento specifico che non determinò alcuna modificazione nelle condizioni del malato il quale continuò anzi a peggiorare; egli non volle sottoporsi all'atto operativo ma l'andamento della forma morbosa è tale da giustificare in pieno la diagnosi di tumore. Questo caso me ne ricorda uno descritto da Foerster nel quale esisteva Wassermann positiva, aumento delle globuline, non pleiocitosi: il neurologo di Breslavia fece diagnosi di pachimeningite esterna di natura luetica o periostite gommosa del canale vertebrale: si trattava invece di un neurofibroma. Lo stesso Foerster aveva osservato un caso di spondilite tubercolare determinante compressione midollare, con liquor xantocromico, aumento delle globuline e Wassermann positiva nel quale, dato tale reperto, si perdette parecchio tempo nella cura specifica. Del resto va ricordato che lo stesso Nonne in due casi di tumor cerebri riscontrò Wassermann positiva.

Tutto ciò dimostra dunque con quanta cautela debbano giudicarsi i risultati dell'esame del liquor in rapporto alla conclusione diagnostica.

Quanto alla diagnosi differenziale tra tumore intra ed extramidollare noi teniamo a ripetere qui come non si debba credere che esistano segni sicuri al riguardo; in ciò siamo perfettamente dell'avviso di Auerbach, di Nonne ecc.

E va ricordato come — a malgrado del valore dell'indagine radiografica — talvolta sia tutt'altro che sicura (come

(1) In due casi di apparente tumore cerebrale con Wassermann negativa sul sangue e sul liquor ho recentemente veduto scomparire la sindrome morbosa colla cura specifica così che, sia pure senza perdere un tempo prezioso ritardando di troppo l'atto operativo, è consigliabile di non dimenticare di far precedere sempre un trattamento specifico.

giustamente fa rilevare Foerster) la diagnosi differenziale tra Spondylitis tuberculosa e Tumor medullae, tanto che Foerster consiglia nel dubbio una laminectomia esplorativa che egli ritiene non solo non dannosa ma talvolta anche utile sia pure nella S. T. Talvolta, come dice Cassirer, si possono avere dubbi anche riguardo alla sclerosi multipla o alla sclerosi combinata dei cordoni posteriori e laterali. Il nostro primo caso ne è una prova.

E ricorderemo ancora il carcinoma primitivo fuso-cellulare delle vertebre dorsali del caso di Mingazzini nel quale la diagnosi clinica era stata di tumore comprimente le radici lombari.

Per quanto si riferisce al segno di Queckenstedt che noi da qualche tempo siamo soliti ricercare allorchè facciamo la puntura lombare, dobbiamo dire che esso era positivo in ambedue i nostri casi e riteniamo che questo sintoma debba essere sempre ricercato e possa talvolta dare informazioni utili sulle condizioni del sacco durale; anche quì però nulla di assoluto, in quanto è noto come questo segno possa riscontrarsi non solo in casi di tumore ma anche in casi di lesioni infiammatorie d'origine luetica ecc. ecc.

Quanto alle recenti indagini diagnostiche mediante l'iniezione di Lipojodol in rapporto alla membrana occipito-atlantoidea, noi allorchè studiammo i due casi qui riferiti non l'avevamo ancora eseguita: crediamo però di poter affermare che — benchè si debba riguardare questo procedimento come un prezioso sussidio diagnostico — siano da tenersi in grande considerazione le osservazioni fatte in proposito da Mingazzini al Congresso dei neurologi tedeschi in Innspruch (1924) le quali concludono coll'affermazione: che di regola è necessario — per evitare errori — di fondarsi più sui sintomi clinici che sui risultati dell'iniezione di lipojodol.

ISTITUTO DI ANATOMIA E ISTOLOGIA PATOLOGICA DELLA R. UNIVERSITÀ DI PAVIA
(DIR. PROF. A. MONTI)

ISTITUTO DI ANATOMIA COMPARATA DELLA R. UNIVERSITÀ DI MILANO
(DIR. PROF. R. MONTI)

LE ALTERAZIONI PRODOTTE DALLE TENIE
NELL' APPARATO DIGERENTE DEGLI AGONI

Nota del dott. TARCISIO BENZI

(Adunanza del 15 gennaio 1925)

La Direttrice dell' Istituto di Anatomia Comparata della R. Università di Milano, prof. Rina Monti, riconosciuta la grande frequenza della *Ichthyotaenia agonis* Barbieri, negli agoni (*Alosa finta*, var. *lacustris* Fatio) del Lario, mi dette l'incarico di studiare il problema dal lato patologico, di definire cioè se la tenia in questione può considerarsi come un commensale quasi innocuo, o se è capace di determinare alterazioni più o meno profonde, locali o generali, e quale influenza possono avere tali alterazioni sulla vita o sull' accrescimento del prezioso clupeide.

Per risolvere il problema io ho studiato metodicamente un numero considerevole di agoni, pescati in diverse epoche dell'anno ed ho potuto accertare che gli agoni catturati nei mesi d'estate del 1923 sono tutti, benchè in varia misura infestati dalle tenie, mentre quelli pescati in febbraio albergano pochi parassiti e talvota ne sono immuni.

Dallo studio comparativo degli agoni sani e degli agoni più gravemente infestati (dalle ittiotenie) sono riuscito a definire le lesioni anatomopatologiche che le tenie arrivano a produrre.

A documentazione dei miei risultati riassumo:

1) La costituzione dell' intestino sano.

2) I caratteri delle tenie ed i loro rapporti coll'ospite.

3) Le alterazioni strutturali dell' intestino invaso da un gran numero di tenie.

a) **Costituzione del tubo digerente normale.**

L'esofago ha forma di tubo cilindrico con mucosa a pieghe longitudinali, sbocca in uno stomaco sacciforme conico, verso l'estremità caudale che all'avanti, nella sua parte più ampia e più vicina allo sbocco dell'esofago, passa ad una dilatazione pilorica ricurvantesi di nuovo all'indietro per continuare coll'intestino. Nella dilatazione pilorica sboccano le appendici piloriche formate da un pacchetto di circa 80 tubetti a fondo cieco. L'intestino è un tubo quasi rettilineo assai più stretto dell'esofago e termina all'ano senza alcuna dilatazione.

Mentre il faringe è munito di un doppio strato di fibre muscolari, disposte circolarmente all'esterno, e longitudinalmente all'interno, l'esofago presenta una tonaca muscolare robusta, costituita da fibre muscolari ben striate, con disposizione prevalentemente circolare, separata l'una dall'altra da tenui trabecole connettive nelle quali decorrono qua e là dei vasi capillari.

All'interno della tonaca muscolare striata si nota una sottile sottomucosa con un esile straterello di fibre liscie longitudinali formanti una muscolaris mucosae, dalla quale partono qua e là fibre che s'internano fra le ghiandole della mucosa. La mucosa è costituita da uno strato continuo di ghiandole tubulari fittamente addossate fra loro, rivestite da un alto epitelio cilindrico. Le cellule di questo epitelio sul fondo delle ghiandole dimostrano un protoplasma chiaro finemente granuloso con nucleo tondeggiante vescicolare munito di un grosso nucleo fortemente colorabile; verso lo sbocco le cellule vanno assumendo carattere di elementi mucipari sempre più maturi di mano in mano che arrivano alla superficie libera, dove tutti gli epiteli hanno figura di cellule caliciformi.

Il punto di passaggio dall'esofago allo stomaco è facile riconoscersi, perchè la tonaca muscolare cambia improvvisamente di carattere: infatti le fibre striate vengono sostituite da due strati di fibre liscie, di cui il più esterno, più sottile, consta di fibre longitudinali, il più interno, più robusto, di fibre circolari. Un altro strato sottoghiandolare di fibre longitudinali si continua colla muscolaris mucosae dell'esofago. Solo qua e là singole fibre striate dell'esofago si affondano per breve tratto nella muscolatura liscia dello stomaco. In corrispondenzá del punto di passaggio fra esofago e stomaco si può talvolta osservare qualche piccolo ganglietto nervoso costituito

di poche cellule disposte in vicinanza di un vaso sanguigno sotto la sierosa o tra il più sottile strato di fibre liscie longitudinali e il più grosso strato circolare.

Nello strato ghiandolare il punto di passaggio dall'esofago allo stomaco è meno evidente che non nella tonaca muscolare. Le ghiandole diventano più alte, con lume più stretto, appaiono in forma di tubuli fittamente addossati l'uno all'altro, riuniti a gruppi di tre o quattro sboccanti in una comune fossetta gastrica tappezzata da un alto epitelio muciparo a grandi cellule caliciformi, che ben si colorano colla vesuvina, colla tionina e con altri reattivi del muco. Invece le cellule che rivestono i tubi ghiandolari si presentano come elementi cubici o poliedrici a protoplasma intensamente colorabile, opaco, fortemente granuloso, con granuli ben riconoscibili nei preparati fissati in alcool assoluto. Le trabecole connettive interposte fra le ghiandole sono assai tenui e servono di sostegno ad abbondanti capillari, che partono da più grossi vasi sanguigni della sottomucosa.

Verso la regione pilorica le ghiandole si vanno facendo sempre più basse, finchè rimane solo l'epitelio muciparo di rivestimento a formare colle sue pieghe delle pseudoghiandole continuate nelle appendici piloriche.

Le appendici piloriche constano di una tonaca muscolare sottilissima e da un'interna tonaca mucosa a pieghe longitudinali. La muscolare è formata da due straterelli di fibre liscie: il più esterno è rappresentato da una sola serie di fibrocellule longitudinali, il più interno da poche serie di fibrocellule con disposizione circolare. Nelle sezioni trasverse delle singole appendici piloriche sembra che la mucosa formi dei villi semplicissimi rivestiti da un alto epitelio cilindrico sparso di cellule caliciformi con un tenue connettivo di sostegno nel quale decorrono capillari sanguigni e linfatici. Ma le sezioni longitudinali dimostrano facilmente che tale apparenza è data dalla sezione di lunghe pieghe della mucosa che decorrono molto regolari parallele all'asse di ciascuna appendice.

Dall'aspetto strutturale delle appendici piloriche sono indotto a credere che detti organi abbiano una prevalente funzione di assorbimento. Questo dico senza negare alle appendici anche una funzione secretrice. Tale funzione fu affermata in base alle osservazioni di Krukenberg, di Mac Callum e di altri, che nelle appendici piloriche riconobbero enzimi con carattere di tripsina, enzimi che potrebbero essere arrivati alle appendici da organi vicini.

b) Caratteri della tenie.

Il parassita, che infesta gli agoni, venne determinato come Ichthyotaenia agonis, Barbieri, ed i suoi caratteri corrispondono perfettamente alla descrizione che il Barbieri ci ha dato.

Gli esemplari da me osservati apparvero in generale piuttosto piccoli; nessuno raggiungeva la lunghezza massima misurata dal Barbieri in 4 cm. Ogni agone ospita tenie a diverso grado di sviluppo, da forme larvali pleurocercoidi fino a strobili con proglottiti mature, lunghi in tutto 2 cm. o poco più. Le larve sono abbondantissime, le forme adulte nei miei esemplari sono pochissime. In parecchi agoni non ho trovato alcuna tenia adulta ma soltanto forme immature senza uova. Lo scolice (mentre in quelle libere misura da 300 a 400 micron, le cui ventose sono circa 110 micron) è molto piccolo, tanto che può insinuarsi nel lume delle ghiandole piloriche, misura appena da 160 a 180 micron; manca di una corona di uncini e presenta solo quattro ventose tondeggianti, profondamente incavate a coppa subsferica (come appare dalla fotografia n. 6), molto avvicinate fra loro, cosicchè lasciano libera appena una piccola prominenza tattile apicale.

Il collo ha un diametro alquanto minore di quello della testa: le prime proglottidi sono poco distinte, più larghe che lunghe; le ultime, mature contenenti uova, sono rettangolari, cioè larghe circa da $^1/_3$ di mm. a $^1|_2$ mm. e lunghe $^1|_2$ mm. a 700 micron.

Le uova si trovano libere nell'ultima parte dell'intestino: hanno un diametro di 36-38 micron; sono circondate da una membrana abbastanza spessa a due strati e contengono nel loro interno un embrione con sei uncini.

Le proglottidi mature presentano i pori genitali laterali, si infossano alquanto dal margine della proglottide e sono più o meno regolarmente alterni.

L'apparato genitale femminile comprende: due ovaia, ciascun dei quali possiede un ovidotto separato. Gli ovidotti si riuniscono in un ootipo ove arrivano anche la vagina che, lungo il suo percorso può presentare una porzione dilatata o ricettacolo seminale e l'utero ove si accumulano le uova.

L'apparato maschile è costituito da un gran numero di testicoli disseminati nello spessore della proglottide, dai quali partono altrettanti canalicoli deferenti e si riuniscono in un deferente comune a forma di gomitolo, il quale penetra in una

borsa allungata, borsa del cirro. Questa contiene un organo copulatore il quale versa il liquido seminale in un infossamento della papilla genitale, poro genitale, ove, con lo sbocco della vagina, si origina l'apparato femminile.

c) Le alterazioni indotte dalla Ichtyotaenia.

Il Barbieri nel 1908 trovò le ittiotenie in tutti gli agoni pescati a Bellagio dal 15 giugno al 5 luglio, il Terni riscontrò la stessa tenia in agoni del Verbano e del Ceresio. La Prof. Monti accertò la grande frequenza delle ittiotenie negli agoni pescati ad Azzano, a Tremezzo, a Bellano, nei mesi da giugno a settembre, vide diminuire l'infestazione nei mesi invernali: notò che il parassita è frequentissimo in pesci adulti lunghi 16-18 cm., del peso di circa 50 gr., manca negli antesini (agoni novelli), è piuttosto raro negli agoni più grossi che raggiungono 20-25 cm. di lunghezza ed un peso di 150-200 gr.

Secondo il Barbieri alcuni agoni albergano nello stomaco e nelle appendici piloriche fin a 1200-1400 tenie; tuttavia malgrado l'intensità della infestazione così largamente diffusa la mortalità parve nulla.

Ciò non vuol dire che gli agoni infestati non soffrono danni.

Infatti gli esemplari che ospitano un grande numero di tenie appaiono sempre poco sviluppati, magri, piccoli, mal nutriti. In tali individui le appendici piloriche sembrano più grosse e più tozze, più rigonfie del normale: talvolta le appendici sono disuguali, alcune più rigonfie e più corte, altre più lunghe di calibro minore e più uniforme. Le prime sono piene di tenie, le seconde sono libere.

Lo stomaco sempre disteso, è solo in parte occupato da residui alimentari, ma nella regione pilorica è ostruito da un battuffolo aderente formato da una massa di tenie aggrovigliate. Quando le tenie sono meno numerose si riconoscono come piccoli fili o nastrini lunghi da 1 a 2 cm., che pendono dalla superficie interna della mucosa. Quando si cerca di staccarli si ottiene uno strobilo senza lo scolice: questo rimane attaccato alla parete della mucosa.

La spiegazione di questo fatto si trova studiando le sezioni microscopiche dello stomaco, specialmente nei casi dove l'infestazione è meno abbondante e meno avanzata.

In tali sezioni la superficie interna della mucosa pilorica presenta fenomeni variamente estesi di desquamazione dell'e-

pitelio di rivestimento: lo strato ghiandolare appare più basso del normale, molte ghiandole sono dilatate e nel lume contengono una tenia e talvolta più d'una, col piccolo scolice inerme che raggiunge non di rado il fondo cieco ghiandolare e rimane fissato aderente alla parete per mezzo delle ventose nelle cui coppe l'epitelio è aspirato, e forma come un bottone che riempie la concavità della ventosa. Le fotografie (n. 3, 4, 5) dimostrano assai bene questo reperto, che è molto frequente. Talune ghiandole presentano l'epitelio alterato in due o tre punti circoscritti oppure mostrano limitate lacune tra gli elementi epiteliali e fanno pensare che per effetto della trazione esercitata dalle ventose, piccoli gruppi di elementi epiteliali siano caduti e la tenia sia andata poi ad attaccarsi altrove.

Quando le tenie sono molto numerose e formano un battuffolo che ostruisce completamente il lume della regione pilorica ed il principio dell'intestino, le ghiandole appaiono profondamente alterate per una larga estensione, spesso atrofiche, talvolta quasi irriconoscibili perchè quasi prive di epitelio, i cui elementi desquamati a lembi appaiono sparsi in mezzo ai corpi delle tenie variamente sezionate. Il connettivo di sostegno della mucosa è molto iperemico, poco alterato del resto finchè le tenie sono in piccolo numero e la mucosa ancora conservata; appare invece variamente infiltrata di piccole cellule rotonde, dovute ad una reazione del tessuto, quando le tenie sono numerose e lo strato mucoso è leso per un processo di desquamazione epiteliale e di atrofia delle ghiandole.

Non si osservano mai scolici impiantati nel connettivo sottomucoso: gli strati muscolari sono sempre intatti.

Le appendici piloriche sono spesso ancora più infestate che non lo stomaco ed il principio dell'intestino. Il Barbieri contò in media 15 tenie dentro una sola appendice.

Io ho osservato casi dove l'infestazione appariva altrettanto imponente ed altri dov'era assai più lieve. Il confronto tra questi casi mi ha dato qualche criterio per interpretare le lesioni determinate dalla ittiotenia.

Le sezioni longitudinale di un'appendice, permettono di riconoscere che talune tenie si spingono fino al fondo cieco e quivi fissano il loro scolice nella mucosa, altre s'inseriscono in punti successivi: tutte sono disposte collo strobilo parallelo all'asse dell'appendice e con le proglottidi più mature rivolte verso il lume dell'intestino. Le sezioni trasverse fanno vedere

da una a 10 tenie tagliate a varia altezza: quando s'incontrano soltanto 1 o 2 tenie nel lume, la mucosa appare poco alterata; tutt'al più le pieghe sembrano lievemente appiattite per la pressione esercitata dagli ospiti, ma il rivestimento epiteliale è quasi intatto.

Anche qui, come nello stomaco, è facile trovare scolici sul fondo delle pieghe, fissati all'epitelio per mezzo delle ventose. Quando invece le tenie contenute sono numerose allora l'appendice è dilatata: la tonaca muscolare molto distesa si presenta più sottile, le pieghe della mucosa molto compresse o stirate quasi più non si riconoscono, l'epitelio è alterato ed in gran parte o atrofico o sfaldato. Il connettivo di sostegno della mucosa appare talvolta poco alterato, altre volte, forse quando la lesione è più antica, presenta una densa infiltrazione di piccole cellule rotonde mononucleate, ma anche qui le tenie non si affondano mai nel tessuto connettivo cosicchè l'infiltrazione di questo dêve interpretarsi come un effetto secondario alla irritazione determinata dalla caduta dell'epitelio.

***

La diffusione enorme delle tenie nei mesi estivi non determina alcuna moria degli agoni.

Gli esemplari che ospitano pochi vermi non danno segni di sofferenza e non differiscono dagl'individui normali. Ma anche gli agoni che ospitano un migliaio di tenie non soccombono affatto e non presentano disturbi all'infuori di un certo arresto di sviluppo.

Debbo pertanto concludere che le ittiotenie dell'agone non elaborano nessuna tossina e si comportano come commensali, capaci soltanto di sottrarre all'ospite una parte del nutrimento già elaborato nello stomaco. Quando le tenie diventano numerose cessano dall'essere innocue perchè ostruendo il passaggio nell'intestino comprimendo le pieghe mucose delle appendici piloriche determinando la parziale atrofia della mucosa rendono più difficile al pesce le funzioni di assorbimento. Il pesce non abbastanza nutrito non cresce di peso e presenta un rallentamento od un arresto nello sviluppo.

L'influenza patogenetica delle ittiotenie si riduce dunque essenzialmente ad un'azione meccanica che induce per compressione un'atrofia della mucosa assorbente.

Ma poichè l'epitelio della mucosa non è mai totalmente distrutto così la mucosa deve facilmente rigenerarsi quando

venga l'espulsione delle tenie. Dopo aver accertato che nell'inverno gli agoni infestati sono rari, sono indotto a credere che la vita delle ittiotenie non sia lunga: forse dura soltanto una stagione.

Gli agoni fortemente infestati sono dunque mal nutriti, non crescono di peso, sono magri e deboli, e perciò possono più facilmente cadere vittime di altri pesci predatori, come il luccio, la trota, il pesce persico adulto.

Tali osservazioni sulle tenie dei pesci permettono di fare qualche considerazione in patologia comparata.

Il Tibaldi nel suo recentissimo volume sull'elmintiasi intestinali riferisce una serie di esperienze volte al fine di dimostrare che anche le tenie umane non elaborano veleni e se arrecano qualche disturbo, questo è essenzialmente di origine meccanica. I miei reperti danno un ulteriore fondamento a tale dottrina.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

Fig. 1-2 — Regione pilorica con tenie nelle ghiandole. Alterazioni profonde della mucosa.

Fig. 3-4-5 — Sezione di intestino di agone in vicinanza del piloro con tenie nelle pieghe ghiandolari; in ambedue si vede l'epitelio della mucosa aspirato dalle ventose dello scolice.

Fig. 6 — Scolice sezionato: forma delle ventose.

Fig. 7 — Appendice pilorica normale.

Fig. 8 — Appendice pilorica con sezione di 5 tenie.

Tutte le figure sono riproduzioni di fotografie, senza ritocco, eseguite col grande apparecchio Koritstka e con obbiettivo apocromatico Koristka 35 mm.

Fig. 1

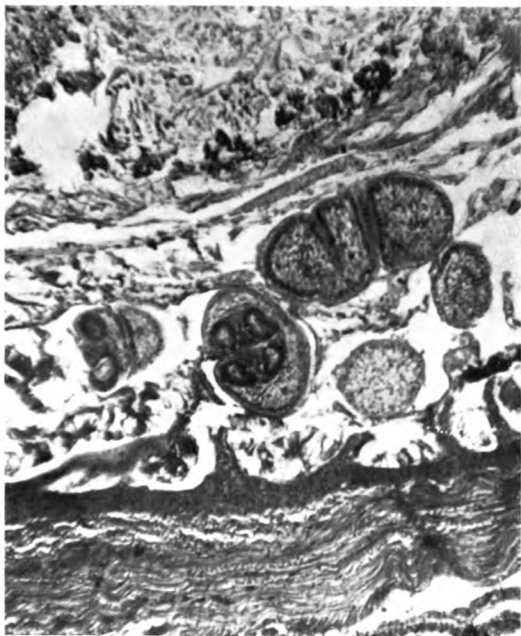



Fig. 2

Fig. 3

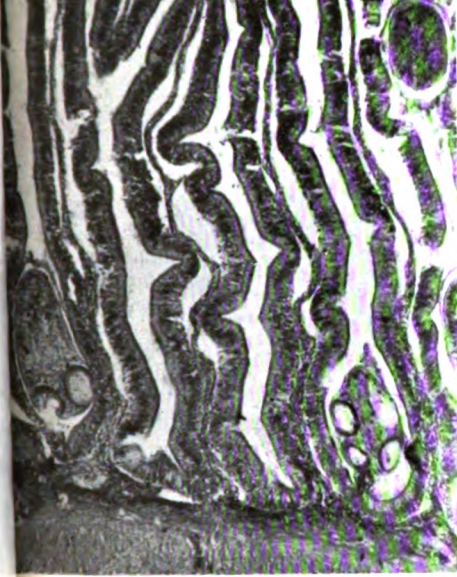
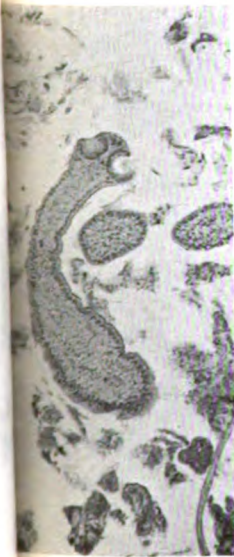
Fig. 4

ZI - Alterazioni prodotte dalle tenie nell'apparato digerente degli agoni.

Fig. 5

Fig. 7

Fig. 6

Fig. 8

…ENZI - Alterazioni prodotte dalle tenie nell'apparato digerente degli agoni.

LA CONNESSIONE DELLA DOTE CON GLI ONERI DEL MATRIMONIO IN DIRITTO ROMANO

Nota del S. C. prof. Emilio Albertario

(Adunanza del 15 gennaio 1925)

È noto che la connessione della dote con gli oneri del matrimonio in diritto romano, benchè solennemente affermata, in numerosi testi delle Pandette e del Codice; benchè nel modo più energico enunciata da Paolo in D. 23, 3, 56, 1 (*ibi dos esse debet, ubi onera matrimonii sunt*), non è un punto pacifico. La dottrina comune fu combattuta vigorosamente dal Bechmann (1), e si deve dire con successo notevole, se la nuova idea riuscì a persuadere forti studiosi (2), a scuotere altri (3), a portare il convincimento in qualcuno (4) che la connessione della dote con gli oneri del matrimonio siasi affermata tardi, e non esistesse inizialmente.

Gli argomenti addotti dal Bechmann sono, in parte, deboli e facilmente superabili. Ma fa certemente meditare l'argomento

---

(1) *Das römische Dotalrecht*, pp. 3-32.

(2) Cfr. Rudorff, in Puchta, *Institutionen*, 2, § 292 a; Maynz, *Cours de droit romain*, 3, § 309; Petrazycki, *Die Fruchtverteilung*, ecc., p. 5; soprattutto Czylarz, *Das römische Dotalrecht*, § 4, e altri ancora.

(3) Cfr. Bonfante, Corso di diritto romano, *Della Famiglia*, parte 2a, p. 79 e sgg., Pavia, Bizzoni, 1908.

(4) Cogliolo, *Quaestiones vexatae de dotibus*, in *Archivio giuridico*, 29, p. 158; Solazzi, *La restituzione della dote nel diritto romano*, Città di Castello, 1899, soprattutto pagg. 47-48; Gradenwitz, *Zur Natur der dos*, in *Mélanges Gérardin*, 1907, p. 283 sgg. Contro Gradenwitz, v. Costa, *Cicerone*, parte 1a, 50, n. 1. In un mio Corso di lezioni su *La dote* (Camerino, 1913-14) negavo già, per il diritto classico, la connessione della dote con gli *onera matrimonii*.

addotto che si può costituire in dote la proprietà nuda (*si proprietati nudae in dotem datae ususfructus accesserit, incrementum videtur dotis, non alia dos*). Impressionante è, anche, il constatare che nel caso di emancipazione del figlio o di adozione, gli oneri si trasferiscono al figlio emancipato o al padre adottivo, e che nell'un caso e nell'altro (1) non si dice che trapassi in costoro la dote. È, poi, singolare che la restituzione della dote, cessati gli oneri, siasi introdotta lentamente e per gradi.

D'altra parte, è innegabile che la connessione della dote con gli oneri del matrimonio è più e più volte riaffermata.

Una recente revisione dei testi mi ha portato alle conclusioni seguenti: la connessione della dote con gli oneri del matrimonio è esaltata in testi interpolati; essa è un dogma della legislazione giustinianea, non della dottrina romana. Siamo in presenza di uno sviluppo storico; ma non maturato neanche nell'epoca della tarda giurisprudenza classica, come vorrebbe il Gradenwitz: compiutosi per intero, invece, come naturale conseguenza del trasformarsi dell'istituto della dote, nel nuovo ambiente romano-bizantino.

Passiamo, senz'altro, alla critica dei testi.

D. 23, 3, 7, pr. Ulpianus 31 Sab. Dotis fructum ad maritum pertinere [*aequitas suggerit: cum enim ipse onera matrimonii subeat, aequum est eum etiam fructus percipere*].

A ritenere rielaborato dai compilatori questo frammento basterebbe l'espressione *aequitas suggerit*, la cui origine compilatoria è stata illuminata dal Bortolucci (2). Ma si potrebbe osservare da coloro, che, anche quando non possono fare a meno di riconoscere una interpolazione, son proclivi a ritenerla più formale che sostanziale; si potrebbe osservare, dico, che qui la forma può essere, in parte, compilatoria; ma il pensiero è, in tutto, classico (3). Niente affatto. Anche il pensiero è crudamente compilatorio. La dote era nel diritto romano una

(1) Cfr. D. 1, 7, 45.

(2) *Studi romanistici*, Padova, Tip. all'Università, 1906, p. 44 sgg.

(3) Così, di fatti, lo stesso Bortolucci, *loc. cit.* Se da *cum enim* in poi il testo fosse genuino, come il Bortolucci suppone, io non vedo la ragione della interpolazione: *dotis fructum ad maritum pertinere debere aequitas suggerit.* I compilatori non avrebbero fatto che ripetere stupidamente quanto già c'era nel testo. Il Bortolucci vorrebbe obbiettare che ai compilatori son care le enunciazioni generali a mo' di aforismi. Eh, via! Ma da *cum enim* in poi non c'è già una enun-

donazione fatta *matrimonii causa:* il marito ne diventava il proprietario (1). Ora, è serio dire che è una norma *equitativa* quella che consente di appropriarsi i frutti della cosa di cui si ha la proprietà?

Nel diritto giustinianeo, invece, la proprietà del marito è una *subtilitas legum*: la dote *naturaliter permanet in uxoris dominio* (cfr. C. 5, 12, 30, pr. — 1) (2); quando il diritto del marito sulla dote è così sminuito, quando il suo diritto di proprietà è così distrutto, allora — ma allora soltanto — occorre richiamarsi all'*aequitas* per giustificare l'acquisto dei frutti della dote a favore del marito e si può trovare una giustificazione all'acquisto nel fatto che sul marito pesano gli oneri del matrimonio.

Il testo ulpianeo è, dunque, sostanzialmente alterato: di fronte alla concezione romana della dote, dice cosa incomprensibile: di fronte alla concezione giustinianea, dice cosa che si comprende.

L'alterazione di questo testo gioverà a scorgere l'alterazione di un altro testo ulpianeo dove è forse meno evidente, ma altrettanto sicura.

D. 10, 2, 20, 2 Ulpianus 19 ed. Hoc amplius filius familias heres institutus dotem uxoris suae praecipiet, [*nec immerito, quia ipse onera matrimonii sustinet: integram igitur dotem praecipiet*] et cavebit defensum iri coheredes qui (3) ex stipulatu possunt conveniri. Nec solum uxoris suae dotem, sed etiam filii sui uxoris, quasi hoc quoque [*matrimonii onus*] ad ipsum spectet, [*quia filii onera et nurus ipse adgnoscere necesse habet*].

---

ciazione generale? Gli è che si ha il brutto vezzo di credere che i compilatori fossero degli impenitenti perdigiorni che si pigliavan gusto a interpolare i testi classici semplicemente *voluptatis causa.*

(1) Cfr. D. 15, 1, 47, 6; 23, 3, 7, 3; 23, 5, 1, 2; 41, 2, 3, 21; C. 5, 12, 23; 7, 8, 7.

(2) Questa costituzione giustinianea illumina la alterazione di numerosi testi delle Pandette, in cui è affermata l'appartenenza della dote alla moglie (alterazione già intuita dal Beseler, *Beiträge*, 3, 78, e segnalata egregiamente dall'Arangio-Ruiz, in *Istituzioni*, 2, 209, n. 1): così D. 23, 3, 75 (cfr. anche Beseler, *Beiträge*, 4, 203); D. 24, 3, 24, 5 (cfr. in parte già Pernice, *Corpus iuris civilis*, 1[14]); D. 21, 2, 71 (cfr. anche Beseler, *Beiträge*, 2, 24); D. 23, 3, 33, (cfr. anche Beseler, *Beiträge*, 3, 77); D. 42, 8, 25, 1; D. 4, 4, 3, 5.

(3) Il Mommsen, invece di *qui*, legge *si forte.*

Nel paragrafo precedente il giurista prospetta numerose ipotesi che danno luogo a *praeceptio*; ma la ragione della *praeceptio* è così intuitiva, che non ha bisogno di giustificarla una sol volta. Altrettanto speditamente il giurista doveva procedere per la *praeceptio dotis*. Che se avesse motivato, non si sarebbe certo richiamato agli oneri del matrimonio, ma al *matrimonium*. Non c'è giurista che più di Ulpiano ci tenga a fissare ripetutamente il principio che la dote dev'essere là dov'è il matrimonio (1). La motivazione, inserita da una seconda mano, è poi anche fatta palese da una inutile ripetizione: dopo che il giurista ha detto imperativamente *filius familias heres institutus dotem uxoris suae praecipiet*, che ci sta a fare l'avvertenza *integram igitur dotem praecipiet?*

Anche il successivo *matrimonii onus* io considero spurio: sta invece di *matrimonium*. E aggiunta è certamente al testo genuino la motivazione finale *quia filii onera et nurus ipse adgnoscere necesse habet*: la forma *necesse habere* è frequentemente compilatoria (2).

Alterato, sempre allo scopo di mettere la dote in relazione con gli oneri del matrimonio, è anche un altro testo di Ulpiano, D. 23, 4, 11, (34 ed.).

Cum pater dotem pollicitus fuerit et paciscatur, ne se vivo petatur neve constante matrimonio dos petatur, ita pactum interpretandum divus Severus constituit, quasi adiectum esset se vivo: hoc enim ita accipiendum esse [*contemplatione paternae pietatis et contrahentium voluntatis*] ut posterior quoque pars conventionis ad vitam patris relata videatur, ne diversa sententia [*fructum dotis ab oneribus matrimonii separet*], quod[*que*] indignissimum est, inducat ut non habuisse dotem existimetur.

(1) Cfr. D. 23, 3, 3: Dotis appellatio non refertur ad ea *matrimonia*, quae consistere non possunt — neque dos sine *matrimonio* esse potest — ubicumque *matrimonii* nomen non est, nec dos est. Cfr., anche, D. 41, 9, 1, 4 (Ulp.) Idem scribit et si putavit maritus esse sibi matrimonium, *cum non esset*, usucapere eum non posse, quia *nulla dos sit*....

D. 42, 5, 17, 1 (Ulp.) che dice: si sponsa dedit dotem et nuptiis renuntiatum est, tametsi ipsa dotem condicit, tamen aequum est hanc ad privilegium admitti, licet nullum matrimonium contractum est, è evidentemente interpolato (*licet* coll'indicativo!).

(2) Cfr. Beseler, *Beiträge*, 2, 116, sgg.

Sorvolo sulla interpolazione delle parole *contemplatione paternae pietatis et contrahentium voluntatis*, il cui rilievo poca importanza ha a questo riguardo: noto solo che la *contemplatio paternae pietatis* ricorda troppo la bizantina conclusione di D. 21, 2, 71: *quod magis paterna affectio inducit*, per dubitarne.

Voglio, invece, dimostrare l'inserzione, fatta da una seconda mano, delle parole *fructum dotis ab oneribus matrimonii separet*. Orbene: è chiaro che la necessità di interpretare il patto « *ne constante matrimonio dos petatur* » come se fosse aggiunto « *se viro* » dipende dalla constatazione che, altrimenti, sarebbe stata frustrata la costituzione di dote. Ed è quanto, difatti, il giurista non manca di osservare. Ma se questo è, che ci sta a fare l'altra osservazione *ne diversa sententia fructum dotis ab oneribus matrimonii separet*? Come non conchiudere che essa è sovrapposta (1)? E ciò, senza notare che il padre potrebbe aver promesso la proprietà nuda, nel qual caso c'è valida costituzione di dote ma non c'è frutto della dote?

Visibile è pure l'alterazione di un altro testo ulpianeo, D. 24, 1, 21, 1 (32 Sab.).

Si uxor viro dotem promiserit et dotis usuras [*sine dubio dicendum est peti usuras posse, quia non est ista donatio, cum pro oneribus matrimonii petantur.*] Quid tamen, si maritus uxori petitionem earum remiserit? Eadem erit quaestio, an donatio sit illicita: et Julianus hoc diceret: quod verum est. [*Plane si convenerat, uti se mulier pasceret suosque homines, idcirco passus est eam dote sua frui, ut se suosque aleret, expeditum erit: puto enim non posse ab ea peti quasi donatum, quod compensatum est.*]

Sulla interpolazione di questo periodo finale non voglio insistere qui. Me ne occuperò più innanzi. A me importa insistere qui sull'alterazione della prima parte del testo.

Si tratta di una promessa di dote e degli interessi dotali fatta dalla moglie al marito, dopo già concluso il matrimonio (*uxor-viro*). Ora, la liceità di una promessa siffatta doveva esser ricercata dal giureconsulto nel fatto che la dote si può costituire in qualunque momento: *prima* o *dopo* il matrimonio: sia essa costituita dal padre o dall'estraneo, sia essa costituita dalla donna. Paolo (Sent. 2, 21 B, 1) *in forma assoluta* afferma:

(1) La sovrapposizione ha fatto sì che poi l'*habuisse existimetur* è restato senza soggetto.

Dos aut antecedit aut sequitur matrimonium, et ideo vel ante nuptias vel post nuptias dari potest. E lo stesso giurista altrove (Vat. Fr. 110), con particolare riferimento alla donna, avverte: .... etiam post nuptias [*copulatas*] (1) dotem promitti vel dari posse, sed non curatore praesente promitti debere sed tutore auctore.

I Giustinianei fanno poco caso di questo principio generale e si affannano, invece, ad affermare la liceità della promessa degli interessi della dote fatta dall'*uxor*, motivando che non c'è donazione, perchè il marito li chiede per sopperire agli oneri del matrimonio.

L'interpolazione è, anche, formalmente sospettabile (*sine dubio dicendum est*: a mio avviso è interpolato anche il *sine dubio dicemus* di D. 23, 3, 7, 3; *quia non est ista* (!) *donatio*) (2). E farebbe, presa alla lettera, contro il ripetuto principio giustinianeo conchiudere che gli interessi della dote sarebbero un corrispettivo degli oneri e non la dote (3)!

Eliminati questi testi, conviene eliminare anche il testo di Paolo che, fra tutti quanti, sembra il più reciso e il più assoluto.

(1) *Copulatas* è certamente un glossema. Le espressioni *copulare nuptias, matrimonium, adoptionem, cognationem* non sono mai classiche. In *Collatio* 6, 6, 1 (Papin.) è motivazione tarda e inutile: quia qui errore cognito diremit coitum, *creditur* (!) eius voluntatis fuisse, ut, si scisset se in eo necessitudinis gradu positum, non fuisset *tale* (!) *matrimonium copulaturus*. In D. 38, 10, 4, 2 (Modest.) si incontra due volte *copulatur cognatio*, ma tutto il paragrafo è una evidente parafrasi postclassica (cfr. ALBERTARIO, *Il concetto del ius naturale e la sua influenza sulla legisl. giustin.*, di prossima pubbl.). In D. 24, 1, 32, 28 è tarda aggiunta il *vel quis alius ex his qui matrimonium copulare prohibentur*. In D. 12, 4, 6 (Ulp.) l'espressione *matrimonio non copulato* appartiene ad un testo largamente interpolato (FABRO-KRÜGER). In C. 5, 4, 8 (Gordianus) *copulandis* sta facilmente in luogo *contrahendis*. In C. 8, 47, 2, pr. (Diocl.) *sub copulandae adoptionis obtentu* appartiene a un brano interpolato [*et super — inruas*]: oltre *copulare adoptionem*, rilevo: *super patrimonio, diligenti provisione*: il termine *provisio* non è classico (cfr. SECKEL, *Handlexicon*). In C. 8, 47, 4 (Diocl.) la stessa espressione (*adoptio copulari*) è già stata segnalata come interpolata dal RICCOBONO [*sed solemni iuris ordine apud praesidem solet copulari*]. La simpatia dei romano-ellenici e dei giustinianei per il verbo *copulare* è, d'altronde, nota. Dal *Vocab.* del von MAYR risulta adoperato 19 volte.

(2) Su *iste* cfr. BESELER, *Beiträge*, 3, 131 sgg.

(3) Così, infatti, intende BECHMANN, *Dotalrecht*, 2, 76.

D. 23, 3, 56, 1-2, Paulus 6 Plaut. [*Ibi dos esse debet ubi onera matrimonii sunt.*] Post mortem patris statim [*onera matrimonii*] filium sequuntur, sicut liberi, sicut uxor.

Sembrerebbe diabolico tentare la dimostrazione della interpolazione di questo testo formalmente così impeccabile. Eppure, un altro testo di Paolo ci segnalerà chiaramente in quale accorto modo i compilatori hanno potuto adattare il testo a fargli significare quel ch'essi volevano: a fargli proclamare la connessione della *dos* con gli *onera matrimonii*.

Si richiami, infatti, D. 10, 2, 46 Paulus 10 Sab. Si maritus sub condicione a patre heres institutus sit, [*interim uxoris de dote actionem pendere. Plane si post mortem soceri divortium factum sit, quamvis pendente condicione institutionis*] dicendum est praeceptioni dotis locum esse, quia mortuo patre quaedam filios sequuntur antequam fiant heredes, ut [*matrimonium*], ut liberi, ut tutela. [*igitur et dotem praecipere debet qui onus matrimonii post mortem patris sustinuit:*] et ita Scaevolae quoque nostro visum est.

Non credo di dover insistere nel dimostrare che *matrimonium* sostituisce *uxor in manu*. La sostituzione è tanto sciocca che è soltanto spiegabile in chi doveva, come i compilatori dovevano, togliere ogni traccia del vieto istituto della *manus*. Orbene: secondo Paolo, ciò che segue il figlio *statim*, cioè *antequam heres fiat*, è la *manus* sulla donna, e il diritto alla *praeceptio dotis* è naturalmente conseguente all'acquisto della *manus*.

I compilatori, invece, che non possono richiamare all'acquisto della *manus* la *praeceptio* della dote, la richiamano agli oneri che il matrimonio trae seco, e perciò in D. 10, 2, 46 soggiungono:

[*igitur et dotem praecipere debet qui onus matrimonii post mortem patris sustinuit:*]

aggiunta che è una vera sovrapposizione di seconda mano, non soltanto rivelata dall'*igitur* preposto (Beseler) (1), ma dimostrata soprattutto dal fatto che, se Paolo voleva parlare di *onera matrimonii*, lo avrebbe fatto prima.

Quei compilatori, che, qui, in D. 10, 2, 46 si son limitati ad *aggiungere* la menzione degli *onera*, consentendo a noi di vedere quale era, invece, il genuino pensiero di Paolo che la

(1) *Beiträge*, 3, 105 sgg.

sovrapposizione non ha oscurato, in D. 23, 3, 56, 1-2 l'hanno anche *sostituita*, e i *liberi* e l'*uxor* nel testo alterato vengono a figurare come esempi di *onera*.

Tenendo presente D. 10, 2, 46 è agevole cosa ricostruire D. 23, 3, 56, 1-2.

D. 10, 2, 46

.... dicendum est praeceptioni dotis locum esse, quia mortuo patre quaedam filios sequuntur, etiam antequam fiant heredes, ut < *uxor in manu* >, ut liberi, ut tutela.

D. 23, 3, 56, 1, 2

[*Ibi dos esse debet ubi onera matrimonii sunt.*] Post mortem patris statim < *quaedam* > filium sequuntur, ut uxor < *in manu* >, ut liberi, < *ut tutela* >.

E così mi sembra di avere eliminato come interpolato il testo più formidabile.

Senonchè, facendo capo a D. 10, 2, 46, dove è ben chiaro che — finchè non intervengono i compilatori — il giurista non accenna agli *onera matrimonii*, come a causa giustificativa della *praeceptio dotis*, noi possiamo scorgere l'alterazione di un altro testo di Paolo, in cui la dote, anzichè al *matrimonium*, è riallacciata ai suoi *onera*.

D. 17, 2, 65, 16, Paulus 32 ed. Si unus ex sociis maritus sit et distrahatur societas manente matrimonio, dotem maritus praecipere debet, [*quia apud eum esse debet, qui onera sustinet*:] quod si iam dissoluto matrimonio societas distrahatur, [*eadem die*] recipienda est dos, [*qua*] et solvi debet.

La seconda parte di questo passo ci è conservata mutila nel cosidetto *Fragmentum Bodleianum* (1) e viene ricostruita, tenendo presente il passo del Digesto, così:

> *q*[ui] *on*|era sustinet: quod
> si iam di|*ssolut*[o matrimonio
> societas distrahatu]*r isdem diebus*
> *prae*[cipi debet qui]*bus et solvi*
> *debet.*

La lettura di questo *Fragmentum*, proveniente dall'Egitto, potrebbe esser giudicata grave contro quella che è la tesi da

(1) Cfr. P. Krüger, *Neue Paulus-Bruchstücke aus Aegypten*, in *ZSSt.*, 18, 1897, 224; V. Scialoja, *Rendiconti Accademia Lincei*, 1897, 236.

me sostenuta. Vero è che altri potrebbe osservare che la ricostruzione *qui onera sustinet* è piuttosto congetturale e provocata dalla lezione del passo del Digesto: nel *Fragmentum*, infatti, si leggono soltanto le lettere *q*, e, un po' distanziate, *on*; che potrebbero svolgersi leggendo (come fu letto): *q*[ui] *on*[era] o potrebbero anche svolgersi leggendo: *q*[u]*on*[iam] in una frase che, dopo *dotem maritus praecipere debet*, avesse motivato, a mo' d'esempio: *quoniam ad eum pertinet*.

Ma io posso e voglio, anzi ammettere che la lettura più consigliabile sia la prima: soggiungo, però, subito che crederei in questo caso di trovarmi di fronte a una antica glossa del testo di Paolo che l'ha poi accompagnato nel tempo. E affermo questo, perchè l'età romano-ellenica, che richiama con tanta insistenza la dote agli oneri del matrimonio, può giustificare la *praeceptio* della dote fatta dal marito socio, avvertendo *quia apud eum esse debet qui onera sustinet*, ma il giurista classico doveva giustificarla con la solita avvertenza che la dote deve essere là dove è il matrimonio.

Gli *onera matrimonii*, che, a seconda che fossero, o no, considerati dai giuristi romani come scopo della costituzione della dote, facevano essere la dote una causa onerosa o una causa lucrativa d'acquisto, riguardavano marito e moglie; non marito e soci.

Nessun dubbio, anche, sull'alterazione di D. 23, 4, 28, Paulus 5 quaestionum.

Quaeris, si pacta sit mulier [*vel ante nuptias vel post nuptias*], ut ex fundi fructibus, quem dedit in dotem, creditor mulieris dimittatur, an valeat pactum? Dico, si ante nuptias id convenerit, valere pactum eoque modo minorem dotem constitutam; [*post nuptias vero, cum onera matrimonii fructus relevaturi sunt, iam de suo maritus paciscitur ut dimittat creditorem, et erit mera donatio.*]

Le parole *vel ante nuptias vel post nuptias*, la motivazione *cum onera matrimonii fructus relevaturi sunt*, l'aggettivo *mera* sono alterazioni già vedute dal Beseler (1). A me pare che l'interpolazione sia ampia così come la ho indicata con le parentesi quadre.

Ma, ad ogni modo, ciò che interessa è la interpolazione della motivazione *cum onera matrimonii fructus relevaturi*

(1) *Beiträge*, 3, 136; cfr. anche Seckel, *Handlexicon* sub v. *relevare*.

sunt: sicura per la sgrammaticatura *cum-sunt*; per l'espressione *fructus relevaturi sunt onera*; soprattutto, perchè gli oneri del matrimonio non hanno nessuna rilevanza giuridica al riguardo: se un siffatto patto conchiuso dalla moglie *post nuptias* è nullo, ciò dipende dal fatto che essa dispone di cosa *non più sua*.

La dimostrazione dell'alterazione degli altri testi è anche più facile.

Incominciamo da due testi ricavati dalle *disputationes* di Trifonino e succedentisi nelle Pandette.

D. 23, 3, 75, Triphoninus 6 disputationum Quamvis in bonis mariti dos sit, [*mulieris tamen est, et*] merito placuit, [*ut*,] si <mulier> in dotem fundum inaestimatum dedit, cuius nomine duplae stipulatione cautum habuit, isque marito evictus sit, statim eam ex stipulatione agere posse. [*Porro cuius interest non esse evictum quod in dote fuit quodque ipsa evictionem pati creditur ob id, quod eum in dote habere desiit, huius etiam constante matrimonio, quamvis apud maritum dominium sit, emolumenti potestatem esse creditur, cuius etiam matrimonii onera maritus sustinet.*]

D. 23, 3, 76, Triphoninus 9 disputationum Si pater mulieris mortis suae causa dotem promiserit, valet promissio: nam et si in tempus, quo ipse moreretur, promisisset, obligaretur. [*Sed si convaluerit, cur ei non remittatur obligatio per condictionem atque si stipulanti quivis alius promisisset aut dotem alicuius nomine? Nam ut corporis vel pecuniae translatae, ita obligationis constitutae mortis causa condictio est.*] Non idem dicendum est [*in persona mulieris*], si mulier mortis suae causa dotem promiserit (1), quia [*nisi matrimonii oneribus serviat*,] dos nulla est.

L'interpolazione del primo testo è già stata veduta dal Beseler (2): in fondo, salvo divergenze di dettaglio, egli fa le stesse eliminazioni. Non mi soffermo sul bisticcio premesso: *quamvis in bonis mariti dos sit mulieris tamen est*, perchè esso fa parte di quelle frequenti affermazioni giustinianee tendenti a scalzare il diritto di proprietà del marito sulla dote e ad elevare contro questo diritto, ormai condannato come una

(1) Il GRADENWITZ, *loc. cit.*, 288 propende a eliminare come un glossema le parole *si mulier mortis suae causa dotem promiserit*. E fa a riguardo di questo testo una critica assai fine.

(2) *Beiträge*, 4, 203.

subtilitas legum, il *naturale dominium uxoris* (1). Soffermarsi invece conviene sulla seconda parte del testo, che ha un faticosissimo impacciato andamento, forme compilatorie e frasi slegate. L'inciso, che rompe malamente il testo, *quodque ipsa evictionem pati creditur ob id, quod eum in dotem habere desiit*, è eliminato come non genuino anche dal Gradenwitz (2): il *porro* è sospetto (Beseler) (3); altrettanto sospetto l'uso del *credere* (4), per giunta ripetuto (evictionem pati *creditur* — emolumenti potestatem esse *creditur*); strana è l'espressione *potestas emolumenti*; il *cuius etiam matrimonii* è campato in aria, tanto che il Mommsen, in una delle sue arbitrarie proposte di correzione del testo, contro la lezione dei Basilici (lo nota opportunamente P. Krüger), suggerisce di leggere *etiam cum eius*. E il bisticcio iniziale, *quamvis in bonis mariti dos sit, mulieris tamen est*, si ripete in una forma più impressionante e più enfatica: *huius* —, *quamvis apud maritum dominium sit, emolumenti potestatem esse creditur.*

Anche il secondo testo è largamente guasto. Tutta la parte centrale *sed si convaluerit — condictio est* è già stata affermata spuria dal Beseler (5), e la sua critica mi riesce persuasiva. Ma, ciò che importa a me dimostrare interpolato, è l'inciso *nisi matrimonii oneribus serviat*. L'interpolazione è indubitabile. Il motivo, per cui Trifonino doveva dire che non è valida la promessa della dote, fatta *suae mortis causa* dalla donna, è intuitivo: è quello che ci ripete a sazietà Ulpiano in D. 23, 3, 3; è la aderenza della dote al matrimonio; è la massima: *neque dos sine matrimonio esse potest*. E, pertanto, il testo classico doveva avvertire:

Non idem licendum est, si mulier mortis suae causa dotem promiserit, quia, < *nisi matrimonium sit*, > dos nulla est.

I compilatori, che — come abbiamo già visto — preferiscono far aderire la dote, anzichè al matrimonio, ai suoi oneri (tra-

---

(1) L'interpolazione è ammessa anche dall'ARANGIO-RUIZ, *Istituzioni*, 2, 209, n. 1.

(2) *Loc. cit.*, 286-287. E si vedano ivi le acute osservazioni del GRADENWITZ circa la chiusa: *cuius etiam matrimonii onera maritus sustinet*.

(3) *Beiträge*, 4, 201 sgg.

(4) Cfr. GUARNERI-CITATI, *Indice* ecc. in *Bull.* 33, 1923, sub h. v.; *Annali Palermo*, 11, 249, n. 1; *Miscellanea esegetica*, I, Perugia 1924; RICCOBONO, *ZSSt.*, 43, 1922, 346 e 351; ALBERTARIO, *Animus furandi*, 31.

(5) *Beiträge*, 2, 89.

sformandola così da negozio giuridico lucrativo in negozio giuridico oneroso), dicono che è nulla la dote, se non serve agli oneri del matrimonio; e vien fuori una frase che oltrepassa il loro stesso pensiero, perchè certo essi volevano far aderire la dote agli oneri del matrimonio, ma è altrettanto certo che non volevano dire che è nulla anche quella dote che sia impari, cioè sproporzionata, agli oneri: come le malaccorte parole interpolate, prese alla lettera, lascerebbero credere (1).

Un testo di Marciano rivela la nuova tendenza postclassica in modo, se pur si può dire, ancor più palese.

D. 20, 6, 8, 13, Marcianus libro singulari ad form. hyp. Sed si permiserit creditor vendere, debitor vero donaverit, an exceptio (2) illum summoveat? — [*quodsi in dotem dederit, vendidisse in hoc casu recte videtur propter onera matrimonii.*] in contrarium, si concessit donare et vendiderit debitor, repelletur creditor. [*nisi si quis dicat ideo concessisset donari, quod amicus erat creditori is cui donabatur.*]

Anche qui non insisto nel dimostrare la interpolazione della parte finale del testo da *nisi* in poi. A me importa dimostrare la interpolazione del periodo: *quodsi in dotem dederit, vendidisse in hoc casu recte videtur propter onera matrimonii.* Ora, è mai possibile che un creditore che autorizza il debitore a vendere, lo autorizzi implicitamente anche a dare in dote? Si capisce quale sia la spinta che può indurre il creditore ad autorizzare il debitore a vendere, è ce lo dice in questo stesso testo Marciano: *ut pretio accepto ipsi quoque res expediat.* Ma dov'è questa possibilità nella costituzione di dote? E qual giurista classico avrebbe mai pensato di assomigliare la costituzione di dote alla vendita? Delle due, l'una: o questa ipotesi della costituzione di dote non era fatta nel testo marcianeo; o, se era fatta, la soluzione era precisamente l'opposta.

Ed è naturale. Perchè la dote è pur sempre per i romani una donazione *matrimonii causa.* I giustinianei, che non la considerano più tale, ma l'annoverano fra i negozi giuridici

(1) Che Trifonino richiamasse, come sembrerebbe risultare dai testi delle Pandette, la dote agli *onera matrimonii*, è dubbio anche per il GRADENWITZ. Egli, infatti, conchiude la sua critica ai due testi così (*loc. cit.*, 288-289): « So ist, meine ich, allerdings wahrscheinlich, aber *nicht einmal sicher*, dass Triphoninus die Redensart von der dos an den onera in Munde geführt hat ».

(2) HUSCHKE: invece di *exceptionem*.

a titolo oneroso, possono giungere alla soluzione che troviamo affermata nel testo (1): i giuristi romani è assurdo pensare che potessero giungervi.

Non meno alterato di questo testo di Marciano, è un testo di Pomponio, libro 3 ex Plaut.

D. 17, 1, 47, pr. Iulianus ait, si fideiussori uxor doti [*promiserit*], quod ei ex causa fideiussoria debeat, nuptiis secutis confestim mandati adversus debitorem agere eum posse, [*quia intellegitur abesse ei pecunia eo, quod onera matrimonii sustineret.*]

Questo testo doveva seguire dopo un altro, riferitoci pure in questo stesso titolo, che avverte così:

D. 17, 1, 11 Si ei, cui damnatus ex causa fideiussoria fueram, heres postea extitero, habebo mandati actionem.

Mi sembra che l'accostamento dei due testi sia molto significativo, perchè prospettano due soluzioni giuridiche parallele.

Vi ha un *lucrum* personale del fideiussore nel primo e nel secondo caso. Perciò è fatta salva nell'un caso e nell'altro l'*actio mandati* contro il debitore. La motivazione *quia intellegitur abesse ei pecunia eo, quod onera matrimonii sustineret,* sopravviene come una sorpresa (2).

Dobbiamo, ora, considerare un testo di Papiniano: la sua alterazione è, forse, meno, a prima vista, afferrabile di quella dei testi di Trifonino, di Marciano, di Pomponio; indizi gravi stanno per altro anche contro di esso, e, d'altra parte, l'esegesi dei testi già fatta, specialmente di D. 23, 3, 7, pr. e di D. 10, 2, 46, devono illuminare di chiara luce la critica del testo papinianeo.

D. 49, 17, 16, pr., Papinianus 19 respons. Dotem filio familias datam vel promissam in peculio castrensi non esse re-

(1) Dubbi sul testo di Marciano affaccia anche il GRADENWITZ (*loc. cit.*, 293) con riflessioni molto sagaci. E il GRADENWITZ ha il merito di aver rilevato (*loc. cit.*, 292) come sia altra volta compilatorio questo accostamento della costituzione di dote alla vendita: così in D. 44, 7, 19, in cui non sono genuine le parole *aut emptor, vel emptor*, riferite a *qui dotem petit*. Per una più larga e profonda alterazione del qual testo cfr. ora BESELER, *Beiträge*, 4, 206 e 334. Io aggiungo C. 4, 10, 2: costituzione che a torto il GRADENWITZ (*loc. cit.*, 294) vorrebbe considerar genuina: la cui alterazione, invece, è stata già sospettata dal FERRINI (cfr. P. KRÜGER, *Codex*[9]); D. 41, 9, 1, pr., la cui alterazione è già stata segnalata dal BONFANTE (*Corpus iuris civilis*, I[14]).

(2) Cfr. anche le belle osservazioni del GRADENWITZ, *loc. cit.*, 290.

spondi. Nec ea res contraria videbitur ei, quod divi Hadriani temporibus filium familias militem uxori heredem extitisse placuit et hereditatem in castrense peculium habuisse. Nam hereditas adventicio iure quaeritur, dos autem matrimonio cohaerens [*oneribus eius ac liberis communibus, qui sunt in avi familia confertur.*]

Qui, vi ha qualcosa di troppo. O si ammette che Papiniano riattaccasse la dote agli oneri del matrimonio, e allora perchè non dire senz'altro: *dos autem oneribus matrimonii ac liberis communibus, qui sunt in avi familia confertur?* O si ammette che egli riattaccasse la dote al matrimonio, e allora perchè non dire senz'altro: *dos autem matrimonio cohaeret?*

Gli è che io ritengo che appunto così dovesse concludere Papiniano, distinguendo tra eredità e dote:

hereditas adventicio iure quaeritur, dos autem matrimonio <*cohaeret*>. Per i giustinianei il riattaccare la dote al matrimonio è un po' incolore; preferiscono riattaccarla agli oneri, e perciò scrivono:

dos autem matrimonio cohaerens [*oneribus eius ac liberis communibus, qui sunt in avi familia, confertur.*]

E scrivono oneribus eius *ac* liberis communibus, quasi che i figli non costituissero un peso del matrimonio! Certamente, se Papiniano avesse riallacciata la dote agli oneri matrimoniali, e non al matrimonio, lo avrebbe fatto in più corretta e più precisa forma (1).

Dobbiamo, finalmente, considerare un testo del Codice (5, 12, 20, a. 294): [*Pro oneribus matrimonii*] mariti lucro fructus dotis totius esse, quos ipse cepit, vel, si uxori capere donationis causa permisit, eum — posse agere manifestissimi iuris est.

Non credo di dover spendere molte parole per dimostrare insiticie le parole *pro oneribus matrimonii.* L'imperatore partiva dalla constatazione che i frutti della dote spettano al marito (mariti *lucro* esse) per giungere alla conclusione che, se egli *donationis causa* permise alla moglie di raccoglierli, può agire contro di lei, dato il divieto delle donazioni fra

(1) Potrebbe anche darsi che il dettato classico fosse il seguente: *dos autem matrimonio cohaerens liberis communibus, qui sunt in avi familia confertur.* Potrebbe anche darsi, insomma, che intruse fossero soltanto proprio le parole *oneribus ac*, allusive alla moglie del *filius familias*, che nel matrimonio libero del diritto classico non entrava nella famiglia agnatizia.

coniugi. I compilatori, pur di profittare di tutte le occasioni possibili per dar risalto alla finalità, alla quale devono essere destinati i frutti della dote, agli oneri, che sono per essi la causa giustificativa dell'acquisto dei frutti, inseriscono *pro oneribus matrimonii*. Ma è chiaro che l'aggiunta non si combina bene con la parte genuina del testo. Evidentemente, se i frutti spettano come *corrispettivo* di oneri, il *lucrum* non c'è più: al posto del negozio giuridico a titolo gratuito subentra il negozio giuridico a titolo oneroso. E, se al tempo di Diocleziano in questo secondo modo fosse stata configurata la costituzione di dote, noi troveremmo scritto *pro oneribus matrimonii fructus dotis totius ad maritum pertinent*, od altra frase simile, ma non troveremmo messo in evidenza il *lucrum* del marito.

Possiamo esser certi che Diocleziano poneva l'avvertenza che i frutti della dote spettano al marito, così come la pone Paolo in Sent. 2, 22, 1: Fructus fundi dotalis constante matrimonio percepti *lucro* mariti cedunt, senza il menomo accenno agli *onera* (1).

L'analisi critica dei testi ci porta, dunque, a conchiudere che gli *onera matrimonii* vengono messi in relazione con la

---

(1) Vi sono alcuni testi, dai quali risulterebbe che gli interessi della dote rappresentano un corrispettivo degli oneri del matrimonio, per modo che, qualora questi non incombano sul marito, egli non può pretendere quelli.

Sono testi interpolati.

Un testo di Scevola (D. 44, 4, 17, pr.) avvertirebbe:

Pater pro filia dotem promiserat et pactus erat, ut ipse aleret filiam suam eiusque omnes: idem homo rusticanus genero scripsit quasi usuras praeteritas ex dotis promissione: quaesitum est, [*cum ipse filiam suam exhibuerit et maritus nullam impensam fecerit*], an ex chirographo [*ex stipulatu*] agenti genero exceptio obstare debeat. respondit, si, [*ut proponatur*,] pater [*cum exhiberet, per errorem promisisset*], locum fore doli mali exceptioni.

Ex stipulatu è già eliminato dal Lenel (*Palingen.*). L'inciso *cum-fecerit* contiene una motivazione intrusa: c'è *exhibuerit*, mentre prima il giurista adopera altro verbo (*aleret*); c'è soltanto *filiam suam* mentre prima c'è *filiam suam eiusque omnes*; c'è *maritus* mentre prima e poi c'è *gener*. Scevola infinite volte scrive *secundum ea quae proponerentur* o, anche, *ut proponeretur*: ma *ut proponatur* è una sgrammaticatura. *Cum exhiberet*: chi?; *promisisset*: che cosa? la dote o gli interessi? il padre aveva promesso la dote (*dotem promiserat*). *Exhibere* nel senso

dote soltanto in passi interpolati. Il che vuol dire che nel diritto romano classico è vero ciò che il Bechmann ha intuito, anche se a torto ha esteso al diritto postclassico e giustinianeo; anche se a torto ha difeso con argomenti in parte troppo deboli, in parte addirittura inconsistenti.

---

di *alere* è frequentemente compilatorio (cfr. ALBERTARIO, *Rend. Ist. Lomb.*, 1913, p. 856 sgg., n. 4). Vien fatto agevolmente, mi sembra, di ricostruire il testo così:

quaesitum est, an ex chirographo agenti genero exceptio obstare debeat. respondit, si < *pater dotis usuras non promisisset* >, locum fore doli mali exceptioni.

Un testo di Papiniano (D. 23, 3, 69, 3) direbbe:

In domum absentis uxore deducta, nullis in eam interea ex bonis viri sumptibus factis, [*ad exhibitionem uxoris*] promissas usuras reversus vir [*improbe*] petit.

Secondo me, il testo è, invece, da ricostruire così:

< nihilo minus dotis > usuras reversus vir < petere potest >.

Si notino: *ad exhibitionem uxoris*: ripeto che *exhibere* nel senso di *alere* è sospetto. *Promissas usuras*: di che? e possibile che alcuno abbia promesso dote e interessi soltanto *ad exhibitionem uxoris*?

Un altro testo di Papiniano (D. 24, 3, 42, 2) ammonirebbe:

Usuras numeratae dotis ex stipulatu pater in matrimonio defuncta filia si petat, gener, qui residuae dotis promissae faenus stipulatus est, [*ita demum*] ad finem vice mutua dobitae quantitatis compensationem opponere iuste videtur, [*si propriis sumptibus uxorem suam exhibuit: alioquin si patris sumptibus exhibita sit, inanis usurarum stipulatio compensationi non proderit*].

Anche qui non esito a ritenere interpolate le parole chiuse tra parentesi quadre. C'è un andamento del periodo, faticosissimo: c'è, presentata come normale, un'ipotesi che è da considerarsi eccezionalissima: c'è *exhibere* sempre nel senso di *alere*: c'è *usurarum* stipulatio, mentre nella parte genuina è detto *faenus* stipulatus est (questi improvvisi cambiamenti sono sempre sospetti); c'è *compensationi proderit*, che è una costruzione insolita invece di *ad* con l'accusativo (cfr. SECKEL, *Handlexicon*: prodesse *alicui*, ma prodesse *ad aliquid*).

Alterato è, finalmente, un testo ulpianeo (D. 24, 1, 21, 1) già richiamato più sopra:

Quid tamen, si maritus uxori petitionem earum (dotis usurarum) remiserit? eadem erit quaestio, an donatio sit illicita: et Iulianus hoc diceret: quod verum est. [*plane si convenerat, uti se mulier pasceret suosque homines, idirco passus est eam dote sua frui, ut se suosque aleret, expeditum erit: puto enim non posse ab ea peti quasi donatum, quod compensatum est*].

Da *plane* in poi si sviluppa un commento postclassico. Già il *plane* è sospetto (cfr. SECKEL, *Handlexicon* sub h. v.: « beliebtes Anknüp-

Che la funzione economica della dote sia stata quella di provvedere, di fatto, agli oneri del matrimonio; che questa funzione siasi accentuata e esaltata nel tempo, via via che la dote si andava differenziando dalla donazione in genere e via via che si estendeva l'obbligo della sua restituzione sciolto il matrimonio, non vuol affatto dire che nel diritto romano classico la connessione della dote con gli oneri matrimoniali si debba considerare un essenziale momento dell'istituto giuridico, che si debba pertanto accogliere nel concetto giuridico della dote. Il concetto della dote intesa come donazione *matrimonii causa* non si smarrì: in altre parole, la finalità pratica, la funzione sociale dell' istituto non reagirono sulla sua struttura giuridica.

E, come ogni altro donatario, il marito è, attraverso tutta l'epoca classica, considerato pur sempre proprietario della dote e ne percepisce i frutti in forza del suo diritto di proprietà.

Quel balordo bisticcio *quamvis in bonis mariti dos sit, mulieris tamen est*, che le Pandette attribuiscono a Trifonino, è — come abbiamo visto — una interpolazione dei giustinianei: una di quelle interpolazioni, che vogliono come stabilire un ponte di passaggio dal vecchio al nuovo regime. Per tutti i giuristi dell'età classica il diritto di proprietà del marito sulla dote restò un concetto definito e preciso.

Ma nell'epoca giustinianea, il diritto del marito sulla dote è profondamente diverso, è gravemente diminuito, è sostanzial-

---

fungswort auch der Kompilatorem, häufig interpoliert »; BIONDI, *Bull. ist. dir. rom.*, 32, 1922, 65), e salta subito agli occhi la sconcordanza: *si remiserit* — *si convenerat*. Aggiungasi la ripetizione stupida: *uti se pasceret suosque homines* — *ut se suosque aleret*. Ma soprattutto si avverta la poca consistenza della considerazione finale: *non posse ab ea peti quasi donatum, quod compensatum est*, quando gli interessi della dote possono, in fatto, essere assai superiori all'ammontare delle spese di mantenimento dell'*uxor* e degli *homines* suoi.

Meno rilevanti al riguardo, ma pur sempre secondo me alterati sono D. 17, 1, 60, 3 e D. 23, 4, 4. Nel primo testo una vasta interpolazione ha segnalato già il BESELER, *Beiträge*, 4. 79. Quanto al secondo testo io propendo ad eliminare come non genuino non soltanto il periodo finale (*et quid dicimus — valere?*) ma gran parte del passo da *sed ita distinguit* in poi. Nel periodo finale si notino *tale* pactum, *quare non dicas* (forma corrispondente a *cur non dicamus*, interpolata in D. 24, 3, 22, 6: cfr. BESELER, *Beiträge*, 1, 66 e 2, 89). Ma l'interpolazione è — ripeto — probabilmente più ampia, perchè soprattutto non capisco come Ulpiano dopo aver riferito: Marcellus *ait* conventionem *non valere*, possa poi impunemente soggiungere: *sed ita distinguit.*

mente intaccato: il marito è, in realtà, un semplice usufruttuario.

Il concetto della dote del mondo greco ha sopraffatto il concetto della dote del mondo romano.

Non più trapasso di proprietà della dote nel marito, ma proprietà della dote in capo alla moglie: la dote, non più causa lucrativa d'acquisto, ma causa onerosa (1); negozio nel quale *utriusque contrahentis utilitas interrenit* (2): l'obbligo alla restituzione, diventato ormai veramente inerente alla dote. Questa è proprietà delle moglie: *constante matrimonio*, i frutti spettano al marito come *corrispettivo* degli oneri che gravano su di lui. E così la classica connessione della dote col matrimonio si è trasformata, velatamente fin che si vuole, ma profondamente e radicalmente, in una connessione della dote con gli oneri del matrimonio.

La compilazione giustinianea, come al solito, ci consente di sorprendere il regime antico e di fissare il regime nuovo dell'istituto: e testi, che hanno un prevalente valore storico, sono conservati, immutati, accanto a quelli che hanno un sostanziale valore dommatico. I due regimi, l'antico e il nuovo, si accostano anche nella *sedes materiae*, nel titolo del Digesto 23, 3: de iure dotium.

Un testo di Ulpiano, non toccato dai compilatori, è l'espressione del vecchio regime, quando la costituzione di dote importa trapasso di proprietà degli oggetti dotali nel marito, quando la costituzione di dote è donazione *matrimonii causa*.

D. 23, 3, 3: Dotis appellatio non refertur ad ea *matrimonia*, quae consistere non possunt: neque enim dos sine *matrimonio*

---

(1) Cfr. 10, 36, 1, 4 (Theod. et Valentin.): si vero..... vel parens etiam filiam neptem vel proneptem curiali seu extraneo nubentem *dotaverit,.... nec inter lucrativas numerabitur....* cum tot tantisque suis difficultatibus (matrimonium) opprimatur. In D. 44, 7, 19 dopo *ex promissione dotis* i compilatori soggiungono: *non videtur lucrativa causa esse, sed quodammodo* (!) *creditor aut emptor* (!) *intellegitur qui dotem petit*. Cfr. BESELER, *Beiträge*, 4, 206 e 334.

(2) Il passo della *Collatio* 10, 2, 2 è una evidente parafrasi postclassica: cfr. già DE FRANCISCI, *Συνάλλαγμα*, 2, 438 sgg. (esso è ripreso in esame da me in *Glosse e interpolazioni pregiustinianee*, di prossima pubblicazione); il passo del Digesto (13, 6, 5, 2), dove la dote è riassunta con la vendita, con la locazione ecc., nei negozi in cui *utriusque utilitas vertitur*, è indubbiamente interpolato. Questa riassunzione, come è naturale, è esaltata nei Basilici.

esse potest: ubicumque igitur *matrimonii* nomen non est, nec dos est.

Un testo di Paolo, alterato — come abbiamo veduto — dai compilatori in questo stesso titolo, è l'espressione del regime nuovo, quando al marito è concesso un semplice diritto di usufrutto e di amministrazione sulle cose costituite in dote *in corrispettivo* degli oneri della vita coniugale che incombono su di lui.

D. 23, 3, 56, 1: [*Ibi dos esse debet, ubi onera matrimonii sunt*] (1).

Pavia, dicembre 1924.

---

(1) Durante la correzione delle bozze ho potuto vedere, per cortesia dell'Autore: L. TRIPICCIONE, *L'actio rei uxoriae e l'actio ex stipulatu nella restituzione della dote* ecc., Ancona, 1920. L'A. accede alla tesi del GRADENWITZ (p. 92); ma anch'egli afferma, sia pur senza insistervi, l'interpolazione di D. 24, 1, 21, 1 (p. 93) e ritiene pure interpolato D. 23, 4, 28 (p. 94, n. 1).

LA SECREZIONE DELLA GHIANDOLA DI HARDER SOTTO L'AZIONE DI ALCUNE SOSTANZE (1)

Nota del S. C. dott. prof. S. BELFANTI

Direttore dell'Istituto Sieroterapico Milanese.

(Adunanza del 29 gennaio 1925)

Fra le ghiandole dell' organismo animale la ghiandola di Harder ha, fisiologicamente parlando, sempre dato poco sentore di sè; che anzi nell'uomo è negata la sua presenza, quantunque il grande anatomico nostro, GIACOMINI, abbia creduto ravvisarne la traccia nell'occhio di un cadavere di Boscimane.

Negli animali forniti d'una terza palpebra, ma specialmente nella cavia e nel coniglio, essa assume un notevole sviluppo, tanto da apparire tra le più cospicue dell'organismo di questi rosicanti, nei quali è conosciuta anche col nome di « ghiandola della terza palpebra » (2).

La ghiandola di Harder è costituita da un tessuto adiposo e rappresenta il tipo della ghiandola a grasso. Si suppone che essa serva alla lubrificazione della palpebra, per lo scorrimento del globo oculare; questo almeno è l' unico accenno intorno alla sua funzione, che trovasi nei trattati anche recenti di Fisiologia, funzione che, sia detto di volo, sembra troppo insufficiente a tanta ghiandola.

La straordinaria ricchezza in grasso, come pure la peculiare disposizione istologica, han fatto sì che da alcuni, (LOEWENTHAL, BRUNI, ecc.) questa ghiandola sia stata paragonata alla ghiandola mammaria.

Non è compito di questa breve memoria entrare nei dettagli anatomici od istologici di questa ghiandola, scoperta dal-

---

(1) La parte di questo lavoro che riguarda l' azione del siero di anguilla sulla ghiandola in questione, fu già comunicata nel giugno 1923 alla Società Lombarda di Scienze Mediche e Biologiche.

(2) Per essere più esatti, sono due le ghiandole che secernono grasso: l' una è propriamente detta ghiandola della terza palpebra; l' altra è quella di Harder.

l'inglese Harder fin dal 1660, e rimandiamo quindi il lettore che desiderasse conoscerla maggiormente, ai lavori intorno ad essa, molto numerosi dal lato anatomo-istologico e dei quali alcuni trovansi elencati in fondo alla nota presente.

Scopo di questo scritto è di mettere in rilievo la funzionalità che assume tale ghiandola sotto l'azione di alcune sostanze organiche proteiche, quasi che queste avessero un potere specifico su di essa, eccitandone in modo esagerato la funzione. Il secreto della ghiandola di Harder, d'ordinario non viene riconosciuto, perchè si trova nel sacco congiuntivale, frammisto al secreto della ghiandola lagrimale; esso però si differenzia da quest'ultimo secreto pel notevole aspetto biancastro che fa ricordare una secrezione purolenta.

La mia attenzione fu appunto colpita un giorno dal fatto seguente:

Iniettando nella vena d'una cavia del siero d'anguilla, io avevo osservato come l'animale, durante le convulsioni premortali provocate dalla ittiotossina, presentasse all'angolo inferiore dell'occhio un'abbondante secrezione bianco-lattiginosa, la quale, all'esame microscopico, invece che da leucociti appariva costituita da minutissime goccioline a forte rifrangenza, riconosciute, sotto l'azione dell'acido osmico o del Sudan III, come goccioline di grasso.

Il siero d'anguilla manifesta questa sua azione nella cavia del peso di 400-500 grammi, alla dose di cmc. 0.20.

La funzione adipogena dell'ittiotossina d'anguilla è indipendente dalla sua tossicità; perchè, sia col riscaldamento, sia con l'invecchiamento, essa può perdersi, mentre rimane inalterata l'azione tossica.

Nel siero d'anguilla *esiste quindi qualche fattore atto ad eccitare la funzione della ghiandola di Harder nella cavia* e non nel coniglio; questa azione è in certo qual modo specifica di tale siero, perché l'iniezione di altri sieri non provoca la stessa eccitazione.

Anche nella cavia in istato di anafilassi si può talvolta, durante le convulsioni che precedono la morte, osservare il fenomeno; ma tale fatto avviene di rado, e non mai con l'intensità osservata per l'azione del siero di anguilla. Tutt'al più ciò sta a dimostrare come nella cavia, a differenza del coniglio, il contenuto della ghiandola di Harder si versi con una certa facilità nei canali escretori.

Lo studio istologico della ghiandola sotto l'azione dell'ittiotossina dimostra infatti come i canalicoli acinali ed i grossi

condotti della ghiandola siano nella cavia ripieni di grasso facilmente colorabile col Sudan III. Sembra che il grasso contenuto nelle cellule sia stato proiettato fuori, per un meccanismo ignoto, ed abbia riempito il lume dei condotti.

Questo fatto, per quanto sembrasse strano nei suoi effetti su di una ghiandola funzionalmente così poco nota, poteva essere considerato però come il risultato di una semplice ipersecrezione, in conseguenza ad uno stimolo violento. Noi sappiamo, infatti, come con l'iniezione endovenosa del siero d'anguilla, in relazione a quanto si osserva nell'iniezione scatenante il fenomeno di anafilassi, vengano bruscamente eccitate molte secrezioni ghiandolari (salivazione, emissione di sperma, ecc.) per cui questa ipersecrezione adipogena poteva essere interpretata come dipendente dalla stessa causa.

La mia attenzione fu però attirata dall'osservazione di altri fatti apparentemente i più disparati, che conducono allo stesso fenomeno e pei quali esiste un nesso fisiologico atto a spiegare, più che non lo possa fare lo *choc* violento anafilattico od ittiotossico, il perchè dell'ipersecrezione della ghiandola di Harder.

Il reputato micologo Ferri, nel suo pregevole libro sui *Funghi mangerecci e velenosi*, indica un metodo pratico per riconoscere sul mercato il gambo secco di un fungo velenoso, l'*agaricus muscarius*. Questo metodo consiste appunto nell'osservare nella cavia la comparsa di quella stessa *lagrimazione lattiginosa* che io ho descritto, quando venga iniettato sottocutaneamente nell'animale l'estratto acquoso dei gambi sospetti. Anche in questo caso la reazione, che sembra mancare nel coniglio, è dovuta al grasso che viene sprizzato violentemente fuori dai condotti della ghiandola di Harder.

In questo caso la funzione tossica e la funzione grassa sono perfettamente distinte, per cui si può affermare che non lo *choc* anafilattico o tossico è la causa efficiente dell'ipersecrezione ghiandolare, ma che interviene qualche fattore più specifico.

Era naturale il pensiero che la *reazione del* Ferri (mi par doveroso chiamare così la reazione che questo studioso ha indicato per riconoscere praticamente l'*agaricus muscarius*, reazione che passa ignorata persino nei più recenti trattati di Farmacologia) fosse dovuta alla muscarina passata in soluzione nell'estratto. La muscarina è tra gli alcaloidi uno di quelli la cui azione fu studiata più a fondo dai Farmacologi, quantunque i trattati constatino la sua attività solo di fronte alla

secrezione della ghiandola lagrimale, mentre in essi non si accenna a quella di Harder.

Ebbi la fortuna, mercè la grande cortesia del prof. CONTARDI che io qui ringrazio, di avere in dono, insieme ad altri prodotti cui accennerò più tardi, un poco di *muscarina* da lui preparata direttamente dall'*Agaricus muscarius*.

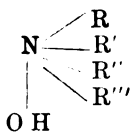
La muscarina naturale iniettata endovena alle cavie, anche alla notevole diluizione di 1 a 5 mila, provoca la secrezione lattiginosa come avviene nella reazione del FERRI.

Nel riguardo della costituzione chimica della muscarina, sebbene ne sia nota la formula bruta, esiste qualche dubbio sulla formula strutturale, e più forti dubbii ancora vi sono sull'identità tra questa e la sintetica.

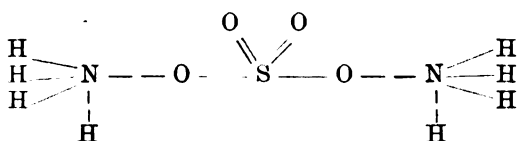
Ora la prova biologica, fatta su campioni del prodotto sintetico (fornitomi anche dal prof. CONTARDI), ha messo subito in rilievo come:

La muscarina sintetica a dosi cento volte maggiori di quelle adoperate per la sostanza naturale, iniettata nella cavia non vi produce la secrezione di grasso ed eccita appena la funzione lagrimale.

Queste osservazioni fecero sorgere il desiderio di indagare quale rapporto passasse tra la sopradetta azione fisiologica e la struttura chimica dell'agente; siccome la muscarina rappresenta un derivato del tipo *tetralchilammonio*, si era logicamente tentato di esperire qualche altra sostanza della stessa serie.

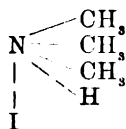
Come è noto, il tipo di questi derivati si può rappresentare con la formula schematica nella quale R — R' — R'' — R''' sono radicali organici identici o differenti tra loro.

Data la natura fortemente basica di questi prodotti l'ossidrile potrà essere salificato da acidi organici od inorganici, i quali acidi salificanti potranno modificare parzialmente l'azione fisiologica del complesso organico, ma opportunamente scegliendoli e variandoli non potranno influire al punto da alterare in modo notevole l'apprezzamento del fenomeno fisiologico, *in quanto* esso è dovuto alla base organica azotata.

Per orientamento si sperimentarono da principio i sali di ammonio, e precisamente il solfato $SO^4 (NH^4)^2$.

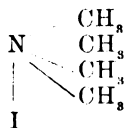
O O
H — N — O — S — O — N — H
H H
H H
H H

Si preparò una soluzione contenente 1 ctgr. di sostanza per cmc. L'iniezione endovenosa di 2 cmc., rispettivamente gr. 0.02, non produsse nella cavia alcun accenno nè di lagrimazione nè di secrezione grassa.

Dietro gentile concessione del prof. CONTARDI mi fu dato esperire con altre sostanze del gruppo e cioè: con jodidrato di trimetilamina, joduro di tetrametilammonio, formiato e benzoato di tetrametilammonio, sempre alla dose di gr. 0.01 per cmc. (1).

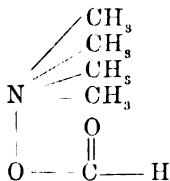
Il jodidrato di trimetilamina:

N — CH_3 CH_3 CH_3 H
|
I

alla dose di 1 cmc. endovena, provoca nella cavia abbondante lagrimazione senza però eccitare la ghiandola di Harder.

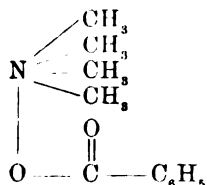
Il joduro di tetrametilammonio:

N — CH_3 CH_3 CH_3 CH_3
|
I

alla dose di 1 cmc. dà morte immediata nell'animale, con forte ipersecrezione sia della ghiandola lagrimale, sia di quella di Harder, e lo stesso fatto si osserva pure con la dose di $^1/_2$ cmc. = gr. 0,005.

Il formiato di tetrametilammonio:

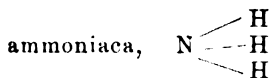
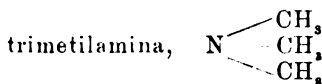
N — CH_3 CH_3 CH_3 CH_3
|
O — C(=O) — H

(1) Sarebbe stato più esatto adoperare le soluzioni equimolecolari dei vari prodotti; tuttavia ciò non cambia il valore dei risultati ottenuti.

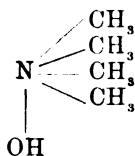
alla dose di cmc. 0,20 = gr. 0,02 di sostanza, come pure alla dose di cmc. 0,10 = gr. 0,01 è fortemente tossico per la cavia, avendosi pure forte eccitazione e conseguente ipersecrezione di entrambe le ghiandole.

Nello stesso modo si comporta, alle medesime dosi, il benzoato di tetrametilammonio, sostanza che, come la precedente, è largamente adoperata in terapia e che ha per formula:

Va rilevato il fatto, chimicamente assai noto, che le prime due sostanze (solfato ed jodidrato di trimetilammonio) per trattamento con ossido idrato d'argento generano rispettivamente:

ammoniaca, $N \equiv (H, H, H)$

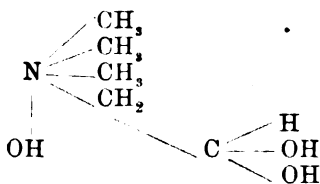
oppure:

trimetilamina, $N \equiv (CH_3, CH_3, CH_3)$

accanto al corrispondente sale della base usata; gli ultimi tre composti con lo stesso trattamento generano tetrametilammonio:

$$N(CH_3)_4 - OH$$

accanto a joduro-formiato-benzoato d'Ag. rispettivamente.

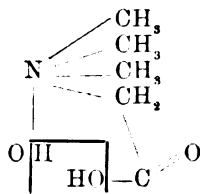
Di tutti questi composti, il gruppo alchilammonio è quello che con ogni probabilità funge da ormone eccitatore della ghiandola lagrimale ed in qualche caso, e più specialmente nella cavia, eccita anche la secrezione grassa della ghiandola di Harder, sia, forse, per la sua natura strutturale molecolare, sia per una peculiare disposizione della ghiandola stessa.

Ritornando ora alla reazione del Ferri sugli estratti di *agaricus muscarius* ed a quella mia identica con la muscarina,

noi possiamo riferirne plausibilmente l'azione al gruppo del tetralchilammonio che sappiamo esistere in questo alcaloide nel quale è contenuto, al posto di un metile, il gruppo diossiettile:

Abbiamo veduto che se la muscarina naturale ha una funzione specificamente eccitatrice sulla ghiandola di Harder, quella sintetica, al contrario, ne possiede scarsamente anche se iniettata a dose cento volte maggiore.

La formula della muscarina sintetica, detta anche *colinmuscarina* perchè si ottiene ossidando la colina con acido nitrico, la dimostrerebbe come uno stereoisomero della muscarina da *agaricus.*

Questa notevole differenza d'azione tra le due sostanze chimicamente così vicine non può dipendere che dalla loro diversità strutturale, per la quale, come sappiamo in Biologia, le cellule sono straordinariamente sensibili.

Così si avvicina a questa per pochezza d'azione secretoria sulla ghiandola che ci interessa, un'altra sostanza chimicamente affine, e cioè la betaina ed il suo cloridrato:

Un altro alcaloide molto in uso in terapia, il quale s'avvicina a queste sostanze da noi discusse, per attività linfogoga (più però sulle ghiandole salivari che non su quelle dell'occhio) è la pilocarpina. Questa sua proprietà le è forse data dal gruppo tetralchilammonio contenuto nelle sue molecole.

Essa cioè non sarebbe altro (secondo SCHMIEDEBERG e HARTNACH) se non una betaina nella quale al residuo dell'acido acetico è sostituito quello dell'acido propionico in cui nella

posizione α si lega l'azoto e il residuo piridinico

```
                 CH3      CH
CH3 \             |      /  \\
CH3 —— N ——— C ——— C        CH
CH3 /  |          |   |      |          (1)
       |          |   HC      CH
       O ——— C        \\  //
              \\        N
               O

               CH3
CH3             |           CH
   \            |          /  \\
CH3 \ N ——— C ——— C         CH
                |         |      |          (2)
                |        HC       CH
                |          \\   //
                C =O         N ——— CH3
                  — O ——— /
```

e ciò anche nell' eventualità che la costituzione della pilocarpina fosse l'altra (2) si tratterebbe ancora del derivato della serie tetralchilammonio.

Tornando al punto da cui siamo partiti, e cioè al siero d'anguilla attivante la secrezione della ghiandola di Harder, ci si potrebbe domandare se questo siero, così tossico per gli animali, non contenga qualche derivato del gruppo tetralchilammonio, di cui qualche componente ha in grado elevato la funzione d'eccitare le secrezioni ghiandolari e tra questi componenti alcuni più specificamente di altri, come ad es. la pilocarpina eccita la salivazione o come la muscarina stimola la secrezione della ghiandola di Harder.

BIBLIOGRAFIA

Sulla ghiandola di Harder.

CAUVEAU, ARLOING, LESBRE. — Anatomia comparata degli animali domestici. Ed. Ital. Torino, 1910 pag, 794.

ELLEMBERGER, SCHUHMACHER. — Histologie der Haustiere pag. 344.

FOLTZ. — Recherches d'anatomie et de physiologie expérimentale sur les voies lacrimales. Annales d'oculistique 1862.

FRÖHNER. — Adenom der Harderschen Drüse. Monatsschrift f. prak. Tierh. 1893 pag. 312.

LÖWENTHAL. — Notiz über die Hardersche Drüse des Igels. Anat. Anz Bd. VII pag 48

LÖVENTHAL. — Beitrag zur Kenntniss der Entwicklung der Augenhöhlendrüsen. Arch. f. mikroskop. Anat. Bd. LXXIX pag. 490.

LÖWENTHAL. — Weitere Beobachtungen über die Entwicklung der Augenhöhlendrüsen. Anat. Anz. Bd. XLIX pag. 13 (1916-17)

LUTZ. — Beitrag zur Kenntniss der Drüsen des dritten Augenlids. Zeitschr. f. Tiermed. 1899 pag. 181.

MIESSNER. — Die Drüse des dritten Augenlids einiger Säugetiere. Arch. f. wissen. u. prakt. Tierheilk. Bd. XXVI.

MOBILIO. — Sullo sviluppo della ghiandola della terza palpebra. Anat. Anz. Bd. XLIII pag. 289.

MOLLER. — Lehrbuch der Augeneilkunde für Tierärzte, 1910 pag. 361.

MOTAIS. — Anatomie de l'oeil de l'homme et des vertebrés.

MULON, DUBOC. — Les secretions de la glande de Harder du lapin.

NICOLAS. — Ophthalmologie veterinaire, 1908 pag. III.

VACCHEYA. — Oftalmia veterinaria. Ed. Vallardi Milano vol. I.

ZIETSCHMANN. — Handbuch der vergleichenden mikroskop. Anatomie der Haustiere Bd. I. pag. 535.

Sulla Muscarina, Colina, ecc.

CRAMER, VINCENT. — Centralblatt der Chemie 1903, II pag. 1452

DESGREZ. — Comptes rendus de l'Académie des sciences vol. 135 pag. 52.

DESGREZ, CHEVALIER. — Comptes rendus de l' Académie de sciences vol. 146 pag. 89.

GAUTRELET. — Comptes rendus de l'Académie des sciences vol. 148 (1908).

HALLIBURTON. — Proc. R, Soc. of Med. London vol 65 pag. 92.

KOBERT. — Lehrbuc der Intoxicationen Bd. II pag. 1224 Struttgart 1906.

LOHMAN. — Centralblatt der Chemie II 1907 pag. 418.

MODROKOXSKI. — Centralblatt der Chemie 1908 II pag. 1528.

PICCININI. — Comunicazione al XXX Congresso di Medicina interna tenuto a Milano nell' ottobre 1924.

L'ISTITUTO LOMBARDO CULLA DI STUDI CASEARI *)

pel M. E. Costantino Gorini

(Adunanza del 29 gennaio 1925)

Nell'aprile scorso si è svolta in Milano, sotto gli auspici del Sovrano e del Governo, una Mostra Casearia che fu la prima nazionale e internazionale a Italia compiuta. Avendo avuto il gradito incarico di presiedere il Comitato Esecutivo, ho procurato che essa, oltre agli scopi industriali e commerciali, mirasse a scopi didattici, aprendo il suo programma con una Sezione intitolata alla *Scienza del latte*, che ottenne la partecipazione di competenti nostrani e stranieri (1). Fra questi

*) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Batteriologia del R. Istituto Superiore Agrario di Milano.

(1) A dare un'idea dell'indirizzo segnato alla Prima Esposizione Internazionale di Caseificio in Milano nell'aprile 1924, riporto qui il seguente brano del discorso inaugurale da me tenuto alla presenza di S. M. il Re d'Italia:

Sire!

« È la seconda volta che ho l'ambito onore di trovarmi al Vostro Augusto cospetto; la prima volta fu nel dì dello Statuto del 1911, quando V. M. si degnò presentarmi il Premio Santoro accordato dalla Reale Accademia dei Lincei ai miei studi sulla fabbricazione razionale del formaggio mediante l'applicazione dei portati della batteriologia e dell'igiene. Oggi ho la somma fortuna di presentare a V. M. la Prima Mostra Casearia dell'Italia compiuta, Mostra che, grazie alla cortese, larga partecipazione dell'Estero, è assurta alla maggior dignità di Prima Esposizione Internazionale di Latteria.

Quando il benemerito Sindacato per l'incremento dell'Agricoltura e dell'Industria, presieduto dall'on. Sioli-Legnani, venne a pregare me, uomo di laboratorio, di assumere la presidenza di questa manifestazione, io, renitente sulle prime, finii con l'accettare ravvisando nell'invito una conferma che le idee tanto autorevolmente sancite nel 1911 avevano fatto strada.

È una strada lunga e scabrosa quant'altre mai. Vi sono delle industrie che si iniziano con la Scienza, perchè nate di colpo dal cervello

ultimi basterà citare l'Istituto Pasteur di Parigi, la Stazione Sperimentale Agraria di Geneva (Nuova York), l'Istituto Universitario di Lattologia di Praga, la Stazione Sperimentale Agraria di Vancouver (Canada).

---

dei sapienti, come l'elettrotecnica, l'automobilismo, l'aeronautica; altre invece si iniziano con la pratica perchè rispondono a bisogni essenziali dell'umanità, come l'industria panaria, la enologica, la casearia; queste tardano assai ad essere penetrate dalla Scienza. Si potrebbe persino asserire che, ad esempio, nell'industria lattiera fino a qualche tempo fa non si provasse il bisogno di saperne di più di quanto l'empirismo aveva già stabilito. Ma oggi i tempi sono cambiati. La concorrenza obbliga a lavorare col minimo di spese di fabbricazione, vale a dire a fare agire tutte le risorse che offrono le scienze, e tutte infatti, come risulta da questa Mostra, concorrono al miglioramento del latte, dei suoi prodotti, dei suoi sottoprodotti.

La zootecnia insegna ad ottenere le mucche più lattifere e più burrifere; l'arte veterinaria a combattere le grandi epizoozie (tubercolosi, febbre aftosa, peste bovina); la chimica a reprimere le frodi e a ricavare dal latte ogni sorta di sottoprodotti; la meccanica a sostituire la mano dell'uomo nella scrematura, nella lavorazione del burro e del cacio e persino nella mungitura delle mucche; la fisica a omogeneizzare il latte, ad evaporarlo nel vuoto per la sua condensazione e polverizzazione, ad applicare il freddo per la conservazione del latte e dei prodotti; la scienza dell'alimentazione ad utilizzare tutti i possibili derivati dal latte e a idearne di nuovi per adattarli ai diversi stomaci, ai diversi gusti, alle diverse età, ai diversi regimi, alle diverse idiosincrasie e, di concerto con la medicina, anche a sfruttarli quali rimedi in molte malattie, cosicchè è lecito asserire che tutti noi, giovani o vecchi, sani o infermi, possiamo usufruire di qualche cibo o bevanda che provenga dal latte, da questo che dobbiamo ritenere l'unico alimento creato appositamente per alimentare.

Ultima arrivata è la microbiologia, *last but not least*, perchè anzi la sua importanza è fondamentale; basti il dire che il burro e, assai più, il formaggio non sono altro che delle grandi colture di microbi o fermenti; se il casaro coltiva fermenti benigni si hanno prodotti scelti, se ne coltiva di maligni, si hanno prodotti di scarto; alla microbiologia spetta l'altissimo compito tecnico economico sociale di assicurare la salubrità del latte e la riuscita e la sanità dei prodotti caseari, disciplinandone i processi fermentativi in guisa da accelerarne la maturazione normale e da eliminare le fermentazioni anormali e malsane. Senonchè essa è una delle scienze più lente a diffondersi, non tanto perchè sia di difficile apprendimento, quanto perchè va accompagnata indissolubilmente all'educazione igienica; e l'educazione igienica è, ancor più dell'educazione civile, fra le più restie ad essere assorbite dalle masse;

Per l'occasione ho voluto indagare l'inizio degli studi caseari ed ho constatato con vivo compiacimento che essi ebbero culla in questo nostro almo Istituto, il quale da circa un secolo promuove il liberamento dell'arte casearia dalle pastoje dell'empirismo e dalle incertezze del caso, il cui dominio assoluto si appalesa nel nome di *sorte* dato alle stesse partite di formaggio. Ci fu qualche vagito precursore, che rimase però isolato e inascoltato. Ve ne ha uno abbastanza robusto nel 1808 di Bayle Barelle, professore di Agricoltura nell'Università di Pavia; un secondo, troppo flebile, nel 1820 del dott. Agostino Bassi di Lodi; un terzo discretamente nutrito nel 1830 del

---

tutti sanno ed apprezzano perchè e come Muzio Scevola stese la mano sul rogo, ma non tutti sanno ed apprezzano perchè e come ci si deve lavare le mani.

Comunque, del cammino se n'è fatto anche sotto questo aspetto; lo constatiamo percorrendo questo Padiglione. Quivi infatti incontriamo parecchie Ditte che seguono già da tempo l'indirizzo moderno del caseificio, indirizzo compendiato nel motto: *regime igienico e fermenti selezionati*, motto che è partito dal nostro Paese e che va propagandosi, forse più rapidamente che da noi, oltr'Alpe ed oltre Oceano, come emerse dal Congresso Mondiale di Latteria tenuto a Washington nell'ottobre scorso.

Quivi figurano altresì fra gli espositori diversi Laboratori che studiano e preparano i fermenti selezionati, primo fra tutti l'Istituto Pasteur di Parigi, geloso custode della gloria di Pasteur anche nel campo delle fermentazioni e precisamente nel campo della fermentazione lattica, che domina sovrana nell'industria casearia.

Purtroppo la grande guerra ha acuito la concorrenza esotica; in seguito alla brusca rottura del commercio internazionale gli Stati Uniti, il Canada, l'Argentina, il Brasile, l'Australia, la Nuova Zelanda, il Sud Africa sono entrati a passi giganteschi fra i paesi grandi produttori di latticini e lanciano sul mercato ingenti masse di burro e, quel che è più grave, copiose imitazioni dei nostri classici formaggi.

Alla Conferenza Internazionale di Latteria svoltasi a Bruxelles nel febbraio scorso abbiamo sostenuto la necessità di una convenzione internazionale che tuteli il nome d'origine dei prodotti caseari, cosicchè non sia più permesso ad esempio di gabellare per Grana italiano un formaggio, per quanto similare, preparato in America. Ma non basta; se vogliamo tener testa alla minacciosa invasione e riattivare la nostra fiorente esportazione, occorre far onore alla nostra marca, intensificare e perfezionare la produzione col dettame della scienza, ma insieme ripristinare la lavorazione onesta, col dettame della coscienza; far ricomparire i famosi Grana dall'occhio che piange invece dei Grana che fanno piangere, come purtroppo la bardatura di guerra ha spinto oggidì a fabbricare per malintesa avidità di lucro immediato ».

conte Luigi Francesetti di Mezzenile, vice-direttore della Reale Società Agraria di Torino ed altri minori fra cui uno francese del chimico Huzard. Ma sono tutte brevi dissertazioni che si fermano sulle generali, non si addentrano nelle singole questioni, mostrano di attenersi semplicemente alle notizie raccolte da qualche casaro, di cui lamentano la ignoranza e la segretezza, senza cercare di scandagliarlo, di assisterlo alla caldaia e, quel che sorprende, senza istituire prove personali. Ne viene che spesso riferiscono dati diametralmente opposti; valga l'esempio della dose del presame da aggiungere al latte che è una delle operazioni più delicate per fare il formaggio: il Bayle Barelle dice che nella stagione fredda bisogna impiegarne una quantità minore che nella stagione calda; invece il Francesetti consiglia tutto il contrario. E invero interrogando i casari su questo punto n'ebbi pur io risposte affatto disparate; ma osservando bene il loro sistema di lavorazione mi riuscì di spiegare l'apparente contraddizione; la pratica insegna e la scienza oggi conferma che si deve aumentare il caglio in proporzione del grado di maturanza cioè di inacidimento del latte; ora, tale maturanza è tanto più celere quanto più alta è la temperatura, per cui essa spontaneamente si effettua più presto d'estate che d'inverno; adunque chi lavora il latte allo stato fresco deve evidentemente usare maggior dose di presame nella stagione calda, come vuole il Barelle. Senonchè v'è chi, in vista di un abbondante ricavo di burro d'affioramento, approfitta della fredda stagione per lasciare il latte lungo tempo in riposo in ambiente riparato e mite prima di lavorarlo; e allora può succedere che il latte scenda in caldaia più maturo d'inverno che d'estate, onde si capisce che in tal caso richieda una maggiore percentuale di caglio in quella stagione che in questa, come vuole il Francesetti.

A riprova poi della deplorata trascuranza di sperimentazione personale citerò il seguente curioso invito del Barelle: « Il colore verdastro che presentano alcuni formaggi di scarto sarebbe forse prodotto da qualche porzione di rame sciolta dal latte, allorchè esso principia ad alterarsi nei vasi per esservi rimasto molto tempo? Prego i signori fabbricatori di cacio a verificare questo dubbio ». Ora, chi meglio di lui, professore universitario, avrebbe potuto verificare, fin da oltre un secolo, tale dubbio che oggi è stato risolto affermativamente in modo perentorio?

Vera stoffa di sperimentatore era certamente Agostino Bassi, precursore di Pasteur nelle teorie parassitarie; peccato

che nella sua Dissertazione casearia si limiti a dettare norme per la preparazione delle terre e la sistemazione dei pascoli atti alla produzione di buon formaggio e non tocchi affatto la teoria della caseificazione, cui aveva pur promesso di « stabilire, com'egli scrive, tostochè avesse potuto conoscere il risultamento di due altri esperimenti che aveva sull'oggetto istituiti ». Per quante ricerche io abbia fatto nella ricorrenza del Suo centenario, non son riuscito a scovare quest'altro lavoro del Bassi, che certamente avrebbe aggiunto un altro titolo alla sua gloriosa memoria.

Per trovare i primi studi di polso su l'arte casearia bisogna arrivare a quelli suscitati nel 1834 dall'I. R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti del Regno Lombardo Veneto con un Concorso Internazionale per una Memoria sopra una serie di « oggetti in istretta relazione col perfezionamento dei formaggi, allo scopo di dedurne ferme e sicure norme onde avere costantemente il maggiore e migliore prodotto » (1). Da questo concorso con programma tanto esigente, al quale aderirono sette aspiranti, vennero alla luce due opere: una di Luigi Peregrini, dottore in medicina e professore di fisica chimica e botanica

(1) Ecco il tema del Primo Concorso Internazionale bandito dall'I. R. Istituto: « Con programma pubblicato il 28 giugno 1834 furono posti al concorso i seguenti quesiti tutti in istretta relazione col perfezionamento dei formaggi tanto di commercio quanto d'interno consumo.

1) Quali sono i distretti della Lombardia propri pel clima, per le acque irrigue e per le altre condizioni locali alla riuscita dei migliori formaggi.

2) Quali prati, colla rispettiva coltivazione, letaminatura ed irrigazione estiva e iemale, e diversa qualità d'erbe, tornano più convenienti per avere migliori formaggi; e quale altre pasture verdi o secche riescono allo stesso scopo.

3) Quali le vacche, sì indigene della Lombardia, che di altre provincie della Monarchia Austriaca, od anche estere, atte alla miglior produzione dei formaggi e quali le malattie che a questa possono nuocere coll'indicazione dei metodi più validi a curarle e prevenirle.

4) Quale il miglior metodo da adoperare nella fabbricazione dei formaggi, avuto riguardo alle qualità del latte, al grado di calorico cui assoggettasi perchè coaguli, al caglio, al sale, alle altre sostanze infusevi ed agli agenti generali fisici e chimici, non che alla diversità di stagioni e di clima.

5) Quali le regole da seguire per rispetto allo stagionamento dei formaggi e al modo di ben conservarli negli appositi magazzini ».

presso l'Università di Pavia, l'altra di Luigi Cattaneo autodidatta milanese. Caso curioso, ma non raro, il secondo conseguì la palma sul primo, il quale si ebbe solamente l'*accessit*, perchè, dice la relazione della Giuria, nella Memoria Cattaneo « la parte chimica è associata ad altre fisiche vedute della *pratica* ed alla *pratica* stessa appoggiate ». E per vero, mentre la Memoria Peregrini, per quanto pregevole, mostra di essere stesa troppo al tavolino, l'altra si rivela fondata su documentazioni scientifiche bensì, ma avvalorate da appunti presi nei caseifici, onde ben risponde al carattere teorico pratico qual'era nei desideri dell'Istituto Lombardo, dove, si vede, fu sempre come oggi in onore il connubio fecondo della scienza coll'applicazione. Leggasi al proposito la motivazione del Concorso: « Avuto riguardo all'assoluto bisogno che fra noi vi ha di rendere più comunale e volgare il collegamento dei principi teoretici coi pratici nelle cose tecniche, affinchè gli artisti aggiungano a sapere la vera ragione di ciò che operano ecc. ». Non ci sfugga tuttavia che altre due Memorie concorrenti non furono prese in considerazione, l'una perchè sebbene contenesse « molte tecniche cognizioni, era pressochè digiuna di principi scientifici »; l'altra perchè « sebbene la parte pratica vi fosse corroborata da fatti comparativi, la parte più importante, cioè la chimica, era sì meschina che poteva dirsi non trattata ».

A dare un'idea della diversa indole delle due opere succitate, gioverà anche qui qualche considerazione circa l'impiego del presame. Il prof. Peregrini avendo manifestato che l'azione del caglio è in rapporto colla temperatura e sapendo che i casari variano la dose del presame a seconda della stagione, ne deduce che ciò dipende tutto dalla temperatura a cui il latte viene tenuto prima di entrare in caldaia, e se la spiccia con opportuni consigli per conservare « il latte costantemente esposto ad una temperatura di 11 a 13 C.° così da impiegare nella state quella medesima quantità di presame che si adopera nella rigida stagione ». Se egli avesse conosciuto o appena intraveduto la teoria microbica certamente non se la sarebbe cavata così alla leggera; imperocchè, come ho sopra accennato, la vera condizione determinante la dosatura del caglio risiede nella maturanza del latte e questa è a sua volta operata dalla microflora, la cui azione è molto complessa in ragione non solo della temperatura bensì anche di altri fattori, *in primis* della quantità e qualità dei germi. Naturalmente a quei tempi non era colpa ignorare tuttociò, chè manco l'Istituto Lombardo lo

sapeva; senonchè invece il Cattaneo essendo stato, come egli dichiara, « testimonio giornaliero della fabbricazione dei formaggi e mettendosi più volte al luogo stesso del casaro », ebbe campo di constatare che l'uso del caglio è diretto essenzialmente da quella che egli chiama *capacità vitale* del latte, vale a dire dal periodo di tempo che esso può percorrere prima di alterarsi, « di inagrire o di altramente decomporsi »; il che varia non soltanto secondo la temperatura, ma altresì secondo lo stato atmosferico, il terreno, il foraggio, lo stadio di sanità e di lattazione dell'animale, la pulizia, la mungitura ed altri numerosi coefficenti, ai quali, come oggi è noto, è vincolata la carica microbica del latte; insomma sono i bisogni del latte, non il termometro che occorre interrogare per bilanciare il presame; e le odierne dottrine fermentologiche hanno dato ragione all'autodidatta.

E per chi è armato di tali dottrine la consultazione di queste antiche carte è oltremodo ricca di comprove, come l'empirismo intelligente abbia potuto condurre spesso ad osservazioni ed a pratiche che alla zimologia rispondono a pennello; il male si è che, finchè mancavano i sostegni della novella scienza, quelle osservazioni e quelle pratiche non potevano acquistare la fissità e la forza di vere norme, quali l'Istituto Lombardo si riprometteva. Talchè fu possibile che presso un altro benemerito sodalizio intellettuale milanese, la Società di incoraggiamento d'Arti e Mestieri, sorgesse nel 1847 un altro autodidatta, Carlo Antonio Landriani, però meno agguerrito scientificamente e meno scrupoloso praticamente del Cattaneo, ad oppugnare le osservazioni di questo sulla capacità vitale e sulla variabilità del latte e a proporre un metodo invero troppo semplicistico per garantire « la riuscita del formaggio con quella facilità e sicurezza che può ravvisarsi in qualsiasi altra più semplice industria di mera pratica manuale ». Questo metodo, dapprima tenuto gelosamente segreto e poscia parzialmente svelato ad un'eletta schiera di persone per renderne attuabile la leale sperimentazione e il congruo compenso, non ebbe fortuna, perchè si basava sopra un'ipotetica identità dei latti; cosicchè l'inventore « dissestato nei suoi affari per aver seguito quella larva dei proventi della sua scoperta perdette sostanza e credito », come attestò il figlio Federico Landriani, il quale quarant'anni dopo volle ricalcare le orme paterne suggerendo altri espedienti di lavorazione che non toccarono miglior sorte perchè pur essi mancanti di adeguata preparazione scientifica.

Anche il nostro Corpo accademico ebbe a respingere nel 1846 due Memorie di Pietro Alberti riguardanti il caseificio perchè contenevano semplici proposte non appoggiate ad accurate esperienze; ma esso non desistette nè deviò dal suo proposito; comprese bensì che la questione era più ardua e più acerba di quanto potevasi supporre, che il quesito proposto nel primo Concorso era troppo vasto e che conveniva circonscriverlo « a uno dei fatti più salienti e più oscuri della fabbricazione dei formaggi sicchè, o spiegando quello direttamente o illustrandone i fenomeni accessori, venisse ad avvantaggiare notevolmente la dottrina chimica di questa importante industria ». A tal uopo nel 1855 invitò con un premio Cagnola gli studiosi a « determinare chimicamente ed isolare il principio che nel caglio vitellino esercita la facoltà coagulatrice sul latte da lavorarsi in formaggio ». Notisi la differenza di sapore scientifico fra questo tema cauto e preciso e il tema facilone e vago che cinque anni prima (1850) la prefata Società d'incoraggiamento, verosimilmente sempre sotto l'influenza delle illusioni del Landriani, aveva formulato per una « medaglia d'oro a chi proporrà un apparecchio, o un processo, che serva ad esplorare e paragonare l'efficacia coagulante delle varie specie di presame vitellino, che si usano fra noi nella preparazione dei formaggi, tanto di grana quanto d'altra qualità, purchè per numerose prove risulti di pratica facile, esatta, e sicura (Landriani Federico) ».

Naturalmente questo Concorso andò a vuoto; invece la seconda gara del nostro Istituto fece apparire due altri notevoli scritti, uno di Giovanni Francesco Selmi professore di fisico chimica e meccanica applicata alle arti nel Collegio Nazionale di Torino, l'altro di Davide Nava istruttore di chimica presso la Società d'incoraggiamento d'Arti e Mestieri di Milano. Anche qui trionfò la Memoria meno teorica del Nava; infatti ambo gli Autori erano riusciti ad isolare dal caglio vitellino un principio attivo coagulante del latte, che per il Selmi era la pepsina e per il Nava la chimosina; per cui la Commissione giudicò che tutti e due i lavori avessero soddisfatto lo scopo del Concorso; ma il Nava vi aveva aggiunto anche una parte relativa alla applicazione pratica del presame, dimostrando come non basti possedere un buon caglio e conoscerne la forza, ma vuolsi anche saperlo saviamente adattare alle diverse qualità e ai diversi stati di maturanza del latte cioè alla sullodata *capacità vitale* del latte. Entrambi però

avevano confessato che quello da loro isolato non era tutto il principio attivo del presame dal quale derivava, perocchè questo si mostrava più energico coagulatore, onde in pratica era consigliabile di ricorrere direttamente al ventriglio di vitello; inoltre essi erano rimasti in dubbio se nella coagulazione presamica si trattasse di un fenomeno chimico analogo a quello degli acidi oppure di un fenomeno fisico analogo a quello dei fermenti. Erano incertezze e dubbi ben giustificabili dalla nebulosità delle cognizioni zimologiche; ma non appena queste vennero lumeggiate dagli albori della microbiologia lattiera per opera di Pasteur, ecco l'Istituto Lombardo tornare alla carica proponendo nel 1868 un premio della Fondazione S cco-Comneno per uno « Studio chimico microscopico del caglio da latte nell'intento di determinare se il suo principio attivo risieda in un fermento biologico (microfito o microzoario) o in altro agente chimico per poterne con esattezza dosare la quantità nella fabbricazione dei formaggi ». All'appello forse troppo sollecito si presentò una sola Memoria che concludeva non essere il principio attivo del caglio un fermento biologico, sibbene la chimosina. Queste conclusioni non accontentarono la Commissione perchè erano « basate su criteri di dimostrazione erronei per escludere i fermenti organizzati e insufficienti per escludere l'azione della pepsina, onde non si prestavano alla richiesta dosatura del caglio ». Il premio non venne dunque assegnato, ma l'argomento fu ripreso nel 1875 dal prof. Angelo Pavesi in una lettura all'Istituto, nella quale si corrobora l'opinione dell'Hammarsten sulla natura chimica del presame e si contengono osservazioni interessanti sulle sue proprietà; osservazioni che sarebbero state suscettibili di applicazione alla fabbricazione del formaggio qualora si fossero accoppiate con nozioni batteriologiche.

Seguirono per un decennio diverse comunicazioni sul latte dovute a Musso, Menozzi, Pirotta, Riboni, Gaetano Cantoni, Sormani e Gigli, ma nessuna riguarda la spinosa questione della fabbricazione del formaggio. Soltanto nel 1878-79 quattro letture di Pirotta e Riboni dell'Orto Botanico di Pavia, che costituiscono il primo saggio italiano di batteriologia lattiera, contengono risultati scientifici importanti intorno agli agenti microscopici delle modificazioni del latte e segnatamente della fermentazione lattica; per cui, sebbene, a detta degli AA. stessi « essi non arrivino a corollari utilizzabili per la pratica », vennero a dimostrare quanta luce simili ricerche fossero chia-

mate a recare sull'oscuro meccanismo della maturazione del cacio e come da esse si dovesse partire per dettare norme razionali di caseificazione.

Tenne dietro un periodo di silenzio, fino al 1901, in cui l'Istituto si compiacque ospitare una mia Nota sui bacteri acidopresamigeni del latte, e in seguito una serie di miei contributi relativi alla teoria acidoproteolitica della maturazione del formaggio e all'indirizzo microbiochimico del caseificio che è compendiato nel motto: *regime igienico e fermenti selezionati.* Questo indirizzo, che, come emerse anche dal recente Congresso Mondiale di Latteria a Washington (ottobre 1923), va imponendosi specialmente all'estero dove vi sono maestranze più evolute e minori tradizioni da sradicare, viene appunto man mano a lumeggiare i punti dubbi e oscuri, a colmare le lacune, a soddisfare le aspirazioni delle succitate opere dei nostri predecessori, permettendo al casaro di darsi ragione di quello che fa e di quello che succede; cosicchè egli arrivi, se non a realizzare il sogno della fabbricazione infallibile del formaggio, a lavorare però coscientemente sulla guida di norme chiare e razionali e non più pericolosamente in balia dei pregiudizi e della sorte.

Pertanto, dal Concorso bandito nel 1834 all'accoglienza benevola fatta ai miei lavori, si può ben dire che l'Istituto nostro vada da circa un secolo assolvendo la propostasi missione di fomentare e sorreggere studi caseari scientifico pratici « per affrancare l'arte casearia dalla tirannia dello stupido empirismo ».

BIBLIOGRAFIA

in ordine cronologico

1. Bayle - Barelle Giuseppe — Saggio intorno la fabbricazione del Cacio detto Parmigiano — Milano, 1808.
2. Ferrario Giovanni — Modo di migliorare la fabbricazione dei formaggi — Milano, 1816.
3. Bassi Agostino — Dissertazione sulla fabbrica del formaggio all'uso lodigiano — Lodi, 1820.
4. Huzard figlio — Sulla fabbricazione del formaggio parmigiano — Bulletin de Pharmacie, mars 1823.
5. Francesetti Luigi di Mezzenile — Massime generali sopra il latte di vacca e sopra l'arte di fare con esso il burro ed il cacio — Torino, 1830.
6. Cattaneo Luigi — Il caseificio o la fabbricazione dei formaggi — Milano, 1837.
7. Peregrini Luigi — Memoria intorno al miglioramento dei formaggi lombardi — Milano, 1837.
8. Atti delle distribuzioni dei premi d'industria presso l'Istituto Lombardo, Vol. VI, 1839 (pag. 229).
9. Balsamo Crivelli G. — Rapporto sopra due memorie di Pietro Alberti riguardanti il caseificio. Atti dell' Istituto Lombardo, 1846.
10. Landriani C. A. — Riforma nella fabbricazione dei formaggi di Grana — Milano, 1847.
11. Id. — Nuova Esposizione Comparativa delle norme proposte a miglioramento della fabbricazione del formaggio lombardo detto di Grana — Milano, 1850.
12. Nava Davide — Studi sul latte e sul presame — Milano, 1857.
13. Selmi Giov. Francesco — Del latte, del presame e della coagulazione che il presame opera nel latte — Atti della Fondazione scientifica Cagnola presso l'Istituto Lombardo, Vol. II, 1860.
14. Pavesi A. — Sulla conservazione del latte e su alcune qualità del presame — Rend. Istituto Lombardo, Vol. VIII, 1875, pag. 716.
15. Pirotta R. e Riboni G. — Studi sul latte — Rendiconti Istituto Lombardo 1878 e 1879, Vol. XI, pag. 866; Vol. XII, pag. 5, 69 e 183.
16. Landriani Federico — Nuove norme di caseificio — Milano, 1890.
17. Gorini C. — Sui batteri acidopresamigeni del latte — Rend. Ist. Lomb. Sc. e Lett. 1901, 34°.
   — Sulla presenza di batteri acidopresamigeni nei formaggi in maturazione — Rend. Ist. Lomb. 1904, 37°.

— I batteri acidopresamigeni del latte in rapporto alla mungitura — Rend. Ist. Lomb. 1906, 39°.
— Il *Bacillus minimus mammae* — Rend. Ist. Lomb. 1907, 40°.
— Ricerche comparative fra presami animali e microbici — Rend. Ist. Lomb. 1908, 41°.
— Le basi scientifiche e pratiche della fabbricazione razionale del formaggio — Rend. Ist. Lomb. 1912. 45°.
— L'alimentazione delle vaccine e la produzione igienica del latte. Controllo batteriologico dei foraggi - Rend. Ist. Lomb. 1914, 47°.
— La batteriologia al VI Congresso Internazionale di Latteria. Berna, 1914 — Rend. Ist. Lomb. 1914, 47°.
— Sulla termoresistenza di batteri non sporigeni nel latte — Rend. Ist. Lomb. 1915, 48°.
— Studi sulla produzione igienica del latte. Importanza e controllo della microflora mammaria per la selezione delle lattifere — — Rend. Ist. Lomb. 1916, 49°.
— Fermenti selezionati e caseotecnici — Rend. Ist. Lomb. 1917, 50°.

SULLE EQUAZIONI
RISOLUBILI PER RADICALI QUADRATICI.

Nota del prof. FRANCESCO GIUDICE.

(Adunanza del 29 gennaio 1925)

1. — Le condizioni di risolubilità d'un'equazione per radicali quadratici emergono dalla teoria generale di GALOIS e si posson enunciare così: *affinchè un'equazione irreducibile sia risolubile per radicali quadratici è necessario e sufficiente che i fattori di composizione del suo gruppo sian tutti due.* L'ordine del gruppo, prodotto dei fattori di composizione, è quindi una potenza di due. Essendo il gruppo transitivo, perchè l'equazione è irreducibile, il numero delle radici è un divisore dell'ordine del gruppo per cui *un'equazione irreducibile non può esser risolubile elementarmente, cioè per radicali quadratici, se il suo grado non sia una potenza di due.*

PETERSEN ha dato di questa proposizione una dimostrazione fondata sulle proprietà delle espressioni con radicali stabilite da ABEL (1). Noi ne daremo una nuova dimostrazione elementare servendoci d'una proposizione che premettiamo. Consideriamo un'equazione quadratica irreducibile

$$x^2 + p\,x + q = 0$$

ed un'equazione di grado m

$$x^m + a_1\,x^{m-1} + \ldots + a_{m-1}\,x + a_m = 0\,;$$

supponiamo che i coefficienti di quest'equazione non siano del campo di razionalità dell'equazione quadratica, il quale indicheremo con C, ma sian esprimibili razionalmente dopo la risoluzione dell'equazione quadratica cioè siano del campo di

(1) PETERSEN: Equaz. algebriche; vers. italiana; Napoli, 1891; Vol. I, pag. 150-152.

ABEL: Opere; Ediz. SYLOW, Cristiania MDCCCLXXXI; T. I, pag. 66-75: Giornale di CRELLE, I, pag. 66 ....

razionalità $(C, \sqrt{\Delta})$, dove Δ indica il discriminante $p^2 - 4q$ dell'equazione quadratica, e supponiamo inoltre che l'equazione di grado m sia irreducibile nel suo campo di razionalità $(C, \sqrt{\Delta})$. Si avrà così che:

$$a_1 = b_1 + c_1 \sqrt{\Delta}, \ldots, a_m = b_m + c_m \sqrt{\Delta}$$

dove $b_1, \ldots, b_m, c_1, \ldots, c_m$ sono del campo C ed almeno uno dei numeri $c_1, \ldots, c_m$ è diverso da zero. Se s'indica con $f(x, \sqrt{\Delta})$ il primo membro dell'equazione di grado m e

$$\varphi(x) = f(x, \sqrt{\Delta}) . f(x, -\sqrt{\Delta}) =$$
$$= (x^m + b_1 x^{m-1} + \ldots + b_{m-1} x + b_m)^2 -$$
$$- \Delta . (c_1 x^{m-1} + \ldots + c_{m-1} x + c_m)^2,$$

$f(x, -\sqrt{\Delta})$ è irreducibile nel campo di razionalità $(C, \sqrt{\Delta})$, essendo per ipotesi irreducibile in questo campo $f(x, \sqrt{\Delta})$, e $\varphi(x)$, non potendo in questo campo esser scomponibile in più modi in fattori irreducibili, è irreducibile nel campo C di razionalità dell'equazione quadratica. Resta così dimostrato che:

Se i coefficienti d' un' equazione di grado m *non son del campo di razionalità d' un' equazione quadratica ma sono esprimibili razionalmente dopo la risoluzione di quest' equazione, è di doppio grado* 2m *l'equazione che ha tutte le radici di quella di grado* m, *ha i coefficienti nel campo di razionalità dell'equazione quadratica ed è irreducibile in esso campo.*

2. Consideriamo ora un'equazione

$$f(x) = 0$$

irreducibile in un campo iniziale di razionalità che contenga i coefficienti di $f(x)$ ed indicheremo con R: supponiamo che si pervenga ad una sua radice x_1 mediante successiva risoluzione delle equazioni quadratiche

$$x^2 + p_1 x + q_1 = 0, \ldots, x^2 + p_k x + q_k = 0$$

e precisamente supponiamo che i coefficienti della prima sian del campo iniziale di razionalità, quelli di ciascun'altra divengan esprimibili razionalmente solo dopo la risoluzione delle equazioni quadratiche precedenti e l' ultima abbia la radice x_1 comune con la $f(x) = 0$.

Indicando con $\Delta_1, \ldots, \Delta_k$ i discriminanti delle equazioni quadratiche, ponendo che $R_1 = R$ ed

$$R_h = (R, \sqrt{\Delta_1}, \ldots, \sqrt{\Delta_{h-1}}) = (R_{h-1}, \sqrt{\Delta_{h-1}}) \quad (h = 2, \ldots, k),$$

si ha che l'equazione

$$x^2 + p_h x + q_h = 0$$

ha i coefficienti nel campo di razionalità R_h ed è irreducibile in esso campo. Conformemente a quanto fu premesso sia $\varphi_4(x) = 0$ l'equazione del quarto grado che ha le radici dell'equazione

$$x^2 + p_k\, x + q_k = 0,$$

ha i coefficienti nel campo di razionalità R_{k-1} ed è irreducibile in questo campo. Se R non contenga tutti i coefficienti di $\varphi_4(x)$, dei campi $R_1, \ldots, R_{k-2}$ sia R_{k-h_2} il più ampio che non li contenga, $h_2 \geqq 2$: conformemente a quanto fu premesso sia $\varphi_8(x) = 0$ l'equazione dell'ottavo grado che ha le radici di di $\varphi_4(x) = 0$, ha i coefficienti nel campo di razionalità R_{k-h_2} ed è irreducibile in esso campo. Se R non contenga tutti i coefficienti di $\varphi_8(x)$, dei campi $R_1, \ldots, R_{k-h_2}$ sia R_{k-h_3} il più ampio che non li contenga, $k_3 \geqq 3$. Continuando si deve pervenire ad un'equazione

$$\varphi_{2^r}(x) = 0$$

di grado 2^r, che ha i coefficienti nel campo di razionalità R ed è irreducibile in esso campo, r sarà k o meno: essa e l'equazione $f(x) = 0$ hanno comune la radice x_1, hanno i coefficienti nel campo di razionalità R e son entrambe irreducibili in esso campo per cui sono una stessa equazione. Resta così dimostrato che: *il grado d'un'equazione irreducibile risolubile per radicali quadratici è una potenza di due: se il grado è 2^r e l'equazione è risolubile mediante successiva risoluzione di* k *equazioni quadratiche, $k \geqq r$.*

3. Petersen (1) ha dimostrato che *una radice di un'equazione irreducibile del grado 2^p, che si può risolvere con radici quadrate, si può esprimere con* p *radicali*, e lo ha dimostrato basandosi sul grado della risolvente che ha per incognita il prodotto di 2, oppure 2^{p-1}, radici. Noi lo dimostreremo considerando la risolvente d'incognita uguale al prodotto di m radici, prendendo per m un divisore generico di 2^p.

Osserviamo intanto che, se $p = 1$, si ha l'equazione di secondo grado che è sempre risolubile con un radicale quadratico: se $p = 2$ si ha l'equazione di quarto grado ed affinchè sia risolubile per radicali quadratici è necessario, per la proposizione dimostrata nel precedente numero, che la sua risol-

(1) l. c. pag. 152-155.

vente cubica, allora anch'essa risolubile per radicali quadratici, abbia una radice razionale: si vede subito che questa condizione è anche sufficiente perchè, se sia soddisfatta, ricorrendo a formule note (1) si potrà dare la formula risolutiva con due radicali quadratici riconoscendo così la verità del teorema di PETERSEN anche per p uguale a 2.

Premetteremo ancora un'osservazione; se $a_1, \dots, a_n$ son numeri disuguali, allora sono disuguali anche $(a_1 + h), \dots$ $\dots, (a_n + h)$ per qualsiasi valore di h e, se $1 < m < n$, gli $\binom{n}{m}$ prodotti di questi numeri ad m ad m sono tutti diversi quando s'escludano certi valori di h in numero finito e precisamente quelli soddisfacenti l'equazione in h che risulta uguagliando a zero il prodotto delle differenze d'essi prodotti a due a due.

Conseguentemente, se non sian tutti diversi i prodotti delle radici ad m ad m dell'equazione irreducibile di grado n

$$f(x) = 0,$$

se ne potrà però fare, ed in infiniti modi, una trasformata alle radici aumentate di h attribuendo ad h un valore razionale, anche intero se vogliasi, e tale che nella trasformata, che è anch'essa irreducibile, sian tutti diversi i prodotti delle radici ad m ad m. L'incognita dell'equazione proposta e quella della trasformata saranno esprimibili con le stesse irrazionalità, essendo razionale la loro differenza.

4. Veniamo ora al teorema di PETERSEN.

Supponiamo che sussista per p minore di r e consideriamo un'equazione irreducibile di grado 2^r.

$$f(x) = 0$$

che sia risolubile per radicali quadratici, sia m un divisore di 2^r diverso da 2^r e da 1: deve esser una potenza di 2 e lo indichiamo con 2^s: indicando con n il grado dell'equazione si ha così che

$$n = 2^r = m \,.\, 2^{r-s}, \; m = 2^s, \; 1 \gtreqless s < r.$$

(1) V. p. es. F. Giudice: Rivista di mat. PEANO, Torino 1892, Vol. II, pag. 196-201.

DESCARTES; Opere; Paris, 1902; VI, pag. 457-459.

Indichiamo le radici con $x_1, \ldots, x_n$ e, indicando $\binom{n}{m}$ con h, indichiamo con $z_1, \ldots, z_h$ gli $\binom{n}{m}$ prodotti delle radici ad m ad m; per l' osservazione fatta in fine del numero precedente possiamo supporre, e supporremo, che siano tutti diversi i loro valori numerici. Consideriamo l' equazione

$$\Omega(z) = 0$$

dove

$$\Omega(z) = (z - z_1) \ldots (z - z_h) = z^h + b_1 z^{h-1} + \ldots + b_{h-1} z + b_h$$

ed i coefficienti $b_1, \ldots, b_h$ sono calcolabili razionalmente perchè, essendo simmetrici in $z_1, \ldots, z_h$, sono anche simmetrici nelle radici $x_1, \ldots, x_n$. Il grado

$$h = \binom{n}{m} = k . \frac{n}{m} = k . 2^{r-s}$$

dove

$$k = \frac{(n-1)(n-2) \ldots (n-m+1)}{(m-1)!} =$$

$$(n-m+1) . \frac{(n-m)+2}{2} \ldots \frac{(n-m)+m-1}{m-1}.$$

Dei fattori di forma frazionaria figuranti nel secondo membro dell' ultima uguaglianza hanno numeratore dispari quelli che hanno dispari il denominatore e, siccome

$$n - m = 2^s (2^{r-s} - 1),$$

si vede subito che ciascuno di quelli a denominatore pari può ridursi a una frazione a termini entrambi dispari dividendone il numeratore ed il denominatore per la massima potenza di due contenuta nel denominatere, essendo essa anche la massima potenza di due contenuta nel numeratore: il numero k, essendo un numero intero $\binom{n}{m}$, deve quindi essere un numero intero dispari, che indicheremo con $2q + 1$ e così

$$h = (2q + 1) . 2^{r-s} = 2^{r-s+1} q + 2^{r-s}, \quad q \geqq 1.$$

La massima potenza di 2 contenuta in h è dunque 2^{r-s}. Le $z_1, \ldots z_h$, essendo funzioni razionali delle radici $x_1, \ldots, x_n$, sono come queste radici esprimibili per radicali quadratici. L' equazione

$$\Omega(z) = 0$$

è dunque risolubile per radicali quadratici ma il suo grado h, essendo divisibile per il numero dispari $2q+1$, non è una potenza di 2 per cui $\Omega(z)$, per la proposizione dimostrata nel numero 2, sarà scomponibile in fattori irreducibili di gradi uguali a potenze di 2 e gli esponenti di queste potenze non saranno tutti maggiori di $r-s$ perchè 2^{r-s} è la massima potenza di 2 contenuta nel grado h di $\Omega(z)$: se uno dei fattori irreducibili di grado minimo di $\Omega(z)$ sia $\alpha(z)$ ed il suo grado sia 2^f, si avrà dunque che

$$f \gtreqless r - s < r.$$

L' equazione

$$\alpha(z) = 0$$

è risolubile per radicali quadratici, il suo grado è 2^f ed $f < r$ per cui da essa ricavasi z con f radicali quadratici; uno dei valori di z, z_1, sia c_1 e siano $x_1, \ldots, x_m$ le m radici di cui z_1 è il prodotto; si ha così che

$$x_1 x_2 \ldots x_m = c_1$$

dove c_1 è conosciuto ed espresso mediante f radicali quadratici, senz'altre irrazionalità, coi coefficienti di $f(x)$. Essendo tutti diversi $z_1, \ldots, z_h$ che sono gli $\binom{n}{m}$ prodotti delle radici $x_1, \ldots, x_n$ ad m ad m, per mezzo di z_1, ossia c_1, si posson esprimere razionalmente [1] tutte le funzioni simmetriche di $x_1, \ldots, x_m$, cosicchè, se

$$\Theta(x) = (x - x_1) \ldots (x - x_m) =$$
$$= x^m + d_1 x^{m-1} + \ldots + d_{m-1} x + d_m,$$

i coefficienti $d_1, \ldots, d_m$ sono funzioni razionali di z_1 per cui son tutti esprimibili razionalmente mediante gli f radicali che figurano in c_1, valor numerico di z_1.

---

(1) V. p. es. E. Netto: Sostituz. ed applicaz. dell'algebra; versione italiana, Torino 1885, pag. 98-100.

L'equazione

$$\theta(x) = 0$$

è risolubile per radicali quadratici, è di grado 2^s ed $s < r$ per cui darà x con s nuovi radicali quadradici. Nell'espressione di x vi saranno così complessivamente $f + s$ radicali quadratici e, siccome

$$f \gtrless r - s$$

e conseguentemente

$$f + s \gtrless r$$

e, per quanto fu detto nel n. 2, l'equazione irreducibile $f(x) = 0$ di grado 2^r non si può risolvere con meno di r radicali, il numero dei radicali con cui è espressa x

$$f + s = r.$$

Il teorema sussiste dunque quando $p = r$ se sussista quando p è minore di r per cui, sussistendo quando p è meno di tre, sussiste qualunque sia p.

Resta così pienamente dimostrato il teorema di PETERSEN enunciato in principio del num. 3.

Pavia, Giugno 1924.

LISIA E PLATONE.

A PROPOSITO DEL DISCORSO EROTICO DI LISIA NEL *FEDRO*.

Nota del M. E. prof. Giuseppe Zuccante.

(Adunanza del 12 febbraio 1925)

Di Lisia Platone ha scritto a lungo nel *Fedro*, esaminandone e criticandone una certa orazione tutta fondata sul giuoco sofistico dei pensieri e delle parole. Soggetto dell'orazione, che Platone stesso avrebbe composta imitando abilmente il fare lisiano, è provare che un amante, di cui il cuore non è sinceramente preso, merita dall'amato migliore accoglienza di quello che sia animato da una vera passione: soggetto paradossale e d'invenzione sofistica, appartenente a quei giuochi di spirito che chiamavano *παίγνια*; appunto, un modello del genere è questo *παίγνιον* di Lisia. Come d'invenzione sofistica è il soggetto, così anche alla trattazione di esso manca ogni calore e vivacità, manca quel movimento dello spirito, pel quale si raccolgono i pensieri in una maggiore unità, e quella necessaria progressione per cui le parti si collegano insieme, come i membri d'un medesimo corpo; solo l'elocuzione è svolta con cura e ornata ed elaborata. Fedro è tutto preso e rapito da quest'orazione di Lisia; ma Socrate gli dimostra, a poco a poco, tra serio e scherzoso, quanto facile sia questa specie d'arte oratoria, tutta a parole, senza contenuto di pensiero, mirante ad un effetto momentaneo, senza le diligenti ricerche per cui si va a fondo delle cose, senza definire l'oggetto stesso di che si tratta, onde le idee, oltrechè male applicate, sono disposte a caso, senza studio dell'anima, senza dialettica e filosofia. « Va da Lisia », conclude Socrate, « e digli come noi siamo discesi alla fontana delle Ninfe e al sacrario delle Muse e abbiamo inteso certe voci, le quali ci hanno fatto comandamento di dire a Lisia e a qualunque altro componga discorsi, che, ove essi abbiano composto, nella piena consapevolezza

della verità, i loro scritti e sappiano difenderli nel caso che altri li attaccasse, e siano capaci di dimostrare che, a petto ai ragionamenti, son poca cosa gli scritti, meritano di esser denominati, non da ciò che colla penna scherzando hanno scritto, ma da quello piuttosto che pensarono davvero; meritano cioè di esser denominati, se non propriamente sapienti — nome che converrebbe solo a Dio — certo amanti di sapienza, filosofi...., mentre chi non ha in sè cosa più degna di quanto abbia composto o scritto, per lungo tempo rivoltandoselo di sotto e di sopra, or aggiungendo or levando, non si potrebbe chiamare a buona ragione che facitor di discorsi » (1).

Non ci è dato stabilire il tempo in cui è stato scritto il *Fedro* — sono assai discordi in proposito le opinioni dei critici, alcuni ritenendolo una delle prime, anzi la prima opera di Platone, e altri invece assegnandolo con più buone ragioni alla piena maturità del filosofo — nè ci è dato, quindi, dire se Lisia, morto nel 378 av. Cr., sia stato in grado di conoscere la critica a lui mossa nel dialogo o se, anche conosciutala, sia stato in grado, per l'età, di rispondere. Certo è che fra gli scritti rimastici di Lisia la risposta non c'è, nè sappiamo, d'altra parte, che ci fosse; e sarebbe strano davvero ch'egli avesse serbato il silenzio di fronte a una critica che attaccava la sua opera di scrittore nel primo e più incerto periodo del suo manifestarsi, nel periodo sofistico, mentre è ben noto che da questa maniera di eloquenza artificiosa e lisciata egli si tolse poi, a cominciare da quella orazione contro Eratostene, l'uccisore di suo fratello Polemarco, allor quando un vero dolore e uno sdegno profondamente sentito diedero, all'animo suo come alla sua eloquenza, un più libero e più naturale movimento e lo rivelarono in qualche modo a se stesso e gli fecero trovare la sua via di oratore giudiziario e di logografo. Eccetto che non si supponga che, appunto, la critica di Platone abbia contribuito a tale sua trasformazione, e che quindi, quasi per una specie di riconoscenza, egli tacesse: il che sarebbe molto difficile a provare e ad ammettere. Poichè non v'ha dubbio che Platone aveva avversione per Lisia. Come poteva non averla il prossimo parente di Critia e di Carmide pel democratico irrequieto che aveva preso una parte così attiva nella lotta contro questi oligarchi? È vero che Lisia avea difeso Socrate, e ciò doveva piacere a Platone; ma forse in questa difesa, appunto pei suoi sentimenti democratici, egli avea separato troppo Socrate da' suoi

(1) *Fedro*, LXIV, 278 BE.

amici oligarchi, Critia ed Alcibiade. Aggiungasi che, nella sua orazione contro Eschine, Lisia avea attaccato ferocemente questo socratico; il che, naturalmente, non poteva riuscire indifferente ai condiscepoli di questo (1). D'altra banda, non certo le qualità artistiche che distinguono l'eloquenza di Lisia, anche del migliore periodo, poteano piacere a Platone. Lisia, logografo, sapeva, come nessun altro, adattare al carattere dei suoi clienti il tono e lo stile dell'arringa; egli si mostra a volta a volta, con eguale abilità, sotto la maschera del borghese corto e bonaccione, del marito ingannato, dell'invalido bisognoso, e questa sua arte di etopea l'antichità unanime riconosce e vanta (2). Ma Platone non dovea trovare di suo gusto quest'arte. Egli vuole un'arte alta e nobile, che tratti cose alte e nobili; il terzo libro della *Repubblica* specialmente è tutto rivolto a quest'intento; le cose dappoco, meschine, illiberali non devono formare soggetto dell'arte. « Un uomo a modo », è detto in questo libro, « allorchè giunga nella narrazione a un detto o a un atto di un uomo buono, vorrà raccontare, come s'egli fosse quello, e di tale imitazione non si vergognerà,....; quando, invece, s'abbatta in qualcheduno indegno di lui, non vorrà da senno assomigliarsi al peggiore di sè,.... e ne avrà vergogna, sì per esser mal pratico di ritrarre cotali esemplari, e si ad un tempo perchè male comporterà di foggiarsi e d'offerire se stesso nelle forme proprie di chi è da meno di lui, avendole per suo giudizio, se non siano a cagione di giuoco, in dispetto.... Chi per contrario non sia a modo, imiterà e narrerà, quanto più dappoco egli sia, tanto più ogni cosa, e non ne stimerà nessuna indegna di sè, sicchè si metterà a imitarle da senno tutte e in presenza di molti, e altresì, s'intende, quelle che dicevamo dianzi, tuoni e strepiti di venti e di grandini e di mozzi e di ruote e voci di trombe e di flauti e di zampogne, e degl'istrumenti tutti, e suoni ancora di cani e di pecore e di uccelli » (3). « Un uomo, pertanto, che potesse per effetto di sapienza rivestire ogni forma e imitare ogni cosa, se ci giungesse nella città, egli e i suoi poemi, con proposito di farne mostra, noi lo veneremmo, lui, come santo e meraviglioso e piacevole, ma gli diremmo che non v'è luogo presso di noi per un siffatto uomo

(1) Cfr. GOMPERZ, *Griechische Dencker*, Vol. II, lib. V, c. IX, § 3 e c. XIII, § 8.

(2) Vedi i giudizi degli antichi in BLASS, *Die Attische Beredsamkeit* I, 2ª ediz., p. 392.

(3) *De Rep.* III, 8-9, 396 C - 397 A.

nella città, nè è lecito che vi si generi, e lo manderemmo in altra città, spargendogli unguento sul capo e coronandoglielo di lana, e, invece, noi per utilità ci serviremmo di poeta è favoleggiatore più austero e men dilettevole » (1).

Idee e principii, come si vede, che erano la condanna esplicita dell'arte, diremo così, borghese e minuta e tenue di Lisia, e che non doveano essere mai tanti forti nell'animo di Platone, quanto nel tempo in cui scriveva il *Fedro*, opera, appunto, tutta piena della passione per quanto è grande e sublime. Sicchè non era il caso, concludiamo, che Lisia, se pure potè avere notizia della critica del *Fedro*, tacesse per riconoscenza a Platone.

Di fronte a un altro oratore, Isocrate, Platone si comporta nello stesso *Fedro* ben diversamente. Alcuni di quei motivi che allontanavano Platone da Lisia, poteano per il momento almeno, accostarlo ad Isocrate: costui — e ci risulta specialmente dal suo *Areopagitico* — era, non meno di Platone, avversario deciso della democrazia; avea glorificato Alcibiade nel *De Bigis* (2); era stato uditore di Socrate ed avea nel *Busiris* difeso il maestro dall'accusa di Policrate; oltrechè, in parecchie delle sue opere, mostra l'influenza su lui esercitata dalle dottrine socratiche.

Socrate e Platone aveano voluto fare della filosofia uno strumento efficace di rigenerazione sociale; e Isocrate vorrebbe il medesimo compito assegnare alla retorica, la quale, egli dice, non ha altro oggetto che di disporci e formarci a tutte le virtù; e si sforza egli stesso di raggiungere questo ideale, e tempesta contro l'avvilimento dell'arte prodotto dalla sofistica (3). Con un tal uomo non era difficite che Platone avesse rapporti amichevoli, almeno per qualche tempo, e per ciò nessuna meraviglia se nel *Fedro* fa di lui come il contrapposto e l'antitesi di Lisia. « E tu? che farai tu? poichè non bisogna che tu dimentichi l'amico tuo. Di chi vuoi tu parlare? Del bell'Isocrate. Che cosa annunzierai tu a costui, o Socrate? Che diremo ch'egli sia? — Isocrate è ancora giovane, o Fedro; e tuttavia voglio significarti qual augurio io faccia di lui. — Quale mai? — A me pare di ben maggiore ingegno per poter paragonare la sua eloquenza a quella di Lisia, poi d'una natura

(1) *De Rep.* III, 9, 398 A. Cfr. anche *De Rep.* III, 8, 395 C e VI, 9, 495 D.

(2) 25 e sgg.

(3) *Contr. Soph.*

più generosa; sicchè non sarebbe meraviglia se, andando innanzi nell'età, avanzasse, ne' discorsi in cui ora si occupa, quanti mai giovani vi han dato opera, e se, di questi studi non contento, un qualche divino impulso lo spingesse a cose anche maggiori. Perocchè c'è da natura nella mente di costui una tal quale filosofia. Ciò adunque io annunzierò da parte degli dèi al mio diletto Isocrate » (1).

Per dir tutto in breve, Platone nel *Fedro* si propone sovrattutto di determinare un suo concetto dell'arte della parola, che abbia il suo fondamento in una profonda conoscenza dell'anima umana, in un ricco svolgimento dell'intelligenza, in una vasta sintesi di cose, e tutto ciò raccolto in una personalità potente che si elevi al di sopra di quanto è comune, e disponga insieme dei procedimenti dello stile e di queste armi poderose dello spirito. L'idea madre di quest'opera varia, ricca, complessa, e tuttavia una, è questa: non vera filosofia, senza nobili sentimenti, senza nobile amore; non eloquenza vera, non arte, non stile, senza vera filosofia.

Anche il Goethe in una delle sue conversazioni con l'Echermann ha detto: « se si vuole scrivere in stile nobile, bisogna avere un nobile carattere ». Platone, ha adunque, compreso che non sono le finezze e gli artifici della parola, neanche la semplice pratica di scrittore, che facciano lo scrittore; al di sopra di chi non possiede che gli artifici della retorica, stanno il dialettico e lo psicologo, sta l'uomo pieno d'entusiasmo, che disprezza tutto ciò che è volgare ed aspira ai fini più elevati.

Ecco la ragione per cui nel dialogo è recato così severo giudizio del discorso di Lisia, colto nel periodo sofistico della sua arte e non avente, adunque, nessuna di quelle qualità che Platone esigeva dall'oratore; e, di fronte a lui e contrapposto a lui, è rappresentato Isocrate, giovine ricco di mente e di cuore, che si accingeva con ardire all'oratoria, portato anche da una naturale interiore vocazione alla filosofia, sicchè di lui può esser fatto il lieto vaticinio, ch'egli terrà non solo il primo luogo fra i retori, ma s'innalzerà fino alle più alte regioni della filosofia.

(1) *Fedro*, LXIV, 278 E - 279 B. Cfr. in riguardo alle relazioni fra Isocrate e Platone il mio scritto « *Isocrate e Platone a proposito d'un giudizio nel Fedro* » in *Rendiconti* del *R. Ist. Lomb.*, Serie II, Vol. XLIV, 1911, e in *Cultura filosofica* anno V, n. 4, 1911.

Un'importante conseguenza pratica di studi su alcuni caratteri fisici del terreno.

(COSTRUZIONI IN TERRA CRUDA)

Nota del S. C. prof. F. Giordano.

(Adunanza del 26 febbraio 1925)

---

§ 1. — Mi sono proposto di riferire circa un materiale per costruzioni *ultra-economico.*

Argomento adunque di attualità sovrana, dinnanzi al *caro-case* ed al *caro-pigioni* che, in misura più o meno legittima, ne consegue.

Il costo delle fabbriche, per una frazione non trascurabile, è funzione del prezzo delle murature: le sabbie, i cementi, i laterizi, diventano di giorno in giorno più costosi di estrazione, produzione e trasporto, e rincarono altresì in conseguenza della scarsità suscitata dalla febbre del costruire nel restante periodo di esenzione dalle imposte.

Ebbene, profittiamo di materiale che sovente senza costo è *subito* ed ovunque disponibile, *nel luogo stesso* della costruzione, e che si appronta *senza fuoco* e *senza gravosi complessi impianti di fabbricazione*: la terra. Un risparmio totale, adunque, per lo meno delle spese di *trasporto* e di *combustibile.* Case di terra.

Giova subito troncare speranze troppo rosee: è possibile solo un'applicazione limitata, parziale. Tuttavia il procedimento ha pratica importanza.

In un giornale d'ingegneria, consegnatomi giusto un mese fa (1), se ne scrive come di una ripresa *americana* di antica scoperta: e perciò se ne parla ora alquanto fra i tecnici italiani. Valga la presente comunicazione se non altro a dimostrare che il merito della ripresa seria, secondo nuove vedute e nuovi procedimenti, è forse merito dell' Italia. I risultati che

---

(1) *L' Ingegneria*, gennaio 1925, distrib. il 27 I 1925.

esporrò sono infatti conseguenza diretta di studi avviati prima del 1923 presso l'Istituto sperimentale di Meccanica agraria, studi che hanno seguito poi fuor dell'Istituto con intenti di pratica applicazione e che hanno preso da tempo pubblica data. Certamente però molta strada rimane a percorrere prima che sia lecito esprimere giudizi assoluti.

I.

Precedenti storici.

§ 2. — Si cita, da corrispondenza americana (vedi il precitato giornale), un riferimento che data da quasi venti secoli: non si nomina Plinio, ma il richiamo è di Plinio il Vecchio, e l'enfasi consueta non gli toglie credibilità. Plinio afferma di aver osservato con sorpresa, in Ispagna ed in Africa, dei muri di terra battuta, formati in posto, « muri che hanno passato molte età, resistendo alle piogge e ai venti ed agli incendi, più solidi dei *cementizii* di Roma. La Spagna, egli continua, serba oggi ancora vedette e torri che Annibale fece costruire, di terra, sulle vette dei monti » (1).

Ma si può risalire assai più indietro nei tempi.

Notoriamente molto si è scritto sui materiali da costruzione ritrovati fra le rovine di Babilonia: uno tra i primi ragguagli, tecnicamente preciso e che non sembra smentito dalle indagini successive, è del Le Goux de la Boulaye, che nel 1645 ha rilevato i resti di una massiccia torre di 400 metri di lato, alta ancora 23 metri: fossero o no le ruine della biblica torre di Babele o del tempio di Belo, quelle mura di 50 metri di spessore, apparvero fatte di mattoni quadri di terra cruda, della misura di cm. 30 × 30 × 10, cementati con terra e bitume, e legati ogni sette corsi da un impasto di rottami, paglia trita e bitume formante uno strato di 10 cm. di spessore. Strutture miste, di mattoni crudi all'interno e di mattoni cotti all'esterno di grossi muri esaminati nella regione babilonese, sono descritte da non pochi archeologhi.

Lontanissima del pari, nei tempi dell'antico Egitto, la costruzione della piramide di re Asychis, menzionata da Erodoto (2) ed i cui resti, ancora nel 1738, permisero ad un

(1) Naturalis historia, lib. 35, cap. 14. — È ben noto che, alla spedizione di Annibale ai tempi in cui Plinio scriveva, erano trascorsi quasi tre secoli.

(2) Lib. II.

inglese Dr. Pockocke di inferirne la primitiva altezza di quasi 46 metri e la base di 48 × 64, e la struttura di mattoni di terra cruda, nera, contenente piccoli ciottoli e conchiglie e paglia trita — mattoni misuranti cm. 38 × 18 × 12 e 34 × 16, 5 × 10 (1).

§ 3. -- Vitruvio, maestro insigne dell'ingegneria, scrive a lungo dei mattoni crudi (2), certamente ancora usati con larghezza al tempo suo, cioè nell'ultimo secolo a. C. — Erano, in Grecia, grossi mattoni cubici di cm. 38,7 di lato (*pentadoron*) e di cm. 31 (*tetradoron*), o parallelepipedi dell'esatta metà di questi ultimi (*didoron*, di cm. 31 × 31 × 15,5) — forma codesta adottata, pare, dai Romani, con misure poco differenti (29,8 × 29,8 × 14,9). Materiale un po' indeterminato (*terra albida, cretosa, sive de rubrica, aut etiam masculo sabulone........*), che si impastava talvolta o sempre con tritume di paglia, ed imponeva lunga stagionatura avanti di costruire ed anche prima di applicare intonachi sui muri: a tale proposito, Vitruvio rammenta che in Utica veniva affidato a speciali magistrati il consentire l' uso dei blocchi, i quali dovevano datare da cinque anni, mentre egli suggerisce di ridurre a due soli anni il preliminare invecchiamento.

Di certo il materiale era poco resistente o reputavasi poco sicuro, se, imponendosi pei muri comuni lo spessore massimo di circa 45 cm., non era permesso in Roma di elevare le case al disopra del primo piano (3). La carestia delle aree appunto aveva già fatto scartare l' uso della terra cruda entro la città, dove si erigevano solo muri di pietra, o di blocchi di tufo, oppure di pianelloni di cotto *speciali per le coperture*, oppure infine di strutture miste. Pare insomma che ai tempi di Vitruvio fosse raro ancora l'uso di *mattoni cotti* appositamente fabbricati per le murature, quali sono quelli adoperati pel Panteon d'Agrippa, che si cita fra i primi esempi del genere e che è di poco posteriore a Vitruvio.

Ed invero il Maestro insiste sulla opportunità dei muri di terra cruda, di maggior spessore per le maggiori altezze, e difesi dalla pioggia a mezzo d'un coronamento sporgente, alto

(1) Nei riguardi della durata di questi materiali, è superfluo ricordare che da Asychis ad Erodoto corsero forse 36 secoli; e poi circa 22 secoli da Erodoto ai tempi del nominato viaggiatore inglese.

(2) M. Vitruvii Pollionis de architectura lib. X, ad Caesarem Augustum. — Liber secundus, caput III: *De lateribus*.

(3) V. Lib. II, cap. VIII: *De generibus structurae*.

45 cm., di *structura testacea*, cioè formato coi predetti tavelloni da tegole, possibilmente provati dai geli e dal sole per aver dapprima coperto altre fabbriche. E tanta è la fiducia sua sul materiale crudo. ch'egli non lo esclude neppure per la costruzione di mura di fortificazione delle città, anzi ne suggerisce l'uso citandolo insieme ad altri materiali, fra cui sono i laterizi cotti (1).

Naturalmente qualche studioso di Vitruvio esprime meraviglia che sì dotto Maestro scriva quasi solo di mattoni crudi, poichè, come è noto, la cottura dell'argilla è pratica antichissima, di cui è cenno nella Bibbia, in Ovidio, ecc. Per contro altri studiosi — (e tra questi è qualche tecnico di sicura fama, oltrechè dotto nelle cose antiche, quale il Rondelet ed il nostro Cavalieri di San Bertolo) — non esitano a ritenere di mattoni crudi tutte le costruzioni menzionate da Vitruvio là dove egli confronta con altre la struttura laterizia (Lib. II, cap. VIII). Esse sono: un antico muro d'Arezzo, di egregia fattura; in Atene, le mura verso l'Imetto e il Pentalense, oltrechè in parte certi templi di Giove e di Ercole; a Sparta, un muro primitivamente rivestito d'intonaco dipinto in modo così pregevole da suggerirne in appresso il trasloco; a Sardi, la casa di re Creso, adibita poi a casa di riposo pei vecchi (Gerusiam); a Tralle. la casa dei re Attalici; ad Alicarnasso la casa di re Mausolo, ornata però di marmi del Proconneso ed intonacata a lucido.

Non bisogna dimenticare che Vitruvio molto *vide*, nella sua qualità di ufficiale (che oggi diremmo del Genio), ai comandi di Giulio Cesare.

§ 4. — Costruzioni remote, le precitate, che non hanno resistito ai millenni.

Di altre costruzioni però, più vicine a noi, che hanno visto passare qualche secolo, si hanno ragguagli precisi e sicuri.

J. Rondelet — nel suo apprezzatissimo « Traité théorique et pratique de l'art de bâtir », che in particolare indirizzò l'autore di queste note ai riferimenti suesposti — descrive i lavori da lui stesso eseguiti nel 1764 per ampliare un castello nel dipartimento dell'Ain, costruito di terra battuta, vecchio in allora di oltre centocinquant'anni, ed al quale aggiunse, pure in terra battuta, un'ala di tre piani. Le demolizioni praticate dove occorreva ampliare aperture od aprirne di nuove, dimostrarono che la terra battuta aveva assunto la consistenza

(1) V. Lib. I, cap. V.

delle pietre tenere di media qualità, come è quella, afferma il Rondelet, detta di Saint-Leu (1).

Ricorda lo stesso autore che le costruzioni di terra battuta erano molte usate in tre dipartimenti contigui: l'Ain, il Rodano e l'Isère — ossia in una regione sul confine orientale della Francia, presso i monti del Giura e della Savoia, regione ricca delle acque del Rodano e dei molti corsi minori che vi affluiscono. Afferma che fra queste case ve n'erano di molto antiche, le quali mai furono intonacate all'esterno e che tuttavia resistettero alle intemperie; ed assicura che quei muri monolitici, se rivestiti di buon intonaco e difesi dall'acqua, durano secoli. —

Tutto ciò è notevole, perchè vicino a noi, documentato in modo serio, e visibile ancora qua e là, come riuscì facile allo scrivente in un viaggio compiuto verso il Giura nel 1904.

Talchè pare superfluo ricordare analoghe costruzioni antiche e recenti dell'Asia, in regioni di clima asciutto o caldo e dove usano unicamente costruzioni assai basse. E superfluo pare altresì il riferirsi a certe povere ma spesso vetuste costruzioni rurali che abbondano in Piemonte (Tortona, Alessandria, ecc.), in Toscana, in Sardegna (nel Campidano di Cagliari e Oristano) ed in molte altre località, dai climi più disparati.

II.

Esame critico del passato e studi attuali.

§ 5. — I precedenti ricordati dimostrano che l'uso della terra come materiale per costruzioni non è di trascurabile importanza; fanno pensare inoltre che gli accorgimenti di applicazione escogitati dagli antichi non bastano sempre e dovunque ad assicurare il successo.

Perchè infatti il sistema non si è ovunque largamente diffuso?

Attribuire tutte le difficoltà alle condizioni climatiche, come si fa da taluno, non è esatto: i monti della Spagna avranno pure avuto sovente le cime coronate di nubi. E — se non vogliamo giurare sulle affermazioni di Plinio, che ci riportano a tempi troppo lontani — nemmeno è lecito tra-

(1) Moduli di rottura del *liais de Saint Leu*, per tre qualità segnate nel trattato del Rondelet (Vol. I, p. 211), sono di 28-48-55 Kg. per cmq.

scurare i sicurissimi riferimenti alle fabbriche francesi di uno o due secoli fa, in regione tutt'altro che calda ed asciutta — nè gli esempi che sono in casa nostra.

Le difficoltà pare siano tutte quante nella *imperfezione dei modi di operare* e nella *grandissima, infinita varietà del materiale terra.*

Favoriti da composizione e condizioni speciali delle terre, anche i sistemi imperfetti di lavoro diedero buoni risultati, ma pari risultati non fu possibile ottenere cambiando località.

§ 6. — Orbene, tanto sulla imperfezione dei modi di operare quanto sulla necessità di applicare accorgimenti diversi a seconda dei caratteri delle terre, gettò viva luce una serie di indagini intraprese nell'Istituto sperimentale di Meccanica agraria a scopi ben diversi da quello di venire in aiuto all'arte edile. Nel nascente Istituto si va formando una Sezione per lo studio dei caratteri fisici delle terre in quanto essi hanno rapporto con la definizione meccanica delle terre medesime e con l'azione degli organi operanti e di presa delle macchine agrarie.

Di terra compressa, purtroppo, se ne fabbrica sui campi, per opera di macchine ancora assai perfettibili: sono sottofondi impervi, sono zolle che nè rulli nè erpici arrivano a dirompere e nelle quali le esile radici poco riescono a penetrare. Certe proprietà fisiche di solidi di terra compressa pare possano costituire indici di paragone per terreni che si lavorano o che sono stati lavorati. Per ultimo, è necessario conoscere l'effetto di determinate sostanze al fine di comporre i cosidetti *terreni artificiali* (1), l'uso dei quali costituisce una caratteristica dell'Istituto italiano ed un sussidio prezioso alle indagini in un campo difficile e quasi inesplorato della meccanica agraria.

Si sono disposti, per tutto ciò, dei programmi definiti, ai quali, a misura delle possibilità materiali, si tenta di dare attuazione: tutta una serie di apparecchi speciali fu costruita o disegnata, e qualche saggio di primo orientamento si è pure abbordato.

In questo ambiente, le ragioni delle difficoltà che si oppongono all'uso delle terre come materiali per costruzioni ri-

(1) V., dell'autore, fra altro: Considerazioni e proposte per la determinazione di alcune caratteristiche fisico-meccaniche del terreno, Piacenza, Tip. Porta 1906. E « Un nuovo coltro dinamometrico » (Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei, 1910). Ed ancora: Atti dell'Istituto sperimentale di Meccanica agraria, 1923.

sultarono subito manifeste. Peraltro non fu breve il passo verso lo studio dei procedimenti che, in generale, quelle difficoltà consentono di superare.

La compressione delle terre.

§ 7. — Gli antichi (e sicuramente fra essi i Greci ed i Romani) *non comprimevano* i mattoni di terra. L'impasto doveva essere necessariamente ricco di acqua, in ispecie quando alla terra mescolavasi paglia trita: l' essiccazione non riusciva a compiersi che in tempo lunghissimo, poichè dal nucleo del blocco l'acqua stentava ad uscire attraverso gli strati esterni essiccati per primi; nè all'essiccazione si poteva rapidamente procedere, volendo evitare il più possibile l'effetto disgregante delle contrazioni del materiale. Sicchè non appaiono esagerati i due anni di stagionatura suggeriti da Vitruvio, nè i cinque anni imposti dai collaudatori ufficiali di Utica pei blocchi cubici di quasi 40 cm. di lato.

L'inconveniente della molta acqua d'impasto persiste dopo l'essiccazione nel senso che il materiale rimane eccessivamente poroso, assorbe rapidamente l' umidità atmosferica e soffre quindi maggior deperimento; si lega male agli intonachi protettivi; presenta, per l'impedito ritiro, tensioni interne, le quali, insieme alla scarsa compattezza o eccessiva porosità, sono causa di deficiente resistenza.

È certamante preferibile, ai mattoni non compressi, il procedimento di fabbricazione a muri monolitici, accennato da Plinio ed in uso ancora nella Francia, *pestando* cioè la terra entro robuste forme o casseri spostabili man mano che la costruzione procede, con accorgimenti analoghi a quelli ben noti per le gittate di cemento o di calcestruzzo. Senonchè il risultato è di incerto successo, perchè, se l' acqua è molta, la pestatura non ha effetto; e se è poca, la massa può rimanere slegata, perchè con i pastelli o battoi a braccia non si esercita una pressione considerevole, in ispecie negli angoli ed in prossimità delle superfici esterne. Il buon risultato è un po' opera del caso, che mette a disposizione di operai d'eccezionale esperienza un materiale di singolari carattestiche.

Non è così che si riesce. industrialmente parlando.

§ 8. — Lo scrivente ha studiato, per molte qualità di terra, l'effetto che sulla resistenza e su altri caratteri hanno pressioni determinate, da bassi valori a valori elevatissimi. L'uso di alte pressioni (200-400 Kg. cmq.), come è noto, si

è finora limitato alla preparazione di piastrelle per pavimenti partendo da argilla apparentemente asciutta e polverizzata, e facendo seguire la cottura alla formatura. Così elevate pressioni — e tanto più quanto più notevoli — imporrebbero considerevole spesa di macchinario, di tempo e di energia meccanica, e di conseguenza escluderebbero, pel materiale terra, ogni praticità di applicazione (1): sono nel più dei casi bastevoli pressioni da 50 a 100 Kg. cmq. per conseguire le volute caratteristiche di omogeneità, compattezza, resistenza.

La curva degli schiacciamenti o assestamenti del materiale in funzione della pressione, ha sempre un andamento simile a quello che, per un caso particolare, risulta dalla fig. 1 — cioè

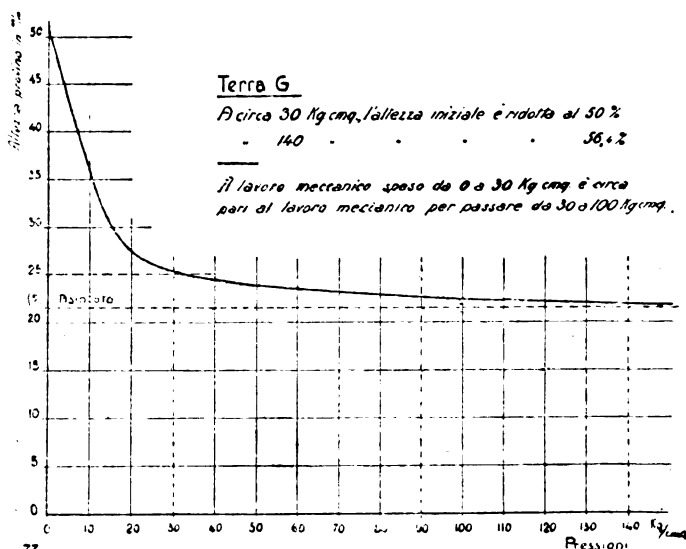



Fig. 1.

con un ginocchio che corrisponde a pressioni relativamente limitate, ed al quale fa seguito un rapido avvicinarsi all'asintoto: la formatura perciò non richiede che una spesa assai limitata

(1) Se l'interesse pratico si volgesse alla sostituzione *in ogni caso* dei mattoni cotti con i mattoni crudi, le altissime pressioni potrebbero avere importanza: miscele di terra argillosa col 2 al 5 % di cemento o di altri leganti, danno, a 200-500 Kg. cmq., dei materiali che hanno la sonorità e la resistenza dei migliori laterizi: ma — considerata la minore *durevolezza* del materiale che si ottiene, ragguagliata la spesa per la compressione a quella occorrente pel combustibile e sottratto il

di energia, perchè le deformazioni notevoli si verificano a basse pressioni, mentre a pressioni che ancora non possono dirsi molto elevate si determinano cedimenti piccolissimi. La compressione può farsi adunque convenientemente in due tempi, oppure in un tempo solo con macchine il cui diagramma di compressione, per azione motrice costante, si approssimi alla fig. 1: il torchio a ginocchi non risponde a questa condizione

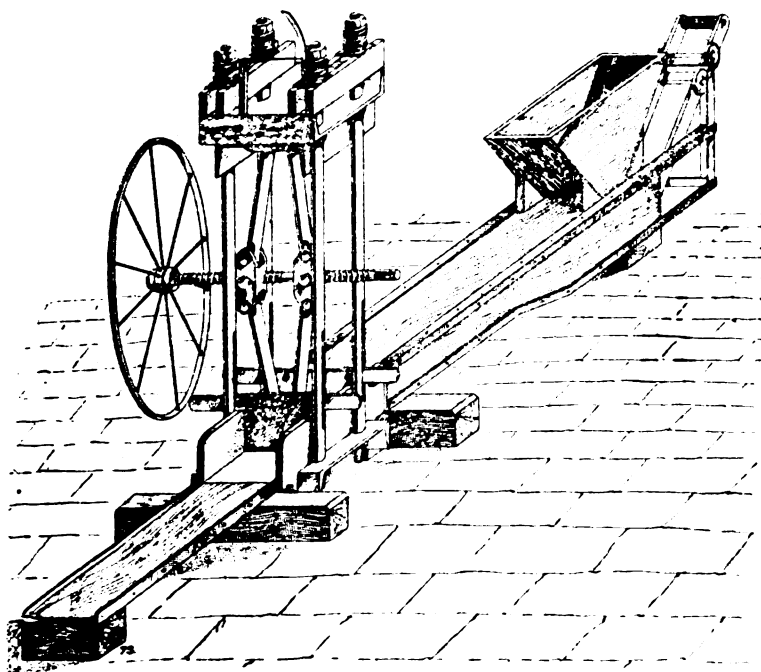



Fig. 2.

(occorrerebbe combinarne il principio con altri avvedimenti cinematici), ma risponde meglio di altri a scopo di studio, e fu perciò costruito, in sede sperimentale, come *torchio dinamometrico*, secondo la fig. 2.

---

vantaggio della fabbricazione a piè d'opera — può venire a mancare affatto la convenienza di una simile fabbricazione, che in ogni modo fu pure qui incidentalmente studiata.

Di regola, per le terre, la formatura a 50-70 atmosfere dà luogo a resistenze definitive alle quali *scendono* quelle dei materiali più compressi man mano che l'essiccamento procede: sembra intervenga cioè uno stato di equilibrio instabile se non una vera sconnessione, il che fa ritenere non solo superflua, ma dannosa l'eccessiva pressione.

Esclusa in massima l'applicazione delle comuni *blocchiere* a braccia per cementi, poichè esse danno pressioni di solito non bastevoli — e considerata l'importanza di diffondere il sistema particolarmente nelle campagne — furono studiate macchine apposite, molto semplici, di alto rendimento e di limitato costo, nelle quali è forza motrice periodica il peso dell'operaio. Sarà da verificarsi fino a quale punto la inevitabile lentezza di produzione non contrasta il tornaconto.

Siccome il tempo di assestamento del materiale, per ogni determinata pressione e se si ha cura di permettere all'acqua facile uscita, è *in generale* brevissimo, fu proposto l'uso di macchine analoghe a quelle in uso per la fabbricazione di combustibili conglomerati, allo scopo di rapida, economicissima fabbricazione industriale. Con opportuno disegno, macchine analoghe possono farsi trasportabili, sì da stabilire il cantiere di fabbricazione nel luogo stesso del consumo.

Infine non venne trascurato lo studio della fabbricazione *monolitica*, con una macchina che comprime, distende e ricomprime il materiale, a strati sottili.

La composizione del materiale: correttivi e trattamento.

§ 9. — La materia prima, variabilissima da luogo a luogo, e la convenienza di evitare il più possibile i trasporti, l'opportunità anzi di profittare della terra di escavo delle cantine e delle fondazioni — impongono in generale una *correzione*. Poche terre sono senz'altro atte a dare buoni, sicuri, durevoli risultati. E non è ammissibile di procedere a caso.

Si sono intraprese molte indagini, su terre di svariata provenienza, foggiandole anzitutto in cilindretti, a differenti pressioni, mediante un apparecchio derivato da quello in uso per la preparazione di saggi delle massicciate stradali da assoggettarsi a prove dinamiche, secondo il procedimento di Logan Waller Page, inteso a determinare il potere cementante dei fini detriti minerali (1). L'apparecchio fu reso però molto più semplice (2) e fu adattato inoltre allo scopo di determinare

---

(1) V. Frank H. Jackson: *Methods for the determination of the physical properties of road-building rock* (*Bulletin* N. 347, del 17 marzo 1916, del Dipartimento dell'Agricoltura S. U. A., pag. 16 a 19).

(2) Una assai primitiva trasformazione dell'apparecchio risulta anche da uno studio intrapreso in data recente da H. E. Middleton sul potere legante dei colloidi nel terreno (Journal of Agricultural Research, U. S. Department of Agriculture, 1924, p. 499).

la resistenza dei provini di terra — come in modo evidente risulta dalle fig. 3 e 4, mentre per le particolarità strutturali ed i requisiti dell'apparecchio si fa riferimento agli Atti dell'Istituto sperimentale di Meccanica agraria, anno 1924.

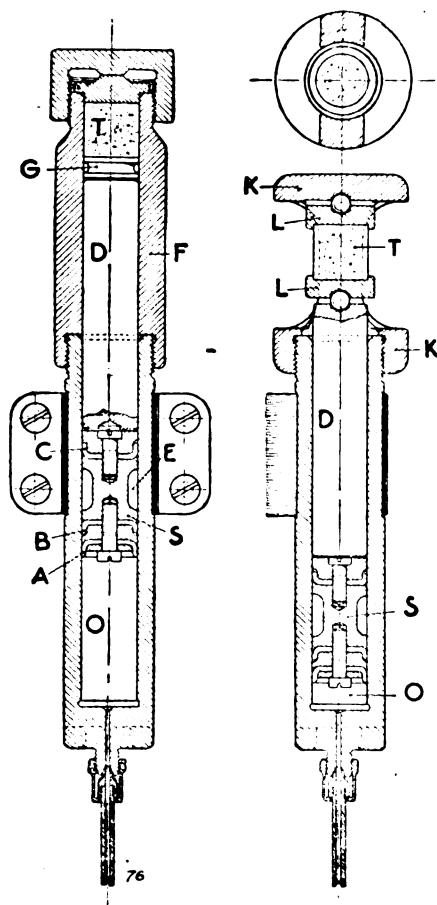



Fig. 3 e 4.

§ 10. — Si è constatato che i materiali da aggiungersi alla terra, o più generalmente i processi correttivi, debbono essere di caso in caso diversi onde ottenere adeguata durevolezza e resistenza con la minima spesa.

Materiali leganti o cementanti, organici ed inorganici, sono contenuti talvolta nelle terre in quantità eccessiva (fondi paludosi, torbosi, ecc.), o sono presenti in tale stato da rendere difficile una bastevole espulsione di acqua allorchè la terra viene compressa, oppure in tale stato da indurre nel corso

dell'essiccazione tensioni interne e fessurazioni. In questi casi la *terra pingua* va smagrita, sia con l'aggiunta di terra sabbiosa, sia producendo opportune trasformazioni delle sostanze predette mercè l'aggiunta di una piccola quantità di calce o d'altri composti.

Il più delle volte accade il contrario, cioè si deve arricchire la terra di materiali cementanti — ora lasciando deporre una frazione del contenuto sabbioso, ora *aggiungendo* o *promovendo la formazione*, in limitata percentuale, di leganti naturali o artificiali. Sono sempre sostanze in istato di grande suddivisione (colloidale o no) od in altre condizioni fisiche opportune: in prima linea i colloidi inorganici ed organici del terreno vegetale (sostanza argillosa, acido silicico, idrossidi di alluminio e di ferro, acidi umici e loro più o meno indefiniti composti con metalli alcalino terrosi, ecc.) ed in seconda linea alcuni tra gli stessi composti artificialmente ottenibili od altri prodotti (latte di calce, silicato di calcio, tenui percentuali di cemento, ecc.). Si è osservato che la formazione del legante sulle stesse particelle terrose mentre si comprimono insieme, può esaltarne l'efficacia. E si è del pari notato che, a promuovere e ad agevolare la diffusione nella massa terrosa di sostanze leganti, giovano i mezzi atti a *plasticizzare* l'argilla: infusi di torbe, scorze, erbe ed altri residui tannici e non tannici, miscele con terre riccamente umifere e loro estratti, soluzioni alcaline diluite, acque di rifiuto, ecc. (1). Le dette sostanze, agiscano o no sulle terre nei modi che si ritiene abbiano effetto sulla semplice argilla (2), qui poco importa: il fatto è

(1) L'importanza di far *marcire* le argille era forse nota nei secoli più remoti. Nella Bibbia (Esodo) è ricordata la pratica di mescolare la paglia con l'argilla per foggiare mattoni, ed in qualche antico *Commento* si accenna pure all'uso del fieno. È vero che i tecnici del passato hanno attribuito a queste aggiunte l'esclusiva azione di legamento materiale — il che ha importanza, considerato il fessurarsi del materiale *molto bagnato* e *non compresso*. Ma non può escludersi che la sapienza antica tragga origine da più profonde osservazioni: secondo E. G. Acheson, pare che gli antichi Egizi raccomandassero di lasciar macerare la paglia in seno all'argilla o di fare uso di infusioni tanniche.

(2) Notoriamente si è in un campo di straordinaria complessità e di ardue discussioni fra gli specialisti. Riferirsi ad esempio — in particolare per la estesissima bibliografia — al Vol. XVII, p. 2ª (1922) delle *Transactions of the Faraday Society* (sopratutto alle note di Sir E. J. Russel e di H. J. Page), nonchè al classico trattato di P. Ehrenberg, *Die Bodenkolloide* (IIIª ediz., 1922).

che esse danno luogo ad efficaci mezzi leganti *se usate a proposito*; adoperate invece inopportunamente esse possono condurre a risultati negativi.

Uguali trattamenti si possono far subire all'argilla da mescolarsi alla terra che ne fosse povera (1); ed un preventivo processo di fluidificazione (o deflocculazione) dell'argilla, eviterà la introduzione di troppa acqua prima della pressatura.

§ 11. — Ancora altri mezzi, e non pochi, furono tentati. Il corpo di cognizioni che ne è derivato potrà forse giovare alla tecnica, ma la grave tara di empirismo che gli sovraincombe e da cui le poche forze dell'autore di questa Nota sono incapaci di liberarlo, ne esclude qui una più minuziosa esposizione.

Nessun commento perciò si aggiunge alla odierna presentazione di qualche saggio del materiale, come si ottiene nelle peggiori e nelle migliori condizioni pratiche, fresco o stagionato.

Sia però consentito di fare richiamo ad alcuni fatti ben noti.

I colloidi organici ed inorganici che saldano più o meno intimamente le particelle terrose, essiccando, invecchiando, si trasformano: è da ritenersi che tutti perdano la caratteristica capacità di riassorbire acqua e che infine induriscano notevolmente. Si cita, al limite, la formazione dell'opale, tipica forma colloidale della silice idrata (2). Si citano inoltre formazioni recenti di arenarie e di limoniti e di altre pietre più o meno consistenti, in istrati sottostanti al terreno vegetale di lande, torbiere, paludi, prati, ecc., in ispecie nelle regioni settentrionali; pietre costituite da sabbie ed argille e marne, il cui legante si è formato per intervento dell'humus, in modi ancora assai discussi e certamente complessi (3); formazioni

---

(1) Le argille atte alla fabbricazione dei laterizi danno sempre da sole risultati discreti, ma sempre perfettibili. Il suggerire l'aggiunta di argilla *a qualsiasi terra* in ragione di un terzo del suo volume o del suo peso, come si legge nel precitato giornale d'ingegneria, oltrechè essere in molti casi inutile ed eccessivo, farebbe spesso perdere al procedimento la sua convenienza economica, dato il costo dei trasporti, aggravato dal maggior peso specifico apparente dell'argilla in confronto a quello dei laterizi.

(2) V. per es., E. Artini: *Lezioni di Mineralogia e Materiali da Costruzione*, II ediz., 1923, p. 5 a 6.

(3) Consultabili al riguardo, anche per i molti richiami bibliografici, il già citato volume di P. Ehremberg (*Die Bodenkolloide*, p. 381 a 424); il libro di M. Fleischer (*Die Bodenkunde*, 5ª ed., p. 63 a 66); ecc.

nelle quali ha parte notevole il tempo, ma non interviene rilevante pressione, e per le quali (non ostante la disgregabilità al gelo) è degna di rilievo la conservazione in ambiente umidissimo. Una pressione alta, concomitante all'azione di mezzi cementizi, è forse intervenuta per più antiche formazioni di materiali litoidi, ma le opinioni degli specialisti sono al riguardo troppo divise perchè qui ne sia ammissibile il richiamo.

Il fatto è che la terra compressa, e se del caso previamente trattata come è detto nella presente Nota, se difesa dall'umidità, spesso assume col tempo un alto grado di consistenza.

§ 12. — La manipolazione delle terre, il tenore in acqua, le avvertenze per l'essiccazione, ecc. richiedono avvedimenti importanti per la buona riuscita.

La stacciatura grossolana, su maglie di 1 cm. o più, è sufficente; meglio se, per provvedere anche a correzione della terra (§ 10), si procede ad un affinamento per sedimentazione: ma allora bisogna lasciar asciugare la terra più a lungo, poichè l'acqua deve essere pochissima al momento della compressione. Naturalmente, quanto più fina è la terra, tanto maggiore è la resistenza che, a parità di condizioni, si consegue: si sconta una grossolana stacciatura con la necessità di più alta percentuale di materiale cementizio o di più alta pressione.

L'essiccazione naturale, lenta, di mattonelle non troppo voluminose o quanto meno di spessore non eccessivo (se non forate), è condizione importante di successo. La pressione preventiva ha però eliminato le lunghe stagionature che si imponevano agli antichi: non occorrono più *anni* d'invecchiamento, ma bastano poche settimane.

Ulteriori indicazioni, di carattere puramente tecnico, uscirebbero dai limiti della presente Nota.

Risultati.

§ 13. — Il problema — come quasi tutti i problemi dell'ingegneria — si riduce essenzialmente ad un problema economico: lo stabilire il *minimum* dei mezzi (trattamento, sostanze ausiliarie, pressione, ecc.), o meglio il minimo costo, per cui si ottiene resistenza bastevole.

Con materiali ad elementi assai minuti e contenenti un'alta percentuale di colloidi del terreno, se si spinge la pressione a 120-150 Kg. cmq., è possibile arrivare a resistenze di 250 ÷ 320 Kg. cmq., pari cioè a quelle dei migliori mattoni cotti.

A questo risultato corrisponde però una spesa inammissibile. Con materiali grossolanamente stacciati, tenui aggiunte di leganti e pressioni da 60 a 100 Kg. cmq., si arriva con facilità ed economia a resistenze di 50 ad 80 Kg. per cmq. Pei mattoni cotti è di solito prescritta una resistenza minima di appena 100 Kg. cmq. — ma vi sono mattoni che resistono appena a 40 Kg. cmq., tanto che classici maestri del passato suggerivano di fare assegnamento solo su questa resistenza (1), così come dichiaravano essere pietre atte alla costruzione (e sono infatti correntemente usate) i *tufi* di Roma a 58 Kg. e di Napoli (a 47 ÷ 52), i tufi bianchi di Saumur (27), i *lambourde* di Montesson (23 ÷ 27), di Conflans (43-56) e di Villeroy (66), il calcare di Vergelé (60) ed altre pietre comunissime in Italia ed in Francia — e tacendo di certi magri blocchi di cemento, che sono poco più di una mal legata sabbia compressa e che tuttavia si adoperano per costruire bassi edifici, muri di cinta, ecc.

È superfluo adunque preoccuparsi in misura soverchia della resistenza: se le strutture murarie impongono per alcune parti la scelta di ottimi materiali (pilastri, archi, ecc.), molte altre parti vi si riscontrano (muri interni, d'interpilastro, ecc.) caricate dal solo peso proprio o poco più, e che risultano sempre esuberantemente resistenti, poichè l'altezza teorica, al limite di rottura, di un muro che abbia peso specifico apparente di 2400 Kg. mc. e sia costruito di materiale a 40 Kg. cmq., è di 160 m. Le strutture murarie miste offrono largo campo d'impiego a materiali poco resistenti — e, avuto riguardo alle esigenze d'isolamento termico, acustico, ecc., non è detto che i materiali i quali permettono più razionali distribuzioni di massa in ordine alla sola resistenza (come, ad es., il cemento), siano in ogni parte ed in ogni caso da preferirsi. Ed è ovvio che la terra compressa potrà trovare opportuna applicazione o nelle strutture miste od in costruzioni semplici e basse, come sono particolarmente le costruzioni rurali e le costruzioni ultra-economiche di carattere provvisorio attorno a centri urbani.

§ 14. — Anzichè la resistenza statica, può destare legittima preoccupazione la resistenza a degradazioni per effetto di agenti fisici, chimici ed organici (*durevolezza*).

---

(1) Per es., sulla base di esperimenti dell'inglese Rennie, il Cavalieri di San Bertolo (Istituzioni di Architettura, 5a ediz., Lib. III, p. 26 e 27).

Per limitare l'azione dei geli ed anche per ispegnere la vitalità di germi e di semi, bisogna essenzialmente evitare che la massa compressa ed essiccata riassorba umidità. Giovano a tale scopo una impermeabilizzazione superficiale ed una serie di misure da prendersi nel costruire.

Circa la impermeabilizzazione, si sono ottenuti buoni risultati, anche nei riflessi economici, dall'uso di un sapone d'alluminio formato in luogo, nello spessore di un esiguo strato superficiale della parete; risultati discreti dà anche un soluto di pece nel benzolo. L'intonaco di malta di calce, applicato dopo opportuna stagionatura e con tempo opportuno, costituisce la più salda difesa contro la degradazione atmosferica: si sono studiati accorgimenti vari per legar bene gli intonachi alla terra, ma occorre aspettar l'opera del tempo prima di formulare giudizi. Si sa però — si è preveduto e si è constatato — che il fattore tempo, in particolare per le presumibili trasformazioni di certi leganti, perfeziona in generale la resistenza, in ogni senso intesa, del materiale: perciò importa essenzialmente allo inizio la protezione accurata contro il soverchio inumidimento.

Nei riguardi delle misure da prendersi nel costruire, accennasi: alla opportunità o necessità di eseguire in mattoni cotti od in calcestruzzo fondazioni e zoccolo fuori terra, alto quanto occorre a difesa dalle abrasioni, dalle acque, ecc.; al coronamento del muro in sommità, pure fatto di qualche corso di laterizi ordinari, legati da buona malta; all'applicazione, almeno sopra e sotto i detti strati laterizi, di un sottile strato impermeabile di malta impastata con emulsione di catrame fluido in silicato sodico; alla protezione analoga contro allagamenti ed infiltrazioni, ovunque siano prevedibili, ed in particolare presso i condotti di scarico delle fluviali, ecc., che preferibilmente si faranno esterni.

III.

Conclusioni.

§ 15. — Dalla sommaria esposizione che precede appare quanto sia stato vasto il campo, con lunga fatica, esplorato (1):

(1) Particolarmente doveroso e caro mi è di rendere grazie all'Ing. Cesare Masobello per l'attiva paziente e preziosa collaborazione prestatami, quale ingegnere dell'Istituto sperimentale di Meccanica agraria.

assai lontana è tuttavia la presunzione di aver esaurito l'argomento. In laboratorio, con l'opera paziente di studiosi ben altrimenti preparati di chi oggi ha l'onore di riferire, debbono essere scientificamente esaminati i fenomeni che già si constatarono ed altri che si prevedono analoghi, allo scopo di derivarne sistematiche direttive. E sulla via pratica non minore cammino resta a percorrere, in particolare nel senso di definire mezzi meccanici più efficienti, ed accorgimenti e limiti di più opportuno economico impiego.

Ma la via è buona, e le negazioni aprioristiche sarebbero ingiuste.

Invero, un procedimento costruttivo fra i più antichi e sporadicamente ricomparso nel volger dei secoli perchè suscettibile di assai conveniente applicazione, ha dimostrato alla luce dei nuovi studi le ragioni per cui talvolta si ottenevano fabbriche salde e durature e tal altra invece il successo mancava. Il procedimento, sebbene ancora in molti punti non chiarito, ha perduto il suo carattere di incertezza: la riuscita non dipende più da una fortuita concomitanza di elementi, ma da elementi che il tecnico può disciplinare alle esigenze della costruzione. Per ogni qualità di terra, in ogni determinata località e tempo e per determinato scopo, è sempre possibile oramai indicare quale trattamento alla terra stessa conviene, o se sia preferibile escluderne l'uso.

Non si deve tacere che l'esperienza dei mezzi nuovi manca di un fattore essenziale: il tempo. È vero che in passato l'opera del tempo non è stata sconfortante, ancorchè si richiamino solo le vecchie costruzioni illustrate con ricchezza di particolari dal Cointerau e dal Rondelet. È vero altresì che la ripresa odierna abborda le difficoltà coi mezzi nuovi e più perfetti: in ispecie l'alta ed uniforme pressione combinata con l'effetto di sostanze leganti tra cui sono quelle che, presenti nel terreno, talvolta giovano e tal'altra contrastano la buona riuscita. Nel passato, ad una pressione alta ed uniforme, ottenibile con mezzi meccanici, non si era provveduto; nè si poteva pensare, fra altro, all'azione dei colloidi del terreno nei tempi in cui vissero i due tecnici sunnominati, che furono i tempi del primo Napoleone.

Le prerogative che, per effetto dei descritti avvedimenti, il materiale può assumere in ordine alla resistenza e alla durevolezza, consentono riduzioni di spessore delle pareti: potrebbe altrimenti nascere il dubbio che la necessità di grandi

spessori renda illusorio il basso costo del materiale. Il costo è del resto suscettibile di esser ridotto a cifre molto esigue, tanto se si riescono a diffondere per vendita o noleggio apparecchi assai semplici a braccia — quanto, e più, industrializzando il procedimento con macchinario trasportabile di grande produzione. Sovratutto in questi modi vi è da pensare che il procedimento possa sostituirne altri tecnicamente ed economicamente non meno imperfetti: per esempio quello della produzione locale di mattoni cotti per ammassamento, in uso per evitare spese d'impianto, sistema che dà pessimi laterizi con notevole spreco di combustibile. Nè dappertutto — nelle vaste zone di campagna dove interessa intensificare l'appoderamento ed occorrono molte costruzioni rurali ultraeconomiche — è disponibile buona argilla: più sovente si trovano terre, spesso torbose, o argille contenenti granuli di calcare, disadatte per laterizi.

Una difficoltà pratica per la buona diffusione del sistema sta nel dover seguire direttive che sono multiformi, come multispecie, indefinitamente, è la terra. La questione è importante, perchè, in genere, vi è strettamente legato il successo: essa non potrà risolversi che a mezzo di un ente consultivo, oppure di un organismo industriale. — Le difficoltà inerenti alla stagionatura e alla difesa dalle pioggie nel corso del costruire, si risolvono in non grave aumento di spesa.

La costruzione a mattoni di terra compressa, difesi da buona malta e da intonaco, che per così dire li incastona in una struttura multicellulare, ha pregi evidenti, sovratutto per la difesa del materiale nel lungo periodo formativo. Altri pregi hanno e la struttura monolitica (da ottenersi meccanicamente) e svariate strutture murarie combinabili con laterizi cotti o calcestruzzi.

È prevedibile che fabbriche a struttura mista (con parti in laterizi cotti, o calcestruzzo, o ferro) siano nel più dei casi a preferirsi (v. §§ 13 e 14). Solo la pratica potrà, col tempo, pronunciarsi — se vi sarà chi si ponga coraggiosamente all'opera.

§ 16. — Si è ben lontani evidentemente dal poter affermare che il sistema si diffonda e che la sua introduzione consenta di arrivare a prezzi estremamente bassi. Sono troppo varie e molteplici le esigenze costruttive, ed inoltre troppi elementi, oltre al costo dei materiali murari, concorrono a formare il prezzo delle fabbriche. Tuttavia è da presumersi che, specie in tempi come i presenti, di carestia e di intensa ricerca di materiali, vi siano intiere categorie di costruzioni per le quali risulta il tornaconto tecnico ed economico.

Oltre alle già accennate costruzioni rurali, di cui è grandissimo il bisogno per lo sviluppo dell'agricoltura italiana, l'applicazione è prevedibile a bassi ed estesi edifici industriali ed a casette ultraeconomiche, provvisorie o no. Si otterrà probabilmente di fare meglio, in confronto d'altri sistemi cosidetti *economici*. A parte i deprecati alveari umani, inevitabili nelle grandi città dove lo spazio è prezioso — si sono viste sorgere qua e là fungaie di casette ad un solo piano, con pareti di sottilissimo cemento per la cura del caldo-freddo; si sono tentate presso la Capitale costruzioni di abituri con pareti di gesso, subito sfatte; si sono importate dall'estero casette di legno, incendiabili e rapidamente inquinabili e deperibili; si è avuta all'estero la recente esperienza, subito stroncata, delle casette di ferro. La terra cruda, che costa estremamente poco, darà forse nei casi analoghi risultati migliori sotto ogni punto di vista, compreso quello della difesa dal caldo, dal freddo e dai rumori.

Nabucodonosor, fastoso, ebbe un palazzo di mattoni cotti e smaltati a vividi colori; ma Rè Creso, proverbialmente ricco, si appagò d'un palazzo di mattoni crudi. E Re Asychis, secondo Erodoto, fece scolpire sulla sua grande piramide di terra cruda: « Non mi spregiare, confrontandomi con le piramidi di pietra: io sono tanto al disopra di esse quanto Giove sovrasta gli altri Dei ». Essa venne difatti formata col limo che il fiume sacro agli Egizi spande a fecondare la terra.

I DEPOSITI A RISPARMIO
COME INDICE DELLO STATO D'ANIMO NAZIONALE

Nota del M. E. prof. ULISSE GOBBI

(Adunanza del 26 febbraio 1925)

Il numero di gennaio 1925 della *Rivista della cooperazione* contiene uno studio di Riccardo Tremelloni col titolo « Come impiega i propri risparmi il lavoratore italiano », nel quale si constata come dal 1914 al 1923 i depositi nelle Casse di risparmio ordinarie e postali, valutati in oro per rendere i dati omogenei attraverso alle variazioni di valore della carta moneta, siano andati diminuendo, e, pure avvertendo che all'incirca soltanto la metà dei depositanti è formata di lavoratori (impiegati, domestici, operai), si spiega la diminuzione col ribasso dei salari reali, colla maggior diffusione di certi consumi voluttuari, colla tendenza ad un maggior impiego nelle assicurazioni, nelle organizzazioni sindacali e nella cooperazione.

Ma osservando un diagramma di cui l'articolo è corredato, più interessante dell'andamento nell'insieme dell'intervallo preso in esame, appare quello in tre intervalli parziali: 1° la guerra; 2° il biennio 1919-20; 3° gli anni successivi.

1.° — Che lo scoppio della guerra e poi la partecipazione ad essa dell'Italia dovessero determinare molti depositanti a ritirare i loro denari si capisce facilmente; ma è questa una influenza a cui si contrappone già nel 1916 quella esercitata dallo spirito di resistenza della nazione. Un fenomeno analogo era stato notato da Camillo Supino nel suo studio su « Le ripercussioni delle crisi economiche e politiche sul movimento dei risparmi presso la Cassa lombarda » pel 1866, « anno di crisi finanziaria, di crisi economica e di crisi politica », in cui, malgrado un aumento di rimborsi, il credito dei depositanti

riesce ancora pressochè eguale a quello del 1865 (1), il che si può considerare come risultante di influenze opposte.

Lo stato d'animo dell'anno di Caporetto si manifesta con una depressione: ma nel 1918 il risveglio di tutte le energie nazionali che culminò nella vittoria si riflette in un aumento notevolissimo dei depositi a risparmio.

2.° — Il biennio dell'immediato dopo-guerra, caratterizzato dal dominio dello spirito anticapitalistico (tassa di successione confiscatrice, imposta sul patrimonio, nominatività dei titoli, servizi pubblici in balia di organizzazioni del personale, occupazione delle fabbriche), presenta nei depositi a risparmio una fortissima depressione.

E anche dato che in quell'epoca molti abbiano preferito custodire biglietti di banca. o comperare oggetti da conservarsi (2), questo confermerebbe lo stato di sfiducia nell'organizzazione economico-sociale.

« Malgrado i timori per l'insufficienza dei prodotti più necessari alla vita, malgrado le voci che predicano il bisogno della ricostruzione, pare che non si senta più lo stimolo nè a lavorare nè a risparmiare » : così dicevo nel Discorso inaugurale di questo Istituto il 13 gennaio 1921.

E i dati statistici giustificano quell'impressione.

3.° — La reazione contro le tendenze dominanti nel 1919-1920 si inizia nel 1921 e si accentua nel 1922, così da preparare la nazione ad accogliere con entusiasmo l'avvento del nuovo governo: i depositi a risparmio riprendono l'ascesa.

Una delle conclusioni a cui nello studio citato arriva il Supino è questa: « Sul movimento dei depositi influiscono in modo assai più deprimente le crisi politiche, derivanti da guerre o rivoluzioni, che non le crisi economiche » (pag. 339).

Infatti le crisi economiche sconvolgono gli affari commerciali, ma non distolgono la grande massa tranquilla ed operosa

---

(1) *La Cassa di risparmio delle Provincie Lombarde nella evoluzione economica della regione*, pag. 330.

(2) Il Porri, *Popolazione e risparmio in Italia* nella *Riforma Sociale* del novembre 1924, nel rilevare questa tendenza si riferisce alla classe ricca, giacchè accenna all'acquisto di quadri, pellicce, gioielli, automobili. Questi acquisti si sono certo sostituiti ad impieghi in titoli o in mutui, implicando il timore di una perdita per la svalutazione di somme rilevanti.

Quelli invece che conservarono forti somme in biglietti si preoccupavano evidentemente meno della svalutazione della moneta che di altri pericoli.

della popolazione dall'affidare le sue economie ad istituti dei quali sa che non le comprometteranno con arrischiate speculazioni, anzi possono provocare uno spostamento di capitale che intimorito dalle agitazioni della Borsa vada a rifugiarsi nei depositi.

La massa dei depositanti si trova incoraggiata quando gli eventi alimentano la fiducia nell'avvenire della nazione; si trova invece paralizzata quando si temono disastri o disordini sociali.

Se anche originariamente esperienze dolorose fecero riflettere alla necessità della previdenza, la speranza, non la paura è l'emozione favorevole al risparmio.

Si potrebbe pensare ad un'influenza diretta della svalutazione della moneta sui depositi a risparmio, in quanto la minor quantità di merci acquistabile colla somma rimborsata in confronto a quella ottenibile al momento del deposito è una perdita che dovrebbe scoraggiare il risparmio.

Intanto, com'è ovvio, l'influenza dovrebbe derivare non dalle perdite passate, ma dal timore di quelle future: ora il clamore suscitato dai danni dell'inflazione può far pensare che il governo capisca la necessità di arrestarsi su quella via (per quanto le conseguenze dell'inflazione fossero già note prima di rifarne l'esperienza): nella propaganda pei prestiti di guerra si dichiarò che questi dovessero appunto servire ad evitare l'aumento della carta moneta.

Inoltre i danneggiati dall'aumento dei prezzi, se non hanno modo di difendersi facendosi assegnare aumenti di mercede per caroviveri, sono naturalmente portati a confidare nell'arrivo della sospirata ondata del ribasso.

Ma ciò che più importa è che le vittime dell'inflazione sono quelli che costituiscono la *Investing Class* (1), vale a dire coloro che hanno crediti a lunga scadenza di somme determinate di moneta.

Il danno gravissimo che la diminuzione del valore reale del loro reddito annuo infligge a coloro i cui averi sono principalmente investiti in mutui o in titoli ad interesse fisso, non li distoglie dal tenere presso le banche le somme momentaneamente disponibili. Anzi il fatto che una differenza di 2 o 3

(1) J. M. Keynes, *La riforma monetaria*, trad. di P. Sraffa, (Treves) 1925. In mancanza del termine italiano corrispondente, *investors* fu tradotto *risparmiatori*: ma per la questione che ora trattiamo va distinto il risparmio dal suo impiego a lunga scadenza.

per cento nell'interesse nominale é diventata inconcludente di fronte alla reale variabilità di valore del capitale, potrà rendere alcuni meno solleciti a dare un impiego durevole ai depositi esuberanti alla riserva per eventuali spese.

Vi sono alcuni che tengono i libretti di risparmio come un investimento: ma è probabile che essi, malgrado l'inflazione, persistano nel non affacendarsi a cercare impieghi migliori.

Quanto ai lavoratori, la preoccupazione per aumenti di prezzi si riferisce ai loro salari e stipendi, non alle piccole somme che possono avere alla Cassa di risparmio.

Si può dunque escludere un'influenza diretta sensibile della svalutazione della moneta (che infligge una perdita corrispondente ad un interesse reale negativo) sui depositi a risparmio (1).

A controllare le osservazioni suggerite dall'esame dei dati complessivi delle Casse di risparmio ordinarie e postali, converrebbe estendere le indagini a particolari categorie di depositi.

Scegliamo due istituti che hanno goduto sempre la fiducia del pubblico, in modo da escludere che una diminuzione di depositi sia stata provocata da preoccupazioni sul loro andamento: la Cassa di Risparmio delle Provincie Lombarde e la Banca Popolare di Milano.

I depositanti presso di questa appartengono in prevalenza alla borghesia lavoratrice (impiegati, professionisti, esercenti, piccoli industriali), ad uno strato di popolazione economicamente più avanzato di quello che limita la sua fiducia alla prima.

A completare il confronto aggiungiamo i conti correnti ad interesse presso la Banca Popolare, i quali, mentre hanno più accentuato il carattere d'impiego provvisorio, provengono da persone fornite di più larghi mezzi, anzi in gran parte da persone d'affari, i cui affari però non consistono nei depositi presso le banche.

Le rimanenze al 31 dicembre degli anni dal 1914 al 1924, valutate in oro, in propozione a quelle del 1914 ridotte a 100, risultano da questo prospetto:

---

(1) È notevole che F. Frey, Direttore della Cassa di risparmio di Mödling in Austria, presentando al Congresso del risparmio dell'ottobre 1924 una relazione sul tema « Le Casse di risparmio ed il tracollo della moneta », considerò soltanto i danni risentiti dalle Casse pei loro impieghi.

della popolazione dall'affidare le sue economie ad istituti dei quali sa che non le comprometteranno con arrischiate speculazioni, anzi possono provocare uno spostamento di capitale che intimorito dalle agitazioni della Borsa vada a rifugiarsi nei depositi.

La massa dei depositanti si trova incoraggiata quando gli eventi alimentano la fiducia nell'avvenire della nazione; si trova invece paralizzata quando si temono disastri o disordini sociali.

Se anche originariamente esperienze dolorose fecero riflettere alla necessità della previdenza, la speranza, non la paura è l'emozione favorevole al risparmio.

Si potrebbe pensare ad un'influenza diretta della svalutazione della moneta sui depositi a risparmio, in quanto la minor quantità di merci acquistabile colla somma rimborsata in confronto a quella ottenibile al momento del deposito è una perdita che dovrebbe scoraggiare il risparmio.

Intanto, com'è ovvio, l'influenza dovrebbe derivare non dalle perdite passate, ma dal timore di quelle future: ora il clamore suscitato dai danni dell'inflazione può far pensare che il governo capisca la necessità di arrestarsi su quella via (per quanto le conseguenze dell'inflazione fossero già note prima di rifarne l'esperienza): nella propaganda pei prestiti di guerra si dichiarò che questi dovessero appunto servire ad evitare l'aumento della carta moneta.

Inoltre i danneggiati dall'aumento dei prezzi, se non hanno modo di difendersi facendosi assegnare aumenti di mercede per caroviveri, sono naturalmente portati a confidare nell'arrivo della sospirata ondata del ribasso.

Ma ciò che più importa è che le vittime dell'inflazione sono quelli che costituiscono la *Investing Class* (1), vale a dire coloro che hanno crediti a lunga scadenza di somme determinate di moneta.

Il danno gravissimo che la diminuzione del valore reale del loro reddito annuo infligge a coloro i cui averi sono principalmente investiti in mutui o in titoli ad interesse fisso, non li distoglie dal tenere presso le banche le somme momentaneamente disponibili. Anzi il fatto che una differenza di 2 o 3

---

(1) J. M. KEYNES, *La riforma monetaria*, trad. di P. Sraffa, (Treves) 1925. In mancanza del termine italiano corrispondente, *investors* fu tradotto *risparmiatori*: ma per la questione che ora trattiamo va distinto il risparmio dal suo impiego a lunga scadenza.

per cento nell'interesse nominale é diventata inconcludente di fronte alla reale variabilità di valore del capitale, potrà rendere alcuni meno solleciti a dare un impiego durevole ai depositi esuberanti alla riserva per eventuali spese.

Vi sono alcuni che tengono i libretti di risparmio come un investimento: ma è probabile che essi, malgrado l'inflazione, persistano nel non affacendarsi a cercare impieghi migliori.

Quanto ai lavoratori, la preoccupazione per aumenti di prezzi si riferisce ai loro salari e stipendi, non alle piccole somme che possono avere alla Cassa di risparmio.

Si può dunque escludere un' influenza diretta sensibile della svalutazione della moneta (che infligge una perdita corrispondente ad un interesse reale negativo) sui depositi a risparmio (1).

A controllare le osservazioni suggerite dall'esame dei dati complessivi delle Casse di risparmio ordinarie e postali, converrebbe estendere le indagini a particolari categorie di depositi.

Scègliamo due istituti che hanno goduto sempre la fiducia del pubblico, in modo da escludere che una diminuzione di depositi sia stata provocata da preoccupazioni sul loro andamento: la Cassa di Risparmio delle Provincie Lombarde e la Banca Popolare di Milano.

I depositanti presso di questa appartengono in prevalenza alla borghesia lavoratrice (impiegati, professionisti, esercenti, piccoli industriali), ad uno strato di popolazione economicamente più avanzato di quello che limita la sua fiducia alla prima.

A completare il confronto aggiungiamo i conti correnti ad interesse presso la Banca Popolare, i quali, mentre hanno più accentuato il carattere d'impiego provvisorio, provengono da persone fornite di più larghi mezzi, anzi in gran parte da persone d'affari, i cui affari però non consistono nei depositi presso le banche.

Le rimanenze al 31 dicembre degli anni dal 1914 al 1924, valutate in oro, in propozione a quelle del 1914 ridotte a 100, risultano da questo prospetto:

---

(1) È notevole che F. Frey, Direttore della Cassa di risparmio di Mödling in Austria, presentando al Congresso del risparmio dell'ottobre 1924 una relazione sul tema « Le Casse di risparmio ed il tracollo della moneta », considerò soltanto i danni risentiti dalle Casse pei loro impieghi.

Anni	Casse di risp. postali	Casse di risp. ordinarie	C. R. Prov. Lomb.	B. P. di Milano depositi a risparmio	B. P. di Milano Conti Corr. con interesse
1914	100	100	100	100	100
1915	81,04	84,72	78,65	79,49	95,92
1916	84,89	93,08	84,35	85,11	114,60
1917	82,68	84,98	74,42	68,01	97,70
1918	143,20	147,90	126,80	128,20	180,30
1919	128,40	108,70	70,98	71,85	87,18
1920	87,08	62,29	44,22	43,93	62,94
1921	90,38	66,55	53,20	64,42	77,21
1922	110,50	91,01	65,31	73,98	81,89
1923	99,95	84,65	70,63	83,20	101,40
1924	111,30	91,41 (1)	77,31	100,30	133,30

A mettere maggiormente in evidenza la sensibilità alle influenze depressive o eccitanti, giova formare il prospetto delle differenze da un anno all'altro:

(1) 30 nov. (*Conto riassuntivo del Tesoro*, febb. 1925, pag. 20).

Anni	Casse di risparmio		C. di Risp. Lombarda	Banca Pop. di Milano	
	postali	ordinarie		risparmi	conti corr.
1915	— 18,86	— 15,28	— 21,35	— 20,51	— 4,08
1916	+ 3,85	+ 8,36	+ 5,70	+ 5,62	+ 18,58
1917	— 2,21	— 8,10	— 9,88	— 17,10	— 16,90
1918	+ 60,52	+ 62,92	+ [illegible]2,38	+ 60,19	+ 82,60
1919	— 14,80	— 39,20	— 55,82	— 56,35	— 93,12
1920	— 41,32	— 46,41	— 26,76	— 27,92	— 24,24
1921	+ 3,30	+ 4,26	+ 8,98	+ 20,49	+ 14,27
1922	+ 20,12	+ 24,46	+ 12,11	+ 9,56	+ 4,68
1923	— 10,55	— 6,36	+ 5,32	+ 9,22	+ 19,51
1924	+ 11,35	+ 6,76	+ 6,68	+ 17,10	+ 31,90

Consideriamo distintamente i tre intervalli:

1° la guerra: la depressione del 1915 è nella stessa intensità per le varie categorie di depositi a risparmio, e quasi nella stessa intensità sono la ripresa del 1916, la depressione del 1917 e l'ascesa del 1918. I conti correnti ad interesse risentono di meno l'influenza deprimente e di più quella eccitante;

2° il biennio 1919-1920: la depressione dei depositi nella Cassa di Risparmio Lombarda e nella Banca Popolare di Milano è gravissima; del pari gravissima in confronto all'altezza del 1918 quella dei conti correnti presso la Banca Popolare: i depositi complessivi nelle Casse di risparmio ordinarie e postali risentono la stessa influenza, ma con sensibilità minore.

In una città e in una regione industrialmente molto sviluppate, il danno causato dal sopravvento dello spirito che il linguaggio comune chiamò bolscevico riuscì più sensibile che nel complesso del paese.

La clientela delle Casse Postali in confronto a quella delle Casse di Risparmio ordinarie, si dimostrò più tarda nella sua sensibilità: la depressione fu solo di 14,80 nel 1919, arrivando poi a 41,32 nel 1920.

3° la ripresa: nel 1921 e 1922 il mutamento dello spirito dominante si riflette nell'aumento di tutte le categorie di depositi considerate.

Nel 1923 e 1924 l'andamento non è più così concorde.

Nella relazione del Presidente della Cassa di Risparmio Lombarda sul consuntivo 1923 si dice: « Il 1923, fortunatamente per il nostro Paese, fu un anno di assestamento e di rinascita; il lavoro continuo e fecondo protetto da un governo forte, ridestò le sopite energie della Nazione; crebbe la produzione e l'intensità dei traffici; le private iniziative si moltiplicarono e molti capitali, da esse allettati, vennero richiamati dagli impieghi a reddito modesto nei quali, nel torbido periodo del dopo-guerra, si erano rifugiati ».

E nel rapporto della Ragioneria che la correda si indicano come cause di minor afflusso di depositi nel 1923: il frazionamento di molte proprietà terriere; l'accorrere dei risparmi ai prestiti di Stato che riacquistarono prestigio e alle iniziative private favorite dalla ritornata tranquillità e dalla nuova e diffusa fiducia nei destini del Paese; gli alti affitti che invogliano molti ad acquistarsi un alloggio; qualche riduzione delle mercedi.

Queste circostanze devono aver influito sulla depressione del 1923 dei depositi nell'insieme delle Casse di risparmio postali ed ordinarie, depressione non forte e transitoria, giacchè seguita da una ripresa nel 1924.

Lo sviluppo, maggiore che negli altri istituti, dei risparmi e dei conti correnti nella Banca Popolare di Milano si può attribuire al maggior impulso dato alle operazioni della Banca stessa dalla sua nuova Direzione, con una speciale propaganda pel risparmio.

Si potrebbe concludere, per quanto in queste affermazioni si imponga sempre una certa cautela, che quando lo stato d'animo nazionale è fortemente dominato da influenze depressive od eccitanti, i depositi a risparmio ne presentano un indice molto chiaro; quando poi esso ritorna normale, le fluttuazioni dei depositi non riflettono che la correlazione colle varie circostanze d'ordine economico.

STUDIO TEORICO-SPERIMENTALE
DELLA VELOCITÀ DI CADUTA LIBERA
DI SFERE E GRANELLI IN SENO AD UN LIQUIDO

Nota dell'ing. GINO BOZZA

(Adunanza del 12 febbraio 1925)

PARTE I. — Teorica.

Base fondamentale per qualunque ricerca si voglia compiere sulle questioni della decantazione di polveri e di fanghi, della classificazione di minerali, della separazione su crivelli, in una parola sui problemi di tecnologia idromineraria, è l'esatta conoscenza di come si svolga il fenomeno della caduta di un grave in seno ad un liquido, e più generalmente, in seno ad un fluido.

Perciò la questione ha attirato l'attenzione dei pratici minerari da lungo tempo: così il RITTINGER (1), applicando la concezione di una resistenza del mezzo proporzionale al quadrato della velocità del grano cadente, fin dal 1867 ricavava una formula che lega insieme densità del liquido, densità, velocità, diametro del grano (o una dimensione omologa per tutti i grani qualora non siano sferici): così numerosissimi sperimentatori cercarono la conferma della formula di Rittinger e i valori dei coefficienti numerici in essa contenuti (2): primo fra essi per i risultati ottenuti il RICHARDS (3), al quale dob-

(1) RITTINGER. — Lehrbuch der Aufbereitungskunde 1867.

(2) Cito alcuni fra i tanti: RICHARDS, BARUS, THOULET, WAGONER; per la bibliografia rimando a R. H. RICHARDS. — Ore dressing, New-York I, 475 (1908), III, 1433 (1909).

(3) R. H. RICHARDS. — Am. Inst. Min. Eng. Trans. XXVII (1897), 76 XXXVIII (1907), 210.

biamo ancor oggi la serie più completa di esperienze per i casi pratici dell'industria mineraria.

Ora una serie di esperienze di Richards, della quale avrò occasione di occuparmi in seguito, mise in evidenza che la legge di caduta non ha la stessa forma semplice su tutta la serie dei diametri: al disotto di un certo diametro (1) che egli chiamò *diametro critico*, diverso a seconda del materiale costituente il granello, la velocità che questo assume nella libera caduta attraverso l'acqua varia, per uno stesso materiale, proporzionalmente al quadrato del diametro stesso, mentre al disopra segue la formula di Rittinger. Il Richards richiamò allora l'attenzione sulla formula di resistenza dedotta da Stokes per una sfera cadente in seno ad un liquido viscoso, quando la velocità sia piccolissima. Egli divise il campo delle sue esperienze in due parti: per diametri grandi vale la formula di Rittinger, per diametri piccoli quella di Stokes, per diametri intermedi, intorno a quello critico, nessuno delle due formule dà risultati soddisfacenti.

E la questione è rimasta a questo punto. Nel 1900 Allen (2) ha creduto di poter proporre, per le sfere, una terza formula, secondo la quale la velocità è proporzionale al diametro, in un intorno abbastanza ampio del diametro critico: discuterò in seguito la formula di Allen, la quale non rappresenta che un caso particolare. E in libri recenti di questioni minerarie (3) vengono ripetute semplicemente le considerazioni di Richards sopra il moto dei gravi liberamente cadenti in seno a un fluido.

Ho stimato utile riprendere da principio tutta la questione: espongo qui i risultati ottenuti.

Ricordo innanzi tutto le due espressioni della resistenza incontrata da una sfera di diametro d, che si muova con velocità V in seno a un liquido di densità ϱ, di viscosità cinematica ν ($\eta = \varrho\,\nu$ è il comune coefficiente di viscosità), valevoli rispettivamente per diametri e velocità piccolissime, e per diametri e velocità sufficientemente grandi.

---

(1) *diametro* inteso sempre come dimensione omologa nei grani.

(2) The Motion of a Sphere in a Viscous Fluid. Phil. Mag. 1900, 323.

(3) Vedi ad es. I. Roux-Brahic. Ateliers modernes de préparation mécanique des minerais — Dunod — Parigi 1922.

La prima, dedotta razionalmente da Stokes (1) supponendo trascurabili i termini di inerzia nelle equazioni differenziali generali, è

$$R = 3 \pi d V \frac{\beta d + 2 \eta}{\beta d + 3 \eta},$$

dove β è un coefficiente di attrito di scorrimento del liquido sulla superficie della sfera (2). Essa, poichè sperimentalmente si deduce sempre $\beta = \infty$ (3), diviene

$$R = 3 \pi \eta d V = 3 \pi \nu \varrho d V. \qquad [1]$$

Questo, ben inteso, in un fluido illimitato o di estensione grandissima rispetto alle dimensioni della sfera.

La seconda, dedotta empiricamente da NEWTON, provata sperimentalmente da lui nel 1710 (4), da HUYGHENS, PICARD, MARIOTTE, è

$$R = k \frac{\pi}{4} d^2 \varrho V^2, \qquad [2]$$

dove, se R è una forza (dine), k è un numero.

Poichè in ogni caso la forza agente per una sfera di densità γ, cadente nel fluido, è il suo peso relativo $\frac{\pi}{6} d^3 (\gamma - \varrho) g$, la velocità limite, cui tende quella della sfera nella libera caduta, si ha eguagliando ad esso la resistenza; si ottiene:

$$V_S = \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} \frac{1}{18 \nu} g d^2 \qquad [3]$$

(*formula di Stokes*)

dalla [1], e

$$V_N = \sqrt{\frac{2}{3 k} \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g d} \qquad [4]$$

(*formula di Newton-Rittinger*)

---

(1) STOKES. — On the effect of the internal friction of fluids on the Motion of Pendulums. — Math. and. Phys. Papers III, 1 141.

(2) Vedi ad es. ALLEN, cit.

(3) Vedi ad es. ZEMPLÉN — Ann. d. Physik, XLIX (1916), 39 - 70, ed ALLEN cit.

(4) NEWTON. — Phil. Nat. principia mathematica, lib. II, sect. VII, prop. XL. ed 1760 pgg. 325, 327, 331.

dalla [2], valevoli ciascuna entro limiti dati del valore del diametro, e in campi assolutamente separati. Non cade nel dominio di nessuna d'esse la zona di diametri nella quale la resistenza dovuta alla viscosità è comparabile in valore con quella dovuta all'inerzia del liquido.

Ammetterò, in relazione a quanto sopra, che l'espressione generale della resistenza al moto per una sfera moventesi in un liquido consti di due termini: sia cioè la somma delle espressioni [1] e [2] di Stokes e di Newton (1):

$$R = 3\,\pi\,\nu\,\varrho\,d\,V + k\,\frac{\pi}{4}\,\varrho\,d^2\,V^2. \tag{5}$$

Eguagliandola al peso relativo della sfera, si ricava il valore limite della velocità:

$$V_{max} = \frac{6\,\nu}{k\,d}\left\{-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{54}\,\frac{\gamma-\varrho}{\varrho}\,g\,\frac{k}{\nu^2}\,d^3}\right\} \tag{6}$$

Per sapere invece come varia la velocità con il tempo, è necessario risolvere l'equazione differenziale di moto

$$\frac{\pi}{6}(\gamma-\varrho)\,g\,d^3 - 3\,\pi\,\nu\,\varrho\,d\,V - k\,\frac{\pi}{4}\varrho\,d^2\,V^2 = M.\,V' \tag{7}$$

---

(1) In generale si dovrebbe porre

$$R = \alpha\,.\,3\,\pi\,\delta\,\nu\,d\,V + \beta\,k\,\frac{\pi}{4}\,\varrho\,d^2\,V^2,$$

essendo α e β due coefficienti costanti o variabili. Se essi sono costanti, si ricava il loro valore, 1, passando al limite nell'espressione per d e V molto grandi o molto piccoli. Se essi fossero variabili, poichè dall'omogeneità dei due membri risulta che $\frac{R'}{\varrho\,V^2}$ (R' resistenza per unità di superficie) è funzione della variabile $\frac{\nu}{V\,d}$ (v. Reynolds Phil. Trans. 1883, 935), e nel caso nostro $\frac{R'}{\varrho\,V^2} = 6\,\alpha\,.\,\frac{\nu}{V\,d} + \frac{\beta\,k}{2}$, dovrebbero essere anch'essi dipendenti solo da $\frac{\nu}{V\,d}$, se si esclude l'influenza della rugosità della sferetta. In tal modo non si avrebbe più per $\frac{R'}{\varrho\,V^2}$ una espressione lineare in $\frac{\nu}{V\,d}$, ma una complessa e forse meno rispondente alla realtà. Per tali ragioni ho posto addirittura $\alpha = \beta = 1$.

dove M rappresenta la massa della sfera, V' l'accelerazione. È noto che quando una sfera si muove di moto vario in un fluido illimitato, la sua massa apparente corrisponde alla massa aumentata della metà di quella del fluido spostato, o, più generalmente, della frazione α di quella del fluido spostato (1); ossia è

$$M = \frac{\pi}{6} \gamma d^3 + \alpha \frac{\pi}{6} \varrho d^3 = \frac{\pi}{6} d^3 (\gamma + \alpha \varrho).$$

Tenendo conto di questo valore di M, e ponendo, per semplicità di scrittura,

$$[8] \quad \left\{ \begin{aligned} & \frac{12 \nu}{k d} = 2 L \\ & \frac{2}{3} \frac{\gamma + \alpha \varrho}{k \varrho} d = H \\ & \frac{2}{3} \frac{\gamma - \varrho}{k \varrho} g d = N^2 - L^2 \end{aligned} \right.$$

risulta l' equazione

$$V^2 + 2 L V + H \frac{d V}{d t} - N^2 + L^2 = 0.$$

Risolvendola, si ottiene, nella supposizione che per $t = 0$ sia anche $V = 0$,

$$[9] \qquad V = - L + N \frac{e^{\frac{2 N}{H} t} - \frac{N - L}{N + L}}{e^{\frac{2 N}{H} \cdot t} + \frac{N - L}{N + L}}.$$

Se in essa ora si passa al limite per $t = \infty$, risulta

$$V_{\lim} = - L + N,$$

la quale coincide con la [6] precedentemente dedotta per altra via.

---

(1) Vedi: G. GREEN. — On the Vibration of Pendulums in Fluid Media. — Edimb. Trans., 1833; Math. Pap., 315.

STOKES. — On some cases of Fluid Motion — Cambr. Trans. 8, 1843; Math. and Phys. Papers 1, 17.

Da questa si ha subito il valore dell' accelerazione in ogni istante:

$$[10] \quad A = \frac{dV}{dt} = \frac{4N^2}{H} \cdot \frac{N-L}{N+L} \cdot \frac{e^{\frac{2N}{H}t}}{\left(e^{\frac{2N}{H}t} + \frac{N-L}{N+L}\right)^2} .$$

***

Si hanno pochissime determinazioni sperimentali riferentisi al periodo di accelerazione, per il quale si applicano queste formule. G. Cook (1) ha però recentemente eseguito delle misure su una sfera di grande diametro e di piccolissima densità, in acqua. Ho creduto interessante fare un confronto fra i suoi dati sperimentali e le formule (2).

I dati sono:

$$d = 97{,}8 \text{ cm.}$$

peso in acqua $= 422.723$ dine;

risulta: densità $\gamma = 1{,}00088$,

$$\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} = 0{,}00088 .$$

Cook dà le accelerazioni e le velocità di 2,5 in 2,5 secondi; dai suoi valori si deduce una velocità limite costante 19,1 cm/s''.

Con il dato valore del diametro, ed assumendo per l'acqua

$$\nu = 0{,}01 , \quad \text{è} \quad L < 0{,}04 ,$$

poichè, dai dati sperimentali, il valore minimo di k è

$$0{,}15 \div 0{,}17 ,$$

ossia praticamente trascurabile; trascurabile è perciò in ogni istante l'effetto della viscosità, il cui coefficiente compare solo in L.

Allora, applicando, come è il caso, la [4], risulta $k = 0{,}154$; e successivamente

$$N = 19{,}1 \quad ; \quad H = 634,$$

(1) G. Cook. — An experimental Determination of the Inertia of a Sphere moving in a Fluid — Phil. Mag., 39 (1920), 350.

(2) Le grandezze, che nell' originale sono in misure inglesi, sono qui tradotte in [c. g. s.].

se assumiamo per α il valore teorico 0,5. Perciò è

$$V = 19{,}1 \frac{e^{0{,}0603 \, . \, t} - 1}{e^{0{,}0603 \, t} + 1}$$

$$A = 2{,}3 \frac{e^{0{,}0603 \, . \, t}}{(e^{0{,}0603 \, t} + 1)^2} .$$

Confrontando con i dati sperimentali, si osserva che i valori calcolati con queste formule corrispondono, qualora i tempi di Cook vengano aumentati di 5 secondi. La coincidenza, con tale spostamento, che non mi spiego se non con un errore di trascrizione, è notevole per le velocità, come appare dalla tabella I; per l'accelerazione, l'irregolarità dei valori dati da Cook non consente una coincidenza analoga.

TABELLA I.

tempo t	VELOCITÀ			ACCELERAZIONE			tempo dato da Cook
	calcol.	trovata	differenza %	calcol.	trovata	differenza %	
2,5	1,42	—	—	0,574	—	—	—
5,0	2,84	—	—	0,563	—	—	—
7,5	4,23	4,06	— 4,02	0,546	0,553	+ 1,28	2,5
10,0	5,58	5,39	— 3,41	0,526	0,508	— 3,42	5,0
12,5	6,87	6,69	— 2,62	0,502	0,532	+ 6,00	7,5
15,0	8,09	8,02	— 0,87	0,472	0.533	+12,70	10,0
17,5	9,25	9,22	— 0,32	0,441	0,431	— 2,26	12,5
20,0	10,30	10,31	+ 0,10	0,408	0,439	+ 7,35	15,0
22,5	11,28	11,31	+ 0,27	0,375	0,362	— 3,47	17,5
25,0	12,15	12,15	± 0	0,342	0,312	— 8,80	20,0
27,5	12,96	12,90	— 0,46	0,309	0,285	— 7,78	22,5
30,0	13,70	13,59	— 0,80	0,278	0,264	— 5,04	25,0
32,5	14,38	14,27	— 0,76	0,248	0,284	+14,50	27,5
35,0	14,92	14,92	± 0	0,222	0,232	+ 4,50	30,0
37,5	15,47	15,47	± 0	0,197	0,207	+ 5,07	32,5
40,0	15,96	15,96	± 0	0,174	0,191	+ 9,80	35,0

Possiamo dedurre che, almeno nel caso di Cook, la formula [9] è seguita, che α è, conformemente alla teoria, 0,5, che il coefficiente k è 0,154. È trascurabile l'influenza della viscosità dell'acqua.

Ma per grani piuttosto piccoli l'influenza è notevole. Un esempio ideale (poichè non si hanno determinazioni sperimentali) può darne un'idea: supponendo una sfera di densità 2, di diametro 0,035, si ha:

a) se immersa in acqua ($\nu = 0{,}01$), $V_{max} = 5{,}37$;
b) se in un liquido non viscoso ($\nu = 0$), $V_{max} = 12{,}2$;
c) calcolando con la formula di Stokes, $V_{max} = 6{,}68$;

e per il periodo di accelerazione le velocità sono:

dopo $\frac{2}{100}$ di secondo, caso *a*) 4,27; caso *b*) 6,94
dopo $\frac{5}{100}$ di secondo, » 5,28; » 11,26
dopo $\frac{1}{10}$ di secondo, » 5,37; » 12,15

Si osservi come siano lontane dalla formula completa *a*) le altre due formule semplici *b*) e *c*).

Comunque si consideri la cosa, ad ogni modo, per la grande maggioranza dei casi pratici, il periodo di moto praticamente accelerato di una sferettina cadente in un fluido ha una durata piccolissima: nell'esempio precedente, dopo $\frac{1}{10}$ di secondo la velocità è praticamente quella massima, dopo $\frac{5}{100}$ essa differisce da quella di 1,7 %.

Analogamente, per $d = 1$, $\gamma = 3$, $\nu = 0{,}01$ (acqua), $k = 0{,}154$, risulta $V_{max} = 91{,}8$, e, dopo appena $\frac{5}{10}$ di secondo, $V = 89{,}6$, con una differenza rispetto a V_{max} di 2,4 %.

La considerazione di questi fugaci attimi di moto accelerato ha notevolissima importanza nello studio della classificazione dei minerali su crivelli. Ma per il momento tale questione non interviene nel mio studio. Mi è sufficiente aver fatto notare che dopo un periodo di tempo nella maggior parte

dei casi assai inferiore a mezzo secondo la velocità di caduta di un grano ha raggiunto un valore praticamente costante; ed è questo il valore che interviene nelle questioni di decantazione di grani; esso, nella nostra ipotesi, è dato dalla formula [6], sulla quale mi fonderò per quel che segue.

***

Assunta dunque la [6] come espressione della velocità di caduta delle sfere in seno ad un liquido, consideriamo ora la velocità come funzione del diametro della sfera.

Lo studio analitico e grafico della funzione

$$v = \frac{6\,\nu}{k\,d} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{1}{54}\,\frac{\gamma - \varrho}{\varrho}\,g\,\frac{k\,d^3}{\nu^2}} \right\}$$

fornisce i risultati che qui riporto.

La curva rappresentativa di essa, sempre crescente, presenta un flesso che analiticamente si calcola essere per un valore del diametro dato da

$$[11] \qquad d_c = \sqrt[3]{\frac{1{,}112264326 \,.\, 54}{g}}\,\sqrt[3]{\frac{\varrho}{\gamma - \varrho}\,\frac{\nu^2}{k}} = $$

$$= 0{,}394\,\sqrt[3]{\frac{\varrho}{\gamma - \varrho}\,\frac{\nu^2}{k}}\,,$$

che chiamerò *diametro critico* perchè per esso si ha il passaggio dal tipo viscoso (convessità verso l'asse d) al tipo d'inerzia (convessità verso l'asse v) della curva.

La rappresentazione grafica ordinaria dell'equazione [6] non è conveniente, perchè non risultano sufficientemente discosti i punti corrispondenti ai diametri piccolissimi, a meno di non adoperare delle scale che sono poi impraticabili per i diametri grandi. Si impone quindi una trasformazione logaritmica che conduce ad una curva di equazioni parametriche

$$[12] \qquad \begin{cases} x = \log a \\ y = \log v = \log \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{1}{54}\,\frac{\gamma - \varrho}{\varrho}\,g\,\frac{k}{\nu^2}\,d^3} \right\} - \\ \qquad - \log d + \log \frac{6\,\nu}{k}\,, \end{cases}$$

Sotto questa forma anche lo studio è molto più agevole.

La curva [12] ammette due asintoti, che corrispondono alla [3] e alla [4]: l'equazione della tangente in un punto di essa, passando al limite per $d = \infty$ dà

$$y = \frac{1}{2} x + \frac{1}{2} \log \frac{2}{3k} \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g$$

cui corrisponde

$$v = \sqrt{\frac{2}{3k} \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g\, d} \quad , \qquad \text{ossia la [4];}$$

passando al limite per $d = 0$, si ottiene

$$y = 2x + \log \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} \frac{g}{18 \nu}$$

cui corrisponde

$$v = \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} \frac{g}{18 \nu} d^2 \quad , \qquad \text{ossia la [3].}$$

I due asintoti hanno un punto di incontro, definito dal sistema delle due equazioni, del quale l'ascisse si calcola essere corrispondente a

$$[13] \qquad d_a = \sqrt[3]{\frac{216\, \nu^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g k}} .$$

Se si determina il punto d'incontro con la curva [12] della bisettrice interna dell'angolo degli asintoti, la quale risulta inclinata di 135°, esso, *vertice della curva*, ha un'ascissa corrispondente a

$$[14] \qquad d_v = \sqrt[3]{\frac{2 \,.\, 216\, \nu^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} k g}} .$$

Confrontando con la [13], si osserva che è

$$\frac{d_v}{d_a} = \sqrt[3]{2} ,$$

e quindi la differenza di ascisse nel diagramma [12] è

$$\frac{1}{3} \log 2 = 0{,}10034 .$$

Perciò la distanza intercorrente fra il punto di incontro degli asintoti e il vertice della curva [12] è costante qualunque siano i valori delle costanti fisiche del solido e del liquido, ed è data da

$$\sqrt{2} \cdot \frac{1}{3} \log 2 = 0{,}1419.$$

Le considerazioni svolte circa gli asintoti e quest'ultimo fatto facilitano il tracciamento effettivo della curva [12].

Si vede subito come la quantità

$$\frac{\nu^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} k g}$$

regoli sia il diametro critico [11], sia il diametro corrispondente al vertice della curva logaritmica [14]. Ho cercato perciò se con un adatto cambiamento delle coordinate sia possibile giungere ad una espressione unica della relazione [6], indipendente dai valori ν, γ, ϱ, g, k.

Per ottenere questo basta porre:

$$[15] \qquad \left\{ \begin{aligned} D &= \frac{d}{d_\nu} \\ V &= \frac{v}{2} \sqrt[3]{\frac{2 k^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g \nu}} \end{aligned} \right.$$

ossia

$$[15]' \qquad \left\{ \begin{aligned} d &= D \sqrt[3]{\frac{2 . 216 \nu^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} k g}} \\ v &= 2 V \sqrt[3]{\frac{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g \nu}{2 k^2}} . \end{aligned} \right.$$

Risulta dalla sostituzione

$$[16] \qquad V = \frac{1}{2 D} \left\{ -1 + \sqrt{1 + 8 D^3} \right\},$$

espressione unica per ogni caso.

I valori critici divengono:

$$\begin{cases} D_c = 0{,}518 \\ V_c = 0{,}4375. \end{cases}$$

Se cioè, per una data sfera, $D > 0{,}518$, la legge di caduta si accosta a quella data dalla formula di Rittinger; se $D < 0{,}518$, essa si accosta a quella data dalla formula di Stokes.

Il vertice della trasformata logaritmica

$$\text{[17]} \qquad \begin{cases} x = \log D \\ y = \log V \end{cases}$$

ha: $D_v = 1$, da cui $V_v = 1$, cui corrisponde, per la [17], l'origine degli assi.

Il punto d'incontro degli assintoti ha le coordinate

$$\begin{cases} x_a = -0{,}1003 \\ y_a = +0{,}1003\,. \end{cases}$$

Il tracciamento effettivo della [17], come nei diagrammi acclusi, si può fare, conducendo prima gli assintoti, per il punto di coordinate $x = -0{,}1003$, $y = 0{,}1003$, come due rette inclinate di 2 su 1 (verso i valori decrescenti di D) e di 1 su 2 (verso i valori crescenti di D), indi tracciando per punti la curva che passa per l'origine. Essa si confonde sensibilmente con gli assintoti per $D > 15$ e $D < 0{,}1$.

È ovvio, qualora sia tracciato il diagramma [17], il modo di calcolare la velocità di caduta di una sferetta di date caratteristiche in un liquido determinato. Dovendo eseguire parecchi di tali calcoli conviene avere dei grafici che diano direttamente i valori dei fattori di trasformazione delle [15], [15'] per dati valori di ν, γ, ϱ, k.

La curva che studio dà ragione di una affermazione di Allen (1), che cioè esistano dei valori intermedi del diametro delle sfere, per i quali la velocità sia data da una funzione lineare del diametro, precisamente

$$v = \frac{H}{2}\left(\frac{\gamma - \varrho}{\varrho}\, g\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{d - b}{\nu^{\frac{1}{3}}}\,,$$

(1) ALLEN, Phil. Mag., 1900, 323. (cit.).

dove H è una costante numerica (1), e b un'altra costante data all'incirca da

$$b = \frac{4}{5} \sqrt[3]{\frac{9}{2} \frac{\nu^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g}} ,$$

e perciò da

$$b = \frac{4}{5} d_\nu \sqrt[3]{\frac{k}{96}}$$

se si considera il valore d_ν.

Si sostituisca allora il tratto della nostra curva [16] compreso fra il flesso e il vertice della trasformata [17] una retta passante per i punti

$$\begin{cases} D = 1 \\ V = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} D' = 0{,}518 \\ V = 0{,}4275 , \end{cases}$$

l'equazione della quale sarà perciò

$$V = 1{,}1879 \; D - 0{,}1879.$$

Questa retta differisce poco dal tratto di curva in questione: difatti la differenza di ordinate all'ascissa del flesso è 0,01, quella all'ascissa intermedia fra il flesso e il vertice, $D = 0{,}76$, è $-$ 0,0146. Trasformiamo la detta equazione, con le [15'], in coordinate d, v. Risulta tenendo conto anche della [14],

$$v = \frac{1{,}1879}{3 \sqrt[3]{k}} \cdot \left(\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g \right)^{\frac{2}{3}} \frac{d - \frac{0{,}1879}{1{,}1879} d_\nu}{\nu^{\frac{1}{3}}} ,$$

che ha forma identica alla relazione di Allen, se si ricorda che è

$$d_\nu = \frac{5}{4} \sqrt[3]{\frac{96}{k}} \, b ,$$

e se si pone la costante di Allen

$$H = \frac{1{,}1879 \sqrt[3]{2}}{3 \sqrt[3]{k}} .$$

(1) Nel caso specifico è H $= \backsim$ 0,5.

Difatti, poichè nel caso nel quale Allen ha dedotto la sua equazione, è, come vedremo,

$$k = 0{,}992\,,$$

risulta, fatte le sostituzioni,

$$v = -\,0{,}5\left(\frac{\gamma - \varrho}{\varrho}\cdot g\right)^{\frac{2}{3}} \frac{\dfrac{d}{2} - 0{,}912\,\dfrac{b}{2}}{\nu^{\frac{1}{3}}}\,;$$

essa è non solo della stessa forma dell'espressione di Allen, ma ha anche assai prossimi i coefficienti numerici.

La retta da me considerata, perciò, che, come abbiamo visto differisce assai poco dalla [16] nel tratto indicato, corrisponde all'espressione di Allen; quindi questa rientra nel quadro della mia formula, nel tratto intorno al diametro critico (1).

Definita così la relazione che lega diametro a velocità, passo al confronto della [16], cui corrisponde la [6] per il tramite delle [15], [15'], con i dati sperimentali miei e di altri, anche per la determinazione dei coefficienti numerici contenutivi.

PARTE II. — Sperimentale.

Considererò dapprima il caso di sfere cadenti in seno a un liquido, per il quale è stata dedotta la [6], per passare poi all'estensione di questa al caso di grani cadenti di forma qualunque.

Mentre sono sufficientemente numerosi gli esperimenti eseguiti su sfere relativamente grandi, esperimenti che confermano la legge di Newton-Rittinger [4], sono ben pochi quelli su sfere di diametro prossimo a quello critico. Le più importanti forse sono quelle di Allen, eseguite sia su sfere gassose (aria) salienti in seno a liquidi diversi (acqua, anilina), sia su sferettine solide (paraffina in anilina, ambra in acqua), dalle quali egli dedusse la formula lineare precedentemente discussa.

---

(1) È da tener nota che per Allen il *diametro critico* è il valore

$$d = \sqrt[3]{\frac{9}{2}\,\frac{\nu^2}{\dfrac{\gamma - \varrho}{\varrho}\,g}}\,.$$

Le esperienze di Allen rientrano tutte nel quadro della formula [6]. Se si dispongono i punti rappresentativi delle esperienze in un diagramma logaritmico

$$\begin{cases} x = \log d \\ y = \log v \end{cases}$$

e si traccia l'assintoto di Stokes in base alla viscosità data da Allen stesso, che tien nota anche della temperatura delle esperienze, si può facilmente, avendo condotta la linea media dei punti osservati e ricordando la distanza costante fra il vertice della curva e l'incontro degli assintoti, tracciare l'altro assintoto e determinare così i valori di k particolari per ogni tipo di sfera e di liquido. Conosciuti v, k, le densità, è facile formare V e D con le [15] e passare al diagramma della [17]. I risultati di queste operazioni sono consegnati nel diagramma I, nel quale, oltre i punti, è segnata anche la curva corrispondente alla [17]; nella tabella II, riportata in appendice, sono raccolte le costanti dedotte e quelle calcolate per la riduzione dei valori sperimentali di Allen.

Come si può osservare dal diagramma, i punti si adattano notevolmente vicini alla curva, pur non potendosi avere una grande sicurezza nei valori di k così dedotti per estrapolazione.

I valori di k sono elevati (0,99 per aria in acqua, 0,75 per aria in anilina, per paraffina in anilina). Nel caso di bolle gassose ciò è senza dubbio dovuto alle deformazioni e ai moti interni nella bolla, nel caso della paraffina forse a irregolarità di sfericità.

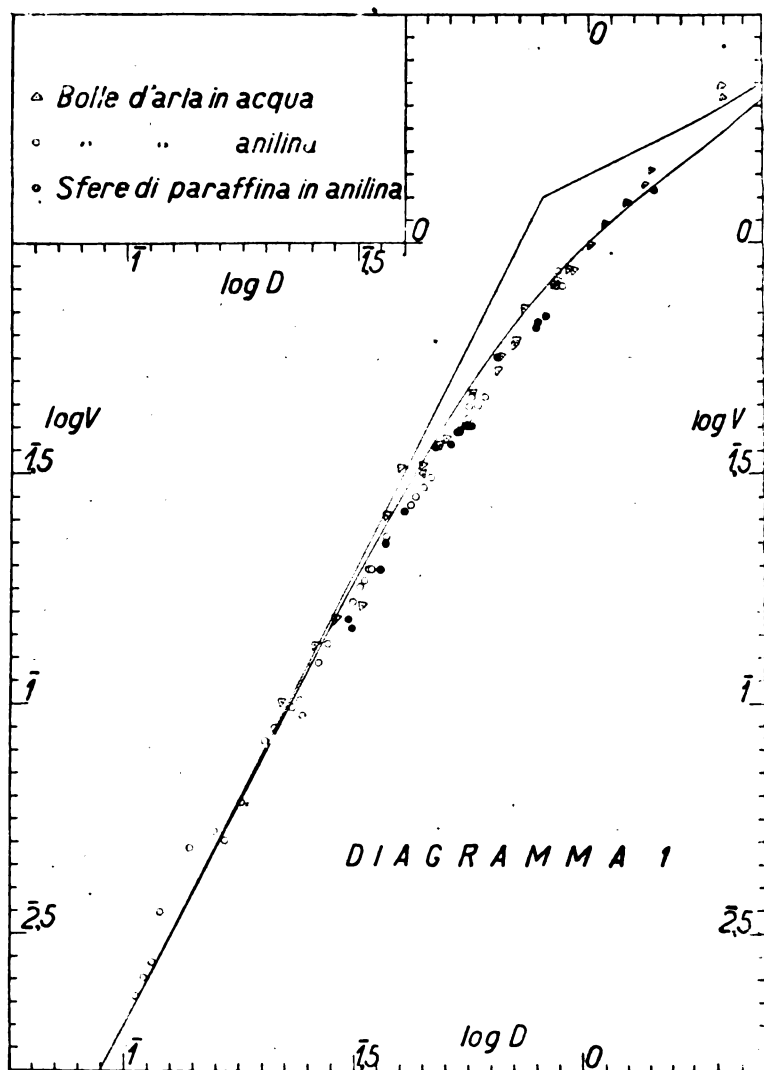
Secondo i risultati di altri sperimentatori i valori K sono minori: così NEWTON trova (sfere di cera con anima di piombo, in acqua) valori intorno a 0.240, ALLEN, per sfere di acciaio piccole ma quasi perfette, 0,174 circa.

In sostanza il valore di questo coefficiente è assai variabile, in dipendenza della forma più o meno sferica del corpo cadente, e della rugosità superficiale.

La legge di Stokes [3], per diametri piccolissimi, è seguita strettamente, senza bisogno dell'introduzione di coefficienti speciali, purchè il liquido sia di estensione molto grande rispetto al diametro della sferetta (1).

(1) Cfr. LADENBERG - Annalen der Physik, XXII (1907), 287; XXIII (1907), 447.

***

E passo ora al campo che più strettamente interessa: ossia alla caduta, in seno ad un liquido qualunque, di granelli di

forma qualunque, quali possono risultare dalla frantumazione di una roccia o di un minerale.

Sono ancora applicabili in questo caso le formule e le leggi precedentemente esposte? E, in caso affermativo, quali coefficienti di correzione sono necessarî?

A queste domande cercherò di rispondere basandomi sui risultati sperimentali.

I dati sperimentali che si trovano nella letteratura, riferentisi a granelli di minerali e alla loro velocità di caduta in seno all' acqua, non sono molto numerosi, per lo meno condotti con metodi un po' rigorosi, e, utili ai nostri propositi, si può dire, sono quasi esclusivamente quelli dovuti a Richards. Ad ogni modo Richards, che non aveva intenzione di verificare la formula di Stokes, non ha tenuto alcun conto della temperatura del liquido, della quale non dà nessuna indicazione e ha condotto le esperienze su gruppi di granelli, nei quali il diametro variava fra due limiti relativamente discosti. Esse non possono servire che in via subordinata alla verifica delle deduzioni precedenti e le prenderemo in considerazione in seguito.

Per la verifica diretta della legge di caduta ho determinato le velocità individuali di granelli dei quali avevo misurato tre dimensioni ortogonali. Il materiale sperimentato era quarzo, di densità $\gamma = 2,65$ e la grandezza dei granelli cadeva nella zona intorno a d_v. Per essi la visibilità individuale nella caduta è ancora sufficiente per poterli seguire ad occhio nudo. Di ciascun granello ha determinato, al microscopio, la larghezza, la lunghezza e lo spessore sul vetro porta oggetti; esso era trasportato allora, prendendolo dal vetro porta oggetti con una punta di vetro inumidita, sulla superficie del liquido del tubo di caduta: un piccolo urto provocava la caduta in seno al liquido, e il tempo impiegato a percorrere lo spazio compreso fra due segni del tubo di caduta era cronometrato con un cronometro a decimi di secondo. Il tubo di caduta usato principalmente è schematizzato nella fig. 1, nella quale sono riportate le dimensioni fondamentali: esso, di vetro sottile, aveva un diametro di cm. 5, in modo che non si avesse una variazione apparente della viscosità per causa del piccolo diametro del tubo rispetto al diametro dei granelli (1). La lunghezza totale del tubo era 110 cm., quella utile, fra il primo e l'ultimo segno, 82,5 cm. Il primo segno si trovava 5 cm. al disotto della superficie del liquido, in modo che prima di esso quasi tutti i granelli sperimentali avevano raggiunto la velocità massima di caduta. Il

(1) Cfr. LADENBERG, già citato.

tubo, perfettamente verticale, era riempito di acqua distillata, in modo da poter conoscere esattamente la viscosità; la temperatura era ogni volta misurata su un termometro a decimi di grado costantemente immerso nel liquido e corrispondeva a quella dell'ambiente: non si avevano moti convettivi nel liquido che disturbassero le determinazioni.

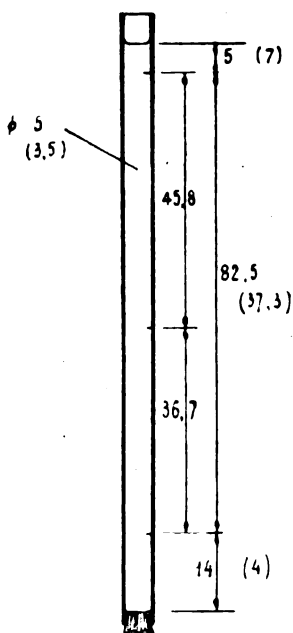



fig. 1

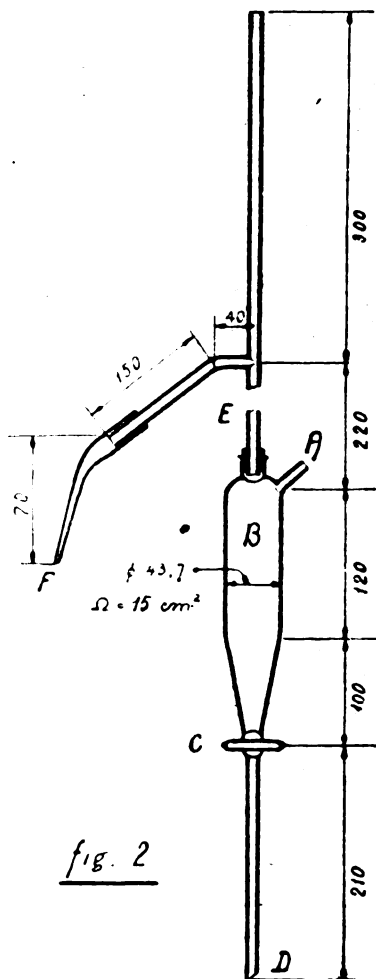



fig. 2

Per i granelli più piccoli e più lenti veniva usato un tubo di caduta di minore grandezza, le dimensioni fondamentali del quale sono poste fra parentesi nella figura accanto a quelle corrispondenti del tubo grande.

Come era facile immaginare, i granelli sono notevolmente irregolari di forma: è ben piccola la percentuale di quelli che si avvicinano alla forma sferica (anche per il quarzo che pure non ha tendenza a sfaldarsi in laminette); e in relazione a tale irregolarità di forma sta l'irregolarità nelle velocità di caduta. In modo molto grossolano si può dire che, quanto maggiore è l'irregolarità di forma tanto maggiore è la differenza fra la velocità osservata e quella che si dedurrebbe teoricamente per una sfera dello stesso materiale e dello stesso peso. In modo tale che, riportando in un diagramma logaritmico i valori delle velocità e quelli dei diametri medi dei granelli, si ha un insieme di punti indicativi alquanto disperso, quantunque segua un andamento analogo a quello della nostra curva.

Ma ben differenti risultati si hanno se si ricorre alle medie di valori; ossia se si raggruppano i valori adiacenti in gruppi e per ciascun gruppo si cerca il baricentro dei punti indicativi. Come si può vedere dal diagramma II riportato in seguito, i punti così determinati cadono con una notevole regolarità su una curva del tipo prima dedotto.

Le esperienze, con le velocità disposte in ordine crescente, sono riportate nella tabella III in appendice: sono date le temperature di ciascuna, le velocità medie dei gruppi, le medie aritmetiche delle medie geometriche delle tre dimensioni ortogonali dei granelli dei gruppi.

Nelle tabella IV sono riunite le determinazioni che sono state tolte dal calcolo delle medie, perchè manifestamente anomale. Esse sono 7 sopra un totale di 124 determinazioni: perciò solo 5,6 % di esse si è duvuto scartare dalla determinazione della curva.

La temperatura media è 23°,5, cui corrisponde una viscosità cinematica, per l'acqua, $\nu = 0{,}00930$.

Poichè la densità del quarzo è 2,65, è

$$\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} = 1{,}65\,.$$

Con questi dati si calcolerebbe, come equazione corrispondente all'assintoto di Stokes della trasformata logaritmica,

$$v = 1{,}65 \,.\, 981 \,.\, \frac{d^2}{18 \,.\, 0{,}0093} = 9670\, d^2\,.$$

Invece graficamente, con i punti della tabella III, si ricava

$$v = 6700\, d^2\,.$$

Questo significa che i granelli discendono come se l'acqua avesse una viscosità maggiore, precisamente

$$[\nu] = 0,0093 \frac{9670}{6700} = 0,0134 = 1,44\ \nu;$$

ossia, qualora si assuma come diametro equivalente dei granelli la media geometrica delle tre dimensioni, bisogna, nel caso dei granelli di quarzo, sostituire nella formula di Stokes la viscosità reale con una apparente, 1,44 maggiore, a causa dell'irregolarità dei grani.

Faccio però notare che, se si assume che la resistenza viscosa sia proporzionale alla dimensione maggiore (assimilando il granello a un cilindretto) risulta, essendo $a > b > c$ le tre dimensioni del granello,

$$v = \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g \frac{b\,c}{18\,\nu},$$

e quindi, diametro equivalente $d_1 = \sqrt{b\,c}$.

Determinando d_1 per i granelli più piccoli fra quelli sperimentati, si hanno i valori della colonna ultima della tabella II, che conducono a un assintoto corrispondente a

$$v = 9700\ d_1^2,$$

praticamente coincidente con quello teorico sopra calcolato.

Il coefficiente k risulta 0,87.

I granelli di diametro inferiore a 0,008, per il quarzo, non si possono più agevolmente seguire nella caduta isolata, e richiederebbero soverchia pazienza e tempo per l'osservazione. Ho perciò rinunziato al metodo seguito per quelli maggiori, per ricorrere ad altro più adatto ai granelli finissimi.

Ho cioè diviso i granelli in classi, variando la velocità di una corrente ascendente di acqua in cui essi erano immersi. I granelli trascinati dall'acqua avente una data velocità devono avere una velocità di caduta inferiore alla velocità dell'acqua: perciò quelli non trascinati dalla velocità v_1 e raccolti con la velocità $v_2 > v_1$ hanno velocità di caduta compresa fra v_1 e v_2.

Ammettendo che i vari diametri siano uniformemente distribuiti nella serie dei granelli, la grandezza media dei granelli raccolti, determinabile prendendo al microscopio due diametri orizzontali (massimo e minimo) di un numero grande di essi scelti a caso, e facendone la media, sarà il diametro che corrisponde alla velocità $\frac{v_1 + v_2}{2}$.

L'apparecchio che servì per questa divisione in classi è schematizzato nella figura 2, nella quale sono indicate anche le dimensioni principali: nel corpo B, di diametro nella parte cilindrica 4,37 cm., di lunghezza utile totale 22 cm., dei quali 12 nella parte cilindrica, avveniva la classificazione. Dal tubo A, che veniva poi chiuso, si introduceva una quantità sufficiente di polvere da classificare, attraverso il rubinetto C si faceva dipoi pervenire una corrente regolabile di acqua, utilizzando un'alimentazione a carico costante attraverso D. Il materiale trascinato oltre B, veniva raccolto dal becco affilato F. La velocità dell'acqua nel tratto utile B era determinata misurando il tempo impiegato per l'uscita di un dato volume di essa dal becco F. Essa era mantenuta costante finchè la parte cilindrica B appariva completamente limpida. La temperatura dell'acqua oscillava fra 17° e 18°.

Le operazioni furono eseguite su campioni di quarzo (densità 2,65) e di galena (densità 7,6); poichè la ganga della galena (Vallauria, Tenda) era quarzo, per alcuni dei campioni di essa raccolti vennero determinati i diametri medi anche del quarzo classificato assieme alla galena.

Per ogni campione raccolto vennero misurati i diametri massimo e minimo di più che un centinaio di granelli nel campo del microscopio, e ne venne fatta la media. È notevole, di contro alla irregolarità grande dei granelli di quarzo, la forma regolare, per lo più a pianta quadrata o rettangolare non eccessivamente allungata, dei granelli di galena. Questo fatto si fa sentire anche nei coefficienti di correzione.

Ad ogni modo i risultati sperimentali sono raccolti nella tabella V in appendice. Essi cadono, in un diagramma logaritmico, su due rette, una per il quarzo, l'altra per la galena, cui corrispondono le relazioni, rispettivamente,

$$v = 5600\, d^2 \qquad \text{(quarzo)}$$
$$v = 35000\, d^2 \qquad \text{(galena)},$$

ambedue della forma della relazione di Stokes.

Ma, con la temperatura 17°, cui corrisponde una viscosità cinematica $\nu = 0{,}0108$, risulterebbe teoricamente per il quarzo

$$v = 1{,}65 \,.\, 981 \frac{d^2}{18 \,.\, 0{,}0108} = 8340\, d^2 \,.$$

Come per i punti precedenti, si ha cioè una viscosità apparente $[\nu]$ maggiore di quella reale ν, e precisamente

$$[\nu] = 1,48\,\nu\,.$$

Il coefficiente di accrescimento è press'a poco eguale a quello dedotto precedentemente. Posso perciò dire che, nel caso del quarzo la velocità che assumerebbe, in acqua, una sfera della stessa densità e di peso eguale al granello è 1,45 volte la velocità di questo.

Invece, nel caso della galena, poichè sarebbe teoricamente

$$v = 33.300\,d^2\,,$$

i granelli seguono quasi esattamente la legge di Stokes pura, forse in rapporto alla maggiore regolarità di forma già accennata, forse in rapporto alla diversità della natura superficiale.

A questo proposito faccio notare che, qualora si supponga che il granello di quarzo trascini con sè uno strato d'acqua, il che potrebbe ammettersi pensando al forte assorbimento superficiale che questo materiale presenta, si dedurrebbe da quanto sopra è esposto che lo strato avrebbe, come si calcola facilmente, uno spessore di circa un quarto del diametro.

Nel caso della galena tale strato sarebbe trascurabile; ora ricordo come, in relazione anche ai fenomeni ben noti della fluttuazione dei minerali, la galena sia poco *bagnata* dall'acqua e riesca a galleggiare a preferenza del quarzo che rimane bagnato e al fondo.

Ad ogni modo l'idea è qui solamente esposta e richiede studio sperimentale accurato per la sua conferma.

In conclusione, qualora si voglia calcolare, per granelli sufficientemente piccoli, la velocità per mezzo della formula di Stokes, questa va corretta, moltiplicando i risultati per un coefficiente α, dipendente dal materiale e dal suo modo di frantumarsi, coefficiente che è 1 per la galena, 0,69 per il quarzo:

$$v = \alpha\,\frac{\gamma - \varrho}{\varrho}\,g\,\frac{d^2}{18\,\nu}\,.$$

Nella formula generale [6] basta sostituire alla viscosità, la viscosità apparente precedentemente indicata.

Confronterò ora le esperienze mie con quelle, già accennate, di Richards.

***

Come ho detto, le esperienze di Richards e collaboratori (1) costituiscono la serie più completa di dati, ottenuti con metodi comparabili, sulla caduta libera dei granelli in acqua.

Esse coincidono nella loro maggior parte con le mie. Ho stimato inutile riportare i valori sperimentali che si possono facilmente trovare nel luogo indicato; da essi risulta quanto segue.

Portando i logaritmi di essi in un diagramma, come ascisse $\log d$, come ordinate $\log v$, l'andamento generale della curva che si ottiene corrisponde a quello della trasformata logaritmica della [6]. Tracciato l'assintoto di Stokes, esso corrisponde alla relazione

$$v = 6930\, d^2$$

da cui $[\nu] = 0{,}013$ per il quarzo,

e $v = 40000\, d^2$

da cui $[\nu] = 0{,}0090$ per la galena.

Se riteniamo che fra $[\nu]$ e ν si abbia lo stesso rapporto che è risultato nelle nostre esperienze, si deduce, poichè è

$[\nu] = 1{,}45\, \nu$ per il quarzo,
$[\nu] = \nu$ per la galena,

risulta $\nu = 0{,}00897$ dai dati del quarzo,
$\nu = 0{,}0090$ da quelli della galena,

corrispondenti ad una temperatura di 24°,6.

I due risultati concordanti autorizzano a ritenere giusta l'assunzione fatta, e a dedurre che le esperienze sui grani fini (E. S. Bardwell) siano state fatte a temperature fra 24° e 25°.

L'andamento del diagramma, per il quarzo specialmente, mostra due discontinuità, che corrispondono però ai punti di passaggio da uno sperimentatore ad un altro: difatti le esperienze riportate da Richards sono state eseguite, per i grani fini, da E. S. Bardwell, per quelli medi, da G. A. Barnaby e

---

(1) R. H. Richards. Am. Inst. Min. Eng. Trans. XXXVIII (1907), 210 e Ore Dressing. cit. III, 1421 sgg. tabella a pag. 1422.

Hayden, per quelli grossi da Sidney Warren e M. L. Nagel. Un coefficiente personale può dar ragione delle piccole differenze fra i grani grossi e i medi, poichè le esperienze su di essi furono eseguite con lo stesso metodo (separazione dei granelli in classi per mezzo di stacci, osservazione della velocità media di caduta), una differenza di temperatura e principalmente la differenza di metodo (separazione in una corrente ascensionale, misurazione dei granelli al microscopio) possono dar ragione della differenza fra i grani medi e quelli piccoli.

Ad ogni modo il diagramma permette di dedurre:

quarzo	grani grossi	$k = 0,840$	$[\nu] = (0,016)$
	grani medi	$k = 0,920$	$[\nu] = 0,018$
	grani sottili	$k = (0,90)$	$[\nu] = 0,013$
galena	grani grossi, medi e sottili	$k = 0,625$	$[\nu] = 0,0090.$

Dalle esperienze mie risultava

quarzo	grani grossi	$k = 0,87$	$[\nu] = 0,0134$
	grani sottili	$k = (0,87)$	$[\nu] = 0,016$
galena		$k = (0,625)$	$[\nu] = 0,0108.$

Ho trasformato tutte le coordinate d, v, dei punti miei e di Richards, nelle coordinate ridotte D, V, per mezzo delle [15]

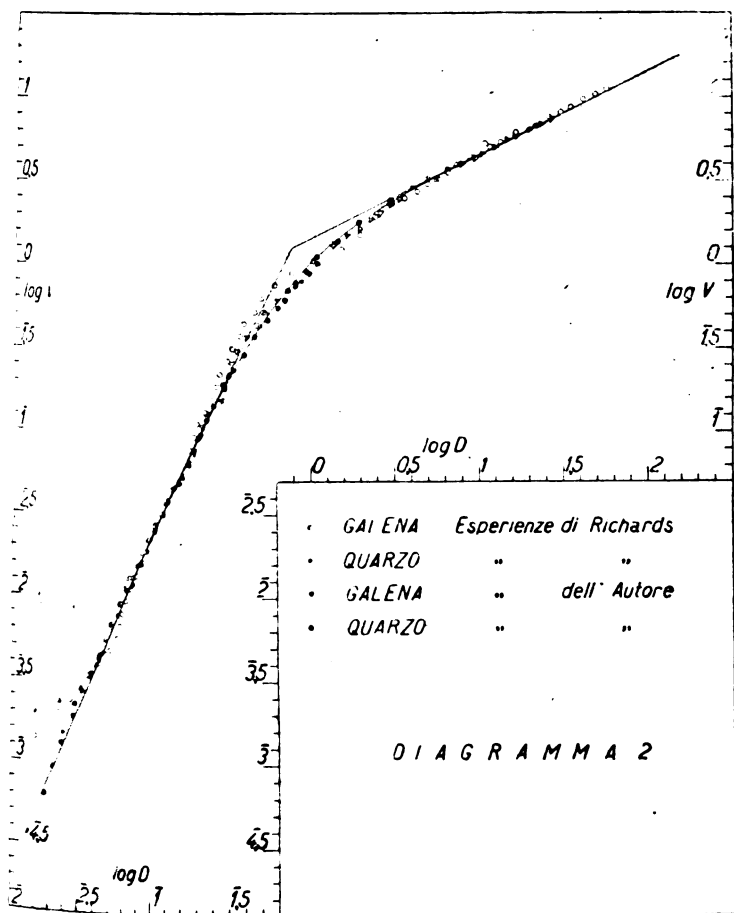
$$D = d \sqrt[3]{\frac{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g k}{2 . 216 \nu^2}} \quad , \quad V = \frac{v}{2} \sqrt[3]{\frac{2 k^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g \nu}} ,$$

tenendo presenti i valori sopra esposti e che è

per il quarzo $\gamma = 2,65$
per la galena $\gamma = 7,6.$

Si deducono i valori, i cui logaritmi sono riportati come ascisse (log D) e ordinate (log V) in un unico diagramma (diag. II), nel quale essi seguono con sufficiente fedeltà la linea corrispondente alla [17], ugualmente tracciata. Per i dati delle mie esperienze essi sono raccolti nelle tabelle VI, VII dell'appendice. Nella tabella VIII sono inoltre riunite le costanti dedotte e quelle impiegate per la riduzione suddetta degli esperimenti di Richards.

Le deduzioni sopra esposte sono perciò esaurientemente confermate da queste diverse esperienze. Si può notare come nel tratto « Stokes » delle esperienze di Richards sulla galena si abbiano due tratti un po' disformi l'uno dall'altro, in dipendenza probabilmente da differenze di temperatura di esperienza.

***

Le esperienze mie, spinte fino alle dimensioni ultime riportate da Richards, mostrano che la legge di Stokes è seguita esattamente nel limite loro; esse perciò non confortano affatto l'asserzione di Richards che per tali piccolissimi dimensioni

($V < 0{,}003$, $D < 0{,}04$) l'andamento della curva tenda a dare velocità di caduta maggiori di quel che consentirebbe la legge di Stokes, come accennerebbero gli ultimi punti di Richards, e come si può scorgere sul diagramma II. Del resto il fenomeno non avrebbe una spiegazione, dal momento che la legge di Stokes vale per le sfere assai più piccole (J. PERRIN (1) ha ottenuto una verifica indiretta della legge di Stokes per sfere di diametri fino a 0,15 μ, della densità 1,194, per le quali, in acqua, è $D = 13 \,.\, 10^{-5}$, $V = 342 \,.\, 10^{-10}$), e logicamente deve valere finchè i granelli o le sfere hanno dimensioni grandi comparativamente al libero percorso medio delle molecole del liquido.

***

Ritengo dunque confermata dalle esperienze la formula dedotta precedentemente, che è, sotto la forma [17]

$$V = \frac{1}{2\,D} \left\{ -1 + \sqrt{1 + 8\,D^3} \right\},$$

per la determinazione della velocità di caduta *libera* di un granello in seno ad un liquido.

Basandomi su di essa, cercherò, in una prossima pubblicazione, di studiare il problema della caduta dei granelli in massa, che è quello che maggiormente interessa per la decantazione, la classificazione, la separazione di un minerale da un altro.

Riassunto — Conclusioni.

In base a considerazioni teoriche viene dedotta una formula che lega la velocità di una sfera data cadente in seno ad un liquido dato al tempo trascorso dall'inizio della caduta.

Tale formula viene riscontrata con alcuni dati sperimentali, e trovata coincidente, nel periodo di accelerazione.

Dopo un tempo praticamente assai piccolo la velocità di caduta diviene all'incirca costante, ed ha un valore massimo

$$v = \frac{6\,\nu}{k\,d} \left\{ -1 + \sqrt{1 + \frac{1}{54}\,\frac{\gamma - \varrho}{\varrho}\,g\,\frac{k\,d^3}{\nu^2}} \right\},$$

essendo v la velocità, d il diametro della sfera, ν la viscosità cinematica del liquido alla temperatura dell'istante della caduta, γ, ϱ le densità del materiale costituente la sfera e del

(1) J. PERRIN. Les atomes, Paris 1920, pag. 140-141.

liquido, k un coefficiente numerico, g l'accelerazione di gravità.

Dallo studio analitico e grafico di questa funzione del diametro, in base al criterio

$$\frac{\nu^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} k g},$$

si passa ad una funzione unica per ogni valore di ν, γ, ϱ, k; difatti ponendo

$$D = d \sqrt[3]{\frac{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} k g}{2 \cdot 216 \nu^2}}, \qquad V = \frac{v}{2} \sqrt[3]{\frac{2 k^2}{\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} g \nu}}$$

risulta la relazione

$$V = \frac{1}{2 D} \left\{ -1 + \sqrt{1 + 8 D^3} \right\},$$

che vale per qualunque liquido e qualunque sfera.

Con le suddette formule si dà ragione della relazione esposta da Allen, secondo la quale, la velocità sarebbe proporzionale al diametro per i valori di questo compresi entro certi limiti; tanto la formula di Allen quanto le sue esperienze rientrano nel quadro della formula generale qui esposta.

Per estendere la validità di essa dalle sfere ai granelli di forma qualunque, sono state eseguite numerose esperienze, sia individualmente su granelli, dei quali venivano determinati tre dimensioni ortogonali e la velocità di caduta in acqua distillata (granelli di quarzo), sia, per i granelli più fini, determinando il diametro medio di quelli che cadevano con velocità comprese entro due limiti (granelli di quarzo e di galena).

Esse sono risultate probative per la formula sopra esposta e concordanti per la maggior parte con analoghe esperienze dovute a R. H. Richards.

Non è rimasta però confermata una deviazione della legge di Stokes osservata da Richards per i granelli molto fini tanto di quarzo che di galena: difatti anche i granelli più sottili sperimentati seguono esattamente la legge di Stokes, modificata, per quelli di forma molto irregolare (quarzo), come se la viscosità del liquido apparentemente aumentasse.

Pavia, Laboratorio di Chimica Industriale della R. Università, luglio 1924.

APPENDICE

Tabelle — Dati sperimentali.

Tabella II.

Valori delle costanti dedotte ed impiegate per la riduzione dei valori sperimentali di Allen.

	temperatura	ϱ	ν	γ	k	$\frac{D}{d}$	$\frac{V}{v}$	riferimento
Bolle d'aria in acqua	8°,4	1	0,01404	$\to 0$	0,992	22,5	0,261	Allen tab. II
Bolle d'aria in acqua	15°	1	0,01143	$\to 0$	0,99	25,75	0,279	tab. I
Bolle d'aria in anilina	9°,6—12°	1,038	0,058	$\to 0$	0,75	7,97	0,135	tab. III
Sfere di paraffina in anilina	9°,6—13°,2	1,038	0,058	0,907	1	4,38	0,326	tab. IV

TABELLA III.

Gruppo	N.	t	Velocità	Velocità media	DIAMETRI a	b	c	$\frac{\Sigma \sqrt[3]{a b c}}{n}$	$\frac{\Sigma \sqrt[2]{b c}}{n}$
I	1	23°.2	0.439	0.464	0.0133	0.0073	0.0064	0.00851	0.00732
	2	25°.0	.455		.0090	.0090	.0062		
	3	23.1°	.457		.0113	.0080	.0076		
	4	22°.0	.478		.0135	.0090	.0064		
	5	25°.0	.486		.0109	.0094	.0050		
II	6	22°.7	.533	0.568	.0153	.0086	.0040	0.00920	0.00732
	7	24°.0	.542		.0188	.0113	.0048		
	8	24°.0	.597		.0094	.0075	.0054		
	9	25°.0	.600		.0158	.0117	.0080		
III	10	22°.6	.635	0.690	.0126	.0120	.0088	0.01020	0.00848
	11	23°.7	.648		.0146	.0093	.0094		
	12	22°.8	.650		.0152	.0105	.0052		
	13	25°.0	.700		.0177	.0075	.0064		
	14	22°.8	.715		.0140	.0080	.0074		
	15	25.°0	.800		.0158	.0120	.0070		
IV	16	25°.0	.843	0.925	.0113	.0109	.0100	0.01183	0.0105
	17	23°.7	.913		.0133	.0102	.0066		
	18	25°.0	.922		.0165	.0132	.0102		
	19	21°.8	.973		.0186	.0184	.0080		
	20	22°.1	.980		.0153	.0133	.0080		

segue Tabella III.

Gruppo	N.	t	Velocità	Velocità media	DIAMETRI a	b	c	$\frac{\Sigma \sqrt[3]{abc}}{n}$	$\frac{\Sigma \sqrt[2]{bc}}{n}$
V	21	23°.7	1.009	1.139	0.0126	0.0126	0.0088	0.0134	0.01188
	22	21°.1	1.060		.0116	.0160	.0130		
	23	25°.0	1.080		.0203	.0195	.0094		
	24	23°.0	1.100		.0180	.0110	.0107		
	25	22.°2	1.161		.0146	.0133	.0093		
	26	21°.9	1.168		.0186	.0113	.0106		
	27	21°.8	1.180		.0153	.0113	.0108		
	28	22°.0	1.186		.0173	.0140	.0094		
	29	22°.3	1.200		.0153	.0133	.0120		
	30	22°.4	1.250		.0186	.0160	.0120		
VI	31	23°.0	1.300	1.397	.0161	.0132	.0127	0.01546	0.0139
	32	25°.0	1.330		.0218	.0143	.0080		
	33	22°.3	1.372		.0160	.0154	.0134		
	34	22°.2	1.395		.0246	.0197	.0160		
	35	25°.0	1.410		.0177	.0158	.0112		
	36	22°.4	1.410		.0160	.0150	.0126		
	37	21°.8	1.430		.0160	.0140	.0130		
	38	23°.0	1.540		.0266	.0173	.0132		
VII	39	23°.1	1.636	1.790	.0160	.0144	.0127	0.01789	0.0160
	40	22°.0	1.670		.0280	.0200	.0180		
	41	23°.0	1.730		.0207	.0161	.0136		
	42	23°.6	1.760		.0233	.0166	.0134		
	43	24°.0	1.820		.0253	.0193	.0134		
	44	23°.0	1.875		.0200	.0166	.0144		
	45	23°.0	1.875		.0241	.0190	.0181		
	46	24°.0	1.960		.0233	.0160	.0146		

segue Tabella III.

Gruppo	N.	t	Velocità	Velocità media	DIAMETRI a	b	c	$\frac{\Sigma \sqrt[3]{abc}}{n}$	$\frac{\Sigma \sqrt[2]{bc}}{n}$
VIII	47	23°.0	2.08	2.250	0.0241	0.0188	0.0167	0.0214	0.0191
	48	22°.9	2.10		.0260	.0206	.0160		
	49	21°.2	2.16		.0229	.0213	.0190		
	50	21°.8	2.16		.0333	.0140	.0136		
	51	21°.7	2.17		.0273	.0233	.0200		
	52	22°.0	2.35		.0333	.0253	.0180		
	53	23°.5	2.46		.0266	.0233	.0208		
	54	22°.5	2.51		.0246	.0183	.0170		
IX	55	22°.5	2.62	2.660	.0320	.0320	.0200	0.0248	
	56	22°.6	2.63		.0253	.0200	0173		
	57	22°.7	2.63		.0295	.0246	.0210		
	58	23°.8	2.75		.0278	.0272	.0246		
X	59	22°.5	2.90	2.950	.0300	.0213	.0200	0.0272	
	60	22°.5	2.92		.0280	.0246	.0200		
	61	21°.4	2.98		.0426	.0260	.0229		
	62	21°.1	2.99		.0310	.0279	.0246		
	63	23°.1	3.065		.0361	.0279	.0246		
	64	23°.0	3.085		.0361	.0344	.0220		

segue **Tabella III.**

Gruppo	N.	t	Velocità	Velocità media	DIAMETRI a	b	c	$\frac{\Sigma \sqrt[3]{a b c}}{n}$	$\frac{\Sigma \sqrt{b c}}{n}$
	65	22°.2	3.17		0.0262	0.0260	0.0246		
	66	22°.5	3.21		.0354	.0286	.0192		
	67	21°.1	3.28		.0377	.0295	.0210		
	68	23°.2	3.32		.0344	.0295	.0260		
	69	22°.2	3.38		.0328	.0270	.0246		
XI	70	22°.8	3.42	3.378	.0344	.0278	.0210	0.0282	
	71	23°.1	3.43		.0361	.0328	.0242		
	72	22°.1	3.45		.0345	.0300	.0262		
	73	22°.3	3.55		.0328	.0298	.0262		
	74	21°.2	3.57		.0328	.0290	.0181		
	75	23°.1	3.63		.0290	.0279	.0262		
	76	22°.3	3.65		.0377	.0295	.0260		
	77	23°.0	3.68		.0295	.0280	.0279		
	78	21°.1	3.68		.0361	.0280	.0246		
	79	22°.8	3.70		.0393	.0295	.0254		
XII	80	23°.0	3.71	3.740	.0492	.0360	.0213	0.0315	
	81	23°.6	3.75		.0361	.0340	.0246		
	82	21°.3	3.75		.0459	.0426	.0332		
	83	21°.3	3.78		.0401	.0344	.0232		
	84	22°.1	3.85		.0295	.0295	.0280		
	85	23°.0	3.96		.0475	.0377	.0226		

segue Tabella III.

Gruppo	N.	t	Velocità	Velocità media	DIAMETRI a	b	c	$\frac{\Sigma \sqrt[3]{a b c}}{n}$	$\frac{\Sigma \sqrt[2]{b c}}{n}$
XIII	86	21°.2	4.04	4.38	0.0459	0.0436	0.0410	0.0364	
	87	22°.9	4.18		.0344	.0344	.0290		
	88	22°.1	4.27		.0467	.0295	.0274		
	89	22°.9	4.34		.0394	.0361	.0260		
	90	22°.8	4.41		.0426	.0360	.0344		
	91	22°.2	4.44		.0476	.0310	.0295		
	92	21°.8	4.47		.0525	.0459	.0380		
	93	23°.0	4.64		.0442	.0344	.0284		
	94	23°.0	4.64		.0492	.0270	.0246		
XIV	95	23°.0	5.09	5.34	.0426	.0393	.0314	0.0420	
	96	21°.2	5.29		.0442	.0400	.0377		
	97	23°.2	5.29		.0721	.0557	.0430		
	98	21°.2	5.32		.0492	.0393	.0390		
	99	21°.3	5.32		.0525	.0396	.0377		
	100	21°.4	5.32		.0475	,0390	.0377		
	101	21°.2	5.35		.0410	.0377	.0370		
	102	21°.2	5.43		.0443	.0420	.0361		
	103	21°.3	5.50		.0426	.0408	.0394		
	104	21°.0	5.50		.0608	.0340	.0320		
XV	105	22°.8	6.50	6.69	.0772	.0542	.0440	0.0563	
	106	23°.2	6.88		.0689	.0656	.0380		

segue Tabella III.

Gruppo	N.	t	Velocità	Velocità media	DIAMETRI a	DIAMETRI b	DIAMETRI c	$\frac{\Sigma \sqrt[3]{abc}}{n}$	$\frac{\Sigma \sqrt[2]{bc}}{n}$
XVI	107	23°.2	8.25	8.60	0.1080	0.1040	0.0738	0.0750	
	108	22°.8	8.25		.0754	.0520	.0490		
	109	22°.8	8.33		.0920	.0755	.0600		
	110	22°.8	8.33		.0820	.0600	.0490		
	111	22°.8	8.43		.0952	.0788	.0600		
	112	22°.8	8.60		.0670	.0657	.0657		
	113	23°.2	8.70		.0886	.0760	.0656		
	114	22°.8	8.90		.0920	.0820	.0600		
	115	23°.2	9.70		.1033	.0960	.0738		
XVII	116	22°.8	10.85	11.66	.1475	.1245	.0920	0.1155	
	117	22°.8	12.48		.1883	.1032	.0720		

TABELLA IV.

N.	t	Velocità	DIAMETRI a	DIAMETRI b	DIAMETRI c
118	22°.6	0.616	0.0240	0.0133	0.0112
119	21°.8	1.410	.0260	.0253	.0224
120	22°.4	1.960	.0160	.0136	.0100
121	21°.4	2.150	.0426	.0360	.0232
122	23°.1	2.620	.0377	.0295	.0280
123	22°.9	3.075	.0449	.0303	.0285
124	23°.0	3.140	.0508	.0360	.0254

TABELLA V.

n.	Velocità da	Velocità a	Velocità media	QUARZO diam. medio	GALENA diam. medio
XVIII	0.00227	0.00432	0.00329	0.000810	
XIX			0.00329		0.000326
XX	.00459	.00896	.00677	.00106	
XXI	.00432	.0126	.00846		.000495
XXII	.00896	.01442	.01169	.00134	
XXIII	.0109	.0167	.0138		.000604
XXIV	.0167	.0179	.0173		.000712
XXV	.01442	.0214	.0179	.00174	
XXVI	.0214	.0230	.0222	.00197	
XXVII	.0176	.0312	.0244		.000816
XXVIII	.0312	.0508	.0410		.00108
XXIX	.0230	.0720	.0475	.00288	
XXX	.0508	.0740	.0624	.00348	
XXXI			.0624		.00132
XXXII	.0740	.0910	.0825	.00398	
XXXIII			.0825		.00152
XXXIV	.0720	.1273	.0996	.00436	
XXXV	.0910	.117	.104		.00168
XXXVI	.117	.126	.121		.00195
XXXVII	.126	.379	.252	.00704	
XXXVIII			.252		.00276

TABELLA VI. Quarzo $\gamma = 2,65$; $\frac{\gamma - \varrho}{\varrho} = 1,65$

(Esperimenti dell'autore).

n	d	log D	v	log V	costanti
XVIII	0.000810	$\bar{2}$.276	0.00329	$\bar{4}$.805	$[\nu] = 0,016$
XX	.00106	.394	.00677	$\bar{3}$.118	$k = 0,87$
XXII	.00134	.496	.01169	.356	
XXV	.00174	.610	.0179	.542	D = 23,35 d
XXVI	.00197	.663	.0222	.634	V = 0,194 v
XXIX	.00288	.828	.0475	.965	
XXX	.00348	.910	.0624	$\bar{2}$.083	
XXXII	.00398	.968	.0825	.204	
XXXIV	.00436	$\bar{1}$.006	.0996	.286	(la prima colonna si riferisce alla Tabella V).
XXXVII	.00704	.216	.252	.690	
I	.00851	.348	.464	.980	
II	.00920	.382	.568	$\bar{1}$.068	
III	.01020	.428	.690	.152	$[\nu] = 0,0134$
IV	.01183	.482	.925	.280	$k = 0,87$
V	.01340	.546	1.139	.370	
VI	.01546	.608	1.397	.458	D = 26,25 d
VII	.01789	.672	1.79	.566	V = 0,206 v
VIII	.0214	.750	2.25	.666	
IX	.0248	.814	2.66	.739	
X	.0272	.854	2.95	.784	
XI	.0282	.870	3.38	.843	
XII	.0315	.918	3.74	.887	
XIII	.0364	.981	4.38	.956	
XIV	.0420	0.043	5.34	0.042	
XV	.0563	.170	6.69	.138	
XVI	.0750	.294	8.60	.248	(la prima colonna si riferisce alla Tabella VI).
XVII	.1155	.482	11.66	.380	

TABELLA VII.

Galena $\gamma = 7,6; \frac{\gamma - \varrho}{\varrho} = 6,6$

(Esperimenti dell' autore).

n	d	log D	v	log V	costanti
XIX	0.000326	$\bar{2}$.142	0.00329	$\bar{4}$.568	
XXI	.000495	.322	.00846	.973	$\nu = 0,0108$
XXIII	.000604	.408	.0138	$\bar{3}$.185	$k = 0,625$
XXIV	.000712	.480	.0173	.284	
XXVII	.000816	.540	.0244	.433	$D = 42,5\ d$
XXVIII	.00108	.662	.0410	.658	$V = 0,111\ v$
XXXI	.00132	.749	.0624	.841	
XXXIII	.00152	.810	.0825	.962	
XXXV	.00168	.854	.104	$\bar{2}$.063	
XXXVI	.00195	.918	.121	.128	(la prima colonna si riferisce alla Tabella V).
XXXVIII	.00276	$\bar{1}$.070	.252	.446	

TABELLA VIII.

Valori delle costanti dedotte ed impiegate per la riduzione dei valori sperimentali dati da R. H. Richards.

materiale	sperimentatore	[ν]	k	$\frac{D}{d}$	$\frac{V}{v}$	diametri da	diametri a
quarzo	E. S. Bardwell .	0.013	0.90	27.15	0.212	0,000589	0.0369
quarzo	G. A. Barnaby e R. Hayden .	0.018	0.92	22.0	0.193	0.032	0.228
quarzo	S. Warren e M. L. Nagel . .	0.016	0.84	23.1	0 19	0.244	1.193
galena	Bardwell, Barnaby e Hayden, Warren e Nagel . .	0.009	0.625	48.7	0.119	0.000330	1.193

SULLA PERSISTENZA DELLA SCUOLA DI PAVIA NEL MEDIOEVO FINO ALLA FONDAZIONE DELLO STUDIO GENERALE

Nota del M. E. prof. ARRIGO SOLMI

(Adunanza del 26 febbraio 1925)

I.

L'opera principale della scuola di Pavia, la quale segna il momento culminante dell'attività dei suoi numerosi maestri, è la così detta *Expositio ad librum legis Langobardorum*, vasto commentario delle leggi langobardo-franche, vigenti nel regno italico, illuminate col frequente sussidio dei testi del diritto romano. Tale opera è composta a Pavia, poco dopo la metà del secolo XI, allorchè da pochi anni Lanfranco, dopo avere insegnato in patria, aveva preso la via dell' esilio, e allorchè fioriva in Pavia l'insegnamento dei maggiori maestri di questa età: Bonifiglio, Gualcoso, Guglielmo, Ugo (1).

L' *Expositio*, oltre le leggi di Enrico II dell'anno 1019, frequentemente ricordate (2), tien conto anche delle leggi di Enrico III degli anni 1047 e 1054. Il dato di fatto più recente, contenuto nel commentario, è il titolo di *archepiscopus* dato a Lanfranco; titolo che potè essere posto soltanto dopo il 1070 (3). Ma, benchè si possa supporre che tale qualifica sia

(1) Si veda quanto ho esposto sull'argomento nell' altro studio, solo in parte qui riprodotto: *La persistenza della Scuola di Pavia nel medioevo fino alla fondazione dello Studio generale (1024-1361)*, nel volume: *Contributi alla storia dell' Università di Pavia*, pubblicati per l'XI centenario dell'Ateneo, Pavia, tip. Cooperativa, 1925, pag. 17 sgg.

(2) *Expositio ad Roth.* 141 § 3; 142 § 2; 163 § 1, 2; *ad Liutp.* 17 § 4; 87 § 2; *ad Ahist.* 14 § 2.

(3) *Expositio ad Wid.* 6 § 23.

stata aggiunta soltanto dopo la composizione del commento, come glossa al testo originario, che aveva unicamente il nome di Lanfranco, è certo che, anche ritenendo quella qualifica originaria, essa non sposterebbe la data dell' *Expositio* ad un periodo troppo distante da quello a cui tutti gli elementi sembrano volgerla, fra il 1055 e il 1075 circa, poichè anche questi anni restano abbastanza prossimi alla metà del secolo XI, che, come si è detto, segna il periodo del maggiore fiorimento della scuola di Pavia.

È questo anche il periodo della maggiore affluenza degli scolari forestieri. Se Pavia, come capitale del regno italico e centro degli ordini pubblici, aveva sempre attratto numerosi dalle varie città italiane gli scolari desiderosi di sapere e specialmente i giudici e i notai aspiranti, come dimostra il Mengozzi (1), a guadagnare il titolo di *judices* e di *notarii sacri palatii*; ora, con la rinascita degli studi, che si manifesta fin dagli albori del secolo XI, la corrente si allarga anche fuori dei confini del regno italico, e numerosi sono a Pavia gli scolari che provengono dalla Provenza e dalla stessa Francia occidentale. L' *Expositio* attesta lo studio e la conoscenza del diritto romano, sia per le numerose citazioni dei testi desunti dal Codice, dalle Istituzioni, dall' *Epitome Juliani* e dalla prima parte del Digesto; sia sopratutto per la concezione del diritto romano, come *lex omnium generalis*, a cui si doveva ricorrere ogni volta che mancasse una disposizione esplicita di legge ed ogni volta che l' interpretazione delle leggi vigenti lo consentisse.

È noto che, a questo periodo, spettano una serie di opère divulgative del diritto romano, che tendono univocamente a servire alle esigenze di una pratica sempre più incline al diritto romano e che sono costruite su quei testi del diritto giustinianeo che avevano servito agli usi della scuola di Pavia (2). Si tratta del così detto Libro di Tubinga, del Libro di Ashburnam, del Libro di Graz, del Libro di Praga e finalmente di quelle *Exceptiones Legum Romanorum*, attribuite a un compi-

(1) G. MENGOZZI, *Ricerche sull' attività della scuola di Pavia nell' alto medio evo*, Pavia, tip. Cooperativa, 1924, p. 321 sgg.

(2) Su queste opere in generale, v. CONRAT, *Geschichte d. Quellen und Literatur d. röm. Rechts im fr. Mittelalter*, Berlin 1889-90, pag. 276 sgg.; FITTING, *Die Institutionenglosse d. Gualcausus*, Halle 1894, p. 35 sgg.; BESTA, *Storia del diritto italiano: legislazione e scienza giuridica*, Milano 1923, p. 335 sgg.

latore di nome Petrus, le quali hanno avuto la maggiore divulgazione nel periodo prebolognese. Sull' origine di questi testi, regna la maggiore incertezza, poichè gli storici del diritto li attribuiscono variamente all' Italia o alla Provenza e per l' Italia si adducono argomenti per legarli ora a Pavia, ora alla Toscana, ora a Ravenna. Probabilmente non tutti derivano da uno stesso luogo e da una stessa scuola; ma tutti hanno avuto una medesima fortuna e cioè sono stati principalmente divulgati nella Francia meridionale e specialmente in Provenza, penetrando poi di là nelle altre regioni della Francia settentrionale e occidentale e in quelle della Spagna settentrionale, tra la seconda metà del secolo XI e la prima metà del secolo seguente. Senza entrare ora nel labirinto di queste opinioni, e attenendoci anche alle opinioni più generalmente accolte, si può presumere che quei testi siano sorti in Italia, nel corso del secolo XI, e precisamente in un periodo in cui dalla Francia e dalla Spagna passarono più numerosi in Italia gli scolari per apprendervi la nozioni del diritto romano; e ciò spiegherebbe come questi testi, sorti in Italia, abbiano poi avuto la maggiore fortuna e la maggiore diffusione nella Francia meridionale, mentre in Italia furono rapidamente sostituiti coi nuovi testi più completi e più profondi della scuola bolognese. In particolare, per il Libro di Tubinga, che sembra il primo testo di questa serie (1), già il Fitting addusse alcune ragioni che lo fanno ritenere derivato dalla scuola di Pavia (2), ed ora il Mengozzi, che ha impreso a studiare, con maggiore larghezza, l' attività della scuola di Pavia, in questo ramo di studi, conferma questa derivazione e la soffraga con nuovi argomenti (3).

Senza entrare ora a fondo in questa complessa materia, mi limito a riprendere in esame le testimonianze che accertano l'affluenza degli studenti stranieri, e specialmente francesi, alla scuola di Pavia, fra la metà del secolo XI e la metà del secolo seguente.

È stata frequentemente ricordata e discussa la lettera di un monaco di S. Vittore di Marsiglia, che i dotti benedettini Martène e Durand trassero dagli archivi di quel monastero e

---

(1) È edito dal CONRAT, in *Bullett. dell' Istituto di diritto romano*, III, p. 83 sgg.

(2) Specialmente nello scritto *Zur Geschichte d. Rechtswissenschaft im Mittelalter*, nella *Zeit. d. Sav.-Stiftung f. Rechtsgesch.*, N. F. VI, 1885, p. 135 sgg.

(3) MENGOZZI, *Ricerche sull' attività della Scuola di Pavia*, p. 354 sgg.

attribuirono all'anno 1065 (1). La lettera è scritta da Pavia, da un monaco per nome R. e diretta al suo abate B., e chiarisce come il monaco, inviato a Roma per un grave negozio del suo monastero, si trovasse poi impedito a proseguire il viaggio per la perdita della sua cavalcatura e decidesse pertanto, giunto a Pavia, di dedicarsi qui agli studi letterari e giuridici, in un momento in cui numerosi Provenzali si recavano in Italia per motivo di studio, salvo poi a riprendere il viaggio verso Pisa, dove invocava gli fossero mandati i sussidi necessari e le istruzioni relative.

Riproduco l'inizio e la parte sostanziale della lettera, che ha un certo interesse per la storia della scuola medioevale:

B. suo reverendissimo domino summaeque laudis dignissimo monasterii Massiliensis divinae largitatis munificentia dispensatori quam optimo, R. eiusdem servus omnium licet tibi famulantium humillimus, non in dilectione tamen minimus debitae servitutis obsequium.

Noscat itaque vestra, desiderantissime pater, clementia, me quondam praedicti coenobii fratrum accepta licentia, pro quondam nobis imminenti et intolerabili negotio satis, ut credo, jam vobis notificato Romam ire coepisse, ac usque Papiam sine collega proprio nimia paupertate dimisisse, Romam cum extraneis profectum fuisse: sed quia divinae voluntati me coeptum iter complere non libuit, animal cujus vehiculo Romam usque tendere satagebam in itinere prius infirmatum prorsus ibidem mihi defuit. Quapropter ulterius incedere quia non valerem, infectoque negotio statim redire vehementer erubescerem, prius quidem titubare coepi, postremo tamen litterarum studiis operam dare disposui, ibique paucis Dei gratia interpositis moris, hactenus animum exercendo moratus fui. Haec est igitur causa, dulcissime domine, cur postquam illud quod anima mea diu optaverat, evenisse concepi, ad vos festinare distuli. Immo magis ac magis, ut melius vobis ammodo vita comite deservire valeam, studere proposui. Nunc autem quia per totam fere Italiam scholares et maxime Provinciales necnon ipsius ordinis, de quo sum, quia plures legibus catervatim studium adhibentes incessanter conspicio, et monasterium nostrum a clericis et a laicis sine intermissione placitando lacessiri, atque justarum possessionum detrimentum pati considero, aliquantulam hujusmodi scientiam habere desidero. Nam si quid in hoc opere, divina largiente gratia, praevalerem, nec saecularibus placitis initiarem, sed solam nostri monasterii justitiam quantum possem, adjuvarem. Si vestrae igitur, summe pater, dignitati placeat, ut in hoc opere studium pro posse meo exerceam, quaeso et suppliciter obsecro, quatenus super hoc negotio caritavam

---

(1) MARTÈNE et DURAND, *Veterum scriptorum et monumentorum amplissima collectio*, I, col. 470 sgg.

mihi licentiam impendatis, et Pisano priori vestris litteris, ut mihi subveniat, mandare disponatis. Si enim quod expecto apud vestram misericordiam impetravero, Pisas ad exercendum ibi studium, si Deus concesserit, adiero. Interim autem usque ad festivitatem sancti Michaëlis vestrae consolationis praeceptum expectavero. Valete.

Già gli editori avevano supposto che la lettera fosse indirizzata all'abate Bernardo, che teneva il governo del monastero dal tempo della sua elezione, avvenuta il 19 marzo 1065, fino al 1079, il solo, nella serie degli abati di S. Vittore, a cui convenga l'iniziale espressa nella lettera (1). Ma il Savigny, fuorviato dall'accenno alle schiere degli studiosi di diritto venienti in Italia, accenno che, nella sua concezione della storia del diritto romano nel medio evo, poteva accordarsi soltanto col secolo XIII, attribuì la lettera all'anno 1217 (2). Senonchè il Dümmler confermò l'ipotesi dei primi editori, rilevando che questi ultimi non avrebbero mai potuto scambiare una scrittura del secolo XIII con quella di due secoli prima, e osservando che lo stile della lettera, se conviene al secolo XI, non conviene affatto a quello del secolo XIII (3); e il Fitting (4) ribadì questi argomenti, aggiungendo anzi due ragioni ulteriormente convincenti: la prima, che l'interesse espresso dal monaco nella lettera per gli studi del diritto romano non avrebbe potuto convenire al principio del secolo XIII, dopo le rigide proibizioni del concilio di Reims del 1131, rinnovate nel 1139, nel 1163, e nel 1180, e la seconda che il saluto contenuto nella lettera, al nuovo abate, eletto, durante l'assenza del monaco, dopo un lungo periodo di vacanza, quando il monaco poteva essere, come dice il testo, « iam rectoris indigentia penitus obfuscatum », ben si adatta col periodo storico sopra accennato, allorchè, dopo la morte dell'abate Durando, nel 1064, il monastero di S. Vittore di Marsiglia era stato per un anno privo di governo, e soltanto il 19 marzo del 1065 aveva avuto il nuovo abate nella persona di Bernardo.

Ma nuovi dubbi sollevò in seguito il Novati (5). Parve a lui che troppo debole indizio, per una datazione sicura,

(1) Martène et Durand, op. cit., I, col. 465 sgg.

(2) Savigny, *Storia del dir. rom. nel medio evo*, I, p. 613.

(3) Dümmler, *Anselmus der Peripatetiker*, p. 11, n. 3.

(4) Fitting, in *Zeit d. Sav.-St. f. Rechtsgesch.* N. F., VI, 1885, pp. 135-7.

(5) F. Novati, *L'influsso del pensiero latino sopra la civiltà italiana del medio evo*, Milano 1889, pp. 242-5. Qualche dubbio avanzò anche

fosse la semplice iniziale del nuovo abate; mentre tutto il testo della lettera, col racconto alquanto semplicista della cavalcatura morta per via, con le formule puramente scolastiche della salutazione e dell'introduzione, faceva pensare che si fosse piuttosto di fronte a un modello di arte dettatoria, preparato per esercizio da qualche retore, senza alcuna connessione con la realtà.

Questi dubbi sono tuttavia eccessivi. Anzitutto la formula iniziale della salutazione corrisponde esattamente alle forme del secolo XI, e contiene l'indicazione di una iniziale, che può essere spiegata soltanto riferendola all'abate Bernardo, eletto nel 1065. In secondo luogo, il racconto della cavalcatura, infermatasi e morta per via, non ha nulla di strano. Il monaco che, per il fatto di viaggiare solo e con mezzi scarsi, non è in grado di procurarsi il cambio dei cavalli alle varie stazioni, ed è costretto ad accompagnarsi ad estranei, con una modesta cavalcatura, che, per la via, si ammala e muore, non è cosa affatto insolita nelle forme dei viaggi medioevali. Il monaco di Marsiglia, poi, segue la via, che, per essere battuta più frequentemente dai viaggiatori provenienti dalla Francia, si diceva fin d'allora *Via Francisca:* la via che, per Vercelli e Pavia, Piacenza e Borgo S. Donnino, conduceva, attraverso al passo della Cisa, a Luni, a Pisa, a Siena e a Roma. Nulla di strano che, com'egli racconta, perduto il cavallo presso Pavia, si risolvesse a dedicarsi frattanto agli studi letterari, allora fiorenti nella città lombarda, tanto più che, come espone nella lettera, erano allora numerosi i suoi compatrioti in Italia, intenti allo studio delle leggi romane; onde egli pensa di emularli, e adduce la ragione che ciò potrà servire anche agli interessi del monastero, in quanto questi potranno essere meglio tutelati dai conoscitori del diritto. Pertanto egli, mentre si preparerà a ripartire per Pisa e per Roma, a trattarvi il negozio per cui era stato delegato, raccomanda che, per mezzo del priore, che il monastero di S. Vittore teneva a Pisa, gli fossero mandati i sussidi necessari, affinchè egli potesse continuare negli studi e nel viaggio.

La lettera del 1065 dà dunque una testimonianza sicura sull'attività degli studi letterari e giuridici a Pavia, e, dopo quanto abbiamo esposto, ricordando i numerosi Provenzali che,

---

il Denifle, *Die Universitäten d. Mittelalters*, Berlin 1885, p. 318 n. 399. Ma per l'autenticità della lettera, si pronunciò anche il Besta, *L'opera di Irnerio*, Padova 1896, I, p. 30.

a quei giorni, si portavano in Italia per apprendervi le nozioni del diritto romano, essa attesta una condizione di cose che, proprio in quegli anni, corrispondeva alla realtà. Noi sappiamo che il diritto romano era insegnato a Pavia. La lettera aggiunge che il monaco si proponeva di continuare i suoi studi a Pisa, e noi sappiamo che, allora, la cultura giuridica anche in Toscana prendeva il maggiore slancio (1). Noi possiamo dunque ritenere corrispondente alla realtà la notizia che, nella seconda metà del secolo XI, si potevano vedere numerosi « per totam Italiam scholares et maxime Provinciales legibus catervatim studium adhibentes »; come è perfettamente credibile che il monaco di S. Vittore di Marsiglia, arrestato nel suo viaggio a Pavia, si dedicasse in questa città agli studi del diritto romano, che a quel tempo erano veramente in fiore, e alla scienza del diritto romano si sentiva fortemente attratto.

Noi abbiamo del resto una conferma sicura di queste notizie, relativamente a Pavia. Mezzo secolo più tardi, tra il 1119 e il 1124, un grammatico d'origine francese, insegnante a Pavia, Enrico Francigena, componendo una introduzione all'*ars dictandi*, sotto il titolo di *Gemma*, forse per uso dei suoi connazionali, dava un modello di lettera per lo scolaro che, dalla sede degli studi in Pavia, chiede denari allo zio lontano, e rappresentava questo scolaro intento notte e giorno allo studio delle leggi o della rettorica (2). L'importanza dell'operetta di Enrico Francigena fu già rilevata dal Fitting. Anzitutto essa attesta la continuità della scuola di Pavia, fino a quei giorni, e la frequenza degli studenti stranieri a quella scuola, dove si insegnava il diritto e l'arte del dire, secondo la remota tradizione lungamente rispettata. In secondo luogo, poichè l'autore di questa raccolta è di origine francese, e precisamente delle regioni settentrionali e occidentali della Francia, e non già Provenzale, esso dimostra che alla scuola di Pavia convenivano ormai numerosi gli studenti, non soltanto dalla Francia meridionale, ma anche dalle varie parti dell'Occidente, come avverrà per la scuola di Bologna.

---

(1) L. CHIAPPELLI, *Recherches sur l'état des études de droit romain en Toscane au XIe siècle*, in *Nouv. Revue historique de droit*, 1896 pag. 243 e sgg.

(2) Anche questo testo é riprodotto dal FITTING, in *Zeit. d. Sav.-Stiftung f. Rechtsgeschischte*, N. F., VII, 1886, p. 66-7.

È noto il testo di questa formula epistolare, che è tra le testimonianze più cospicue della continuità della scuola di Pavia:

Dulcissimo suo patruo P. C. eius unicus salutem et obsequium.

Vestre paternitati, patruelium piissime, innotescat me exulem Papie studio legum (*vel* dialectice) alacrem et sanum nocte dieque aderere et incessanter utilitati mee pro posse ingenii vacare, nisi quod vestimentorum nuditas, nummorum paucitas, nimie paupertatis sarcina me studiumque meum ultra modum aggravat. Reverti namque propter aliquod superveniens mihi — quod Deus avertat — infortunium, salva vestra loquor gratia, non antea disposui, quam omnibus meis [tam] parentibus quam amicis ingens offeram gaudium. Magis enim cupio exilium in alienis partibus et desolatum habere, ut pueriliter loquar: mori, quam ad innumeras et mordentes derisiones sine scientia literarum, gratia cuius huc veni, repatriare. Vos vero, patruelis dulcis, ex cuius arbitrio post Domnum et Sanctos eius toto mea salus et refrigerium pendet, saltem amore Dei necessaria mihi nepoti vestro et servo subpeditare non deferatis. Alienum panem hostiatim, ut supra dixi, prius queram, quam donum ut stultus redeam; quod vobis vestro[que] generi contumeliam fore nemo qui mentem constat [habere] dubitat.

Ancora al principio del secolo XIII, la scuola di Pavia continuava la sua attività, dedicandosi allo studio delle leggi e della retorica, secondo la sua antica tradizione. Come già Lanfranco era stato educato a Pavia « in scholis liberalium artium vel legum secularium ad suae morem patriae » (1); come il giudice Gualcoso, che pure era giurista, nei noti versi a lui dedicati, apparisce come retore che tiene con ferma mano le redini del sapere (2); così, al principio del secolo XII, ancora le leggi e la retorica, congiunte nell'insegnamento superiore, erano le materie, in cui, alla scuola pavese, si versavano gli studenti italiani e stranieri, che numerosi vi accorrevano (3).

Tali testimonianze, desunte dai documenti più sicuri, fra il principio del secolo XI e la prima metà del secolo XII, ci consentono di definire l'organizzazione della scuola di Pavia nell'alto medio evo. Questa scuola, proveniente, come tutte le

---

(1) Milone Crispo, *Vita* cit. § 15.

(2) Boretius, § 80. Sono i noti versi riferiti all'opera di Gualcoso: « rectis quod strinxit rethor habenis-Walcausus meritus ».

(3) Oltre la lettera ora ricordata, un altro passo della *Gemma* propone la domanda: « Civis vel cuius gentis? »; e risponde « Romanus sum vel Francigena ». Cfr. Fitting, loc. cit., n. 1, il quale giustamente deduce la frequenza degli studenti stranieri in Pavia anche dal fatto che vi si trovava un maestro francese.

altre, dal tronco comune delle scuole di retorica dell'età antica, aveva, a un certo punto, dedicato, in modo speciale, le sue attività allo studio delle leggi, nella capitale del regno, dove questo studio doveva essere più specialmente richiesto. Si era venuto così staccando un ramo speciale di studi, quello legale, che aveva per base lo studio delle leggi longobardo-franche, col confronto delle leggi romane; mentre si era continuato poi, in un ramo a parte, lo studio delle arti liberali. Noi non sappiamo quando questo distacco si sia iniziato. È probabile che esso risalga, come sostiene il Mengozzi, alla seconda metà del secolo IX. I maestri di questi due rami erano sempre *rethores*; ma fra essi ve ne erano alcuni, che si dedicavano specialmente all'insegnamento delle leggi e alla formazione dei giudici e dei notai del sacro palazzo. È certo che questo movimento era perfettamente compiuto al principio del secolo XI, poichè allora a Pavia, come più tardi a Bologna, vi erano due rami di studi: le leggi e le arti liberali. Alle leggi si dedicavano coloro che aspiravano alla scienza giuridica e agli uffici di giudice; alle arti liberali si dedicavano tutti gli altri studiosi. Si poteva passare, come a Bologna, dall'uno all'altro ramo, e in genere dalle arti liberali allo studio delle leggi.

A questo periodo, per quanto di qualche decennio più avanzato, può essere riferita, a mio parere, la descrizione della vita studentesca pavese, che emerge dal carme goliardico noto sotto il titolo di *confessio Goliae* (1). L'autore che era di origine germanica, e che viveva ora al seguito di Rinaldo di Dassel, arcicancelliere d'Italia, da poco assunto all'arcivescovado di Colonia (1158), scrive il suo carme negli anni 1161-1162, allorchè si trovava col suo presule al servizio dell'imperatore Federico I nelle imprese di Lombardia, e confessa, in forma facile e arguta, i suoi errori passati, promettendo di emendarsi. A scusare questi errori, egli adduce non soltanto la debolezza della natura umana, ma anche le seduzioni dell'ambiente in cui si era trovato a vivere; e dichiara che chi ha vissuto a Pavia non può essersi conservato casto, che troppo facili sono in quella città le vie del piacere e che tra le molte torri, per cui Pavia era realmente famosa, non aveva trovato la torre della virtù:

(1) Mi riferisco all'edizione recente di M. MANITIUS, *Die Gedichte d. Archipoeta*, Monaco 1913 (Münchener Texte n. 9), di cui seguo anche le opinioni, che mi sembrano fondate, sulla data del carme e sulla personalità dell'autore.

Quis in igne positus igne non uratur?
Quis Papiae demorans castus habeatur?
Ubi Venus digito iuvenes venatur,
Oculis illaqueat, facie predatur?

Si ponas Ypolitum hodie Papie
Non erit Ypolitus in sequenti die:
Veneris in thalamos ducunt omnes vie,
Non est in tot turribus turris Alethie.

Tutto il tono del carme ed i richiami mitologici stanno ad indicare le reminiscenze della scuola. Enrico Francigena ci ha dimostrato la frequenza degli studenti stranieri a Pavia tra il 1119 e il 1124; nulla vieta di credere che il poeta del 1161 richiamasse le gesta della sua vita studentesca a Pavia, di qualche anno anteriore, e cioè verso il 1150. Soltanto alla metà del secolo si affermò, senza contrasto, il predominio di Bologna, e perciò fino a quel tempo potè durare la rinomanza della scuola pavese, in modo da attrarre fino a quegli anni gli studenti stranieri, avidi di sapere e d'avventure (1).

L'attività di questo periodo e il nome dei maestri sono meno noti, poichè, come si dirà, col sorgere della scuola di Bologna, la scuola di Pavia è in piena decadenza. Tuttavia appartengono a questo periodo numerosi scritti giuridici, come il trattatello delle successioni (2) ed altri minori scritti; nè è escluso che, fin da questo periodo, fosse usata anche a Pavia la forma sistematica della *Lombarda* e che i commentari di Ariprando e di Alberto, che rappresentano non altro che appunti scolastici da lezioni orali, presi anteriormente al 1136 (3), provengano da Pavia. Ariprando, che apparisce fra i giudici dell'imperatore Enrico V, in due documenti milanesi degli anni 1110 e 1111 (4), è detto in alcune glosse, *placentinus* (5), ma,

(1) Ancora, nella letteratura dei trovatori tedeschi, come ha notato il MERKEL, *Appunti*, p. 11, n. 3, si trova il ricordo della scuola di Pavia. L'antica canzone dice:

Ein Tag den thät man legen
Gen Pavia auf die Schul reichlich
Dahin sie sollen kommen gleichlich.

(2) BORETIUS, § 85.

(3) ANSCHÜTZ, *Die Lombarda-Commentare*, Heidelberg 1855, p. XIX sgg.

(4) ANSCHÜTZ, *op. cit.*, p. XIX.

(5) NEUMAYER, in *Zeit. d. Sav.-Stit. f. RG. Germ. Abth.* XX, p. 225, n. 5.

poichè fu certo insegnante, suppongo che abbia insegnato a Pavia, dove il nuovo testo della *Lombarda* fu forse creato o presto accolto e commentato. Ma, anche a prescindere da queste ipotesi, è certo che, sulla fine del secolo XI e al principio del seguente, sono ancora numerosi, nei documenti pavesi, i nomi dei giudici palatini e regi (1), che continuavano l'antica tradizione nei tribunali e forse nella scuola. E probabilmente maestro alla scuola di Pavia dovette essere il giudice Ardingo, che, in una sentenza del 1112, emessa dai consoli e dal popolo di Pavia, in pubblico arringo, viene detto « legum dogmate primus » (2).

Tra i maestri della scuola di Pavia si deve, probabilmente, rassegnare anche il giurista pavese Moyses, designato con la qualità di *episcopus* e ricordato per alcune opinioni famose, in materia di proprietà dai glossatori bolognesi (3), e specialmente da una glossa di Carlo di Tocco al testo della *Lombarda*, I, 25, 1, *in curte regis* (4):

> Quia muri et eorum tuitio ad regem spectat qui et muros et civitatem possidet, licet Moyses Papien. episcopus dixerit cives Papien. muros possidere.

Pavia non ebbe alcun vescovo di questo nome; ma bensì un Mosè fu arcivescovo di Ravenna tra il 1144 e il 1154; ed è noto che questo Mosè era nativo di Vercelli, e nel 1143 comparisce a Venezia, insieme con Walfredo e Graziano, maestri della scuola di Bologna ed altri giudici, a dare consiglio in una causa ecclesiastica di grande importanza (5). Il Neumeyer ha supposto che anch'esso fosse docente alla scuola di Bologna, e la cosa non è affatto impossibile. Ma merita rilievo che l'opinione espressa da Mosè sul diritto di proprietà dei cittadini pavesi sulle mura urbane, contro l'opinione dei romanisti bo-

---

(1) Soltanto nel doc. dell'anno 1084 (Ficker, IV, p. 130), troviamo i seguenti nomi: Guilielmus, Ardecione, Petrus, Adelbertus, Lanfrancus, Gandulfus, ecc.

(2) Capsoni, *Origine e privilegi della chiesa di Pavia*, Pavia [1769], p. LXIV. Nel documento appariscono anche *Ugo judex*, *Bernardus advocatus* e *Lanfrancus causidicus*.

(3) Azo, *Summa codicis* I, 2; Accursius, *gl. nomen universitatis*, l. 7 *Dig.* III, 4.

(4) Caroli de Tocco, *Comment. leg. langob.*, ed. 1537, rubr. 31. Cfr. Neumeyer, in *Zeit. d. Sav.-St. f. Rechtsgesch.*, G. A. XX. p. 250 sgg.

(5) Gloria, *Cod. dipl. padovano*, II, 1, n. 419.

lognesi, si adatta quasi esclusivamente a Pavia. Questa città, infatti, era tra le pochissime italiane che, non avendo avuto il vescovo conte, poteva escludere la pretesa dei vescovi al dominio delle mura cittadine; ed è certo, per esempio, che a Ravenna il possesso delle mura e delle porte della città era senza contrasto riconosciuto all'arcivescovo (1). Si può supporre che la glossa, raccolta da Carlo di Tocco, indicasse originariamente l'opinione di *Moyses Papiensis*, che dalla sua patria, Vercelli, avrebbe prima insegnato a Pavia, poi si sarebbe trasferito a Bologna, donde sarebbe stato elevato alla cattedra arcivescovile di Ravenna; o che da allora egli fosse designato, alla scuola di Bologna, come attestano le glosse di Azone e di Accursio, col titolo di *archiepiscopus* ed erroneamente da Carlo di Tocco come *episcopus Papiensis*.

Così tra i maestri della scuola pavese potrebbe forse essere indicato anche il mantovano Vacella. Si ignora dove questi abbia insegnato, e il Besta ha pensato ad una ipotetica scuola di Mantova (2). Ma merita riflessione il fatto che le opinioni sostenute da Vacella, in materia di duello, corrispondono esattamente, come osserva il Neumeyer, a quelle che, nella glossa di Carlo di Tocco, sono genericamente attribuite ai *Papienses* (3). Anzi, nella glossa di quel giurista, composta verso l'anno 1215, ma con elementi desunti dalla sua dimora bolognese, tra gli anni 1180 e il 1190, si ricordano le opinioni dei *Papienses*, come ancora vive e reputate (4), per modo da far credere che la scuola fosse allora tuttavia in vita ed in pregio.

Ma sopratutto è degno di nota l'attività che i giudici pavesi volgono alla materia dei feudi, iniziando, come giustamente suppone il Besta (5), la composizione dei *libri feudorum*. E forse dalla scuola usci il primo trattatello sulle successioni nei feudi, abbastanza simile nella forma ai trattati sulle successioni della scuola longobardista, trattatello che, al principio del secolo XII, il giurista Ugo de Gambolò, che fu giudice,

---

(1) Ughelli, *Italia sacra*, II, 362, 371.

(2) Cfr. Patetta, *Atti della R. Accad. di Torino*, XXXII, 1896, p. 89 sgg.; Besta, in *Riv. ital. per le scienze giur.*, 1902, p. 183 sgg.

(3) Caroli de Tocco, gl. *amittat* I, 9, 35; *se defendat* I, 25, 57; *purificare*, I, 32, 3, da confrontare con Vacella, I, 9, 23; I, 9, 35.

(4) gl. *apparet*, II, 55, 24: « Quidam autem Papienses dicunt...., et dum in litere habetur *absconso* dicunt potuit esse glosellam et eam non legunt ».

(5) Besta, *St. del dir. ital.*, I, pp. 440-1.

poi console a Pavia nel 1112 (1), rimaneggiava con aggiunte e dichiarazioni, componendo più tardi, e sempre prima del 1136, quella parte del testo che va sotto il titolo di *capitula Ugonis* (2). Da questa materia si svolgono più tardi, con l'intervento dei giudici milanesi, i testi delle *Consuetudines feudorum*, che, verso la metà del secolo XII, formano la così detta recensione obertina. A me basta qui di determinare che, alla composizione di questo testo, il quale si formò tra Pavia e Milano, tra la metà del secolo XI e la metà del secolo XII, non poteva restare estranea la scuola di Pavia, la quale, in quegli anni, ebbe il periodo del suo maggiore fiorimento. I giudici pavesi, che molte volte furono anche docenti, dovettero avere dalla pratica la spinta a considerare anche la materia feudale, e di qui venne il primo canovaccio dei *Libri feudorum*.

II.

Con la dissoluzione del regno italico, Pavia perdeva la sua posizione di capitale. Quasi contemporaneamente, il sorgere della Scuola di Bologna, recando nuovi metodi nello studio del diritto romano, oscura la fama dello studio ticinese. Tuttavia questo oscuramento non fu improvviso. Ancora, nella prima metà del secolo XII, per il passaggio necessariamente lento dall'una all'altra scuola, Pavia dovette conservare una parte almeno della sua fama nella scienza giuridica, come attesta anche la tradizione bolognese (3); ma, più tardi, nella seconda metà del secolo XII, la gloria dell'insegnamento giuridico passa tutta a Bologna. La scuola di Pavia declinò lentamente, e poi se ne perdette quasi la traccia. Il pavese Ottone, abbracciato il nuovo metodo, si portò ad insegnare a Bologna, e così fecero numerosi giuristi lombardi, come Giovanni Bassiano, Guglielmo da Cabriano ed altri.

Pur tuttavia gli studi continuano a restare in onore a Pavia. Abbiamo già veduto, tra la fine del secolo XI e i primi anni del secolo XII, formato alla scuola di Pavia il primo nucleo delle *Consuetudines feudorum*, a cui il giudice pavese

---

(1) FICKER, *Forschungen*, II, p. 272, n. 10; LEHMANN, *Lang. Lehnrecht*, Gottinga 1896, p. 78.

(2) Cfr. LEHMANN, op. cit., p. 139 sgg.

(3) Specialmente in rapporto alle così dette falsificazioni gualcosine, cfr. SAVIGNY, *Storia del dir. rom. nel medio evo*, trad. BOLLATI, II, p. 189 sgg.

Ugone di Gambolò aggiunge, sul principio del secolo XII, notevole materia. Il nome di Ottone pavese, maestro famoso alla scuola di Bologna, attesta l'interesse dedicato agli studi del diritto romano. Quanto al diritto canonico, che aveva avuto sempre largo culto in Pavia, come dimostrano anche le citazioni dell'*Expositio* (1), si deve ricordare che la prima grande collezione di decretali, dopo il *Decretum* di Graziano, è opera di Bernardo da Pavia, che la compose verso la fine del secolo XII (2), con un ordinamento, che fu accolto poi per tutte le collezioni posteriori e che rivela la sua derivazione diretta dalla scuola.

La scuola di Pavia, attestata ancora dai documenti sopra ricordati, privata ormai dalla rinomanza di scuola generale e ridotta pertanto al grado di semplice scuola locale, continuò tuttavia ancora per i secoli successivi, fino alla fondazione delle Studio generale e fu indubbiamente la ragione determinante di questa fondazione. Nella scarsità dei documenti pavesi, tra i secoli XII e XIV, conseguente la distruzione degli archivi comunali, si è costretti a procedere, in base a poche prove dirette, interpretate per via di induzione; ma le prove dirette segnalate già dal Nova, e criticamente discusse dal Denifle e dal Moriani (3), ed altre prove indirette, qui proposte, sono più che sufficienti a dimostrare la continuità della scuola.

Le testimonianze precedentemente addotte ci hanno condotto alla metà del secolo XII. Allora Pavia, perduto l'antico primato politico, di fronte ad altre città più popolose e più potenti, vede anche sfiorire il pregio della sua antica scuola. Ma non perdette la tradizione dell'insegnamento. Nel 1180, veniva eletto a vescovo della città Lanfranco juniore, che doveva rapidamente guadagnare la fama e il titolo di santo. La sua vita, scritta al principio del secolo XIII da un suo concittadino, dice che Lanfranco aveva studiato nella sua patria, distinguendosi subito fra i condiscepoli per l'amore alla scienza. Più tardi era stato chiamato all'insegnamento, divenendo

(1) *Expos ad. Pipp.* 4; *Lodov.* 53.

(2) *Quinque compilationes antiquae*, ed. FRIEDBERG, Lipsia 1882.

(3) NOVA, *La filosofia, la filosofia del diritto e l'Università*, p. 161 sgg.; DENIFLE, *Die Universitäten d. M. A.*, p. 579 sgg.; L. MORIANI, *Influenza esercitata dall'Università di Pavia negli studi della giurisprudenza civile*, Diss. inaug., nell'*Annuario dell'Univ. di Pavia*, 1890 91, Pavia 1891. p. 40 sgg.

poi console a Pavia nel 1112 (1), rimaneggiava con aggiunte e dichiarazioni, componendo più tardi, e sempre prima del 1136, quella parte del testo che va sotto il titolo di *capitula Ugonis* (2). Da questa materia si svolgono più tardi, con l'intervento dei giudici milanesi, i testi delle *Consuetudines feudorum*, che, verso la metà del secolo XII, formano la così detta recensione obertina. A me basta qui di determinare che, alla composizione di questo testo, il quale si formò tra Pavia e Milano, tra la metà del secolo XI e la metà del secolo XII, non poteva restare estranea la scuola di Pavia, la quale, in quegli anni, ebbe il periodo del suo maggiore fiorimento. I giudici pavesi, che molte volte furono anche docenti, dovettero avere dalla pratica la spinta a considerare anche la materia feudale, e di qui venne il primo canovaccio dei *Libri feudorum*.

II.

Con la dissoluzione del regno italico, Pavia perdeva la sua posizione di capitale. Quasi contemporaneamente, il sorgere della Scuola di Bologna, recando nuovi metodi nello studio del diritto romano, oscura la fama dello studio ticinese. Tuttavia questo oscuramento non fu improvviso. Ancora, nella prima metà del secolo XII, per il passaggio necessariamente lento dall'una all'altra scuola, Pavia dovette conservare una parte almeno della sua fama nella scienza giuridica, come attesta anche la tradizione bolognese (3); ma, più tardi, nella seconda metà del secolo XII, la gloria dell'insegnamento giuridico passa tutta a Bologna. La scuola di Pavia declinò lentamente, e poi se ne perdette quasi la traccia. Il pavese Ottone, abbracciato il nuovo metodo, si portò ad insegnare a Bologna, e così fecero numerosi giuristi lombardi, come Giovanni Bassiano, Guglielmo da Cabriano ed altri.

Pur tuttavia gli studi continuano a restare in onore a Pavia. Abbiamo già veduto, tra la fine del secolo XI e i primi anni del secolo XII, formato alla scuola di Pavia il primo nucleo delle *Consuetudines feudorum*, a cui il giudice pavese

(1) Ficker, *Forschungen*, II, p. 272, n. 10; Lehmann, *Lang. Lehnrecht*, Gottinga 1896, p. 78.

(2) Cfr. Lehmann, op. cit., p. 139 sgg.

(3) Specialmente in rapporto alle così dette falsificazioni gualcosine, cfr. Savigny, *Storia del dir. rom. nel medio evo*, trad. Bollati, II, p. 189 sgg.

Ugone di Gambolò aggiunge, sul principio del secolo XII, notevole materia. Il nome di Ottone pavese, maestro famoso alla scuola di Bologna, attesta l'interesse dedicato agli studi del diritto romano. Quanto al diritto canonico, che aveva avuto sempre largo culto in Pavia, come dimostrano anche le citazioni dell'*Expositio* (1), si deve ricordare che la prima grande collezione di decretali, dopo il *Decretum* di Graziano, è opera di Bernardo da Pavia, che la compose verso la fine del secolo XII (2), con un ordinamento, che fu accolto poi per tutte le collezioni posteriori e che rivela la sua derivazione diretta dalla scuola.

La scuola di Pavia, attestata ancora dai documenti sopra ricordati, privata ormai dalla rinomanza di scuola generale e ridotta pertanto al grado di semplice scuola locale, continuò tuttavia ancora per i secoli successivi, fino alla fondazione dello Studio generale e fu indubbiamente la ragione determinante di questa fondazione. Nella scarsità dei documenti pavesi, tra i secoli XII e XIV, conseguente la distruzione degli archivi comunali, si è costretti a procedere, in base a poche prove dirette, interpretate per via di induzione; ma le prove dirette segnalate già dal Nova, e criticamente discusse dal Denifle e dal Moriani (3), ed altre prove indirette, qui proposte, sono più che sufficienti a dimostrare la continuità della scuola.

Le testimonianze precedentemente addotte ci hanno condotto alla metà del secolo XII. Allora Pavia, perduto l'antico primato politico, di fronte ad altre città più popolose e più potenti, vede anche sfiorire il pregio della sua antica scuola. Ma non perdette la tradizione dell'insegnamento. Nel 1180, veniva eletto a vescovo della città Lanfranco juniore, che doveva rapidamente guadagnare la fama e il titolo di santo. La sua vita, scritta al principio del secolo XIII da un suo concittadino, dice che Lanfranco aveva studiato nella sua patria, distinguendosi subito fra i condiscepoli per l'amore alla scienza. Più tardi era stato chiamato all'insegnamento, divenendo

(1) *Expos ad. Pipp.* 4; *Lodov.* 53.

(2) *Quinque compilationes antiquae*, ed. FRIEDBERG, Lipsia 1882.

(3) NOVA, *La filosofia, la filosofia del diritto e l'Università*, p. 161 sgg.; DENIFLE, *Die Universitäten d. M. A.*, p. 579 sgg.; L. MORIANI, *Influenza esercitata dall'Università di Pavia negli studi della giurisprudenza civile*, Diss. inaug., nell'*Annuario dell'Univ. di Pavia*, 1890-91, Pavia 1891, p. 40 sgg.

maestro famoso in arti e in teologia (1). Si è supposto dal Denifle che si tratti, in questo caso, di scuole conventuali (2); ma l'ipotesi mi sembra eccessiva. Il biografo descrive Lanfranco « scholasticis deditus disciplinis », fra numerosi condiscepoli, ed esperto nelle arti e nelle scienze. Si può ritenere, con maggiore probabilità, che si tratti di pubbliche scuole.

Anche ridotta a più limitati confini, la scuola dovette continuare, col fine pratico di sopperire alle esigenze della vita locale. Fin dal secolo XIII, abbiamo notizia per Pavia del Collegio dei giudici e del Collegio dei notai, e dobbiamo ritenere che le scuole dovessero servire alla preparazione di coloro, che si dedicavano poi a queste professioni, entro i confini della giurisdizione comunale. Anzi il Collegio dei giuristi, che si trova menzionato per la prima volta nel 1260 (3), volendo guadagnare, in tempi più avanzati, una certa ingerenza nell'Università di Pavia, posteriore al 1361, non esitava ad invocare l'antica tradizione dello studio pavese, a cui si proclamava legato (4). Quanto al Collegio dei notai, attestato fin dal 1204 (5), è certo che esso provvedeva per privilegio alla iscrizione matricolare dei propri adepti, sulla base di una sufficiente preparazione scolastica (6). È evidente che, caduta la fama della scuola, e dopochè, nel corso del secolo XIII, si era formato, sull'esempio di Bologna, il nuovo diritto scolastico, che esigeva un titolo speciale di studio per coloro che aspiravano alla *licentia ubique docendi* o ad una più larga sfera professionale; è evidente, dico, che per costoro era ormai necessario

(1) PAPIENSE, *Vita Sancti Lanfranci*, I c. 2 ed. UGHELLI, *Italia sacra*, I, p. 1093: « Lanfrancus juvenis.... scholasticis deditus disciplinis.... condiscipulos profecto scientiae trascendebat. Denique magister effectus discipulos artibus et moribus fideliter instruebat.... Demum in eadem sacra pagina doctor effectus »....

(2) DENIFLE, op. cit., p. 573.

(3) ROBOLINI, *Mem. storiche di Pavia*, IV, p. 449.

(4) Nel 1454, fra i patti di capitolazione di Pavia allo Sforza, la città chiede, per quanto con esito negativo, che quattro dottori, estratti dal Collegio del giudici, « debeant constituere, ordinare et depurtare doctores »; e più tardi, nel 1454, il Collegio dei dottori, chiedendo la riconferma dei propri privilegi, invocano l'antichissima tradizione dello Studio pavese. - Arch. di Stato, Milano, *Pavia*, *Vicende di Comuni* (da comunicaz. del dott. R. Soriga).

(5) R. SORIGA, nel *Boll. pavese di storia patria*, XII, 1912, p. 365 sgg.

(6) *Anonimo Ticinese*, ed. MAIOCCHI, p. 29.

di uscire per gli studi dalla cerchia delle mura cittadine, e portarsi a Bologna.

Questo nuovo stato di cose mi sembra, in tale forma, lumeggiato dall'Anonimo ticinese, che scrive, esaltando la sua città, verso l'anno 1329. Egli incomincia col dire che in Pavia la cultura era sempre elevata, numerosissimi erano gli avvocati, i giudici, i notai, oltrechè i maestri di teologia: numerosi e peritissimi erano i medici, tanto fisici quanto chirurgici (1). Ma aggiunge subito che da Pavia si recavano a Bologna, più numerosi che da altre città, coloro che aspiravano a più alta dottrina e da Bologna ritornavano periti e dotti nel diritto civile e canonico e nella medicina (2). Giustamente il Denifle insiste sull'ultima testimonianza, contro le facili induzioni del Nova, per dimostrare che ormai a Pavia l'alta dottrina veniva da Bologna (3); ma sarebbe erroneo ritenere che, per l'Anonimo ticinese, tutti i giudici, tutti gli avvocati, tutti i notai, tutti i teologi, tutti i medici e tutti i cerusici, di cui tanto numero, secondo l'Anonimo, vantava la patria sua, venissero da Bologna. È naturale che la parte maggiore dovesse provenire da scuole locali, sempre costituite sulla tradizionale bipartizione dello studio del diritto e delle arti; e a Bologna si recassero, per quanto in gran numero, soltanto coloro, pur numerosi, che aspiravano a più alto titolo di studio. Una conferma a questa induzione si ha anche dallo stesso Anonimo, là dove egli ricorda la consuetudine pavese di recare doni, nelle feste principali, ai maestri (4). Vi era dunque un magi-

(1) *Anonimo tic.* ed. Maiocchi, *Rer. ital. Script.* (2ª ed.), XI, p. 27 1-5: « Ibi sunt quasi innumerabiles advocati vel judices et notarii: quoniam autem probati sunt amatores iusticie, in scientia subtiles et ad regendum industres, multi sepissime, etiam scientie juris secundum litteram, sed non secundum virtutem et operationem expertes, electi sunt ad aliarum civitatum regimina. Multi quoque illic magistri in Sacra Pagina aliisque scienciis provenerur ». Ivi, p. 29: « Notarii et tabelliones in tanta quantitate sunt, quod faciunt magnum collegium, et habent pallatium per se. Habent autem per privilegia potestatem seu auctoritatem alios notarios faciendi ».

(2) Ivi, p. 30: « Multi sunt in civitate peritissimi medici tam phisici quam cyrurgici: nam inter alias civitates illarum partium de ista plures mittuntur ad scolas Bononiam.... de qua veniunt periti ac docti in legibus, decretalibus et medicina, multi et quidam in hiis artibus conventati ».

(3) Denifle, op. cit., p. 571.

(4) *Anonimo tic.* p. 35, 25 sgg. « Multa exenia largiuntur.... etiam magistris scolarium ».

stero a Pavia; e questo magistero, dato l'ordinamento scolastico medioevale, non poteva non essere diretto alla formazione dei professionisti nei vari rami delle professioni.

Indubbiamente le scuole di Pavia erano ridotte a ben modesti confini; ma non erano spente.

In un testamento, in data 11 luglio 1344, segnalato dal Nova (1), un « magister Bartolomaeus de Lavolta » lasciava l'usufrutto e l'abitazione di una sua casa in Pavia agli scolari del suo paese natale « tantu tempore quanto iverint ad scolas.... ad ediscendum scientias.... omnes de progenie illorum de Lavolta, qui voluerint cum effectu ire ad studium liberalium artium, etiam aliarum scientiarum.... existentibus scolaribus et euntibus ad scolas et non aliter ». Dunque, nella prima metà del secolo XIV, vi era in Pavia una scuola d'arti liberali, che aveva anche sviluppi di altre scienze, evidentemente giuridiche, teologiche e mediche. E come si potrebbe dubitare che queste scuole non fossero la continuazione dell'antica?

È certo che, riferendosi alla metà del secolo XIV, e precisamente all'epoca di Giovanni Andrea, Pietro Ancarani, nel proemio al suo dotto commento alle Decretali di Bonifacio VIII, designa, come luoghi famosi di studio, dopo Bologna, anche Padova, Pavia e Perugia (2). È noto che Giovanni Andrea, e l'altro giurista ricordato nel testo, Jacopo Buttrigari, morirono di peste nel 1348: evidentemente l'Ancarani si riferisce a un periodo anteriore al 1348; e non è da escludere che anche la scuola locale di Pavia avesse, in quell'età, qualche giurista resosi più tardi famoso.

Quando, il 13 aprile 1361, allorchè Pavia era appena da due anni venuta in possesso di Galeazzo Visconti, per intercessione di quest'ultimo, e per la istanza di tutti gli ordini della città, veniva dato dall'imperatore Carlo IV il diploma, che creava lo studio generale in Pavia, quel diploma stesso poteva legittimamente riferirsi ad una tradizione di studi, sempre tenuta viva nell'antica città.

Il diploma imperiale del 1361 si dice promosso da una supplica del Podestà, del Capitano, degli Anziani del Comune

---

(1) Op. cit., p. 161. Cfr. DENIFLE, op. cit., p. 577.

(2) *In sexto Decretalium*, pr. : « suo quidem tempore (sc. Johannis Andree), studia Italie facundissimis et clarissimis doctoribus floruerunt, nam hoc Bononiense studium tunc habuit Ja. Butr. in legibus ; etiam alia studia sc. Paduanum, Papien. et Perusinum facundissimis doctoribus claruerunt ».

e del popolo di Pavia (1); e questo è segno sicuro delle cure continuate verso gli studi da parte degli amministratori cittadini; sicchè è lecito pensare che la supplica accolta dall'autorità del principe, non mirasse ad una creazione *ex nihilo*, ma ad una consacrazione pubblica, da parte dell'autorità competente in questa materia, l'imperatore, per dare all'antico studio comunale, trasformato e rinvigorito, il carattere giuridico di Studio generale.

Anche l'Azario, che scriveva a quell'epoca, narrando la nuova fondazione dello *Studium generale*, che egli definisce esattamente *instauratio*, si riferisce ad una più antica tradizione, e dice recisamente che Galeazzo Visconti, creando lo studio, « curavit habere universa studia in civitate Papiae, in qua antiquitus fuisse dicuntur. Et certe de jure bene stat » (2). Ora è evidente che le nuove provvidenze, dirette a restituire gli *universo studia*, un giorno lontano fiorenti, per cui era ancor viva in Pavia l'antica tradizione, non escludeva l'esistenza di più modeste scuole locali, che li avevano preceduti.

Il vincolo tra la nuova Università e le antiche scuole di Pavia si rivela anche nella costituzione dello Studio e nei luoghi dati all'insegnamento. Le spese dello Studio erano sostenute, fin dall'origine, parzialmente, dal Comune di Pavia, che pagava gli stipendi ad una parte dei dottori e dei lettori, e che continuava così le cure tradizionali verso la pubblica istruzione (3). Quanto alla sede delle scuole, risulta che, fin dal 1361, fu posta in un palazzo comunale, e precisamente nel *palatium Populi*, costruito verso la metà del secolo XIII a sede dell'organizzazione delle Arti, la quale si affermò in Pavia, come nelle altre città, a sviluppo della costituzione democratica del Comune, e andò rapidamente logorandosi nelle lotte interne della città. La tradizione raccolta dal Breventano e dal Bossi, asserisce che le scuole erano « in antico » « su quella piazzetta che si domanda del lino, vicino alla chiesa di S. Maria Perrone » (4), e perciò nell'odierna piazza del Popolo, là dove sorgeva, fino a cinquant'anni fa, in elegante stile gotico, una parte della fac-

(1) *Cod. diplom. dell' Università di Pavia*, ed. MAIOCCHI, Pavia 1905, vol. I, pag. 2.

(2) PETRI AZARII, *Chron.* c. 19, ed. MURATORI, *Script.* XVI, 406.

(3) *Cod. diplom. dell' Univ. di Pavia* vol. I, n. 30, p. 27.

(4) BREVENTANO, *Storia dell' antichità, nobiltà* ecc. Pavia 1570, p. 22 sgg.; BOSSI, *Le Chiese di Pavia*, ms. della Bibl. Univ. di Pavia, alla parola S. Pietro sul Muro.

ciata dell'antico palazzo del Popolo. Sappiamo che ivi fu posta, fin dall'*instauratio* del 1361, la sede dello Studio; ma sappiamo anche che, fin dal 1378, quella sede si rivelò insufficiente (1), e subito dopo furono affittate altre case, nel quartiere di Porta S. Pietro al Muro, e precisamente presso i luoghi dove sorse più tardi, ai tempi di Lodovico il Moro, l'attuale palazzo universitario, case, dove furono destinate le scuole di diritto (2), mentre quelle di filosofia e di medicina continuarono nell'antica sede, fino alla metà del secolo XV.

Sta di fatto che, nei primi diplomi di laurea a noi pervenuti del nuovo Studio, e negli altri testi ad esso relativi, si contengono espliciti richiami a più antica attività scolastica. Il diploma del 1374 e gli altri successivi sono emanati dal vescovo di Pavia, e vi è detto esplicitamente che il diritto di emanare tali diplomi compete al vescovo stesso « tam ex imperiali privilegio, quam longa et antiqua consuetudine » (3), « tam ex imperiali privilegio, quam actenus observata consuetudine et prescripta legiptime » (4), « tam de jure, imperiali privilegio, quam consuetudine actenus observata et per tanti temporis spatium prescripta legiptime, quod eius contrarii memoria non extitit » (5); ciò che sembra indicare antico, per il vescovo di Pavia, il diritto di concedere, secondo gli ordinamenti ecclesiastici del tempo, le lauree e i diplomi dell'attività accademica.

Così nel proclama dell'ottobre 1412, col quale si riapre regolarmente lo Studio, dopo alcuni anni di guerre e di calamità, si fa merito agli avi, non tanto di aver creato lo Studio, quanto di averlo accresciuto e avvalorato; e si richiamano poi dal testo delle *Honorantie civitatis Papie*, nelle forme a noi note, le notizie sulla scuola pavese dell'alto medio evo (7);

Illustres maiores suos, avitos utputa et paternos semper reminiscende, qui Studium jam per multorum annorum curricula sopitum vigilanter excitarunt et in hac regia civitate Papie vetustissima auxerunt . . . .

Studium enim generale floruit in dicta regia civitate temporibus regum Liutprandi filii regis Ansprandi, qui obiit in Papia . . . .

---

(1) *Cod. diplom. dell' Univ. di Pavia*, ed. Maiocchi, n. 100, p. 58.
(2) *Cod. dipl.* n. 104, pp 94-5; Bossi, ms. citato.
(3) *Cod. diplom.* cit., n. 15, a. 1374, p. 14.
(4) Op. cit., n. 21, a. 1374, p. 19.
(5) Op. cit. n. 24, a. 1374, p. 21, e via via in seguito.
(6) *Cod. dipl.* cit. vol. II, n. 195, p. 124.

Etiam revolutis pluribus annis, Studium generale floruit in dicta civitate, incipiendo a Berengario primo . . . usque ad Octonem tercius, prout in Institutis regalibus et ministeriis Regum Langobardorum et honoranciis civitatis sepedicte lacius continetur.

Col diploma di Carlo IV, era stato eretto in Pavia un « generale studium utriusque juris, videlicet tam canonici quam civilis nec non philosophie, medicine et artium liberalium », e questo Studio generale veniva dotato, tanto per la sua organizzazione interna, quanto per gli effetti professionali, di tutti i privilegi e di tutte le facoltà di cui godevano le Università di Parigi, di Bologna, di Oxford, di Orléans, di Montpellier, e gli altri Studi privilegiati. Ma, con ogni certezza, la nuova istituzione veniva innestata sopra un tronco preesistente.

L'antica scuola pavese aveva avuto un periodo di vivo splendore, per cui aveva preceduto e superato, in ordine di tempo e di fama, ogni altro centro di studi. Poi aveva avuto una lunga fase di decadenza, tra la metá del secolo XII e la metà del secolo XIV, in cui la scuola aveva servito, più modestamente, alle esigenze della preparazione professionale locale. Lo studio risorgeva, con nuovo alimento, nel 1361 ; ma, nel suo rinnovato splendore, esso si ricongiungeva ad una antica fiamma, che le varie vicende dei tempi avevano affievolito, non spento.

GENNAIO 1925

Giorno	Lago Maggiore Porto di Angera M. 193.[illegible]* 12h	Lago di Lugano Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Lago di Como Como, Porto M. 197.521* 12h	Lago di Como Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lago di Como Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Lago d'Iseo Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Lago di Garda Salò M. 64.016* 12h
1	— 0.21	+ 0.34	+ 0.05	+ 0.06	— 0.23	+ 0.03	+ 0.64
2	— 0.22	+ 0.33	+ 0.04	+ 0.06	— 0.24	+ 0.02	+ 0.63
3	— 0.23	+ 0.32	+ 0.04	+ 0.05	— 0.25	+ 0.00	+ 0.62
4	— 0.25	+ 0.31	+ 0.03	+ 0.03	— 0.26	+ 0.00	+ 0.61
5	— 0.26	+ 0.30	+ 0.02	+ 0.02	— 0.26	— 0.01	+ 0.60
	— 0.27	+ 0.29	+ 0.01	+ 0.01	— 0.27	— 0.01	+ 0.60
	— 0.28	+ 0.28	+ 0.00	+ 0.01	— 0.25	— 0.02	+ 0.59
	— 0.29	+ 0.27	— 0.01	— 0.01	— 0.26	— 0.01	+ 0.59
	— 0.30	+ 0.26	— 0.03	— 0.03	— 0.27	— 0.02	+ 0.58
	— 0.32	+ 0.25	— 0.05	— 0.05	— 0.29	— 0.02	+ 0.58
	— 0.33	+ 0.24	— 0.05	— 0.03	— 0.30	— 0.02	+ 0.58
	— 0.34	+ 0.22	— 0.05	— 0.05	— 0.32	— 0.02	+ 0.57
	— 0.36	+ 0.21	— 0.06	— 0.06	— 0.33	— 0.02	+ 0.56
	— 0.37	+ 0.20	— 0.07	— 0.07	— 0.34	— 0.02	+ 0.55
	— 0.38	+ 0.20	— 0.07	— 0.07	— 0.34	— 0.03	+ 0.54
	— 0.39	+ 0.19	— 0.08	— 0.07	— 0.35	— 0.02	+ 0.54
	— 0.40	+ 0.19	— 0.09	— 0.07	— 0.33	— 0.02	+ 0.53
	— 0.40	+ 0.18	— 0.10	— 0.08	— 0.32	— 0.02	+ 0.52
	— 0.41	+ 0.18	— 0.11	— 0.09	— 0.32	— 0.02	+ 0.52
	— 0.41	+ 0.17	— 0.11	— 0.09	— 0.33	— 0.01	+ 0.52
	— 0.42	+ 0.16	— 0.12	— 0.10	— 0.34	— 0.01	+ 0.51
	— 0.42	+ 0.16	— 0.12	— 0.12	— 0.34	— 0.01	+ 0.51
	— 0.43	+ 0.15	— 0.13	— 0.12	— 0.35	— 0.01	+ 0.50
	— 0.44	+ 0.15	— 0.13	— 0.13	— 0.37	— 0.01	agitato
	— 0.45	+ 0.14	— 0.14	— 0.13	— 0.37	— 0.02	+ 0.49
	— 0.46	+ 0.14	— 0.14	— 0.14	— 0.37	— 0.03	+ 0.48
	— 0.46	+ 0.13	— 0.14	— 0.14	— 0.38	— 0.03	+ 0.47
	— 0.47	+ 0.13	— 0.15	— 0.14	— 0.38	— 0.02	+ 0.47
	— 0.48	+ 0.13	— 0.15	— 0.14	— 0.38	— 0.02	+ 0.47
	— 0.49	+ 0.13	— 0.15	— 0.14	— 0.38	— 0.02	agitato
	— 0.50	+ 0.12	— 0.15	0.15	— 0.39	— 0.02	+ 0.46

* Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

GENNAIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada					
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°
1	754.1	754.1	755.9	754.7	+ 1.0	+ 5.4	+ 3.4	+ 5.7	+ 0.5	+ 2.6
2	56.1	54.6	55.2	55.3	1.2	4.3	4.4	4.8	0.6	2.8
3	55.7	55.4	56.9	56.0	3.2	5.9	6.1	6.2	2.3	4.4
4	57.7	56.4	57.0	57.0	5.8	7.2	7.1	7.7	5.0	6.4
5	57.1	56.0	57.0	56.7	6.2	7.5	6.9	7.5	5.9	6.6
6	755.3	753.2	753.2	753.9	+ 5.6	+ 6.8	+ 3.2	+ 7.1	+ 3.2	+ 4.8
7	55.8	56.1	57.2	56.4	5.8	8.6	4.6	8.9	1.9	5.3
8	58.2	57.0	58.0	57.7	1.9	5.6	3.7	6.1	+ 0.5	3.1
9	55.7	52.1	52.0	53.3	+ 0.1	4.6	2.5	4.9	— 0.1	1.8
10	53.4	55.0	57.8	55.4	— 1.2	5.8	3.5	6.0	— 1.5	1.7
11	761.0	759.6	759.8	760.1	+ 0.6	+ 6.2	+ 4.2	+ 6.4	+ 0.1	+ 2.8
12	57.9	56.4	56.8	57.0	1.3	6.6	4.1	6.9	— 0.1	+ 3.1
13	59.7	58.7	60.1	59.5	+ 2.0	2.2	+ 0.2	2.5	— 0.3	+ 1.1
14	62.4	62.2	64.6	63.1	— 0.8	+ 2.2	— 0.8	2.5	— 1.4	— 0.1
15	66.3	65.5	65.1	65.6	— 3.4	— 0.4	+ 0.2	0.3	— 4.5	— 1.9
16	764.3	763.6	764.6	764.2	— 0.2	+ 5.6	+ 5.4	+ 5.8	— 4.5	+ 1.6
17	65.3	64.0	64.3	64.5	+ 4.2	9.5	6.4	9.6	+ 2.7	5.7
18	63.7	62.4	62.8	63.0	2.4	8.4	5.6	8.4	1.5	4.5
19	63.5	62.5	63.3	63.1	2.0	9.1	6.4	9.8	1.0	4.8
20	64.9	64.0	65.4	64.8	3.6	8.7	4.8	8.9	2.3	4.9
21	766.4	766.4	767.6	766.8	+ 2.6	+ 7.0	+ 4.1	+ 7.2	+ 1.2	+ 3.8
22	67.5	65.3	64.6	65.8	2.2	6.9	4.3	7.1	+ 1.1	3.7
23	63.1	60.9	61.1	61.7	0.7	7.8	4.4	8.1	— 0.2	3.2
24	60.4	58.5	59.4	59.4	2.0	7.8	3.4	8.1	+ 0.5	3.5
25	60.5	60.6	61.7	60.9	2.6	5.6	4.2	5.4	1.1	3.3
26	762.9	762.4	763.0	762.8	+ 3.0	+ 5.8	+ 4.2	+ 6.1	+ 2.4	+ 3.9
27	62.6	61.9	62.5	62.4	2.4	3.6	3.1	4.3	1.8	2.9
28	61.5	59.7	59.7	60.3	2.8	3.8	4.0	4.1	1.6	3.1
29	59.5	58.9	59.5	59.3	4.2	5.3	5.8	5.8	3.5	4.8
30	57.4	55.9	54.6	56.0	1.2	6.9	3.8	8.3	1.4	3.7
31	55.4	55.7	55.8	55.6	1.8	3.8	3.5	4.9	0.5	2.7
M	760.17	759.19	759.89	759.75	+ 2.15	+ 5.94	+ 4.09	+ 6.30	+ 0.97	+ 3.38

			mm							
Altezza	barom.	mass.	767.6	g. 21	Temperatura	mass.	+	9°.8	g.	19
»	»	min.	752.1	» 9	»	min.	—	4.5	»	15
»	»	media	759.75		»	media	+	3.38		

Nebbia il giorno 5, 6, 13, 14, 15, 16, 30, 31

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia conde[nsata,] brina disciolta o rugiada.

GENNAIO 1925

Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
orto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
— 0.21	+ 0.34	+ 0.05	+ 0.06	— 0.23	+ 0.03	+ 0.64
— 0.22	+ 0.33	+ 0.04	+ 0.06	— 0.24	+ 0.02	+ 0.63
— 0.23	+ 0.32	+ 0.04	+ 0.05	— 0.25	+ 0.00	+ 0.62
— 0.25	+ 0.31	+ 0.03	+ 0.03	— 0.26	+ 0.00	+ 0.61
— 0.26	+ 0.30	+ 0.02	+ 0.02	— 0.26	— 0.01	+ 0.60
— 0.27	+ 0.29	+ 0.01	+ 0.01	— 0.27	— 0.01	+ 0.60
— 0.28	+ 0.28	+ 0.00	+ 0.01	— 0.25	— 0.02	+ 0.59
— 0.29	+ 0.27	— 0.01	— 0.01	— 0.26	— 0.01	+ 0.59
— 0.30	+ 0.26	— 0.03	— 0.03	— 0.27	— 0.02	+ 0.58
— 0.32	+ 0.25	— 0.05	— 0.05	— 0.29	— 0.02	+ 0.58
— 0.33	+ 0.24	— 0.05	— 0.03	— 0.30	— 0.02	+ 0.58
— 0.34	+ 0.22	— 0.05	— 0.05	— 0.32	— 0.02	+ 0.57
— 0.36	+ 0.21	— 0.06	— 0.06	— 0.33	— 0.02	+ 0.56
— 0.37	+ 0.20	— 0.07	— 0.07	— 0.34	— 0.02	+ 0.55
— 0.38	+ 0.20	— 0.07	— 0.07	— 0.34	— 0.03	+ 0.54
— 0.39	+ 0.19	— 0.08	— 0.07	— 0.35	— 0.02	+ 0.54
— 0.40	+ 0.19	— 0.09	— 0.07	— 0.33	— 0.02	+ 0.53
— 0.40	+ 0.18	— 0.10	— 0.08	— 0.32	— 0.02	+ 0.52
— 0.41	+ 0.18	— 0.11	— 0.09	— 0.32	— 0.02	+ 0.52
— 0.41	+ 0.17	— 0.11	— 0.09	— 0.33	— 0.01	+ 0.52
— 0.42	+ 0.16	— 0.12	— 0.10	— 0.34	— 0.01	+ 0.51
— 0.42	+ 0.16	— 0.12	— 0.12	— 0.34	— 0.01	+ 0.51
— 0.43	+ 0.15	— 0.13	— 0.12	— 0.35	— 0.01	+ 0.50
— 0.44	+ 0.15	— 0.13	— 0.13	— 0.37	— 0.01	agitato
— 0.45	+ 0.14	— 0.14	— 0.13	— 0.37	— 0.02	+ 0.49
— 0.46	+ 0.14	— 0.14	— 0.14	— 0.37	— 0.03	+ 0.48
— 0.46	+ 0.13	— 0.14	— 0.14	— 0.38	— 0.03	+ 0.47
— 0.47	+ 0.13	— 0.15	— 0.14	— 0.38	— 0.02	+ 0.47
— 0.48	+ 0.13	— 0.15	— 0.14	— 0.38	— 0.02	+ 0.47
— 0.49	+ 0.13	— 0.15	— 0.14	— 0.38	— 0.02	agitato
— 0.50	+ 0.12	— 0.15	— 0.15	— 0.39	— 0.02	+ 0.46

ota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

GENNAIO 1925

TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C 9h	15h	21h	Media	Temperatura centigrada 9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	754.1	754.1	755.9	754.7	+ 1.0	+ 5.4	+ 3.4	+ 5.7	+ 0.5	+ 2.6	—
2	56.1	54.6	55.2	55.3	1.2	4.3	4.4	4.8	0.6	2.8	—
3	55.7	55.4	56.9	56.0	3.2	5.9	6.1	6.2	2.3	4.4	—
4	57.7	56.4	57.0	57.0	5.8	7.2	7.1	7.7	5.0	6.4	—
5	57.1	56.0	57.0	56.7	6.2	7.5	6.9	7.5	5.9	6.6	—
6	755.3	753.2	753.2	753.9	+ 5.6	+ 6.8	+ 3.2	+ 7.1	+ 3.2	+ 4.8	—
7	55.8	56.1	57.2	56.4	5.8	8.6	4.6	8.9	1.9	5.3	—
8	58.2	57.0	58.0	57.7	1.9	5.6	3.7	6.1	+ 0.5	3.1	—
9	55.7	52.1	52.0	53.3	+ 0.1	4.6	2.5	4.9	— 0.1	1.8	—
10	53.4	55.0	57.8	55.4	— 1.2	5.8	3.5	6.0	— 1.5	1.7	—
11	761.0	759.6	759.8	760.1	+ 0.6	+ 6.2	+ 4.2	+ 6.4	+ 0.1	+ 2.8	—
12	57.9	56.4	56.8	57.0	1.3	6.6	4.1	6.9	— 0.1	+ 3.1	—
13	59.7	58.7	60.1	59.5	+ 2.0	2.2	+ 0.2	2.5	— 0.3	+ 1.1	—
14	62.4	62.2	64.6	63.1	— 0.8	+ 2.2	— 0.8	2.5	— 1.4	— 0.1	—
15	66.3	65.5	65.1	65.6	— 3.4	— 0.4	+ 0.2	0.3	— 4.5	— 1.9	—
16	764.3	763.6	764.6	764.2	— 0.2	+ 5.6	+ 5.4	+ 5.8	— 4.5	+ 1.6	—
17	65.3	64.0	64.3	64.5	+ 4.2	9.5	6.4	9.6	+ 2.7	5.7	—
18	63.7	62.4	62.8	63.0	2.4	8.4	5.6	8.4	1.5	4.5	—
19	63.5	62.5	63.3	63.1	2.0	9.1	6.4	9.8	1.0	4.8	—
20	64.9	64.0	65.4	64.8	3.6	8.7	4.8	8.9	2.3	4.9	—
21	766.4	766.4	767.6	766.8	+ 2.6	+ 7.0	+ 4.1	+ 7.2	+ 1.2	+ 3.8	—
22	67.5	65.3	64.6	65.8	2.2	6.9	4.3	7.1	+ 1.1	3.7	—
23	63.1	60.9	61.1	61.7	0.7	7.8	4.4	8.1	— 0.2	3.2	—
24	60.4	58.5	59.4	59.4	2.0	7.8	3.4	8.1	+ 0.5	3.5	—
25	60.5	60.6	61.7	60.9	2.6	5.6	4.2	5.4	1.1	3.3	—
26	762.9	762.4	763.0	762.8	+ 3.0	+ 5.8	+ 4.2	+ 6.1	+ 2.4	+ 3.9	1.3
27	62.6	61.9	62.5	62.4	2.4	3.6	3.1	4.3	1.8	2.9	7.9
28	61.5	59.7	59.7	60.3	2.8	3.8	4.0	4.1	1.6	3.1	1.4
29	59.5	58.9	59.5	59.3	4.2	5.3	5.8	5.8	3.5	4.8	0.3
30	57.4	55.9	54.6	56.0	1.2	6.9	3.8	8.3	1.4	3.7	—
31	55.4	55.7	55.8	55.6	1.8	3.8	3.5	4.9	0.5	2.7	—
M	760.17	759.19	759.89	759.75	+ 2.15	+ 5.94	+ 4.09	+ 6.30	+ 0.97	+ 3.38	10.9

			mm					
Altezza	barom.	mass.	767.6	g. 21	Temperatura mass.	+	9°.8	g. 19
»	»	min.	752.1	» 9	» min.	—	4 .5	» 15 e 16
»	»	media	759.75		» media	+	3 .38	

Nebbia il giorno 5, 6, 13, 14, 15, 16, 30, 31

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina disciolta o rugiada.

GENNAIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media
	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	4.4	5.1	4.8	4.8	89	75	81	82.3	4	2	3	CALMA	SW	NW	3
2	4.3	4.7	5.1	4.6	85	75	81	80.9	7	7	10	S	S	W	3
3	4.5	5.6	5.5	5.2	80	80	77	79.6	9	9	10	SW	SW	W	6
4	5.5	6.1	6.2	5.8	80	80	82	81.3	9	9	10	CALMA	W	W	11
5	6.4	6.7	6.9	6.7	91	87	93	90.9	10	10	10	SE	NE	N	3
6	6.4	6.5	5.6	6.1	94	88	97	93.6	10	8	10	NW	W	W	4
7	2.7	3.8	4.3	3.6	38	45	68	50.9	1	1	3	NW	SE	E	10
8	3.8	4.5	4.7	4.2	73	67	78	73.3	3	3	2	SW	S	CALMA	4
9	3.8	4.7	4.5	4.3	83	74	82	80.3	3	1	1	S	W	SW	5
10	3.4	5.0	4.8	4.3	80	73	82	78.9	4	6	7	NE	SE	E	5
11	3.9	4.9	5.0	4.5	81	70	80	77.7	1	1	2	SW	SW	NW	5
12	4.4	5.5	5.0	5.0	87	75	82	82.0	4	1	1	N	E	NE	4
13	4.4	4.6	4.3	4.3	82	86	93	87.7	3	1	5	NE	SW	N	4
14	4.1	4.2	4.2	4.2	94	79	96	90.4	10	5	10	CALMA	SW	SW	2
15	3.3	4.1	4.4	3.8	93	92	94	93.7	10	10	3	NW	SW	SW	4
16	4.0	5.4	4.4	4.6	89	78	66	78.4	9	10	10	NW	CALMA	N	3
17	5.0	5.1	5.3	5.0	80	58	73	71.0	4	1	2	N	SW	N	3
18	4.7	5.8	5.6	5.4	86	70	81	79.7	2	2	2	NW	SW	W	3
19	4.5	6.2	5.8	5.4	86	72	81	80.4	2	1	3	N	S	NW	3
20	4.9	4.5	4.4	4.5	83	54	68	69.0	1	1	0	E	SW	E	6
21	4.4	5.1	4.5	4.6	79	68	74	74.7	2	2	2	E	NE	N	5
22	4.6	5.0	4.8	4.7	86	67	77	77.7	3	1	2	W	SW	SW	5
23	4.0	4.9	4.8	4.6	81	61	77	74.0	3	1	2	W	SW	N	4
24	4.5	5.3	5.1	4.9	86	67	86	80.7	9	1	4	SW	S	NE	3
25	3.7	4.1	4.6	4.0	67	61	74	68.3	8	10	10	E	E	SW	4
26	4.9	5.2	5.4	5.2	86	76	87	84.0	10	10	10	W	SW	W	5
27	5.0	5.4	5.4	5.1	91	91	95	93.3	10	10	10	N	NE	NW	4
28	5.3	5.6	5.7	5.4	95	93	93	94.7	10	10	10	W	W	SW	5
29	5.9	6.3	6.3	6.2	95	94	91	94.3	10	10	10	NW	CALMA	NW	4
30	4.8	5.4	5.6	5.2	96	73	93	88.3	10	9	3	N	W	W	6
31	6.0	5.6	5.8	5.3	96	93	98	96.7	10	10	10	CALMA	E	E	6
M	4.53	5.19	5.12	4.89	84.26	74.90	83.23	81.57	6.2	5.3	5.7				4.4

Tens. del vap. mass. 6.9 g. 5
" " " min. 2.7 " 7
" " " media 4.89
Umid. relativa mass. 98% g. 31
" " min. 38% " 7
" " media 81.57

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
10	7	10	3	6	22	16	12	7

Media nebulosità relativa del mese
5,7

FEBBBRAIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	753.5	750.7	751.0	751.7	+ 1.8	+ 5.8	+ 2.2	+ 6.1	+ 0.7	+ 2.7	0.6
2	54.1	54.0	57.8	55.3	6.9	7.9	6.6	9.7	— 0.5	5.7	—
3	59.3	57.6	59.7	58.9	2.2	8.0	4.3	8.2	+ 1.7	4.1	—
4	60.3	58.8	59.9	59.7	2.3	8.8	5.8	9.0	1.2	4.6	—
5	61.0	59.3	59.4	59.9	3.3	9.7	6.6	9.9	1.6	5.3	—
6	758.5	756.3	755.4	756.7	+ 3.4	+ 9.3	+ 6.9	+ 9.4	+ 2.0	+ 5.4	—
7	52.5	50.6	49.6	50.9	5.4	6.8	6.2	7.0	4.4	5.8	0.6
8	50.4	51.9	53.6	52.0	1.5	8.0	4.6	8.1	0.4	3.7	—
9	54.5	53.9	55.2	54.5	1.6	8.8	6.2	9.3	0.3	4.3	—
10	56.8	56.1	58.4	57.1	4.6	10.5	9.2	11.0	1.5	6.6	—
11	758.4	756.1	755.6	756.7	+ 5.8	+ 7.0	+ 6.7	+ 9.1	+ 5.2	+ 6.7	2.5
12	52.1	50.9	49.7	50.9	6.6	7.4	8.1	8.1	5.9	7.2	8.8
13	46.9	44.2	43.1	44.7	6.2	7.0	6.4	7.3	5.4	6.3	16.6
14	41.8	40.7	42.8	41.8	7.2	8.6	9.3	9.4	5.7	7.9	18.9
15	43.1	39.8	41.4	41.4	9.8	12.0	9.8	12.3	8.7	10.1	5.4
16	742.5	742.1	743.3	742.6	+ 7.8	+ 9.8	+ 6.8	+ 9.9	+ 6.8	+ 7.8	0.6
17	46.4	47.8	48.3	47.5	5.2	11.2	8.4	11.3	3.0	7.0	—
18	50.3	49.8	49.5	49.9	6.4	9.0	7.7	9.1	5.5	7.0	—
19	48.0	46.9	46.2	47.0	6.4	9.6	7.4	9.9	5.7	7.4	—
20	44.8	43.4	43.0	43.8	3.6	9.1	5.5	9.5	2.0	5.1	—
21	742.5	740.7	739.8	741.0	+ 4.4	+ 7.8	+ 5.4	+ 8.3	+ 2.9	+ 5.3	—
22	38.5	37.9	39.7	38.7	2.4	9.6	6.0	9.9	1.2	4.9	—
23	41.8	41.1	41.6	41.5	+ 3.8	3.2	3.0	5.0	+ 2.3	3.5	14.1
24	44.3	44.4	44.8	44.5	— 0.8	6.2	5.0	7.0	— 1.5	2.4	—
25	44.3	43.0	43.0	43.4	+ 4.0	4.7	4.3	6.2	+ 2.4	4.2	2.3
26	743.8	742.5	741.9	742.4	+ 0.4	+ 6.1	+ 6.2	+ 8.0	+ 0.2	+ 3.7	—
27	39.3	39.0	40.2	39.5	5.4	6.0	5.6	6.9	4.7	5.6	24.3
28	42.2	42.1	42.2	42.2	5.2	9.8	8.4	10.2	4.2	7.0	—
M	748.96	747.91	748.43	748.44	+ 4.39	+ 8.13	+ 6.39	+ 8.75	+ 2.99	+ 5.62	94.7

			mm						
Altezza	barom.	mass.	761,0	g. 5	Temperatura	mass.	+ 12.3	g. 15
"	"	min.	737,9	" 22	"	min.	— 1.5	" 27
"	"	media	748.44		"	media	+ 5.62	

Nebbia il giorno 1, 8, 17, 24, 26.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o giada, o brina disciolta

FEBBRAIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

	...nsione del vapor acqueo in millimetri			Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in km. all'ora
	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm											
0	6.5	5.2	5.5	96	94	96	96.5	10	8	10	NW	SW	W	6
5	5.2	3.9	3.8	33	66	54	52.2	0	1	1	W	SW	NE	8
0	4.1	4.2	4.0	75	51	67	65.5	4	1	1	SW	SE	N	4
5	5.3	5.0	4.5	64	63	73	67.9	2	1	3	NE	S	CALMA	3
4	5.5	5.5	5.1	76	62	75	72.2	2	1	3	E	SE	E	4
5	5.5	5.6	5.1	76	62	75	72.2	5	1	10	N	SE	NE	3
7	5.8	6.1	5.8	84	77	88	84.2	10	10	10	SE	SE	N	7
9	6.0	5.3	5.3	96	75	84	86.2	8	6	3	W	E	E	7
6	5.2	5.4	4.9	89	65	76	77.9	1	1	4	SW	SW	SW	5
9	6.5	6.6	6.0	77	69	76	75.2	10	2	10	SW	SW	SE	5
9	6.2	6.8	6.2	85	82	93	88.3	10	10	10	E	N	NE	7
9	7.1	7.7	7.1	94	93	96	95.9	10	10	10	E	E	S	9
9	7.2	6.8	6 9	97	96	94	97.3	10	10	10	W	SE	NE	4
1	7.9	7.8	7.5	94	94	89	93.9	10	10	10	E	SE	SE	16
4	8.2	7.2	7.6	82	78	79	81.3	10	10	10	NE	E	E	25
0	7.1	6.6	6.8	89	78	90	87.3	10	10	3	E	SW	NW	8
2	6.4	6.0	6.1	94	65	73	78.9	4	2	7	NE	E	NE	5
1	6.7	6.6	6.4	85	79	84	84.3	9	9	7	E	SE	E	8
6	6.4	6.6	6.4	91	71	86	84.2	9	8	4	E	SE	NE	5
5	6.2	5.1	5.6	93	72	75	81.6	8	3	4	SW	SW	N	6
6	4.7	5.3	5.1	89	59	78	77.1	10	2	2	NE	N	W	5
3	3.4	4.3	3.9	79	38	61	61.1	2	0	2	W	SW	NE	5
4	5.4	5.3	5.3	90	93	93	93.8	10	10	10	E	N	N	7
	5.4	5.3	4.8	94	76	81	85.5	10	5	9	W	SW	W	5
3	5.6	5.5	5.5	87	87	89	89.5	10	10	10	N	N	NW	5
7	6.5	6.3	5.7	98	92	89	94.8	10	10	10	W	SW	NE	6
3	6.6	6.4	6.3	94	94	94	95.8	10	10	10	W	SW	SW	6
0	6.0	6.5	6.1	91	67	79	80.8	10	10	10	W	SW	E	5
0	6.02	5.89	5.69	85.43	74.93	81.68	82.19	7.6	6.1	6.9				6.8

...del vap. mass. 8.2 g. 15
» » min. 2.5 » 2
» » media 5.69
mass. 98 % g. 26
min. 33 % » 2
media 82.19 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
12	12	17	11	2	17	9	3	1

Media nebulosità relativa del mese
6.9

Adunanza del 12 Marzo 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Arnò, Berzolari, Devoto, B. Gabba, Gobbi, Gorini, Grassi, Jorini, Mariani, Menozzi, Murani, Paladini, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, Scherillo, C. Supino, Villa, Vivanti, Zingarelli, Zuccante;

e i SS. CC. Albertario, Barassi, Cisotti, L. De Marchi, M. De Marchi, Galeazzi, Maggi, Montemartini, Pugliese, Solazzi, Vaccari.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Elia Lattes, Körner, Golgi, Sala e Brugnatelli, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. C. Pascal e Fantoli.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Lodi per Agostino Bassi. Lodi, 1924.

Bollettino della Società letteraria di Verona, Anno 1, N. 1.... Verona, 1925.... *cambio*).

Donaldson H. H. The rat: data and reference tables, for the albino rat (mus norvegicus albinus) and the norway rat (mus norvegicus). Second edition. Philadelphia, 1924.

Onderzoek (Internationale Circumpacifische) Commissie. The history and present state of scientific rasearch in the dutch east Indies. Amsterdam, 1923.

Pecchiai P. La biblioteca dell'Ospedale Maggiore di Milano, Milano, 1924.

Il presidente comunica ufficialmente la notizia che il defunto cav. Luigi Allocchio ha legato all'Istituto la somma di un milione, coll'obbligo di erogarne i frutti in premi per l'in-

cremento degli studî e pel perfezionamento della tecnica dell'alimentazione delle bovine da latte e della utilizzazione dei cascami del latte, secondo le norme che verranno precisate dall'Istituto, d'accordo col prof. Costantino Gorini. La fondazione, intitolata al nome del munifico testatore, dovrebbe essere eretta in ente morale. Il presidente dà poi la parola al M. E. prof. Gorini che tesse il necrologio dell'Allocchio inserito a parte nel presente fascicolo dei Rendiconti.

Il M. E. prof. Francesco Grassi dà informazioni all'Istituto sulle pratiche riguardanti la conservazione del mausoleo di Alessandro Volta, nel cimitero di Camnago Volta, e il presidente propone che l'Istituto si associ al seguente ordine del giorno della R. Commissione per la pubblicazione delle Opere Voltiane.

« La R. Commissione per l'Edizione Nazionale delle Opere di Alessandro Volta si compiace vivamente dell'azione svolta dalla R. Sovrintendenza ai Monumenti a tutela del mausoleo di A. Volta, e, presa cognizione del progetto d'ampliamento del cimitero di Camnago Volta, ideato dalla R. Sovrintendenza ai Monumenti di Lombardia, è lieta di constatare che con esso, mentre viene risolto il problena del cimitero del Comune, viene anche ottimamente rispettato il mausoleo Voltiano nelle sue linee, nella sua prospettiva e nella sua decorosa architettura,

e fa voti che le Autorità del governo e le provinciali e comunali trovino il modo ed i mezzi di attuare al più presto il progetto della R. Sovrintendenza, e prima della prossima ricorrenza nel 1927 del Centenario della morte di Alessandro Volta ».

L'Istituto, mentre fa proprio quest'ordine del giorno, esprime pure il voto, su proposta del M. E. senat. Scherillo, di far istanza al Governo che il mausoleo del Volta sia dichiarato Monumento Nazionale.

La Presidenza farà all'uopo le pratiche necessarie presso il Ministero della Pubblica Istruzione.

Il M. E. senat. Scherillo presenta un libro del senatore B. Croce: *Storia del Regno di Napoli*, Bari, 1925, inviato in omaggio all'Istituto dalla Casa Editrice G. Laterza & F. di Bari. Ne espone il contenuto, e fa alcune osservazioni così sulla struttura del libro, come sulle conclusioni critiche a cui giunge.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Emilio Albertario riassume la sua Nota: *Sulla dotis datio ante nuptias.*

Il prof. Gustavo Lauro discorre *Di alcuni fenomeni che si osservano in un campo elettrico prodotto da un conduttore isolato elettrizzato ad alto potenziale.* Questo lavoro era ammesso alla lettura dalla Sezione di scienze fisico-chimiche.

Sullo studio del prof. Mineo Chini, assente: *Sopra una equazione differenziale del 1° ordine*, riferisce brevemente il M. E. prof. Vivanti. La lettura era ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno, la seduta è tolta alle ore 15.15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 26 marzo 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, BERZOLARI, DEVOTO, GORINI, GRASSI, JORINI, MENOZZI, MURANI, OBERZINER, E. A. PORRO, SABBADINI, SALA, C. SUPINO, TANSINI, VILLA, ZINGARELLI, ZUCCANTE;

e i SS. CC.: ALBERTARIO, E. BIANCHI, BORGESE, CISOTTI, L. DE MARCHI, L. GABBA, GALLAVRESI, G. MAGGI, SOLAZZI, VACCARI, VOLTA.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. ELIA LATTES, KÖRNER, GOLGI, BRUGNATELLI e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. COLETTI, B. GABBA, vicepresidente, PATRONI, SCHERILLO.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale

è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

BUIZZA A. Il lago d'Iseo serbatoio artificiale. Appunti storico-idrologici. Brescia 1925.

MARZOLO F. e G. ARCHETTI. La regolazione del lago d'Iseo. Padova, 1925.

MONTI R. La limnologia del Lario, in relazione al ripopolamento delle acque ed alla pesca. Roma, 1924.

PUBBLICAZIONI del corpo insegnante della R. Scuola d'ingegneria di Pisa, N. 1.... Pisa, 1924.... (*cambio*).

VISMARA E. La Sicilia nell'economia dell'Italia, quale è oggi e quale potrebbe essere. Milano, 1924.

Il presidente dà comunicazione d'una circolare del Comitato ordinatore per la celebrazione centenaria della R. Università di Pavia, che avrà luogo nei giorni 20, 21 e 22 maggio prossimo. Il presidente stesso è incaricato di costituire la Delegazione che rappresenterà l'Istituto alle feste. La Delegazione è costituita così: i quattro membri della presidenza, prof. Berzolari presidente, capo della Delegazione, avv. senatore Bassano Gabba, vicepresidente, prof. Murani, segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, prof. Zuccante, segretario della Classe di lettere e scienze morali e storiche; e i Membri effettivi Grassi, Porro, Menozzi, Zingarelli.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Siro Solazzi riferisce intorno alla nota « *Calculus* ».

Il S. C. prof. Pietro Vaccari riferisce intorno a « *La sede apostolica e l'Oriente ai tempi di Leone Magno, secondo una recente pubblicazione di P. Battifol* ».

Il dott. ing. Bruno Finzi discute « *Sopra il problema del Bumerang* ». Questa nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Esaurito l'ordine del giorno, l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Adunanza del 2 aprile 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Arnò, Artini, Berzolari, Gobbi, Gorini, Grassi, Mariani, Murani, Oberziner, Paladini, C. Pascal, Patroni, E. A. Porro, Sabbadini, Zuccante;
e i SS. CC.: Belfanti, Bianchi, Bordoni Uffreduzi, Borgese, Brizi, Cisotti, L. Gabba, Gallavresi, Giordano, Pugliese, Suali.
Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Lattes, Golgi, Brugnatelli, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. Gabba, vicepresidente, Scherillo, Menozzi.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Elenco dei comuni del regno d'Italia, secondo la circoscrizione amministrativa al 31 dicembre 1924 e loro popolazione residente e presente (censimento 1921). Roma, 1925.

Fantoli G. Memorie idrauliche e note tecniche: Prefazione ed elenco. I. Sul passaggio dell'onda di piena nella supposta rotta di un serbatoio. II. Sulla relazione fra il deflusso e l'onciato nell'Edificio Magistrale Milanese. Roma, 1925.

Nel primo anniversario della morte di Giuseppe Sormani. Pavia, 1925.

VII Centenario della Università di Napoli. Storia della Università scritta da F. Torraca, G. M. Monti, R. Filangeri di Candida, N. Cortese, M. Schipa, A. Zazo, L. Russo. Napoli, 1924.

Il Presidente dà notizia della morte, avvenuta nella grave età di 93 anni, di Carlo Neumann, professore dell'Università di Lipsia e nostro Socio Corrispondente dal 1868.

Figlio di un insigne studioso delle scienze fisiche e matematiche, fu egli stesso uno dei più cospicui cultori di queste discipline che la Germania abbia avuto dalla metà del secolo

è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

BUIZZA A. Il lago d'Iseo serbatoio artificiale. Appunti storico-idrologici. Brescia 1925.

MARZOLO F. e G. ARCHETTI. La regolazione del lago d'Iseo. Padova, 1925.

MONTI R. La limnologia del Lario, in relazione al ripopolamento delle acque ed alla pesca. Roma, 1924.

PUBBLICAZIONI del corpo insegnante della R. Scuola d'ingegneria di Pisa, N. 1.... Pisa, 1924.... (*cambio*).

VISMARA E. La Sicilia nell'economia dell'Italia, quale è oggi e quale potrebbe essere. Milano, 1924.

Il presidente dà comunicazione d'una circolare del Comitato ordinatore per la celebrazione centenaria della R. Università di Pavia, che avrà luogo nei giorni 20, 21 e 22 maggio prossimo. Il presidente stesso è incaricato di costituire la Delegazione che rappresenterà l'Istituto alle feste. La Delegazione è costituita così: i quattro membri della presidenza, prof. Berzolari presidente, capo della Delegazione, avv. senatore Bassano Gabba, vicepresidente, prof. Murani, segretario della Classe di scienze matematiche e naturali, prof. Zuccante, segretario della Classe di lettere e scienze morali e storiche; e i Membri effettivi Grassi, Porro, Menozzi, Zingarelli.

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Siro Solazzi riferisce intorno alla nota « *Calculus* ».

Il S. C. prof. Pietro Vaccari riferisce intorno a « *La sede apostolica e l'Oriente ai tempi di Leone Magno, secondo una recente pubblicazione di P. Battifol* ».

Il dott. ing. Bruno Finzi discute « *Sopra il problema del Bumerang* ». Questa nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Esaurito l'ordine del giorno, l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Adunanza del 2 aprile 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Arnò, Artini, Berzolari, Gobbi, Gorini, Grassi, Mariani, Murani, Oberziner, Paladini, C. Pascal, Patroni, E. A. Porro, Sabbadini, Zuccante;

e i SS. CC.: Belfanti, Bianchi, Bordoni Uffreduzi, Borgese, Brizi, Cisotti, L. Gabba, Gallavresi, Giordano, Pugliese, Suali.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Lattes, Golgi, Brugnatelli, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. Gabba, vicepresidente, Scherillo, Menozzi.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Elenco dei comuni del regno d' Italia, secondo la circoscrizione amministrativa al 31 dicembre 1924 e loro popolazione residente e presente (censimento 1921). Roma, 1925.

Fantoli G. Memorie idrauliche e note tecniche: Prefazione ed elenco. I. Sul passaggio dell'onda di piena nella supposta rotta di un serbatoio. II. Sulla relazione fra il deflusso e l'onciato nell'Edificio Magistrale Milanese. Roma, 1925.

Nel primo anniversario della morte di Giuseppe Sormani. Pavia, 1925.

VII Centenario della Università di Napoli. Storia della Università scritta da F. Torraca, G. M. Monti, R. Filangeri di Candida, N. Cortese, M. Schipa, A. Zazo, L. Russo. Napoli, 1924.

Il Presidente dà notizia della morte, avvenuta nella grave età di 93 anni, di Carlo Neumann, professore dell'Università di Lipsia e nostro Socio Corrispondente dal 1868.

Figlio di un insigne studioso delle scienze fisiche e matematiche, fu egli stesso uno dei più cospicui cultori di queste discipline che la Germania abbia avuto dalla metà del secolo

scorso in poi. Con prodigiosa attività pubblicò molti preziosi trattati e un grandissimo numero di memorie, delle quali non poche di grande estensione, intorno a vari argomenti di Analisi e specialmente sulle parti più disparate della Meccanica e della Fisica matematica, giungendo a risultati d'importanza fondamentale. Sono classiche le sue *Vorlesungen über Riemann's Theorie der Abel'schen Integrale*, con le quali contribuì potentemente alla diffusione dei metodi riemanniani, e classica è la risoluzione da lui data del cosidetto « problema di DIRICHLET » sotto ipotesi assai larghe.

Altre benemerenze si acquistò con la fondazione, avvenuta nel 1869 per iniziativa sua e di ALFREDO CLEBSCH, dei *Mathematische Annalen*, i quali presero subito posto tra i periodici più reputati del mondo scientifico, e sono testè pervenuti al 93° volume.

Commemora poi, con commossa parola, il M. E. prof. Guglielmo Körner e dà lettura di un necrologio del M. E. prof. Menozzi, che si scusa di non poter essere presente all'adunanza. Questi necrologi verranno pubblicati a parte nel presente fascicolo dei *Rendiconti*. Il M. E. prof. Gorini, condividendo il cordoglio sentito da tutti i membri dell'Istituto per tanta perdita, vuol ricordare che si deve al prof. Körner, direttore della Scuola sup. di agricoltura, la istituzione della cattedra di batteriologia di cui egli è titolare in quella Scuola.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Giuseppe Zuccante legge la sua Nota: « *Sulle scarse notizie intorno a Platone e alla sua vita, in Platone stesso e ne' suoi contemporanei* ».

Il prof. Murani legge un riassunto della Nota presentata dal S. C. prof. Felice Supino, assente: « *Malattie di pesci e gamberi osservate in Lombardia* ».

Della Nota del prof. Enea Bortolotti, anch'egli assente, « *Su di una generalizzazione della teoria delle curve, e sui sistemi coniugati di una Vr in Vn* », discorre brevemente il presidente prof. Berzolari. Questa lettura era ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Esaurita la materia all'ordine del giorno, l'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 16 Aprile 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, ARTINI, BERZOLARI, COLETTI, DEVOTO, B. GABBA, GERBALDI, GOBBI, GRASSI, MARIANI, MURANI, OBERZINER, PALADINI, C. PASCAL, E. PASCAL, PATRONI, E. A. PORRO, SABBADINI, SCHERILLO, C. SUPINO, VIVANTI;
e i SS. CC.: BARASSI, CISOTTI, L. GABBA, LONGO, MAGGI, MONTEMARTINI, PEANO, VACCARI, VERGA.
Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. ELIA LATTES, GOLGI, BRUGNATELLI, e, per ragioni d'ufficio, il M. E. ZUCCANTE, segretario.

Aperta la seduta alle ore 14, il presidente invita il M. E. prof. Murani, segretario, a leggere il verbale della precedente seduta. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione degli omaggi pervenuti all'Istituto, che sono i seguenti:

ARCHIVIO STORICO DI CORSICA. Pubblicazione trimestrale diretta dal prof. G. Volpe. Anno 1, N. 1... Milano, 1925... (*cambio*).
DALLARI G. Pasquale Del Giudice. Pavia, 1924.
JOURNAL (Japanese) of mathematics, published by the National Research Council of Japan. Vol. 1, N. 1.... Tokyo, 1924.... (*cambio*).
KÖRNER G. Raccolta di sue pubblicazioni in occasione del 50° anniversario della sua laurea; con discorso del prof. Ciamician su l'opera scientifica di G. Körner. Milano, 1910.
Dalla Casa Editrice G. Laterza e Figli di Bari:
HEGEL G. G. F. Introduzione alla storia della filosofia, a cura di Felice Momigliano. Bari, 1925.
MENGER C. Principi fondamentali di economia politica. Traduzione di R. Broglio d'Ajano e N. Bonelli; con prefazione di M. Pantaleoni. Bari, 1925.
ROSMINI A. Nuovo saggio sull'origine delle idee, a cura di U. Spirito. Bari, 1925.

Il Presidente commemora il S. C. dott. Giovanni Rizzi colle seguenti parole: « Ho il vivo rammarico di comunicare la morte, avvenuta il 4 del mese corrente all'età di 80 anni, del dott.

GIOVANNI RIZZI, medico primario emerito di questo Ospedale Maggiore e Socio Corrispondente dell'Istituto da circa due anni. Nei servizi presso l'Ospedale Maggiore, che durarono un quarantennio, ottenne dalle Amministrazioni ospitaliere numerose prove di fiducia, che lo addussero a funzioni di alta responsabilità in un tempo nel quale erano assai scarse le cognizioni sui morbi a carattere infettivo o contagioso. Egli fu invero per non pochi anni dirigente dei comparti per le malattie infettivo-contagiose, alla Rotonda dell'Ospedale Maggiore, e l'ultima grande epidemia di tifo petecchiale trovò il RIZZI a capo del Lazzaretto in cui vennero raccolti oltre 80 colpiti dalla gravissima infezione. È certamente in questo lungo periodo, nel quale il RIZZI visse a contatto con le forme infettive gravi ad etiologie e terapie oscure, ed assistette ai primordi della batteriologia e della terapia sperimentale, che egli concepì la creazione in Milano di un altro Istituto di alta ricerca scientifica, da aggiungersi agli Istituti superiori già esistenti o progettati. L'Istituto di Biochimica e Terapia sperimentale, deliberato dal RIZZI mentre si congedava dal suo ospedale e chiudeva la sua carriera ospedaliera, e sorto per grandiosa donazione sua, onora il modesto medico pratico, che con alta fede e raro disinteresse dedicò la sua esistenza a sollievo dei sofferenti ».

Il S. C. prof. Gian Antonio Maggi offre all'Istituto una copia del suo recente libro « Elementi di statica e Teoria dei Vettori applicati, con un'introduzione sul Calcolo Vettoriale », edita dalla casa Zanichelli, e ne rende sommariamente conto. Premesso che, quando la teoria dell'equilibrio debba essere connessa con quella del movimento, come occorre in un Corso completo di Meccanica Razionale, egli reputa preferibile dedurre la prima dalla seconda, anzichè il contrario, che è il procedimento sempre quasi generalmente usato, osserva che la grande importanza che ha, per sè stessa, la teoria dell'equilibrio può consigliarne una esposizione dove essa è fine a sè stessa, circoscrivendone il compito alla risoluzione dei proprî specifici problemi. Con che diventa suscettibile di uno svolgimento da principii intrinseci alla teoria, con vantaggio della semplicità e della perspicuità, in compenso di una riduzione di dominio forse più di apparenza che di reale sostanza. A questo concetto è informato il breve trattato di cui l'autore prega l'Istituto di aggradire l'omaggio.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Remigio Sabbadini legge la sua nota: *L'incoerenza nell'ortografia vergiliana.*

Il S. C. prof. Gian Antonio Maggi riassume un suo lavoro: *Di un'estrinsecazione energetica della tensione elettrostatica.*

Essendo assente il capitano Giovanni Marseguerra, il M. E. prof. Vivanti espone il contenuto della sua nota: *Centri delle accelerazioni di ordine* n *nel moto continuo d'un sistema rigido.* Questa lettura era stata ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

Il presidente comunica che la locale Banca Popolare ha accordato all'Istituto un sussidio di L. 2500; presenterà a nome dell'Istituto i dovuti ringraziamenti.

La nomina delle Commissioni per i concorsi scaduti: Fossati (Medicina), Fondazione Vittorio Emanuele II della Cassa di Risparmio (Scienze politiche e giuridiche) viene deferita alla Presidenza.

Il M. E. prof. C. Pascal ricorda che si avvicina la celebrazione bimillenaria (an. 1930) della nascita di Vergilio; ricorrenza che sarà celebrata certamente da tutto il mondo civile, e come sia quindi opportuno che l'Istituto Lombardo vi si prepari degnamente. L'Istituto affida al presidente di studiare i provvedimenti necessari, anche per mezzo di una Commissione da lui nominata.

Per il conferimento di una pensione accademica nella Classe di scienze matematiche e naturali, non essendo stato raggiunto il numero dei voti richiesti dagli art. 18 e 32 del Regolamento organico, si procederà a una nuova votazione nella prossima seduta.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno, l'adunanza è tolta alle ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. Murani

Adunanza del 30 Aprile 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARTINI, BERZOLARI, DEVOTO, B. GABBA, GOBBI, GORINI, GRASSI, JORINI, MARIANI, MENOZZI, MURANI, OBERZINER, PALADINI, C. PASCAL, PATRONI, E. A. PORRO, RICCHIERI, SABBADINI, SCHERILLO, C. SUPINO, TANSINI, VILLA, ZINGARELLI, ZUCCANTE.

e i SS. CC.: ALBERTARIO, BARASSI, BESTA, BORDONI UFFREDUZI, BORGESE, CISOTTI, L. DE MARCHI, L. GABBA, MONTEMARTINI, PERRONCITO, SOLAZZI, VACCARI.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. ELIA LATTES, GOLGI, BRUGNATELLI, JUNG; e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. FANTOLI, ARNÒ, RINA MONTI.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

DEL VALLE G. La periodicità del Nilo, ed i suoi insegnamenti idrologici. Firenze, 1925.

METEOROLOGIA (LA) PRATICA. Rivista di meteorologia, aeronautica, agraria, igienica, marittima, radiotelegrafica, ecc. e di sismologia. Pubblicazione bimestrale dell' Osservatorio di Montecassino. Anno 5, 1924, N. 1... Subiaco, 1924... (*cambio*).

FIORENTINO V. Per la vittoria delle carte d'Arborea, Roma 1924.

Il presidente annunzia quindi la morte del Socio corrispondente, prof. don Luigi Rocca, e pronuncia un breve necrologio. Altro necrologio aggiunge il M. E. prof. Scherillo, e parole di compianto pronuncia pure il prof. Zingarelli. I necrologi saranno inseriti a parte nei Rendiconti. Il presidente annunzia quindi la morte del prof. gr. uff. Aristide Stefani, Membro effettivo del Reale Istituto Veneto, dando comunicazione della lettera di condoglianze che l'Istituto Lombardo inviava all' Istituto confratello. Lo stesso presidente dà anche comunicazione di una lettera del Ministero della Pubblica Istruzione, la quale, in risposta ad analoga lettera dell'Istituto su proposta

della Commissione voltiana, annunzia che il Ministero ha già provveduto a dichiarare monumento nazionale la tomba di Alessandro Volta a Camnago Volta. E dà comunicazione insieme, il presidente, d'una lettera dell'Accademia Gioenia di Scienze Naturali di Catania, la quale annunzia che sarà celebrato nell'ultima decade di maggio il centenario della sua fondazione, e invita a partecipare alla solenne cerimonia, colla cortese adesione, se non è possibile con l'intervento personale. A suo tempo, commenta il presidente, l'Istituto Lombardo invierà all'accademia consorella la sua adesione e i suoi rallegramenti cordiali.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Giovani Patroni discorre su « *La terramara di Santa Caterina presso Cremona* ».

Il S. C. prof. Emilio Albertario su « *I patti dotali a favore di terzi in diritto romano* ».

La nota del prof. Bruto Caldonazzo, assente, e ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche, è presentata con brevi parole dal S. C. prof. Cisotti: essa ha per titolo: « *Sui moti di un liquido viscoso simmetrici rispetto ad un asse* ».

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza privata per la trattazione degli affari.

Per la morte del M. E. prof. Guglielmo Körner, consigliere del consiglio d'amministrazione della Fondazione Cagnola, i due consiglieri rimanenti, M. E. prof. senatore Golgi e M. E. prof. Murani, avendo a termine dell'articolo 3 dello statuto organico della Fondazione, il diritto di nominare il terzo in luogo del morto, comunicano di aver nominato il M. E. prof. Angelo Menozzi, e sottopongono tale scelta all'approvazione del Corpo Accademico. Il Corpo Accademico approva all'unanimità.

Segue, nell'ordine del giorno, la proposta di onoranze per il ventesimo centenario di Virgilio. Il presidente legge in proposito una lettera del M. E. prof. Pascal, contenente proposte concrete, ed esprime l'avviso che si debba nominare una commissione di tre membri per gli opportuni provvedimenti, la quale abbia, all'occorrenza, la facoltà di aggiungere a sè altri membri. La commissione viene, infatti, nominata nelle persone dei MM. EE. prof. Pascal, prof. Sabbadini, prof. Zuccante.

A proposito dei temi da assegnarsi per i vari concorsi dell'Istituto, il S. C. prof. Perroncito, in una precedente adunanza dello scorso dicembre, s'era augurato che si potesse adottare il sistema in uso presso altre Accademie straniere

e anche italiane, che cioè, anzichè sopra un tema speciale concreto, il concorso venisse aperto sopra tutto un ciclo d'attività, compreso in un certo periodo d'anni, e in riguardo, s'intende, a quella data materia generale, che è voluta dal concorso. Nell'odierna adunanza il Perroncito, come da indicazione apposita nell'ordine del giorno, ritorna sullo stesso argomento; e insiste adunque sulla necessità o almeno sulla convenienza d'una maggiore larghezza nell'assegnazione dei temi pei concorsi. Il M. E. prof. Murani osserva che per alcune Fondazioni, certo per la massima parte, il tema nelle sue linee generali è esplicitamente indicato, e i lavori poi devono essere manoscritti, e non possono quindi riferirsi a una passata attività del candidato; sicchè il desiderio del Perroncito non potrebbe essere, per questa parte, soddisfatto. Il presidente osserva che ad ogni modo, quando disposizioni esplicite della fondazione e del testatore non lo vietino, la proposta del Perroncito parrebbe opportuna e quindi, quand'è possibile, alle commissioni che assegnano i temi va raccomandata una maggiore larghezza. E così, infatti, rimane stabilito.

Segue, nell'ordine del giorno, il conferimento di una pensione accademica, rimasta vacante, nella Classe di scienze matematiche e naturali, per la morte del M. E. prof. Guglielmo Körner. La pensione viene aggiudicata dai Membri pensionati delle due Classi riunite in commissione segreta, secondo quanto è prescritto dagli articoli 32 e 18 del Regolamento organico. Queste disposizioni esplicite del Regolamento richiama il presidente, prima di indire la votazione. Sono presenti 14 membri pensionati sui 19 pensionati. Indetta la votazione e raccolte le schede, il presidente nomina scrutatori i MM. EE. Gobbi e Artini. Risulta eletto a godere la pensione accademica, a cominciare da oggi, 30 aprile, con 14 voti su 14 votanti, il M. E. prof. Luigi Sala. Il presidente proclama tale risultato e darà notizia dell'aggiudicazione al Ministro della Pubblica Istruzione per l'approvazione reale.

Esaurita la materia all'ordine del giorno, la seduta è tolta alla ore 15.30.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

SOPRA UN' EQUAZIONE DIFFERENZIALE DEL 1° ORDINE.

Nota del prof. MINEO CHINI.

(Adunanza del 12 marzo 1925)

In una precedente Nota, pubblicata in questi *Rendiconti* (*), mi sono occupato dell'equazione differenziale

$$\frac{dy}{dx} = P + Qy + Ry^n, \tag{1}$$

dove P, Q, R indicano funzioni comunque assegnate della variabile indipendente x — supposte P e R non nulle — ed n sta a rappresentare un numero razionale arbitrario, diverso da zero e dall'unità (**).

La riprendo ora in esame, per mettere sotto luce più semplice e completa alcuni dei resultati contenuti nella Nota suddetta.

Premettiamo che la (1) comprende evidentemente, come caso particolare, l'equazione di Riccati

$$\frac{dy}{dx} = P + Qy + Ry^2.$$

E si può ritenere che essa comprenda anche l'equazione

$$\frac{dy}{dx} = P + Qy + Ry^2 + Sz^3,$$

dove S indica una funzione di x diversa da zero; perchè se in questa equazione facciamo la sostituzione:

$$y = z - \frac{R}{3S},$$

(*) *Sull'integrazione di alcune equazioni differenziali del primo ordine*. A. 1924.

(**) Con ciò si esclude che la (1) sia un'equazione lineare o una di Bernouilli.

con z nuova funzione incognita, si è subito condotti ad un'altra equazione della forma:

$$\frac{dz}{dx} = A + Bz + Cz^2,$$

dove i nuovi coefficienti A, B, C sono funzioni note di x, espressi mediante i primitivi coefficienti P, Q, R, S e loro derivate prime.

È quindi opportuno stabilire dei casi d'integrabilità, con quadrature, dell'equazione generale (1); e per riferirci ad uno dei più semplici, passeremo a determinare *tutte* quelle che, mediante una sostituzione del tipo:

$$y = \lambda z, \tag{2}$$

dove z indica la nuova funzione incognita e λ una funzione nota di x, si trasformano in altre aventi le variabili x e z separabili.

A tale scopo, osserviamo che, mediante l'accennata sostituzione, l'equazione (1) si trasforma nell'altra:

$$\lambda \frac{dz}{dx} = P + (\lambda Q - \lambda') z + R \lambda^n z^n, \tag{3}$$

che è ancora dello stesso tipo, e nella quale si potranno separare le variabili solamente quando risulti:

$$P + (\lambda Q - \lambda') z + R \lambda^n z^n = X Z,$$

dove X indica una funzione della sola x e Z una della sola z.

Vediamo perciò in quali casi un'espressione della forma:

$$\alpha + \beta z + \gamma z^n,$$

dove α, β, γ sono funzioni della sola variabile x, risulta uguale al prodotto X Z. Affinchè ciò avvenga, sarà necessario e sufficiente che, indicando con u la precedente espressione, e riguardando le variabili x e z *come indipendenti*, sussista l'identità:

$$u \frac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Tale condizione, tenendo presente l'espressione di u, equivale all'altra:

$$(\alpha \beta' - \alpha' \beta) + n (\alpha \gamma' - \alpha' \gamma) z^{n-1} + (n-1)(\beta \gamma' - \beta' \gamma) z^n = 0.$$

Poichè questa deve risultare soddisfatta per tutti i possibili valori di z, quando si tenga fisso un valore arbitrario di x, e perciò fissi i valori delle espressioni:

$$\alpha \beta' - \alpha' \beta , \qquad \alpha \gamma' - \alpha' \gamma , \qquad \beta \gamma' - \beta' \gamma ,$$

concludiamo che, per qualsivoglia valore di x, dovranno sussistere simultaneamente le uguaglianze:

$$\alpha \beta' - \alpha' \beta = 0, \qquad \beta \gamma' - \beta' \gamma = 0, \qquad \gamma \alpha' - \gamma' \alpha = 0$$

cioè dovremo avere:

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\beta'}{\beta} = \frac{\gamma'}{\gamma} .$$

Ne segue che le espressioni più generali possibili da attribuirsi alle funzioni α, β, γ della variabile x sono:

$$\alpha = c_1 \mathrm{X} , \qquad \beta = c_2 \mathrm{X} , \qquad \gamma = c_3 \mathrm{X} ,$$

dove c_1, c_2, c_3 indicano tre costanti arbitrarie, e X una funzione — pure arbitraria — della x.

Concludiamo pertanto che *le sole* espressioni della forma

$$\alpha + \beta z + \gamma z^n ,$$

che risultino identicamente uguali al prodotto di una funzione della sola x per una della sola z sono quelle del tipo

$$\mathrm{X} (c_1 + c_2 z + c_3 z^n).$$

Evidentemente, le costanti arbitrarie c_1, c_2, c_3 si riducono — in sostanza — a due sole: potendosi mettere a fattor comune una qualunque di esse ed includere poi tale fattore nell'espressione della funzione X. Inoltre potremo far comparire, in luogo di questa funzione, uno qualunque dei tre coefficienti α, β, γ (per esempio α), giacchè le espressioni trovate precedentemente per essi ci dicono che deve risultare:

$$\beta = k_1 \alpha , \qquad \gamma = k_2 \alpha$$

con k_1 e k_2 costanti arbitrarie. Conseguentemente, il prodotto scritto innanzi diventa:

$$\alpha (1 + k_1 z + k_2 z^n).$$

Con l'uso di questo resultato siamo ora in grado di concludere:

con z nuova funzione incognita, si è subito condotti ad un'altra equazione della forma:

$$\frac{dz}{dx} = A + Bz + Cz^3,$$

dove i nuovi coefficienti A, B, C sono funzioni note di x, espressi mediante i primitivi coefficienti P, Q, R, S e loro derivate prime.

È quindi opportuno stabilire dei casi d'integrabilità, con quadrature, dell'equazione generale (1); e per riferirci ad uno dei più semplici, passeremo a determinare *tutte* quelle che, mediante una sostituzione del tipo:

$$(2) \qquad y = \lambda z,$$

dove z indica la nuova funzione incognita e λ una funzione nota di x, si trasformano in altre aventi le variabili x e z separabili.

A tale scopo, osserviamo che, mediante l'accennata sostituzione, l'equazione (1) si trasforma nell'altra:

$$(3) \qquad \lambda \frac{dz}{dx} = P + (\lambda Q - \lambda') z + R \lambda^n z^n,$$

che è ancora dello stesso tipo, e nella quale si potranno separare le variabili solamente quando risulti:

$$P + (\lambda Q - \lambda') z + R \lambda^n z^n = X Z,$$

dove X indica una funzione della sola x e Z una della sola z.

Vediamo perciò in quali casi un'espressione della forma:

$$\alpha + \beta z + \gamma z^n,$$

dove α, β, γ sono funzioni della sola variabile x, risulta uguale al prodotto X Z. Affinchè ciò avvenga, sarà necessario e sufficiente che, indicando con u la precedente espressione, e riguardando le variabili x e z *come indipendenti*, sussista l'identità:

$$u \frac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

Tale condizione, tenendo presente l'espressione di u, equivale all'altra:

$$(\alpha \beta' - \alpha' \beta) + n (\alpha \gamma' - \alpha' \gamma) z^{n-1} + (n-1)(\beta \gamma' - \beta' \gamma) z^n = 0.$$

Poichè questa deve risultare soddisfatta per tutti i possibili valori di z, quando si tenga fisso un valore arbitrario di x, e perciò fissi i valori delle espressioni:

$$\alpha \beta' - \alpha' \beta, \qquad \alpha \gamma' - \alpha' \gamma, \qquad \beta \gamma' - \beta' \gamma,$$

concludiamo che, per qualsivoglia valore di x, dovranno sussistere simultaneamente le uguaglianze:

$$\alpha \beta' - \alpha' \beta = 0, \qquad \beta \gamma' - \beta' \gamma = 0, \qquad \gamma \alpha' - \gamma' \alpha = 0$$

cioè dovremo avere:

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\beta'}{\beta} = \frac{\gamma'}{\gamma}.$$

Ne segue che le espressioni più generali possibili da attribuirsi alle funzioni α, β, γ della variabile x sono:

$$\alpha = c_1 X, \qquad \beta = c_2 X, \qquad \gamma = c_3 X,$$

dove c_1, c_2, c_3 indicano tre costanti arbitrarie, e X una funzione — pure arbitraria — della x.

Concludiamo pertanto che *le sole* espressioni della forma

$$\alpha + \beta z + \gamma z^n,$$

che risultino identicamente uguali al prodotto di una funzione della sola x per una della sola z sono quelle del tipo

$$X (c_1 + c_2 z + c_3 z^n).$$

Evidentemente, le costanti arbitrarie c_1, c_2, c_3 si riducono — in sostanza — a due sole: potendosi mettere a fattor cocomune una qualunque di esse ed includere poi tale fattore nell'espressione della funzione X. Inoltre potremo far comparire, in luogo di questa funzione, uno qualunque dei tre coefficienti α, β, γ (per esempio α), giacchè le espressioni trovate precedentemente per essi ci dicono che deve risultare:

$$\beta = k_1 \alpha, \qquad \gamma = k_2 \alpha$$

con k_1 e k_2 costanti arbitrarie. Conseguentemente, il prodotto scritto innanzi diventa:

$$\alpha (1 + k_1 z + k_2 z^n).$$

Con l'uso di questo resultato siamo ora in grado di concludere:

Tutte le equazioni del tipo (1) che, mediante una sostituzione della forma (2), si cambiano in altre aventi le variabili separabili, si ottengono scegliendo i loro coefficienti P, Q, R ed il fattore λ in guisa tale che risultino soddisfatte le due condizioni:

$$\lambda Q - \lambda' = k_1 P, \qquad R \lambda^n = k_2 P,$$

dove k_1 e k_2 indicano due costanti arbitrarie.

E la trasformata dell'equazione (1) sarà:

$$\lambda \frac{dz}{dx} = P(1 + k_1 z + k_2 z^n).$$

Eliminando la funzione λ tra le due condizioni precedenti, possiamo dunque dire che le equazioni richieste sono quelle i coefficienti delle quali risultano legati dalla relazione che si ottiene sostituendo nell'uguaglianza:

$$\frac{d\lambda}{dx} + k_1 P = \lambda Q,$$

in luogo della funzione λ, l'espressione:

$$\left(\frac{k_2 P}{R}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

Ma se poniamo:

$$k_2^{\frac{1}{n}} = c, \qquad \lambda = c\mu,$$

dove c indica una costante arbitraria non nulla, la precedente uguaglianza diventa:

$$\frac{d\mu}{dx} + kP = \mu Q, \tag{4}$$

nella quale k indica una nuova costante arbitraria, e precisamente:

$$k = k_1 k_2^{-\frac{1}{n}} = \frac{k_1}{c}.$$

Perciò la relazione che deve passare tra i coefficienti P, Q, R delle equazioni richieste sarà quella che si ottiene sosti-

tuendo nella (4), al posto di μ; l'espressione:

$$\left(\frac{P}{R}\right)^{\frac{1}{n}}.$$

Quando tale condizione sia soddisfatta, l'espressione più generale possibile, da assumersi per il fattore λ della (2), sarà:

$$\lambda = c\left(\frac{P}{R}\right)^{\frac{1}{n}},$$

con c costante arbitraria non nulla.

Evidentemente, potremo anche dire che tutte le richieste equazioni del tipo (1) si ottengono prendendo

$$P = R\,\mu^n,$$

dove μ è un integrale qualsivoglia dell'equazione di Bernouilli:

$$\frac{d\mu}{dx} + k\,R\,\mu^n = \mu\,Q, \tag{5}$$

e lasciando del tutto arbitrari gli altri due coefficienti Q e R.

Dunque: *Le equazioni cercate sono tutte e sole quelle della forma*:

$$\frac{dy}{dx} = R\,(\mu^n + y^n) + Q\,y, \tag{6}$$

dove Q e R indicano due funzioni arbitrarie di x *e* μ *è un qualsivoglia integrale della* (5), *nella quale* k *sta a rappresentare una costante arbitraria.*

Corrispondentemente, la sostituzione (2), che permette di separare le variabili, è:

$$y = c\,\mu\,z,$$

con c costante arbitraria non nulla. E l'equazione trasformata sarà:

$$\frac{dz}{dx} = R\,\mu^{n-1}\left(\frac{1}{c} + k\,z + c^{n-1}\,z^n\right).$$

Basterà quindi fare nella (6) la sostituzione:

$$y = \mu\,z,$$

per avere come equazione trasformata:

$$\frac{dz}{dx} = R\,\mu^{n-1}\,(1 + k\,z + z^n).$$

Integrando la (5), avremo subito l' espressione più generale possibile da attribuirsi alla funzione μ, la quale espressione sarà:

$$\mu = e^{\int Q\, d x} \left\{ C + (n - 1) k \int R\, e^{(n-1)\int Q\, dx}\, d x \right\}^{\frac{1}{1-n}},$$

dove C indica una costante arbitraria.

Supposto ora che nella (1) sia $Q = 0$, concludiamo:

Tutte le equazioni differenziali del tipo:

$$(7) \qquad \frac{d y}{d x} = P + R\, y^n,$$

che si cambiano in altre a variabili separabili, mediante una sostituzione della forma (2), sono quelle del tipo:

$$\frac{d y}{d x} = R\, (\mu^n + y^n),$$

dove R indica una funzione arbitraria di x, e μ è invece una funzione di questa variabile avente la seguente espressione:

$$(c_1 + c_2 \int R\, d x)^{\frac{1}{1-n}},$$

nella quale c_1 e c_2 indicano due costanti arbitrarie.

Se ora poniamo:

$$c_1 + c_2 \int R\, d x = c_2\, X,$$

sarà X una funzione arbitraria di x, e la precedente equazione differenziale diventerà:

$$(8) \qquad \frac{d y}{d x} = X' \left(a\, X^{\frac{n}{1-n}} + y^n\right)$$

dove a indica una costante arbitraria.

Dopo ciò, concludiamo:

Le richieste equazioni del tipo (7) *sono tutte e sole quelle della forma* (8).

Per queste, la sostituzione (2) diventa:

$$y = c\, z\, X^{\frac{1}{1-n}};$$

e la corrispondente equazione trasformata sarà:

$$\frac{d z}{d x} = \frac{X'}{X} \left(\frac{a}{c} + \frac{z}{n-1} + c^{n-1} z^n \right).$$

Perciò, basta fare nella (8) la sostituzione:

$$y = z\, X^{\frac{1}{1-n}},$$

per avere come equazione trasformata:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{X'}{X}\left(a + \frac{z}{n-1} + z^n\right).$$

Osservisi ora che l'equazione generale (1) può sempre ridursi alla forma (7) mediante la sostituzione

$$y = z\, e^{\int Q\, dx}.$$

Infatti, una tale sostituzione — che è del tipo (2) — trasforma la (1) nell'altra:

$$\frac{dz}{dx} = P\, e^{-\int Q\, dx} + R\, e^{(n-1)\int Q\, dx} z^n,$$

come risulta subito dalla (3).

Da ciò si deduce che le equazioni del tipo (1), trasformabili in altre a variabili separate, con una sostituzione della forma (2), sono tutte riducibili alla forma (8) (*).

(*) Infatti, tali equazioni del tipo (1) sono quelle della forma (6), dove μ soddisfa la (5). Ma se nella (6) facciamo:

$$y = z\, e^{\int Q\, dx},$$

essa diventa:

$$\frac{dz}{dx} = R\, e^{-\int Q\, dx}\left\{\mu^n + z^n\, e^{n\int Q\, dx}\right\}.$$

Ossia:

$$\frac{dz}{dx} = \varrho\,(\theta^n + z^n),$$

con

$$\varrho = R\, e^{(n-1)\int Q\, dx}, \qquad \theta = \mu\, e^{-\int Q\, dx}.$$

E poichè μ soddisfa la (5) avremo:

$$\theta = \left\{C + (n-1)\, k \int \varrho\, dx\right\}^{\frac{1}{1-n}}.$$

Perciò la precedente equazione in z potrà scriversi:

$$\frac{dz}{dx} = X'\left(a\, X^{\frac{n}{1-n}} + z^n\right),$$

che è appunto della forma (8).

Si osservi ancora che, se nell'equazione (8) assumiamo come variabile indipendente la funzione X, cioè se poniamo:

$$X = t,$$

la (8) diventa:

$$\frac{dy}{dt} = a\, t^{\frac{n}{1-n}} + y^n .$$

E dopo ciò concludiamo:

Tutte le equazioni del tipo (1) *che, mediante una sostituzione del tipo* (2), *diventano a variabili separabili, sono riducibili alla forma* :

$$\frac{dy}{dx} = a\, x^{\frac{n}{1-n}} + y^n , \tag{9}$$

dove a *indica una quantità costante.*

La sostituzione

$$y = z\, x^{\frac{1}{1-n}}$$

cambierà poi la precedente equazione nell'altra:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{x}\left(a + \frac{z}{n-1} + z^n\right).$$

Perciò, si conoscerà l'integrale generale della (9), e conseguentemente quello della (1), dopo avere eseguita la quadratura:

$$\int \frac{dz}{a + \frac{z}{n-1} + z^n} .$$

L'equazione (9) caratterizza dunque le equazioni del tipo (1) che diventano a variabili separabili con una sostituzione della forma (2).

Nel caso in cui la (1) sia del tipo di Riccati, cioè:

$$\frac{dy}{dx} = P + Q\, y + R\, y^2 ,$$

la corrispondente equazione (9) sarà:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{x^2} + y^2.$$

Se invece nella (1) si suppone $n = 3$, cioè se essa è della forma:

$$\frac{dy}{dx} = P + Qy + Ry^3,$$

la corrispondente equazione (9) sarà:

$$\frac{dy}{dx} = a x^{-\frac{3}{2}} + y^3.$$

Se nella (1) supponiamo $n = 1/2$, cioè se essa è della forma:

$$\frac{dy}{dx} = P + Qy + R\sqrt{y},$$

la corrispondente equazione (9) è:

$$\frac{dy}{dx} = a x + \sqrt{y}.$$

Quando nella (1) sia $n = -1$, la (9) diventa:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a}{\sqrt{x}} + \frac{1}{y}.$$

Osserviamo infine che la trasformata dell'equazione generale (1), ottenuta mediante la già accennata sostituzione:

$$y = z e^{\int Q\,dx},$$

essendo della forma:

$$\frac{dz}{dx} = \alpha + \beta z^n,$$

con α e β funzioni di x, potremo poi ridurla ad avere uguale all'unità il coefficiente β. Basta infatti porre:

$$\int \beta\,dx = t,$$

e assumere t come variabile indipendente. In tal modo, la precedente equazione diventa:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\alpha}{\beta} + z^n .$$

Sicchè possiamo concludere che qualsivoglia equazione del tipo (1) è sempre riducibile alla forma:

$$\frac{dy}{dx} = X + y^n ,$$

con X funzione di x.

Orbene, per tutte quelle che una sostituzione del tipo (2) fa diventare con le variabili separabili, la precedente *forma ridotta* è precisamente la (9); cioè in questo caso risulta:

$$X = a\, x^{\frac{n}{1-n}} .$$

Firenze, gennaio 1925.

SULLA DOTIS DATIO ANTE NUPTIAS

Nota del S. C. prof. EMILIO ALBERTARIO

(Adunanza del 12 marzo 1923)

I

Tra le molte indagini, alle quali è indotto chi si occupi della costituzione della dote nel diritto romano, una, non trascurabile, è certamente quella che concerne l'effetto giuridico della costituzione della dote fatta anteriormente alle nozze.

Se si tratta di costituzione obbligatoria (*dotis dictio* e *dotis promissio*), non è dubbio che la validità della costituzione è sottoposta alla condizione sospensiva tacita « *si nuptiae sequantur* ». Lo dice chiaramente, fra gli altri testi, D. 23, 3, 21 (Ulp. 35 ad Sab.):

Stipulationem, quae propter causam dotis fiat, constat habere in se condicionem hanc « si nuptiae fuerint secutae », et ita demum ex ea agi posse (quamvis non sit expressa condicio), si nuptiae < fuerint secutae >, constat: quare si nuntius remittatur, defecisse condicio stipulationis videtur.

Se si tratta di costituzione reale, i testi accolti nella compilazione giustinianea avvertono che bisogna tener presente l'intenzione del costituente: in una *datio dotis* anteriore al momento del matrimonio il marito diventerà subito, o no, proprietario delle cose costituite in dote, secondo che il costituente vorrà. Se costituente è la donna, si presume, a meno che risulti evidente il contrario, che la *datio dotis* faccia acquistare immediatamente la proprietà al marito. In conclusione, a differenza di quel che accade nella costituzione obbligatoria di dote, che è inequivocabilmente un negozio giuridico sottoposto a condizione sospensiva, qui, nella costituzione reale di dote, avremmo un negozio giuridico sottoposto o a condizione sospensiva o a condizione risolutiva secondo la volontà del co-

stituente; e, quando costituente sia la donna stessa, si presumerebbe, in mancanza di evidenti indizi contrari, che si sia voluto sottoporlo alla condizione risolutiva.

Io ritengo che l' effetto giuridico della *datio dotis ante nuptias* nel diritto romano-classico non fosse così oscillante e lasciato in balia della volontà del costituente: ritengo, in altre parole, che la *dotis datio ante nuptias* nel diritto romano-classico fosse una *datio ob causam* che importava l' acquisto immediato della proprietà delle cose costituite in dote al marito: acquisto naturalmente *risolubile* per il non verificarsi della causa: cioè, *nuptiis non secutis.*

Per modo che, a mio avviso, nel diritto romano-classico il regime giuridico della costituzione di dote anteriore al matrimonio era il seguente: se si trattava di costituzione obbligatoria — e su questo punto non v'è ombra di dubbio e la dottrina è pacifica — la validità della promessa dotale era condizionata al verificarsi del matrimonio; se si trattava di costituzione reale, la *dotis datio* importava l'acquisto immediato della proprietà della dote al marito, che però il non verificarsi del matrimonio risolveva (1).

Ai Giustinianei apparterrebbero, pertanto, quei testi, dai quali il trapasso della proprietà delle cose date in dote anteriormente al matrimonio avverrebbe subito, o non, secondo l' intenzione del costituente e dai quali risulterebbe che, nel caso che costituente fosse la donna, il trapasso immediato della proprietà sarebbe presunto.

Mi incombe ora dimostrare questa affermazione: dimostrare, cioè, la alterazione dei testi in parola e indicare anche il plausibile motivo della loro alterazione. Il che è quanto mi propongo di fare.

E incominciamo da un testo ulpianeo (ricavato dal libro 31 ad Sabinum) intramezzato, nel Digesto, da un testo di Callistrato.

(1) Il regime giuridico della costituzione di dote fatta anteriormente al matrimonio sarebbe, pertanto, nel diritto romano-classico quello che l' ARANGIO-RUIZ fissa nelle sue *Istituzioni*, 2, 208, senza però distinguere fra diritto classico e diritto giustinianeo.

D. 23, 3, 7, 3 (Ulp. 31 Sab.)
Si res in dote<m> dentur, puto in bonis mariti fieri accessionemque temporis marito ex persona mulieris concedendam. [*fiunt autem res mariti si constante matrimonio in dotem dentur: quid ergo si ante matrimonium? si quidem sic dedit mulier, ut statim eius fiant, efficiuntur: enimvero si hac condicione dedit ut tunc efficiantur cum nupserit, sine dubio dicemus tunc eius fieri, cum nuptiae fuerint secutae. proinde si forte nuptiae non sequantur nuntio remisso, si quidem sic dedit mulier ut statim viri res fiant, condicere eas debebit misso nuntio; enimvero si sic dedit, ut secutis nuptiis incipiant esse, nuntio remisso statim eas vindicabit. Sed ante nuntium remissum si vindicabit, exceptio poterit nocere vindicanti aut doli aut in factum: doti enim destinata non debebunt vindicari*].

D. 23, 3, 8, (Call. 2 quaest.)
[*Sed nisi hoc evidenter actum fuerit, credendum est hoc agi, ut statim res sponsi fiant et, nisi nuptiae secutae fuerint, reddantur*].

D. 23, 3, 9, pr. (Ulp. 31 Sab.)
. . . .
[*quod si pro ea res* (*in dotem*) *ego dem, si quidem ante nuptias, interest qua condicione dedi, utrum ut statim*

fiant accipientis an secutis nuptiis: si statim, nuntio misso condicam; sin vero non statim, potero vindicare, quia meae res sunt. quare et si sequi nuptiae non possunt propter matrimonii interdictionem, ex posteriore casu res meae remanebunt].

La critica più recente ha già eliminata come non genuina qualche parte di questi testi. Il *nisi hoc evidenter actum fuerit* è eliminato dall'Eisele (1); una parte di D. 23, 3, 7, 3 è, secondo il Beseler (2), lavoro di parafrasi; D. 23, 3, 9, pr. è già stato attribuito ai compilatori dal Haymann (3) e dallo Schulz (4).

Ma a me sembra proprio di dover affermare che nel testo di Ulpiano, che ho riferito, è alterato tutto quanto io chiudo tra parentesi quadre, e che la vasta alterazione è stata, per dir così, combinata con quella del testo di Callistrato, il quale doveva limitarsi ad affermare che, avvenuta una *datio dotis ante nuptias*,

statim res sponsi fiunt < *et, si nuptiae non sequantur, condictione repeti possunt* > (5).

Gli indizi formali sono numerosi. Nella parte genuina il modesto *puto*, nella parte interpolata il brusco passaggio al *sine dubio dicemus,* sospetto per il plurale che sostituisce il singolare e per l'espressione in sè, *sine dubio dicere*, altre volte (cfr. D. 24, 1, 21, 1) interpolata (6). La trama grammaticale del largo passo compilatorio è, poi, tutta intessuta di forme dai Bizantini predilette, che qui si sovrappongono le une alle altre con monotona pesante ripetizione: *si quidem — enimvero; si forte — si quidem — enimvero; quod si — si quidem*

---

(1) *ZSSt.*, 13, 152.

(2) *Beiträge*, 4, 309.

(3) *Schenkung*, 124 sgg.

(4) *Interpolationenkritische Studien*, in *Festschrift für Zitelmann*, 1913, 3 sgg.

(5) Cfr., per un esempio, D. 12, 4, 7, 1.

(6) Cfr. anche *sine dubio* itp. in D. 24, 1, 31, 3: PARTSCH, *ZSSt.*, 42 (1921), 269, e per interpolazioni in generale con *sine* cfr. BONFANTE, *Storia*^{3}, 2, 152.

— *sin vero* (1). Si aggiungano nel fr. 8 il ripetersi dei *nisi*; la forma *hoc agi, ut* che è molte volte sospetta (2); l'espressione *nisi hoc evidenter actum fuerit*; l'avverbio *evidenter*, sospetto sempre (3); il *credendum est*, frequentemente compila-

(1) Par di leggere uno di quei testi, che sono addotti come paradigmi delle forme stilistiche giustinianee: cfr. D. 18, 1, 57 e D. 22, 3, 25 e, al riguardo, BONFANTE, *Storia*[3], 2, 158.

(2) Cfr. BESELER, *Beiträge*, 3, 97 sgg.

(3) Cfr. D. 37, 10, 3, 4 [*causae cognitio - possessionem*: BIONDI, *Bull. ist. dir. rom.*, 30. 1921, 240]: D. 45, 2, 16 (interpolato è l'*evidenter enim* che serve da allacciamento col testo di Gaio che dovrebbe (MOMMSEN) precedere); D. 34, 5, 13, (14), 2 [*evidenter*]; D. 12, 4, 6 [*nisi evidenter aliud actum sit*: FABRO]; D. 26, 8, 1, pr. [*evidenter enim sua auctoritate rem adquirit*]; D. 28, 6, 30 [*idque apparere evidenter — distribuisset*: TUMEDEI, *Riv. it. sc. giur.*, 53, 1919, 99]; D. 23, 3, 57 [*quod si non evidenter — adprobetur*: GRADENWITZ]; D. 45, 1, 141 [*hoc tamen — alioquin*: sospetta più larga interpolazione TUMEDEI, *loc. cit.*]; D. 34, 9, 12 [*nisi hoc — appareat*: ÈCK]; D. 34, 2, 27, 1 [*nisi evidenter — appareat*: KNIEP]; D. 31, 34, 2 [*nisi evidenter — fecisse*: GRADENWITZ]; D. 34, 3, 5, 3 [*quod optinendum est — sed pacto*: FABRO]: D. 24, 3, 2, 2 [*evidenter*]; D. 27, 8, 6 [*evidenter*]; D. 40, 4, 24 [*evidenter denotati*: GRUPE]; D. 23, 1, 7, 1 [*nisi evidenter dissentiat*]; D. 26, 7, 7, 4 [*sed hoc ita demum — vertit*]; D. 33, 7, 8 [*evidenter*]; D. 28, 6, 24 [*nisi forte — expressum*: EISELE]; D. 27, 1, 33 (FABRO); D. 40, 5, 16 [*ita tamen — possit*]; D. 29, 2, 42, 3 [*nisi evidenter quasi heres manumiserit*]; D. 31, 85 [*si voluntas — ostenderetur*]; D. 48, 16, 18, 1 [*nisi evidenter probetur consentire*]; D. 31, 86 [*nisi si — evidenter probaverit*: GRADENWITZ]; D. 24, 1, 32, 4 [*si appareat — voluntatem*: GRADENWITZ]; D. 37, 1, 15 [*nisi si — dare*: GRADENWITZ].

Analogo risultato presenta lo spoglio dei testi del Codice. Tre volte *evidenter* si trova in costituzioni postclassiche (C. 10, 48, 15: Arcadio; C. 1, 1, 8, 28 e 1, 3, 36: Giustiniano): le altre volte in costituzioni interpolate. Cfr. C. 2, 42, 3, 3 [*si tamen — ostenderis*: RICCOBONO]; C. 4, 12, 15 [*evidenter*]; C. 6, 23, 14 [*evidenter*: in fine di periodo!]; C. 6, 46, 1 [*nisi — probabitur*: LEIPOLD]; C. 6, 55, 3 [*evidenter*]; C. 5, 55, 4 [*nimis (!) evidenter*]; C. 7, 4, 10, (9), 1 [*et si — placuit*: EISELE]; C. 8, 15, 6 [*cum Serviana etiam (!) actio declarat (!) evidenter (!). iure pignoris teneri non posse, nisi quae obligantis (!) in bonis fuerint, et*]; C. 8, 30, (31), 3 [*satis (!) evidenter*]; C. 9. 35, 8 [*haberi rationem verbis evidenter exprimitur*] invece del semplice < habetur ratio >.

Evidentissime è interpolato in D. 2, 8, 5, 1 [*evidentissime — sistendi causa*; *quia sane — det*]: il testo genuino doveva dire: qui pro rei qualitate *idoneum vindicem* non acceperit; D. 23, 3, 57 [*quod*

si — adprobetur : GRADENWITZ]; D. 24, 3, 24, pr. [*et constat — sufficere*: NABER]; D. 30, 33 [*quod si — transire* : CUIACIO].

Evidentissime è in C. 4, 16, 7 (nella forma, almeno, ritoccata) e in C. 7, 63, 5, 4 (Giustiniano).

Così interpolato è l' aggettivo superlativo: *evidentissimus*. Cfr. D. 36, 1, 65, (63), 4 [*et hoc est — institutum* : FABRO]; D. 5, 3, 45 [*condemnatur — optulit :* LENEL]; D. 12, 4, 6 [*quia de his — prospiceret :* FABRO]; D. 36, 7, 2, pr. [*nisi — deficit* : EISELE]; D. 30, 34, 3 [*si evidentissimis — voluisse :* GRADENWITZ]; D. 22, 3, 25, 4 (CUIACIO).

Evidentissimus è in una c. postclassica (C. 9, 30, 1) e in una c. giustinianea (C. 3, 33, 13, 3): classica è soltanto l' espressione *evidentissimi iuris est* (cfr. C. 6, 29, 2; 7, 14, 6; 7, 33, 5).

L'aggettivo comparativo (*evidentior*) è interpolato in D. 1, 2, 1 [*namque — intellectum* : GRUPE]: soltanto la forma comparativa dell'avverbio è usata dai classici (*evidentius apparere* : cfr , ad es., Gai 1, 118 a).

L'aggettivo *evidens* è assai spesso interpolato: così in D. 35, 3, 1, 4 [*evidens vel*]; D. 40, 7, 3, 15 (da *ratio* in poi, parafrasi: BESELER); D. 30, 34, 3 [*eiusque rei ratio — potest*]; D. 36, 3, 14, 1 [*evidens res est, ut*]; D. 30, 17, 1 [*quod ita — testatoris* : GRADENWITZ]; D. 30, 74 (*Ulpiani disputationes !*); D. 32, 73, 4 [*nisi — sentientis* : LENEL]; D. 36, 2, 12, 4 [*nisi forte — solutionem*]: D. 36, 1, 68, (66), 1 [*si non evidens — esset*]; D. 40, 4, 10, 1 [*si quidem — libertatem* : LENEL]; D. 3, 3, 4, 4 (paragrafo sospetto); D. 31, 14 [*sin autem — praevalebit*: EISELE]; D. 4, 3, 7, 10 [*nam nisi — dari* : PERNICE]; D. 12, 6, 65, 1 [*sin autem — dabitur* : EISELE]; D. 43, 29, 3, 4 [*pietas enim — intercedat* : BESELER]; D. 1, 13, 1, 7 [*quos probari poterit — alienasse*]: cfr. D. 26, 1, 9 pure alterato con gli stessi esempi e con le stesse frasi (i testi appartengono a due giuristi diversi, Ulpiano e Marciano); D. 4, 4, 7, 8 [*quod circumspecte — doceatur :* EISELE]; D. 5, 1, 15, 1 [*dolo malo autem — sordes :* SECKEL]; D. 9, 4, 8 [*ante noxale sane — iudicium* : BESELER]; D. 30, 49, 3 [*nisi evidens — sentientis:* LENEL]; D. 40, 12, 27, 1 [*nisi — pronuntiandum*: PERNICE]; D. 18, 1, 7, 1 [*tam evidenti venditione :* BESELER]; D. 41, 1, 19 [*sed licet — hereditatem :* LENEL]: D. 30, 90, pr. [*nisi evidens — probetur*: GRADENWITZ]; D. 47, 9, 1, 1 [*Huius edicti — praeposuit* : BESELER].

Evidens è pure interpolato in costituzioni precostantiniane del Codice o si trova in costituzioni postclassiche.

Le costituzioni precostantiniane interpolate sono:

C. 2, 55, 3 [*sordes vel evidens gratia*] invece di *dolus ;* C. 4, 16, 4 [*non posse nimis (!) evidens est*] invece di *constat ;* C. 9, 1, 2, 1 [*nisi — apparebit*: LEIPOLD]; C. 4, 21, 7 [*evidentibus*: ma il testo è più largamente corrotto (*licet* con l' indicativo)]; C. 5, 18, 6, 1 (ALBERTARIO); C. 8, 27, 2, 10 [*evidentibus probationibus*]; C 9, 41, 4 [*evidentibus rationibus*]. Le costituzioni postclassiche o giustinianee sono: C. 1, 3, 36; 1, 13, 1; 7, 65, 4; 7, 67, 2, 1; 9, 9, 33; 9, 40, 2; 10, 22, 1, 1. L' *index* del Co-

torio (1), e, finalmente, una delle tante presunzioni di schietta marca bizantina (2). Nel fr. 9 pr. si osservino la costruzione *ex* posteriore casu, il non sequi *nuptiae* propter *matrimonii* interdictionem, e si richiamino le altre critiche dello Schulz (3).

Accostiamoci, ora, a un testo di Ulpiano riferitoci in D. 41, 9. 1, 2 (*anch'esso ricavato dal libro 31 ad Sabinum*).

Et primum de tempore videamus, quando pro dote quis usucapere possit, utrum post tempora nuptiarum an vero et ante nuptias.

Est quaestio volgata, an sponsus possit, [*hoc est qui nondum maritus est.*] (4) rem pro dote usucapere. et Iulianus inquit, [*si sponsa sponso ea mente tradiderit res, ut non ante eius fieri vellet, quam nuptiae secutae sint, usu quoque capio cessabit: si tamen non evidenter id actum fuerit, credendum esse id agi Julianus ait, ut statim res eius fiant, et si alienae sint, usucapi possint*]: quae sententia mihi probabilis videtur. ante nuptias autem non pro dote sucapit, sed pro suo.

È bene far precedere alla critica la mia ricostruzione del testo. La quale è la seguente:

...... est quaestio volgata, an sponsus possit rem pro dote usucapere. Et Julianus ait <sponsum non pro dote usucapere sed pro suo>: quae sententia mihi probabilis videtur.

---

dex theodosianus curato dal GRADENWITZ dimostra come *evidenter* ed *evidens* siano, nelle tarde costituzioni, di uso molto frequente (cfr. *Heidelberger Index zum Theodosianus*, 79).

Per comprendere l'esattezza di numerose interpolazioni da me segnalate in questa nota rinvio alle acute considerazioni svolte dal RICCOBONO, *ZSSt.*, 34, 1913, 231-246.

Anche qui classica è l'espressione *evidentis* o *manifesti et evidentis iuris est*: cfr. Cons. 6, 19 (la c., riprodotta nel Codice giustinianeo, invece di *manifesti atque evidentis iuris*, ha *manifestum atque evidens*); C. 7, 14, 9; 7, 23, 1; 9, 9, 23, 1.

(1) cfr. BESELER, *Beiträge*, 1, 102 e 4, 150-151; GUARNERI - CITATI, in *Bull. ist. dir. rom.*, 33, 1923, sub h. v.; in *Annali Palermo*, 11, 249, n. 1; *Miscellanea esegetica*, 1, Perugia, 1924; RICCOBONO, *ZSSt.*, 43 (1922), 346 e 351; ALBERTARIO, *Animus furandi*, 31. Per D. 23, 3, 43, 1 cfr. PERNICE, *Corp. iur. civ.*[14], 1; per D. 28, 6, 24 cfr. EISELE *Corp. iur. civ.*[14], 1.

(2) Sulla dottrina postclassica delle presunzioni cfr. il magistrale studio del FERRINI, in *Riv. it. sc. giur.*, 14, 1892, 258 sgg.; GRADENWITZ, in *ZSSt.*, 7, 70 sgg.; ALBERTARIO, *Revoca tacita dei legati* ecc., 11 sgg.

(3) *loc. cit.*

(4) L'esplicazione, più che una interpolazione, è, per la sua banalità, un glossema.

E mi sembra ricostruzione semplice e sicura. Il testo è così malamente interpolato, che, al quesito se lo *sponsus* possa usucapire *pro dote*, Giuliano risponderebbe *no*, se l'intenzione della donna costituente la dote è quella che gli oggetti dotali non diventino dello *sponsus* prima che sia concluso il matrimonio: risponderebbe *sì*, nel caso che questa non fosse stata la chiara intenzione del costituente. Cioè, si dovrebbe dire: *non usucapio pro dote*, nel primo caso: *usucapio pro dote*, nel secondo. E Ulpiano approverebbe questa soluzione giulianea (*quae sententia mihi probabilis videtur*). Solo, in fine, interviene — come una sorpresa — il chiarimento che, così come è posto, parrebbe più di Ulpiano che di Giuliano: badiamo bene che prima del matrimonio lo *sponsus* non usucapisce *pro dote* ma *pro suo*. Ora, è mai possibile che, impostato il quesito: *an sponsus possit rem pro dote usucapere*, la risposta si svolgesse in così caotica maniera? Se il testo è così malconcio, ciò deriva dall'esser fattura di due diverse mani.

La seconda mano può essere sorpresa anche attraverso altri indizi. Il giurista domandava an sponsus possit *rem* pro dote usucapere. I compilatori intervengono nel testo e saltano subito al plurale: tradiderit *res*, *res* eius *fiant*, si *alienae sint*, usucapi *possint*. Orbene: questi passaggi dal singolare al plurale, o viceversa — lo ho notato più volte — sono sospetti. Il giurista avrebbe continuato ad adoperare correttamente il singolare.

E poi, dopo *Julianus inquit*, sta male la ripetizione *Julianus ait;* e poi ancora c'è l'*id agere*, *ut;* c'è *credendum esse;* c'è *evidenter;* e c'è, finalmente, anche qui quella stessa presunzione che abbiamo vista affacciarsi già per interpolazione in D. 23, 3, 8 (1). Mi pare che maggiore abbondanza di indizi non sia facile trovare (2).

---

(1) Uno scolio dei Basilici (HEIMB. 3, 354) a D. 23, 3, 8 insiste nel limitare l'efficacia della presunzione al caso in cui la dote sia costituita dalla donna, non dall'estraneo:
Σημείωσαι, ὅτι κατὰ πρόληψιν ἐπὶ τούτῳ λαμβάνει τὰ λόγῳ προικὸς ἐπιδεδομένα πράγματα ὁ ἀνὴρ παρὰ τῆς γυναικός, οὐ μὴν παρὰ ἐξωτικοῦ, ἵνα καὶ πρὸ τοῦ γάμου δεσπότης μὲν αὐτῶν γένηται, μὴ προβαινόντων δὲ τῶν γάμων ἀναδῷ αὐτά.

[Nota, maritum res sibi dotis nomine ab uxore non etiam ab extraneo, datas, ex praesumptione sic accipere, ut et ante matrimonium dominus earum efficiatur, non secutis autem nuptiis eas reddat].

(2) Un testo del Codice (C. 7, 28, 1: Alexander) avverte: Res mobiles in dotem datae, quamvis alienae, si sine vitio tamen fuerunt, a

Del resto, la dimostrazione della mia tesi che la *datio dotis ante nuptias* nel diritto romano-classico producesse l'immediato acquisto della proprietà della dote a favor del marito non emerge soltanto dalla constatata alterazione di D. 23, 3. 7, 3; 8; 9, pr. e di D. 41, 9, 1, 2 e dalla agevole ricostruzione del dettato genuino di quest'ultimo testo. Essa vien fuori da altre constatazioni: e così dal constatare che alcuni testi ribadiscono il principio che si usucapiscono *pro suo* le cose date in dote prima delle nozze, *senza il menomo accenno alla eventualità che questa usucapione non abbia luogo* (il che esclude che il costituente potesse tardare a far decorrere l'acquisto dal momento della conclusione del matrimonio).

Si vedano, infatti:

D. 41, 9, 1, 2 (Paulus 54 ed.) Si aestimata res ante nuptias tradita sit... nec *pro suo* ante nuptias usucapietur:

il che, ragionando *a contrariis*, vuol dire che tutte le volte che vi sarà *ante nuptias datio* di dote non stimata, vi potrà essere l'*usucapio pro suo.*

Fr. Vat. 111: <Quamvis enim> Julianus et ante nuptias res dotis nomine traditas usucapi *pro suo* posse existimaverit.... tamen hoc tunc verum est cum res dotales sunt.

Anche questo Fr. non fa che insistere sullo stesso principio: quando sia costituita prima delle nozze dote senza stima (*cum res dotales sunt*), ha luogo *ante nuptias* l'*usucapio pro suo*.

E da altri testi nella forma più assoluta vien detto che il costituente di una dote *ante nuptias* ha, nel caso che *nuptiae secutae non fuerint*, la *condictio* per ripetere ciò che ha dato.

Così D. 12, 4, 7, 1 (Julianus 17 dig.): Fundus dotis nomine [*traditus*], si nuptiae insecutae non fuerint, *condictione* repeti potest.

Così, anche, D. 42, 5, 17, 1 (Ulpianus): si sponsa dedit dotem et nuptiis renuntiatum est,... ipsa dotem *condicit*.

L'effetto giuridico della *datio dotis ante nuptias* nel diritto romano-classico mi par, dunque, messo in netta evidenza: essa produce l'immediato acquisto della proprietà delle cose date in dote al marito e il successivo non verificarsi del matrimonio risolve l'acquisto.

---

bona fide accipiente *pro dote* usucapiuntur. Bisogna supporre che il testo sia incompleto e che nel dettato genuino avvertisse: < *post nuptias* > pro dote usucapiuntur.

Chiarito questo punto, dobbiamo ora indagare il motivo della innovazione giustinianea. E, per verità, non è difficile scoprirlo. Il motivo, anzi, i motivi ci furono. Innanzi tutto, la scomparsa nell'età giustinianea della *mancipatio* e della *in iure cessio* come forme adoperate nella più gran parte dei casi di costituzione di dote: quando, cioè, si costituivano in dote *res mancipi*. Ha osservato acutamente lo Czyhlarz (1), senza però trarre dalla sua osservazione quella precisa e completa deduzione che gli era possibile trarre: « *bei den Hauptarten der datio, nämlich bei der mancipatio und in iure cessio, die doch auch dotis causa vorkommen konnten, eine Bedingung geradezu unmöglich war; wenn diese daher vor der Ehe vorgenommen wurden, so konnten sie immer nur den Charakter der unbedingten datio ob causam haben* ».

È naturale, pertanto, che i Romani fossero portati a costruire la *dotis datio ante nuptias* come un negozio giuridico sottoposto a condizione risolutiva e che i Giustinianei, invece, fossero portati — tolto l'ostacolo classico — a costruirla indifferentemente come un negozio giuridico sottoposto vuoi a condizione sospensiva vuoi a condizione risolutiva, secondo che le parti volevano.

Un altro motivo, che determinò l'innovazione, è senza dubbio da ricercarsi nella accentuata esaltazione della volontà delle parti. Abbiamo qui una nuova concreta manifestazione di quella che è una spiccata tendenza della legislazione giustinianea, del resto già da tempo riconosciuta. Abbiamo anche — soggiungo subito — una innovazione, che me ne richiama, in modo direi irresistibile, un'altra recentemente segnalata dal Longo (2).

Questo nostro finissimo romanista è riuscito a dimostrare nel modo, secondo me, più persuasivo che le clausole sulla *in diem addictio* e sulla *lex commissoria* nella compravendita erano nel diritto romano-classico concepite da alcuni (Sabino) come condizioni sospensive; da altri, per influenza di Giuliano, come patti di risoluzione di una vendita pura, e che soltanto i Giustinianei ammisero il loro valore di condizione sospensiva o di patto di risoluzione a seconda della intenzione delle parti, salvo per la *lex commissoria* una presunzione a favore del patto di

(1) *Dotalrecht*, 144.
(2) Cfr. *Bull. ist. dir. rom.*, 31, 1921, 40 sgg.

risoluzione. E anche in questo caso l'innovazione giustinianea si attua, si può dire, colla stessa forma. Si veda soprattutto D. 18, 2, 2, pr :

Quotiens fundus in diem addicitur .... mihi videtur verius [*interesse quid actum sit; nam, si quidem hoc actum est, ut meliore allata condicione discedatur, erit pura emptio quae sub condicione resolvitur; sin autem hoc actum est, ut perficiatur emptio nisi melior condicio offeratur, erit emptio condicionalis.*]

Chi non vede qui una interpolazione parallela a quella eseguita in D. 23, 3, 7, 3; 8; 9 pr. e in D. 41, 9, 1, 2 in materia di *datio dotis ante nuptias*? Anche qui, il più lato riguardo alla volontà delle parti; anche qui, le forme grammaticali tanto care ai compilatori: *si quidem-sin autem.* Le interpolazioni, dunque, da me affermate hanno una ragion d' essere, anzi più ragioni d' essere, che mi lusingo non vorranno essere disconosciute.

II

Se *ante nuptias* è costituito in dote un fondo, quando esso comincia a considerarsi dotale? Quando, perciò, comincia ad esserne vietata dalla *lex Iulia* l'alienazione?

In linea generale va da sè che non si deve confondere il momento in cui le cose date in dote sono acquistate al marito e il momento in cui esse diventano dotali. Se vi ha *datio dotis ante nuptias*, vi ha nel diritto romano-classico sempre acquisto immediato delle cose date in dote al marito, e, ciò non ostante, esse non possono fino al momento del matrimonio considerarsi dotali. Donde alcune importanti conseguenze: i frutti, ad esempio, non spettano ancora al marito ma *ex fructibus fundi qui ante nuptias* [*traditus*] *est dos ampliatur* (D. 23, 3, 47); l'usucapione delle cose altrui, date in dote *ante nuptias*, ha luogo fino al momento del matrimonio *pro suo* e non *pro dote*.

Ma, a proposito della definizione del fondo dotale, noi abbiamo nel Digesto testi discordanti. e testi discordanti abbiamo anche in riferimento al momento iniziale del divieto di alienazione del fondo dotale secondo quanto la *lex Iulia* prescriveva.

Giova richiamare i testi.

D. 24, 3, 5 (Ulpianus libro trigesimo <primo: Lenel> ad Sabinum :

..... et utique in fructibus a viro retinendis neque dies dotis

constitutae neque nuptiarum observabitur, sed quo primum dotale praedium constitutum est, [*id est tradita possessione*].

D. 23, 5, 13, 2 (Ulpianus libro 5 de adulteriis):

Dotale praedium sic accipimus, cum *dominium marito quaesitum est* ...

Secondo quest' ultimo testo, correttamente è detto che il fondo è da intendere divenuto dotale quando la proprietà ne à stata acquistata al *marito*: il che vuol dire che non soltanto deve esservi acquisto della proprietà in capo a colui a favore del quale la dote è costituita, ma colui che acquista deve anche essere marito.

Il primo testo, invece, ammetterebbe che il fondo diventa dotale *tradita possessione*: per modo che sarebbe da considerar dotale anche un fondo *traditus ante nuptias*, nel periodo anteriore alla conclusione del matrimonio.

Discordanza, quindi, evidente. Ma l'Eisele (1) ha acutamente segnalata l'aggiunta della esplicazione finale di D. 24, 3, 5, *id est tradita possessione*, e, tolte queste parole, che sono certo un malaccorto glossema, la discordanza è eliminata.

Più grave è eliminare la seconda discordanza, a cui ho accennato. Il divieto della *lex Julia* relativo all' alienazione del fondo dotale riguarda l'alienazione fatta dopo conchiuso il matrimonio, o quella, anche, fatta anteriormente, nel caso di *datio dotis ante nuptias?* A questa domanda non danno la stessa risposta due testi, l' uno di Ulpiano, l'altro di Gaio, contenuti nello stesso titolo della Pandette (D. 23, 5), cioè nella *sedes materiae*.

Ulpiano (D. 23, 5, 13, 2), afferma:

Dotale praedium sic accipimus, cum dominium *marito* quaesitum est, *ut tunc demum alienatio prohibeatur*.

Gaio, invece (D. 23, 5, 4, libro 11 ed. prov.), avverte:

Lex Julia, quae de dotali praedio prospexit, ne id marito liceat... alienare, [*plenius interpretanda est, ut etiam de sponso idem iuris sit quod de marito*].

La contraddizione fra i due testi è palese. Secondo il primo testo in caso di *datio dotis ante nuptias*, il divieto della *lex Julia* colpisce il fondo costituito in dote solamente quando dominium quaesitum est *marito*: cioè, dal momento della conclusione del matrimonio; non prima. Secondo il testo gaiano,

(1) *ZSSt*. 13, 140.

invece, per una *plenior interpretatio* della *lex Julia*, quel divieto colpirebbe il fondo costituito in dote anche prima della conclusione del matrimonio: *ut etiam de sponso idem iuris sit quod de marito.*

Tanto palese è la contraddizione che l'Enantiofane cerca di eliminarla integrando D. 23, 5, 13, 2 col richiamo di 23, 5, 4: al testo dei Basilici (Bas. 29, 6, 13 in Heimbach 3, 492) che, riproducendo D. 23, 5, 13, 2, rileva:

Προικιμαιόν ἐστι τὸ τῆς δεσποτείας τοῦ ἀνδρὸς γινόμενον. καὶ τότε κωλύεται ἐκποιεῖσθαι

[Dotale est, quod dominii mariti factum est: et tunc alienari prohibetur]

uno scolio dell'Enantiofane si affretta a soggiungere:

Καὶ ὁ δοθεὶς τῷ μνηστῆρι, ὡς διγ. δ'.

[Et qui datus fuit sponso, ut dig. 4].

Come risolvere la contraddizione? A mio avviso, non è aperta che una via: quella, evidentemente, di ritenere il testo gaiano interpolato. Questa mia affermazione è grave, perchè, se è anche — come spero — fondata, è feconda di conseguenze importantissime riguardanti, in generale, la critica della compilazione giustinianea.

Lasciando pur da parte la impossibilità che Ulpiano recisamente affermasse ancora sul finire dell'epoca classica

dotale praedium sic accipimus cum dominium *marito* quaesitum est, *ut tunc demum alienatio prohibeatur*,

se nel pieno fiorire dell'epoca classica era prevalsa la *plenior interpretatio*

ut etiam de *sponso* idem iuris sit quod de marito,

l'interpolazione del testo gaiano è dimostrata da altre considerazioni. Dalla considerazione, innanzitutto, che il divieto della *lex Julia* è una norma di diritto singolare, limitatrice del diritto di proprietà che il marito ha sulla dote: quindi, non suscettibile, secondo il preciso rigore del metodo interpretativo, di estensione analogica: di *interpretatio plenior*. Che a ciò non badino postclassici e giustinianei, non mi fa meraviglia: mi farebbe meraviglia, che non vi badassero i giuristi romani.

Si aggiunga la simpatia, in genere, dell'età postclassica per le *pleniores interpretationes* (1); il cordiale disprezzo, invece,

(1) Cfr. D. 18, 1, 53 e su questo testo PRINGSHEIM, *Kauf mit fremden Geld*, 71.

per lo *strictum ius*, per la *stricta ratio*, per la *stricta observatio*, soprattutto per la *stricta interpretatio* (1): (cfr. D. 7, 8, 12, 2: neque enim *tam stricte* (!) interpretandae sunt voluntates defunctorum (2); D. 8, 2, 20, 2: nam alioquin si quid *strictius interpretetur*, aliud est quod sequenti loco ponitur . . . .) (3).

Si aggiunga, ancora, la constatazione che i Giustinianei altre volte estendono agli sponsali norme dettate per il matrimonio, su per giù con la stessa forma. Si confrontino:

D. 23, 1, 15 (Modestinus, libro singulari de enucleatis casibus) . . . . [*scias tamen, quod de nuptiis tractamus, et ad sponsalia pertinere*] (4);

D. 23, 1, 16, (Ulpianus, libro tertio ad legem Iuliam et Papiam) Oratio imperatorum Antonini et Commodi, quae quasdam nuptias in personam senatorum inhibuit, de sponsalibus nihil locuta est. [*recte tamen dicitur etiam sponsalia in his casibus ipso iure nullius esse momenti, ut suppleatur quod orationi deest*] (5);

D. 23, 2, 60, 5 (Paulus, libro singulari ad orationem divi Antonini et Commodi) . . . . verbis orationis cautum . . . ., ne uxorem tutor pupillam suam ducat. [*tamen intellegendum est ne desponderi quidem posse: nam cum qua nuptiae contrahi non possunt, haec plerumque ne quidem desponderi potest: nam quae duci potest, iure despondetur*] (6);

D. 48, 5, 13, 3: Divi Severus et Antoninus rescripserunt [*etiam in sponsa hoc idem (adulterium) vindicandum, quia neque matrimonium qualecumque nec spem matrimonii violare permittitur*] (7).

Ho voluto insistere nell' addurre argomenti che valgono, secondo me, a dimostrare nettamente l' alterazione di D. 23, 5,

(1) Cfr. PRINGSHEIM, *ZSSt.*, 42, 1921, 653 sgg.

(2) Cfr. RICCOBONO, *Studi Scialoja*, 1, 579.

(3) Cfr. PRINGSHEIM, *ZSSt. cit.*, 660.

(4) Cfr. RICCOBONO, *Prospectus montium*, in *Arch. Giur.*, 76, 1906, 14 sg. (estr.).

(5) Cfr. RICCOBONO, *Prospectus cit.*

(6) Cfr. RICCOBONO, *Prospectus cit.*

(7) L' interpolazione è dimostrata dal confronto con *Collatio* 4, 6: In uxore adulterium vindicatur iure mariti, *non etiam sponsam*. Severus quoque et Antoninus ita rescripserunt. Cfr. ARANGIO-RUIZ, *Istituzioni*, 2, 198.

4 per l'importanza delle conclusioni che se ne possono trarre nel campo generale della critica del Corpus iuris. Giacchè, una costituzione romano-ellenica (C. 6, 61, 5, 1, impp. Leo et Anthemius, a. 473) attribuirebbe a Giuliano la stessa *plenior interpretatio*, che noi troviamo nel testo di Gaio (D. 23, 5, 4) *interpolato*:

.... non piget nos in praesenti quoque negotio, de quo sublimitas tua suggessit, aequitati convenientem *Juliani* tantae existimationis viri atque disertissimi iuris periti opinionem sequi. (Qui) (1) cum de *dotali praedio* tractatu proposito *idem ius tam de uxore quam de sponsa observare arbitratus sit, licet lex Julia de uxore tantum loquatur* ...

Nel testo gaiano si estende allo *sponsus* il divieto che la *lex Julia* fa al marito: secondo questa costituzione, Giuliano avrebbe detto doversi estendere alla *sponsa* quel *ius* che la *lex Julia* riconosce all' *uxor*. Giuliano si riferirebbe anch' egli, indubitabilmente, al divieto dell'alienazione del fondo dotale (2).

Il richiamo a Giuliano, che gli imperatori romano-ellenici fanno in questo testo, deve, dunque, far considerare inverosimile, anzi impossibile, l' interpolazione da me asserita nel testo gaiano (D. 23, 5, 4)? Io rispondo, che no. Non mi dissimulo la gravità della risposta: non esito, d'altra parte, a darla, quando io la ritengo fondata. Fondata, non soltanto perchè io credo di esser riuscito a dimostrare con larghezza di considerazioni l'interpolazione di D. 23, 5, 4: fondata, anche, per altri motivi. Ma come? Il divieto dell'alienazione del fondo dotale sarebbe stato da estendersi già secondo Giuliano allo *sponsus* e Gaio non si richiamerebbe affatto, come le altre volte invece fa, a Giuliano e ne metterebbe innanzi quella *plenior interpretatio* come cosa sua? Sarebbe stato un furfantello quel Gaio! Seconda, e più grande, meraviglia: Giuliano avrebbe messa innanzi quella *plenior interpretatio* e Ulpiano, *che a Giuliano si richiama ogni momento*, la ignorerebbe completamente? Dico che la ignorerebbe, perchè, o l'avrebbe seguita come suol fare, o, almeno, l'avrebbe citata sia pur senza seguirla.

Tutto ciò premesso, io affermo che la via d' uscita è una sola. E questa. Gli imperatori che legiferavano sulla fine del

(1) Cfr. MOMMSEN, in KRÜGER, *Codex*².

(2) Il GOTOFREDO, infatti, in nota a D. 23, 5, 4 richiama C. 6, 61, 5, 1.

5° secolo (a. 473) avevano innanzi un testo glossato di Giuliano, in cui la glossa era già diventata *parte organica* del testo e attribuiscono al grande giureconsulto romano quel che era pensiero di un commentatore postclassico. Nell'età romano-ellenica era già tutto un fiorire e uno svilupparsi di tendenze che poi trionfano nella legislazione giustinianea: così lo spirito della legislazione giustinianea in materia dotale, mirante sempre più a salvaguardare la dote, era già vivo in quest'epoca. E dove la legge imperiale non giungeva o tardava a giungere, provvedeva la *benigna interpretatio*, la *plena interpretatio* delle scuole. Il rigore dei canoni della interpretazione giuridica che importa se era dimenticato? Il fatto è che l'interprete colmava le molte lacune legislative e dava fervido impulso per intonare i testi del diritto romano alla nuova età e al nuovo ambiente.

Chi ritenga dimostrata da me l'interpolazione di D. 23, 5, 4, vedrà subito l'importanza del risultato così raggiunto: la vedrà subito, perchè essa trascende il limitato campo dell'istituto della dote.

Chi ritenga dimostrata da me quella interpolazione, vedrà che C. 6, 61, 5, 1 ci dà modo di accertare concretamente l'esistenza di alterazioni *pregiustinianee* dei testi giuridici romani: alterazioni, consistenti nell'*assorbire* e nel far divenire *organica parte* del testo quel che originariamente era semplice glossa o *interpretatio* del testo.

Queste alterazioni, avvenute in modo esteriormente non più afferrabile, potevano far sì che gli imperatori romano-ellenici e i giustinianei credessero di citare il pensiero di un giurista classico e citavano, invece, quello di un tardo interprete.

A conclusione analoga a quella, a cui io qui pervengo, è giunto, in altro campo, il nostro Solazzi. Il quale è riuscito a dimostrare in modo assai persuasivo che la dottrina dei lucidi intervalli del furioso non è classica e che pertanto le *ambiguitates*, da Giustiniano decise nelle sue costituzioni (C. 5, 70, 6 e 6, 22, 9) e da lui attribuite all'età classica (*antiquitas disputabat, ab antiquis dubitabatur, antiquos animos movit*), erano invece sbocciate sul terreno della dottrina e della prassi postclassiche (1). « L'ignoranza giustinianea, conclude il Solazzi,

(1) Cfr. SOLAZZI, *I lucidi intervalli del furioso* in *Arch. giur.*, 1923, 92 sgg. La critica del LENEL (*Intervalla insaniae*, in *Bull. ist. dir. rom.* 33, 1924, 227 sgg.) non riesce, secondo me, a indebolire la tesi dal

derivava evidentemente dallo stato delle fonti. I *iura* e le *leges* di cui l'imperatore disponeva, erano alterati. Portavano il nome del giureconsulto o dell'imperatore classico, ma non il pensiero ».

E io veramente mi lusingo di poter dire che i risultati, raggiunti dal Solazzi nei suoi studi sui lucidi intervalli del furioso e da me nella presente indagine, concorrono a far progredire notevolmente il problema delle interpolazioni pregiustinianee.

Pavia, febbraio 1925.

Solazzi sostenuta: che anzi, da un più generale studio del Solazzi stesso (*Furor vel dementia*, in *Μυσειον*, 2. 1924, fasc. 1) è stata colpita come per abile e larga manovra di accerchiamento.

DI ALCUNI FENOMENI CHE SI OSSERVANO IN UN CAMPO ELETTRICO PRODOTTO DA UN CONDUTTORE ISOLATO, ELETTRIZZATO AD ALTO POTENZIALE.

Nota del prof. GUSTAVO LAURO.

(Adunanza del 12 marzo 1925)

I.

Nel corso di uno studio sulle traiettorie percorse da ioni ed elettroni in certi tubi di scarica, notai alcuni fenomeni nelle vicinanze del tubo.

Volli allora esaminarli isolatamente.

I risultati di tali osservazioni ed esperienze sono qui brevemente riassunti.

Esperienze.

1) Studio delle oscillazioni di un ago metallico sospeso per il suo centro di gravità, messo davanti ad un conduttore isolato e riunito con un filo metallico ad uno degli elettrodi di una macchina Wimshurst.

L'ago, quando il potenziale del corpo inducente è relativamente basso, secondo le classiche esperienze di Coulomb, oscilla dinnanzi al conduttore elettrizzato. Il periodo delle oscillazioni risponde alla nota formula.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Omega}{C}}$$

2) Facendo però crescere gradatamente il potenziale, si arriva ad un valore che dipende da circostanze complesse, che mi riprometto esporre con una nota a parte, per il quale le

oscillazioni dell'ago più non decrescono regolarmente in ampiezza; la natura stessa del moto resta profondamente turbata, i periodi più non concordano con la formula; si notano inversioni repentine e la tendenza di queste oscillazioni a divenire più ampie, avvicinandosi a π. Se questo valore è raggiunto o sorpassato, l'ago comincia decisamente a rotare.

3) Queste rotazioni non sono effettuate con moto uniforme; la velocità angolare è massima quando la punta dell'ago passa davanti al conduttore; minima nella posizione normale a questa.

4) Se si inverte la rotazione dell'ago comunicandogli un impulso in senso contrario, dopo qualche giro fatto con decrescente velocità, l'ago si arresta per un brevissimo istante nella sua posizione di minima velocità, poi ritorna indietro e ripiglia a girare nel senso primitivo.

5) Queste rotazioni non si effetuano in un piano, salvo casi particolari; in generale, mentre l'ago gira, le punte beccheggiano sulla punta di sostegno in modo che l'ago è animato da un moto rotatorio ed oscillatorio simultaneo.

6) Gli stessi aghi nelle medesime condizioni, girano più rapidi se il conduttore è elettrizzato positivamente, meno rapidi se il conduttore è elettrizzato negativamente.

7) Le punte dell'ago, viste nell'oscurità, sono luminose molto più visibilmente allorchè le punte passano davanti al conduttore e nella posizione a questa normale.

8) La velocità di rotazione dipende, fra l'altro, dalla forma, lunghezza e peso dell'ago.

9) Le distanze degli aghi dal conduttore perchè la rotazione si effettui, dipendono dal potenziale del conduttore e dalla forma, dimensione ed inerzia dell'ago mobile.

Gli aghi adoperati erano costituiti da fili metallici girevoli intorno ad una punta e bene isolati per mezzo di un supporto di vetro poggiante su un blocco di paraffina.

Per ottenere la sospensione ho usato due mezzi: o curvando ad *M* la parte mediana; ovvero piegandola a campana ed incollando questa parte curvata su una capsuletta di vetro che poggia sulla punta di un ago da cucire:

spessore del filo adoperato da mm. 1 a 1.75 lunghezza dell'ago 120 a 200 mm.

metallo degli aghi: rame, ferro, acciaio-nikelina.

Usando come corpo inducente una sfera cava di ottone del diametro di 9 cm. la distanza della punta dell'ago dalla sfera è stata da 4 a 25 cm.; mentre il potenziale era da 20 a 100000 volts.

Rilievi delle condizioni in cui il fenomeno accade.

La maggior cura si è posta nel verificare che, durante il funzionamento, non accada l'inversione di polarità degli elettrodi della macchina, come talora avviene: la polarità del corpo inducente è rimasta quindi la stessa durante gli esperimenti.

Ma come si può spiegare la rotazione dell'ago?

Con le leggi note dell'influenza non sarebbe possibile, perchè, col crescere del potenziale e quindi del campo, l'ago dovrebbe effettuare le sue oscillazioni con periodi sempre più brevi.

Dunque deve necessariamente intervenire un'altra causa e questa non può essere che la ionizzazione dell'aria: a causa del potere dispersivo delle punte; ma considerando questo potere dispersivo al modo solito; cioè come una virtuale comunicazione col suolo, la causa della rotazione riesce incompleta.

Intanto si può facilmente constatare che una lastra di celluloide elettrizzata negativamente per strofinio, messa davanti al corpo inducente, in comunicazione col polo negativo della macchina, perde rapidamente tutta la sua carica; anzi, se rimane esposta più a lungo finisce per elettrizzarsi positivamente!

A riprova di ciò si può facilmente verificare che se la lastra di celluloide si presenta allo stato neutro davanti al corpo inducente e questo è negativo, essa si elettrizza positivamente, come è facile constatare con un piano di prova per mezzo di un elettroscopio a foglie d'oro; alla stessa guisa si comporta una bacchettina di ceralacca.

Se le stesse esperienze si eseguono riunendo il corpo inducente al polo positivo della macchina, la ceralacca e la celluloide non solo non perdono la loro carica, ma se esposte allo stato neutro si elettrizzano negativamente. Il vetro invece perde la sua elettrizzazione positiva, e si carica negativamente.

Effettuando le prove con conduttori ecco ciò che avviene:

Il corpo inducente sia una sfera metallica. Isoliamo un segmento di filo metallico mediante un manico costituito da un nastrino di celluloide che, per maggior sicurezza d'isolamento, è a sua volta portato da una impugnatura di paraffina. Provando l'isolamento del filo per mezzo di un elettroscopio carico, si trova che esso è perfetto. Con questo filo così isolato, si possono facilmente ripetere le seguenti prove:

a) Se il conduttore inducente è negativo, disponendo il filo nella posizione in cui l'ago rotante assume la massima velocità, vale a dire secondo un diametro della sfera alle distanze sopra indicate, dopo qualche istante portando l'ago fuori dal campo, lo si trova elettrizzato positivamente, in conformità a quanto si sarebbe potuto prevedere in base al potere dispersivo delle punte. Dopo aver scaricato il filo, se si dispone nella posizione in cui l'ago girevole assume la minima velocità, vale a dire normalmente ad un diametro della sfera, dopo qualche istante portandolo fuori dal campo, lo si trova elettrizzato negativamente contrariamente all'ipotesi della virtuale comunicazione col suolo.

b) Se il corpo inducente è positivo, succede lo stesso fenomeno, ma con i segni mutati.

Armando le punte dell'ago mobile e dei segmenti di filo isolato con palline di midollo di sambuco, verniciate con grafite per renderle conduttrice e metallicamente unite all'ago, i fenomeni si riproducono ma più debolmente. In luogo del segmento di filo metallico sostenuto dal manico isolante, se si adopera un grosso conduttore cilindrico terminato da calotte sferiche di diametro circa doppio del cilindro, sostenuto da un piede di vetro e poggiato, per maggior precauzione, su un blocco di paraffina, si constata che portato fuori dal campo esso si trova elettrizzato identicamente al filo. Come è stato detto dianzi.

E finalmente sostituendo alla sfera induttrice conduttori di altra forma, così per esempio un disco di notevole diametro, i fenomeni si ripetono egualmente.

Conclusione.

Sembra potersi avanzare l'ipotesi che nelle condizioni sperimentali suesposte, l'ago mobile si elettrizzi in due modi ben distinti: omonimamente nella posizione diametrale; di segno opposto al corpo inducente nella posizione normale ad un diametro, di qui la rotazione. Inoltre sia per spiegare la rotazione dell'ago mobile, sia per spiegare la diversa elettrizzazione permanente sui conduttori isolati, portati fuori dal campo dopo essere stati in vicinanza del corpo elettrizzato, sembra doversi ammettere che il segno della elettrizzazione permanente debba dipendere unicamente dal potere dispersivo; ma che questo non possa sempre considerarsi come una virtuale

comunicazione col suolo, perchè quando l'ago è posto normalmente alle linee di forza le punte disperdono elettricità omonima all'inducente e rimane elettrizzato di nome contrario.

Si arriva così ad una spiegazione soddisfacente delle rotazioni dell'ago; ma per i coibenti si apre la via a vari quesiti, fra cui certamente quello di precisare come avvenga la elettrizzazione di questi per mezzo dei ioni, problema certamente più complesso.

Stabilito sperimentalmente l'esistenza dei fenomeni surriferiti dal punto di vista qualitativo, esporrò in altra nota alcune deduzioni quantitative a cui si può giungere con esperienze supplementari, per non sorpassare i limiti di una modesta nota.

Dicembre 1924, Laboratorio di fisica del R. I. T. Carlo Cattaneo.

Necrologio del Nob. Luigi Allocchio

letto nell'adunanza del 12 marzo 1925

dal

M. E. prof. Costantino Gorini

Nell'aderire al cortese invito dell'illustre Presidente, mi felicito anzitutto coll'Istituto Lombardo che si è attratto questo lascito avendo dimostrato di tenere in onore la *Batteriologia Agraria*, scienza novella piuttosto misconosciuta, di cui il benemerito testatore era infervorato perchè aveva saputo sfruttarne abilmente i portati a vantaggio della pratica.

Il compianto Nobiluomo Luigi Allocchio da Crema possedeva in grado spiccato la dote dei proprietari terrieri cremaschi di esercitare l'arte dei campi non solamente con passione, qualità abbastanza diffusa fra gli agricoltori, ma altresì con un concetto molto elevato, in certo qual modo altruistico, bramoso e convinto di promuovere, attraverso al proprio interesse, l'incremento della economia nazionale mercè la cooperazione della scienza agronomica.

Malgrado fosse già da vari anni minato nella salute, massime in conseguenza di una gravissima emorragia da pallottola anonima casualmente toccatagli il 2 dicembre 1919 durante un moto bolscevico in Piazza del Duomo, Egli continuò a condurre in economia la propria tenuta di Cascina Costa in S. Bartolomeo ai Morti presso Crema, noncurante nemmeno delle minacciose agitazioni postbelliche dei contadini nel Cremonese. Ben giustamente Egli poteva gloriarsi di essere riuscito, sopra quel fondo di 400 pertiche che era già stato oggetto di amorose cure da parte dell'avo dottor fisico Luigi e del padre cav. Alberto, a portare il numero dei capi di bestiame da 25 nel 1911 a 60 nel 1914, a 70 nel 1915, a 110 nel 1917, cedendo inoltre 120 quintali di fieno alle requisizioni governative; in tal guisa il quantitativo delle vacche lattifere fu elevato da 14 a 26 e la produzione lattiera da 100 a 240 litri al giorno. Siffatto mira-

bile risultato fu raggiunto con una razionale sistemazione e coltivazione del terreno, con una sapiente scelta e utilizzazione dei mangimi concentrati, e sopratutto, com'Egli asseriva, con una intensiva applicazione degli studi batteriologici sulla conservazione dei foraggi infossati nei silos. In questa applicazione Egli fu veramente pioniere per la singolare perspicacia e rigorosità di cui l'aveva circondata, contribuendo efficacemente al perfezionamento tecnico e alla diffusione del metodo di insilamento, che possiamo chiamare *italiano*. E per vero i silò Allocchio servono tuttora da esempio e sono la meta di quanti agricoltori e studiosi, provenienti anche dall'estero, si occupano dell'importante argomento. E l'Allocchio non era mai soddisfatto. Egli mandava sistematicamente al Laboratorio di Batteriologia da me diretto nell'Istituto Superiore Agrario di Milano i suoi numerosi insilati perchè fossero controllati nei riguardi fermentologici e, a seconda del responso, destinava i foraggi alle bovine da latte oppure alle manzette, ai buoi, ai cavalli. Ancora dal letto di morte, pochi giorni prima di tacere per sempre, incitava in mia presenza il Suo degno fattore, Stefano Trezzi, a perseverare nei miglioramenti suggeriti man mano dalla scienza; degno fattore invero, che l'Allocchio considerava come amico e collaboratore e al quale, quando otto anni or sono Egli venne nominato Cavaliere della Corona d'Italia, desiderò fosse conferita pari onorificenza. Solamente prima di chiudere gli occhi della mente Egli potè apprendere che il Governo stava provvedendo ad una promozione cavalleresca per Lui.

Tale in brevi tratti è la figura dell'Uomo sagace e modesto, di animo veramente nobile, che si è spento troppo presto, a 65 anni.

Ma il Suo nome, oscuro ai più, è ora destinato, per la Sua illuminata munificenza, a brillare di luce perenne presso questo nostro Istituto Lombardo, dove è tradizionale il culto per gli studi scientifico-pratici in favore dell'agricoltura.

SOPRA IL PROBLEMA DEL BUMERANG

Nota dell'ing. dott. BRUNO FINZI

(Adunanza del 26 marzo 1925)

Il bumerang è l'arma per eccellenza degli indigeni australiani. Lanciata opportunamente descrive strane traiettorie, caratterizzate dal fatto che, se l'arma fallisce il bersaglio, essa ritorna al lanciatore (*).

E. O. Erdmann e E. Gerlach (**) mostrarono qualitativamente la possibilità per un solido in forma di bumerang di descrivere una traiettoria con ritorno al lanciatore. W. Stille (***) trattò analiticamente il caso di bumerang non tornanti indietro, e descriventi traiettorie prossime a rette. G. T. Walker (****) studiò il moto di un solido foggiato a bumerang, nelle seguenti ipotesi: 1° Il problema è risolto in prima approssimazione quando son ritenute piccole le grandezze dell'ordine di 1/10, e il loro quadrato è trascurato. 2° Il moto del corpo è moto ciclico i cui parametri variano lentamente. 3° La traiettoria è quasi orizzontale.

Le ipotesi del Walker mi sembrano, in verità, troppo restrittive, e la trattazione non fornisce esplicitamente la traiettoria del baricentro del corpo in moto, traiettoria che caratterizza il volo del corpo stesso. Si affaccia naturale il

---

(*) R. B. Smyth, The Aborigines of Victoria, I, Melbourne 1878, p. 311. B. Spencer e F. J. Gillen, The native tribes of Central Australia, London 1899, p. 595-602.

(**) E. O. Erdmann, Ann. Phys. Chem. 137 (1869), p. 7. E. Gerlach, Zeitschr. d. Ver. z. Förd. d. Luftschiffahrt 1886, p. 3-7.

(***) W. Stille, Ann. Phys. Chem. 147 (1872), p. 1-21.

(****) G. T. Walker, Lond. Phil. Trans. 190 (1897), p. 23-41. G. T. Walker Encyk. d. Math. Wiss. B. IV 1, 2° H. I p. 138-145.

problema di determinare, in opportune ipotesi, la traiettoria del baricentro, e in particolare di verificare la possibilità di ritorno al luogo di lancio. La configurazione di bumerang non è però la sola atta a far ritornare un corpo lanciato nell'aria al lanciatore. È facile, ad esempio, lanciare opportunamente una lamina piana in modo che essa torni al lanciatore. Proponiamoci dunque il problema più generale dello studio della traiettoria del baricentro di un corpo pesante nell'aria.

Un corpo rigido è lanciato nell'aria. Su di esso agisce il peso proprio, e l'azione esercitata dal fluido in cui il corpo è immerso (l'aria) sul corpo stesso. Sia σ la parte di superficie limitante il corpo, a contatto con le particelle d'aria che sono effettivamente in moto rispetto al solido. Sia σ' la rimanente parte di superficie limitante il corpo, a contatto con la scia che il solido trascina seco durante il moto. Riterremo σ coincidente con la superficie del solido che investe l'aria, luogo dei punti cioè, per cui

$$\mathbf{v} \times \mathbf{n} \leq 0 \tag{1}$$

($\mathbf{v}$ è la velocità di un punto P di σ, la cui normale rivolta verso il solido è $\mathbf{n}$). Se p è la pressione che l'aria esercita su σ in P, lo sforzo che il fluido esercita su l'elemento $d\sigma$ in P, sarà:

$$\Phi_n \, d\sigma = p \, \mathbf{n} \, d\sigma.$$

La risultante degli sforzi su tutto il corpo, sarà:

$$\mathbf{R} = \int_\sigma p \, \mathbf{n} \, d\sigma.$$

Avanzo l'ipotesi, in virtù della quale, mi sia lecito ritenere p funzione soltanto della componente normale della velocità $\overline{\mathbf{v}}$ del fluido, senza che per questo muti $\mathbf{R}$. Allora:

$$\mathbf{R} = \int_\sigma p(\bar{v}_n) \, \mathbf{n} \, d\sigma.$$

Ma $\bar{v}_n = v_n$, perchè notoriamente $(\overline{\mathbf{v}} - \mathbf{v}) \times \mathbf{n} = 0$.

Sarà dunque:

$$\mathbf{R} = \int_\sigma p(v_n) \, \mathbf{n} \, d\sigma \quad (*) \tag{2}$$

(*) La espressione assegnata ad $\mathbf{R}$ dal Siacci rientra appunto nella (2) (F. Siacci, Balistica. Torino 1888 p. 330-367).

L'azione che l'aria esercita sul solido in essa immerso, si ridurrà dunque alla risultante **R**, definita dalla (2), applicata al baricentro, e ad una coppia **M**.

Il problema, impostato nella sua generalità, sia pure con le ipotesi fatte, è di notevole complessità. Studierò una classe particolare di moti rigidi del sistema solido: quella per cui il vettore velocità angolare ω è costante. È appunto in questa categoria di moti che ammetto rientri quello relativo al bumerang.

Mi occuperò da prima del caso in cui r_n è della forma $\mathbf{n} \times \mathbf{c}$, dove $\mathbf{c}$ non dipende da P. Allora **R** sarà funzione soltanto di $\mathbf{c}$ e di σ. Risulterà σ funzione soltanto di vers $\mathbf{c}$. Mi sarà allora agevole far dipendere la determinazione della traiettoria del baricentro B del solido da un semplice problema di dinamica del punto. Notevolmente più semplice è il caso in cui σ è superficie piana: si avrà allora quale espressione di **R** una funzione soltanto di $\mathbf{c}$. Sarà conveniente iniziare la trattazione appunto da questo caso particolare. Mi sarà facile poi estendere lo studio al caso in cui σ non è superficie piana. Mi preoccuperò, in entrambi in casi, di mettere in evidenza la possibilità di ritorno del solido al luogo di partenza.

Mi occuperò, in fine, anche del caso più generale, in cui r_n non è della forma $\mathbf{n} \times \mathbf{c}$, ma soltanto in un caso particolare, la trattazione del quale si collega strettamente ad un altro, per cui $v_n = \mathbf{n} \times \mathbf{c}$, e precisamente al caso in cui σ è superficie piana. Il caso particolare del quale mi occuperò, sarà proprio il caso del bumerang.

§ 1. — Lamina piana.

Una porzione di superficie piana materiale è lanciata nell'aria con velocità iniziale $\mathbf{v}_0$, e una rotazione ω_0 normale alla superficie, attorno al baricentro B. L'asse di rotazione sarà certamente asse principale d'inerzia per la superficie materiale, che considereremo rigida. Sia m la massa della superficie, σ la sua area, δ la sua densità, che riterremo costante.

Consideriamo una terna di assi ξ, η, ζ, diretti come gli assi principali d'inerzia di σ nel baricentro. Sia l'asse ζ diretto come $\mathbf{n}$. In un intervallo di tempo finito T, può sempre determinarsi una rotazione iniziale $\omega_0 = \omega_{0\zeta}$, tale che ω_ξ e ω_η siano trascurabili di fronte a ω_ζ. E precisamente tale che

$$(3) \qquad \frac{\omega_\xi}{\omega_\zeta} \leq \varepsilon\, \varphi(t) \quad , \quad \frac{\omega_\eta}{\omega_\zeta} \leq \varepsilon\, \psi(t) .$$

Nella (3) φ e ψ sono incognite funzioni del tempo t, finite nell'intervallo T, e ε è grandezza costante, che potremo assumere quale infinitesimo di primo ordine. Infatti: Se A, B, C, sono i momenti principali d'inerzia, scriveremo le equazioni di Eulero così:

$$(4)\qquad \begin{cases} \dfrac{\dot{\omega}_\xi}{\omega_\zeta^2} + \dfrac{\omega_\eta}{\omega_\zeta} = \dfrac{M_\xi}{A\omega_\zeta^2} \\[2ex] \dfrac{\dot{\omega}_\eta}{\omega_\zeta^2} + \dfrac{\omega_\xi}{\omega_\zeta} = \dfrac{M_\eta}{B\omega_\zeta^2} \\[2ex] C\dfrac{\dot{\omega}_\zeta}{\omega_\zeta^2} + (B-A)\dfrac{\omega_\xi}{\omega_\zeta}\,\dfrac{\omega_\eta}{\omega_\zeta} = 0 \end{cases}$$

Se τ è un istante precedente a t, sarà

$$(5)\qquad \omega_\zeta = \omega_0 + t\,\dot{\omega}_\zeta(\tau)$$

Ma, in virtù delle (3) e della terza delle (4), a meno di infinitesimi di ordine superiore al primo, si avrà:

$$\frac{\dot{\omega}_\xi}{\omega_\zeta^2} \leq \frac{\varepsilon}{\omega_\zeta}\left(\dot{\varphi} + \frac{\varphi\,\dot{\omega}_\zeta}{\omega_\zeta}\right), \quad \text{ossia} \quad \frac{\dot{\omega}_\xi}{\omega_\zeta^2} \leq \varepsilon\,\frac{\dot{\varphi}}{\omega_\zeta}$$

La prima delle (4) allora, ove si tenga conto della (5) e della terza delle (4), diviene:

$$\varepsilon\left(\frac{\dot{\varphi}}{\omega_\zeta} + \psi\right) \geq \frac{M_\xi}{A\left(\omega_0 + t\,\dfrac{A-B}{C}\,\omega_\xi(\tau)\,\omega_\eta(\tau)\right)^2}$$

O anche, operando su $\omega_\zeta(\tau)$ come su $\omega_\zeta(t)$, non dimenticando le (3):

$$\varepsilon\left(\frac{\dot{\varphi}}{\omega_\zeta} + \psi\right) \geq \frac{M_\xi}{A\left(\omega_0 + \varepsilon^2 t\,\dfrac{A-B}{C}\,\varphi(\tau)\,\psi(\tau)\left[\omega_0 + \tau\,\dfrac{A-B}{C}\,\omega_\xi(\tau_1)\,\omega_\eta(\tau_1)\right]^2\right)^2}\,;\ \tau_1 < \tau$$

e, così continuando, a meno di infinitesimi di ordine superiore al primo:

$$\varepsilon\left(\frac{\dot{\varphi}}{\omega_\zeta} + \psi\right) \geq \frac{M_\xi}{A\,\omega_0^2}\,.$$

Per considerazioni analoghe alle precedenti, la relazione testè scritta diverrà:

$$\varepsilon\left(\frac{\dot{\varphi}}{\omega_0} + \psi\right) \geq \frac{M_\xi}{A\,\omega_0^2}$$

e, a meno di infinitesimi di ordine superiore al primo:

$$|\,\omega_0\,| \geq \sqrt{\frac{M_\xi}{A\,\varepsilon\,\psi}}\,.$$

Operando in modo analogo a quel che si è fatto per la prima, sulla seconda delle (4), si avrà

$$|\,\omega_0\,| \geq \sqrt{\frac{M_\eta}{B\,\varepsilon\,\varphi}}\,.$$

Ad ogni soluzione delle due disuguaglianze precedenti, corrisponderà una soluzione delle (3). Ma le due disuguaglianze ora scritte sono nello stesso verso rispetto a $|\,\omega_0\,|$. Esse ammetteranno dunque sempre soluzioni comuni. C. v. d.

Osservo che dalla terza delle (4) scende

$$\frac{\dot{\omega}_\zeta}{\omega_\zeta^2} = 0 \quad , \quad \text{cioè} \quad \frac{d}{dt}\left(-\frac{1}{\omega_\zeta}\right) = 0$$

da cui $\omega_\zeta = \omega_0 =$ costante.

Il moto di un generico punto P della lamina sarà definito dalla

$$\text{(6)} \qquad \mathbf{v}_P = \mathbf{v}_B + \omega \wedge (P - B),$$

nella quale, per le considerazioni testè svolte, $\omega = \omega_0 =$ costante. La superficie piana si muoverà dunque mantenendo inalterata la propria giacitura nello spazio.

Dalla (6) si deduce immediatamente, moltiplicando scalarmente per $\mathbf{n}$, $v_{Pn} = \mathbf{v}_B \times \mathbf{n}$, che è appunto della forma $\mathbf{c} \times \mathbf{n}$. In queste condizioni mi propongo di determinare la traiettoria del baricentro.

Il principio di moto del baricentro ci assicura che la sua traiettoria sarà definita dalla

$$\text{(7)} \qquad m\ddot{B} = \mathbf{R} + m\,\mathbf{g}.$$

Dalla (2), data l'indipendenza di v_n e di $\mathbf{n}$ dai punti di σ, si deduce:

$$\mathbf{R} = p\,(v_n)\,\sigma\,\mathbf{n}.$$

$\mathbf{n}$ sarà un vettore unitario costante in direzione, e di verso tale da soddisfare alla (1). Se la velocità iniziale $\mathbf{v}_0$ è complanare con $\mathbf{R}$ e con $\mathbf{g}$, il moto del baricentro avverrà nel piano di $\mathbf{R}$ e di $\mathbf{g}$. Introduciamo in questo piano una coppia di assi ortogonali x, z, in modo tale che l'asse delle z abbia ugual direzione e verso opposto a $\mathbf{g}$. Proiettiamo su questi assi la (7): avremo

$$(7')\qquad \begin{cases} m\ddot{x} = \sigma\, p\,(\dot{x}\, n_x + \dot{z}\, n_z)\, n_x \\ m\ddot{z} = \sigma\, p\,(\dot{x}\, n_x + \dot{z}\, n_z)\, n_z - m\, g \end{cases}$$

Dalla (7′) si ricava

$$m\,\dot{v}_z = \frac{n_z}{n_x}\,\dot{v}_x\, m - m\, g$$

e integrando

$$(8)\qquad v_z = -\,g\,t + \frac{n_z}{n_x}\,v_x + k$$

dove k è costante. In virtù della (8), la prima delle (7′) diviene:

$$m\,\dot{v}_x = n_x\,\sigma\, p\left(-\,n_z\,g\,t + n_z\,k + \frac{v_x}{n_x}\right).$$

Poniamo

$$y = v_n = -\,n_z\,g\,t + n_z\,k + \frac{v_x}{n_x}$$

da cui

$$v_x = n_x\,(y + n_z\,g\,t - n_z\,k) \quad ; \quad \dot{v}_x = n_x\,(\dot{y} + n_z\,g)$$

La prima delle (7′) diverrà dunque

$$(9)\qquad m\,n_x\,(\dot{y} + n_z\,g) = n_x\,\sigma\,p\,(y)$$

Integrando, per $n_x \neq 0$, e indicando con t_0 una costante, avremo

$$(10)\qquad \int \frac{dy}{p\,(y) - \dfrac{m\,g\,n_z}{\sigma}} = \frac{\sigma}{m}\,(t + t_0)$$

Nota la funzione $p(y)$, la determinazione di $y = F(t)$, è problema di quadratura. Nota F, si avrà immediatamente

$$(11) \qquad \begin{cases} v_x = n_x (F(t) + n_z g t - n_z k) \\ v_z = n_z F(t) - n_x^2 g t + n_x^2 k \end{cases}$$

Integrando il secondo membro delle (11), si avranno in modo esplicito le equazioni di moto.

Se la funzione $p(y)$ è del tipo $p = \chi \varrho y^n$ (χ coefficiente costante, ϱ densità dell'aria costante), quale compete alla resistenza balistica, la valutazione dell'integrale (10), per n intero, è problema di integrazione di funzione razionale; per n razionale, uguale a p/q, mediante la sostituzione $y = u^q$, è ancora problema di integrazione di funzione razionale.

Trattiamo, in particolare il caso più vicino alla realtà: $n = 2$ (resistenza quadratica):

La (10) diverrà

$$\frac{m}{\sigma n_z \varrho \chi} \int \frac{d \frac{y}{n_z}}{\left(\frac{y}{n_z}\right)^2 - \frac{m g}{n_z \sigma \varrho \chi}} = t + t_0 .$$

Sia $n_z > 0$. Poniamo allora $\frac{m g}{n_z \sigma \varrho \chi} = a^2$. Integrando, avremo facilmente:

$$y = - n_z a \,\mathrm{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) ,$$

nella quale non influisce il segno di a: lo supporremo senza pregiudizio positivo. Dalla relazione testè scritta si dedurrà:

$$(12) \qquad v_x = n_x n_z \left(- a \,\mathrm{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) + g t - k\right)$$

$$(13) \qquad v_z = - n_z^2 a \,\mathrm{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) - n_x^2 g t + n_x^2 k$$

Valutiamo le dimensioni delle costanti:

$[n_x] = [n_z] = 0$; $[t_0] = t$; $[a] = l t^{-1}$; $[k] = l t^{-1}$; $[g] = l t^{-2}$.

Esprimiamo le costanti k e t_0 in funzione della velocità iniziale $\mathbf{v}_0$:

$$(14) \qquad \begin{cases} v_{0x} = - n_x n_z \left(a \,\mathrm{Cth} \frac{g}{a} t_0 + k\right) \\ v_{0z} = - n_z^2 a \,\mathrm{Cth} \frac{g}{a} t_0 + n_x^2 k \end{cases}$$

Moltiplicando la prima per n_x, la seconda per n_z, e sommando, si ha:

$$n_x v_{0x} + n_z v_{0z} = - n_z a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} t_0$$

t_0 sarà positivo allor quando $\mathbf{n} \times \mathbf{v}_0 < 0$. Questa circostanza deve ben esser verificata affinchè sia soddisfatta la (1); sarà dunque $t_0 > 0$. Osserviamo che operando sulle (12), (13) come si è operato sulle (14), si ha

$$\mathbf{n} \times \mathbf{v} = - n_z a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0).$$

Per t_0 positivo è certamente verificata, per ogni valore di t, la (1). Ricaviamo esplicitamente t_0

$$t_0 = - \frac{a}{g} \operatorname{arc\,Cth} \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{v}_0}{a\, n_z} \tag{15}$$

o, se si vuole, indicando con φ e con ψ gli angoli che $\mathbf{n}$ forma con l'asse delle x (orizzontale) e con $\mathbf{v}_0$

$$t_0 = - \frac{a}{g} \operatorname{arc\,Cth} \frac{v_0 \cos \psi}{a \operatorname{sen} \varphi} \tag{15'}$$

Affinchè la precedente abbia senso, bisognerà evidentemente che sia

$$| v_0 \cos \psi | \geq | a \operatorname{sen} \varphi | \tag{16}$$

Moltiplichiamo ora la prima delle (14) per n_z e la seconda per n_x, e sottraiamo l'una dall'altra. Avremo

$$k = - \frac{n_z v_{0x} - n_x v_{0z}}{n_x} = - \frac{v_0 \operatorname{sen} \psi}{\cos \varphi} \tag{17}$$

Ben evidentemente, essendo n_x negativo, k sarà certamente positivo.

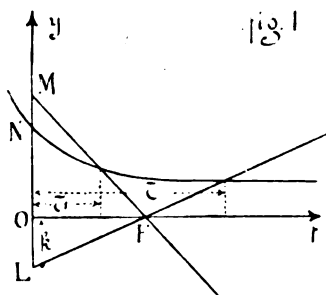
Affinchè la (12) e la (13), con i valori (15) e (17) definiscano valori reali e finiti della velocità ad ogni valore finito di t, basta che sia reale e finito $\operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0)$ condizione questa ben verificata.

Determiniamo gli zeri della (12): La (12) si annulla per $n_z = 0$ (*). In questo caso la prima delle (14) ci assicura che

(*) Dalla trattazione è stato escluso il caso $n_x = \cos \varphi = 0$, che del resto corrisponderebbe, in virtù della (1), a $\mathbf{v}_0$ orizzontale, o inclinata verso il basso.

$v_{0x} = 0$ (lancio verticale, e quindi moto verticale). La (12) si annulla non identicamente per

$$- a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) + g t - k = 0 .$$

Ora la retta $y = g t - k$, $(k > 0, g > 0)$ incontra certamente la linea $y = a \operatorname{Cth} \frac{g}{a}(t + t_0)$, $(t_0 > 0)$ in un punto e in un punto soltanto, di ascissa $t = \tau$ (vedi fig. 1). Se il tempo τ è minore del tempo di caduta, ci sarà effettivamente un punto in cui $\dot{v}_x$ si annulla, altrimenti no. Osserviamo ora come sia $\dot{v}_x < 0$ (si ricordi la prima delle (7'), e si ricordi anche che $n_x < 0$,

mentre p è un quadrato). v_x decrescerà sempre dal valore iniziale v_{0x}, passando per lo zero nell'istante $t = \tau$ e diventando uguale $a - \infty$ nell' istante $t = \infty$.

Determiniamo gli zeri della (13): La (13) si annullerà per

$$- n_z^2 \, a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0) - n_x^2 \, g t + n_x^2 \, k = 0.$$

Ora la retta $y = \frac{n_x^2}{n_z^2} (- g t + k)$, incontra certamente la linea $y = a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} (t + t_0)$ in un punto e in uno solo. Infatti: $\frac{n_x^2}{n_z^2} k$ (ordinata del punto M) è maggiore di $a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} t_0$ (ordinata del punto N). La tesi è tosto dimostrata se si ricorda la (15) e la (17). In virtù di queste l'asserto si muta nell'identità $n_x^2 + n_z^2 > 0$, o, se si vuole, $1 > 0$. Sia τ_1 l'ascissa del punto d'incontro della retta e della linea in discorso. È facile constatare che $\tau_1 < \tau$. Basta all'uopo osservare la fig. 1, tenendo

presente che le due rette $y = gt - k$, $y = \frac{n_x^2}{n_z^2}(-gt + k)$ si incontrano in un punto F dell'asse t.

Determiniamo le equazioni della traiettoria: Integriamo le (12) e (13). Avremo, indicando con b e c due costanti:

$$(18)\quad \begin{cases} x = n_x n_z \left(-\frac{a^2}{g}\log \mathrm{Sh}\frac{g}{a}(t+t_0) + g\frac{t^2}{2} - kt + b\right) \\ z = -g\frac{t^2}{2} + kt + \frac{n_z}{n_x}x + c = -n_z^2\frac{a^2}{g}\log \mathrm{Sh}\frac{g}{a}(t+t_0) - \\ \qquad - n_x^2 g\frac{t^2}{2} + n_x^2 kt + c \end{cases}$$

Valutiamo le due costanti b, c, tenendo presente che per

$$t = 0,\ x = 0,\ z = 0:\quad b = \frac{a^2}{g}\log \mathrm{Sh}\frac{g}{a}t_0\ ;\quad c = 0.$$

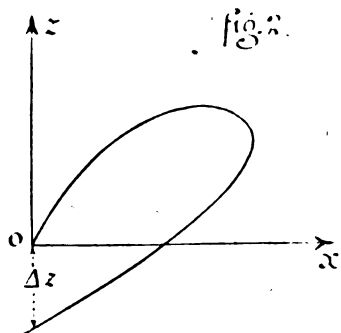
Le (18) diverranno allora

$$(18')\quad \begin{cases} x = n_x n_z \left(-\frac{a^2}{g}\log\frac{1 - e^{-\frac{2g}{a}(t+t_0)}}{1 - e^{-\frac{2g}{a}t_0}} + g\frac{t^2}{2} - (a+k)t\right. \\ z = -g\frac{t^2}{2} + kt + \frac{n_z}{n_x}x\,. \end{cases}$$

La traiettoria sarà reale per tutti i valori di t per cui

$$\frac{1 - e^{-\frac{2g}{a}(t+t_0)}}{1 - e^{-\frac{2g}{a}t_0}} > 0\,.$$

La precedente, essendo $t_0 > 0$ sarà certamente verificata per ogni valore di t. Dalle considerazioni poc'anzi svolte segue che x ha un massimo per $t = \tau$, e z ha un massimo per $t = \tau_1$. Per $t = \infty$, $x = -\infty$, $z = -\infty$; e però la tangente nel punto $t = \infty$ forma con l'asse delle x un angolo la cui tangente è $-\frac{n_x}{n_z}$: tale angolo sarà dunque uguale a $\varphi + \frac{\pi}{2}$. L'andamento della traiettoria del baricentro di una lamina piana lanciata nell'aria, nelle condizioni specificate precedentemente, sarà dunque analogo a quello rappresentato in fig. 2.

È facile verificare come, in generale la traiettoria definita dalle (18') non sia chiusa nell'origine. Infatti affinchè il punto

mobile B passi per l'origine oltre che nell'istante $t = 0$, anche in un altro istante, dovrà essere contemporaneamenie $x = 0$, $z = 0$, $t \neq 0$. In queste condizioni la seconda delle (18') dà $t = \frac{2k}{g}$; valore questo che sostituito nella prima delle (18') dà:

$$(19) \qquad n_x n_z \left(- \frac{a^2}{g} \log \frac{1 - e^{-\frac{2g}{a}\left(\frac{2k}{g} + t_0\right)}}{1 - e^{-\frac{2g}{a} t_0}} - a \frac{2k}{g} \right) = 0$$

e per $n_x n_z \neq 0$, $a \neq 0$

$$(19') \qquad - a \log \frac{1 - e^{-\frac{2g}{a}\left(\frac{2k}{g} + t_0\right)}}{1 - e^{-\frac{2g}{a} t_0}} - 2k = 0$$

Ma, essendo $k > 0$, $t_0 > 0$, il primo membro della (19') è negativo, e la (19') stessa è assurda. A meno dunque dei casi esclusi B non può tornare rigorosamente al punto di partenza. Vediamo ciò che avviene per i casi esclusi: Per $n_x n_z = 0$, si è gia visto che la traiettoria è verticale, e allora ben ovviamente c'è ritorno al punto di lancio. Per $k = 0$, la (17) ci assicura che è o $v_0 = 0$ (non c'è lancio), oppure sen $\psi = 0$. Questa ultima condizione per $n_z > 0$ e assurda. In ogni modo il ritorno sarebbe contemporaneo alla partenza. Resta dunque a considerare il caso $a = 0$: Affinchè ciò sia, è necessario (si ricordi la espressione competente ad a) che $\frac{m}{\sigma} = 0$, cioè sia

nulla la densità materiale della lamina. Però se la densità δ, senza essere nulla è piccola, a è pure piccola, e il valore di z, Δz, competente per $x = 0$, $t \neq 0$, è pure piccolo, e dello stesso ordine di a. Infatti, consideriamo a quale infinitesimo di primo ordine, dalla seconda delle (18') sarà definito il valore di t

$$t = \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 2\, g\, \Delta z}}{g} \tag{20}$$

Sostituendo questo valore nella prima delle (18) si avrà:

$$\Delta z = -\frac{a^2}{g} \log \frac{\operatorname{Sh} \frac{g}{a}\left(t_0 + \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 2\, g\, \Delta z}}{g}\right)}{\operatorname{Sh} \frac{g}{a}\, t_0} \tag{21}$$

Dalla precedente si vede che $\Delta z < 0$, così che nella (20) ha senso soltanto il segno $+$, essendo t essenzialmente positivo. A meno di infinitesimi di ordine superiore al primo, scriveremo la precedente relazione (21) così:

$$\Delta z = -a \frac{2\, k}{g} \qquad \text{C. v. d.}$$

Proponiamoci il seguente problema: È assegnato un valore finito per a, determinare una relazione tra v_{0x}, v_{0z}, ψ, in modo tale che per $x = 0$, $t \neq 0$, sia $z = \Delta z$, essendo assegnato $\Delta z < 0$.

Dalla (21) si ha

$$k + \sqrt{k^2 - 2\, g\, \Delta z} = a \operatorname{arc\,Sh}\left(e^{-g \frac{\Delta z}{a^2}} \operatorname{Sh} \frac{g}{a}\, t_0\right) - g\, t_0$$

Indicando brevemente con h il secondo membro della precedente, dalla (20) si ha:

$$k = \frac{1}{2} h + \frac{g\, \Delta z}{h} \tag{22}$$

La (22) unitamente alla (15') e alla (17) definisce una relazione tra le costanti in discorso. Ben evidentemente tra le soluzioni

della (22) andran prese in cosiderazione soltanto quelle che verificheranno le disuguagliianze (1) e (16) (*).

In particolare se Δz è piccolo in modo tale da poter essere considerato quale infinitesimo del primo ordine, determiniamo la relazione che sostituisce la (22): Avremo:

$$h = - \Delta z \frac{g}{a} \operatorname{Th} \frac{g}{a} t_0$$

$$k = - \frac{1}{2} \frac{g}{a} \operatorname{Th} \frac{g}{a} t_0 \, . \, \Delta z - a \operatorname{Cth} \frac{g}{a} t_0 .$$

In virtù della (15') e (17), scriveremo la (22) così:

$$(23) \qquad \Delta z \frac{g \operatorname{sen} \varphi}{2 \cos \psi \, v_0} = - \frac{v_0 \cos (\varphi - \psi)}{\cos \varphi \operatorname{sen} \varphi} = \frac{-2 \, v_{0x}}{\operatorname{sen} 2 \varphi} .$$

Osserviamo che se $| \Delta z |$ è minore della distanza tra il punto di lancio e il suolo orizzontale, la superficie piana materiale lanciata nell'aria tornerà effettivamente al lanciatore.

§ 2. — Generiche superfici σ, per cui $v_n = \mathbf{n} \times \mathbf{c}$.

Consideriamo il moto di un solido limitato da una generica superficie. L'azione dell'aria sul solido si ridurrà, per quanto è stato detto, ad una risultante **R**, definita dalla (2), ed a una coppia di momento **M**.

In virtù della (6), scriveremo la (2) così:

$$\mathbf{R} = \int_\sigma \mathbf{n} \, p \, (\mathbf{v}_B \times \mathbf{n} + \omega \wedge (\mathbf{P} - \mathbf{B}) \times \mathbf{n}) \, d\sigma .$$

Prendiamo in esame le superfici, per cui, qualunque sia ω, è nullo il trinomio $\omega \wedge (\mathbf{P} - \mathbf{B}) \times \mathbf{n}$, per cui quindi $v_n = v_{Bn}$, cioè della forma $\mathbf{n} \times \mathbf{c}$. Se ω_0 è la rotaziono iniziale, sarà in particolare $\omega_0 \wedge (\mathbf{P} - \mathbf{B}) \times \mathbf{n} = 0$. Se ω_0 è diretto come un asse principale d'inerzia del solido, ζ, ad esempio,

$$\mathbf{M}_\zeta = \int_\sigma (\mathbf{P} - \mathbf{B}) \wedge p \, \mathbf{n} \times \operatorname{vers} \omega_0 \, d\sigma = 0 .$$

(*) Ad esempio, per $\Delta z = -1,5$ m, $mg = 0,1$ kg., $\sigma = 0,5$ m^2, così che (per un disco, ad esempio,) $a = 1,2$ m. sec^{-1}, $\varphi = 150°$, la (16) definiesce per $\psi = 95°$, $94°$, $93°$, $92°$, i valori di v_0 maggiori di 6,8 8,15 9,5 11,5 m sec^{-1}; mentre la (22) definisce per v_0 i valori 15,5 17 34 150 m sec^{-1}.

In questo caso, le equazioni di Eulero hanno la stessa forma di quelle relative alla lamina piana (le (4)). Potrà dunque determinarsi un valore di ω_0 così grande, da potersi ritenere, come nel caso della lamina piana $\omega = \omega_0$.

Ma le superfici per cui è nullo il trinomio $\omega_0 \wedge (\mathbf{P} - \mathbf{B}) \times \mathbf{n}$, per cui cioè i tre vettori ω_0, $(\mathbf{B} - \mathrm{P})$, $\mathbf{n}$, sono complanari, godono della seguente proprietà: le sezioni con piani passanti per ω_0, se non son rette, sono geodetiche. Le superfici in discorso saranno dunque superfici di rotazione attorno ad un asse diretto come ω_0, oppure, se le sezioni sono rette, superfici coniche o cilindriche di rotazione, o piani normali alla direzione di ω_0.

Notiamo che Φ_n ha distribuzione simmetrica rispetto al piano di ω_0 e $\mathbf{v}_B$, così che in questo piano di simmetria giace $\mathbf{R}$. Se inizialmente in questo piano giace $\mathbf{v}_{0B}$, e questo piano è un piano verticale (contenente $m\mathbf{g}$), il moto di B sarà certamente piano, e avverrà appunto nel piano verticale in discorso. Assumiamo, come nel caso della lamina piana, questo piano come piano $x\,z$. Sia θ l'angolo che $\mathbf{v}_B$ (che indicheremo per brevità, senza pericolo di confusione con $\mathbf{v}$) forma con l'asse delle x. Osserviamo che σ è perfettamente definita ad ogni valore di θ. $\mathbf{R}$ dipenderà dunque da θ per mezzo dei limiti dell'integrale (2).

Studiamo, in particolare, il caso in cui p, nella (2) ha forma balistica; e precisamente il caso per cui la resistenza è quadratica: $n = 2$.

$$\mathbf{R} = \int_\sigma \mathbf{n}\,(\mathbf{v} \times \mathbf{n})^2\,\varrho\,\chi\,d\sigma$$

L'equazione di moto del baricentro B, sarà dunque

$$m\,\dot{\mathbf{v}} = -\,m\,\mathbf{g} + \int_\sigma \mathbf{n}\,\varrho\,\chi\,(\mathbf{v} \times \mathbf{n})^2\,d\sigma$$

Proiettando lungo gli assi x, z, si avrà:

$$\left\{\begin{aligned} m\,\dot{v}_x &= \varrho\,\chi\,(v_x^2 \int_\sigma n_x^3\,d\sigma + v_z^2 \int_\sigma n_x\,n_z^2\,d\sigma + 2\,v_x\,v_z \int_\sigma n_x^2\,n_z\,d\sigma) \\ m\,\dot{v}_z &= -\,m\,g + \varrho\,\chi\,(v_x^2 \int_\sigma n_x^2\,n_z\,d\sigma + v_z^2 \int_\sigma n_z^3\,d\sigma + \\ &\qquad + 2\,v_x\,v_z \int_\sigma n_x\,n_z^2\,d\sigma) \end{aligned}\right.$$

e, con ovvio significato delle lettere

$$(24) \quad \begin{cases} m\,\dot{v}_x = a_1\,v_x^2 + b_1\,v_z^2 + 2\,c_1\,v_x\,v_z \\ m\,\dot{v}_z = a_2\,v_x^2 + b_2\,v_z^2 + 2\,c_2\,v_x\,v_z - m\,g \end{cases}$$

a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, dipendono solo da σ, e quindi solo da θ, e sono funzioni perfettamente note del loro argomento θ. Allorchè σ, non dipende da θ, sono costanti. Questo fatto si verifica nel moto di una lamina piana. Allora (confronta (7'))

$$(25) \quad a_1 = b_1 = c_1\,;\ a_2 = b_2 = c_2\,;\ \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_x}{n_z}$$

Le stesse relazioni si verificano nel moto di un corpo, per cui (almeno fin che la direzione di **v** è compresa tra la direzione di $\mathbf{v}_0$ e la **u**) σ si mantenga piana (vedi disegno superiore in fig. 3). a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, si mantengono ancora costanti

fig. 3

(almeno fin che la direzine di **v** è compresa tra quella di $\mathbf{v}_0$ e la **u**), senza però che in generale siano soddisfatte le (25), nel caso di moto di un corpo come quello rappresentato nel disegno inferiore di fig. 3. Allorchè sussistono le (25) il moto del sistema solido è del tutto identico a quello della lamina piana. A quella si è quindi rimandati.

Se il corpo in moto è limitato da una superfice sferica di raggio r:

$$\mathbf{R} = \varrho\,\chi\,\frac{\mathbf{v}}{v^2}\int (\mathbf{v}\times\mathbf{n})^3\,d\sigma = -\frac{\varrho\,\chi\,\pi\,r^2}{2}\,v\,\mathbf{v} \quad (*)$$

cioè del tipo $-\lambda\,v\,\mathbf{v}$. Il problema è ricondotto a quello del moto di un punto pesante soggetto a resistenza idraulica (**).

(*) F. Siacci, loco citato, pag 337.

(**) P. Appel, Traité de Mécanique Rat. t. I⁰, IV ed pp. 362-371.

In questo caso, le equazioni di Eulero hanno la stessa forma di quelle relative alla lamina piana (le (4)). Potrà dunque determinarsi un valore di ω_0 così grande, da potersi ritenere, come nel caso della lamina piana $\omega = \omega_0$.

Ma le superfici per cui è nullo il trinomio $\omega_0 \wedge (\mathbf{P} - \mathbf{B}) \times \mathbf{n}$, per cui cioè i tre vettori ω_0, $(\mathbf{B} - \mathrm{P})$, $\mathbf{n}$, sono complanari, godono della seguente proprietà: le sezioni con piani passanti per ω_0, se non son rette, sono geodetiche. Le superfici in discorso saranno dunque superfici di rotazione attorno ad un asse diretto come ω_0, oppure, se le sezioni sono rette, superfici coniche o cilindriche di rotazione, o piani normali alla direzione di ω_0.

Notiamo che Φ_n ha distribuzione simmetrica rispetto al piano di ω_0 e $\mathbf{v}_B$, così che in questo piano di simmetria giace $\mathbf{R}$. Se inizialmente in questo piano giace $\mathbf{v}_{0B}$, e questo piano è un piano verticale (contenente $m\mathbf{g}$), il moto di B sarà certamente piano, e avverrà appunto nel piano verticale in discorso. Assumiamo, come nel caso della lamina piana, questo piano come piano $x\ z$. Sia θ l'angolo che $\mathbf{v}_B$ (che indicheremo per brevità, senza pericolo di confusione con $\mathbf{v}$) forma con l'asse delle x. Osserviamo che σ è perfettamente definita ad ogni valore di θ. $\mathbf{R}$ dipenderà dunque da θ per mezzo dei limiti dell'integrale (2).

Studiamo, in particolare, il caso in cui p, nella (2) ha forma balistica; e precisamente il caso per cui la resistenza è quadratica: $n = 2$.

$$\mathbf{R} = \int_\sigma \mathbf{n}\, (\mathbf{v} \times \mathbf{n})^2\, \varrho\, \chi\, d\sigma$$

L'equazione di moto del baricentro B, sarà dunque

$$m\, \dot{\mathbf{v}} = - m\, \mathbf{g} + \int_\sigma \mathbf{n}\, \varrho\, \chi\, (\mathbf{v} \times \mathbf{n})^2\, d\sigma$$

Proiettando lungo gli assi x, z, si avrà:

$$\left\{\begin{aligned} m\, \dot{v}_x &= \varrho\, \chi\, (v_x^2 \int_\sigma n_x^3\, d\sigma + v_z^2 \int_\sigma n_x\, n_z^2\, d\sigma + 2\, v_x\, v_z \int_\sigma n_x^2\, n_z\, d\sigma) \\ m\, \dot{v}_z &= - m\, g + \varrho\, \chi\, (v_x^2 \int_\sigma n_x^2\, n_z\, d\sigma + v_z^2 \int_\sigma n_z^3\, d\sigma + \\ &\quad + 2\, v_x\, v_z \int_\sigma n_x\, n_z^2\, d\sigma) \end{aligned}\right.$$

e, con ovvio significato delle lettere

$$(24)\quad \begin{cases} m\,\dot{v}_x = a_1\,v_x^2 + b_1\,v_z^2 + 2\,c_1\,v_x\,v_z \\ m\,\dot{v}_z = a_2\,v_x^2 + b_2\,v_z^2 + 2\,c_2\,v_x\,v_z - m\,g \end{cases}$$

a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2. dipendono solo da σ, e quindi solo da θ, e sono funzioni perfettamente note del loro argomento θ. Allorchè σ, non dipende da θ, sono costanti. Questo fatto si verifica nel moto di una lamina piana. Allora (confronta (7'))

$$(25)\quad a_1 = b_1 = c_1\ ;\ a_2 = b_2 = c_2\ ;\ \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_x}{n_z}$$

Le stesse relazioni si verificano nel moto di un corpo, per cui (almeno fin che la direzione di $\mathbf{v}$ è compresa tra la direzione di $\mathbf{v}_0$ e la $\mathbf{u}$) σ si mantenga piana (vedi disegno superiore in fig. 3). a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, si mantengono ancora costanti

fig. 3

(almeno fin che la direzine di $\mathbf{v}$ è compresa tra quella di $\mathbf{v}_0$ e la $\mathbf{u}$), senza però che in generale siano soddisfatte le (25), nel caso di moto di un corpo come quello rappresentato nel disegno inferiore di fig. 3. Allorchè sussistono le (25) il moto del sistema solido è del tutto identico a quello della lamina piana. A quella si è quindi rimandati.

Se il corpo in moto è limitato da una superfice sferica di raggio r:

$$\mathbf{R} = \varrho\,\chi\,\frac{\mathbf{v}}{v^2}\int (\mathbf{v}\times\mathbf{n})^3\,d\sigma = -\,\frac{\varrho\,\chi\,\pi\,r^2}{2}\,v\,\mathbf{v} \quad (*)$$

cioè del tipo $-\lambda\,v\,\mathbf{v}$. Il problema è ricondotto a quello del moto di un punto pesante soggetto a resistenza idraulica (**).

(*) F. Siacci, loco citato, pag 337.

(**) P. Appel, Traité de Mécanique Rat. t. I°, IV ed pp. 362-371.

In questo caso particolare

$$a_1 = b_1 = -\lambda \cos\theta \; ; \; a_2 = b_2 = -\lambda \operatorname{sen}\theta \; ; \; c_1 = c_2 = 0$$

Noti dunque a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, in funzione di θ, determiniamo la condizione necessaria affinchè il corpo lanciato torni indietro. All'uopo sarà necessario che v_x (inizialmente > 0) decresca, si annulli e cambi segno. Sarà dunque necessario che per $v_x = 0$ sia (ricordiamo la prima delle (24)) $b_1 < 0$, ossia

$$\int_\sigma n_x n_z^2 \, d\sigma < 0 \, .$$

Tale condizione è ben verificata nel caso per cui σ è superficie piana. Nel caso in cui σ è superfice sferica $b_1 = -\lambda \cos\theta$, che per $v_x = 0$ esige che sia $\theta = \frac{\pi}{2}$, e $b_1 = 0$. $v_x = 0$ è dunque un massimo o un minimo per v_x, precisamente un minimo. Nel caso in esame tale minimo lo si ha per $t = \infty$. Non c'è dunque ritorno al luogo di lancio per un corpo limitato da una superficie sferica.

In generale la determinazione della velocità esige l'integrazione delle (24), che costituiscono un sistema di due equazioni differenziali del primo ordine. L'integrazione del sistema si può facilmente far dipendere da quella di un'unica equazione differenziale del secondo ordine. La determinazione della traiettoria, dopo che si son calcolate le componenti della velocità, è problema di semplice quadratura.

§ 3. — **Il Bumerang.**

Studiamo il moto di una superficie per cui non è $v_n = \mathbf{n} \times \mathbf{c}$. La superficie sia però molto prossima ad una superficie piana, così che

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}' + \varepsilon \, \mathbf{n}'' \tag{26}$$

$\mathbf{n}'$ è un vettore parallelo ad ω_0 e costante: $\mathbf{n}''$ un vettore unitario, normale a ω_0 e a $P - B$, di verso tale che la terna $P - B, \mathbf{n}'', \omega_0$ sia sinistrorsa; ε sia quantità così piccola da poter esser considerata quale infinitesimo del primo ordine, tale però che (essendo ω_0 molto grande) $\omega_0 \varepsilon = \mu$: μ è grandezza finita.

Se ω_0 è diretto come l'asse principale d'inerzia ζ (infinitamente prossimo all'analogo della superficie piana a cui la

superficie in discorso è prossima), sarà

$$\mathbf{M}_\zeta = \int_\sigma (\mathrm{P} - \mathrm{B}) \wedge p\, \mathbf{n} \times \text{vers}\, \omega_0\, d\sigma =$$

$$= \varepsilon \int_\sigma (\mathrm{P} - \mathrm{B}) \wedge p\, \mathbf{n}'' \times \text{vers}\, \omega_0\, d\sigma .$$

$\mathbf{M}_\zeta$ è dunque infinitesimo dello stesso ordine di ε. Le equazioni di Eulero potranno allora, nel caso in esame, ritenersi coincidenti con le (4). Potrà dunque determinarsi un ω_0 così grande, che durante il moto sia $\omega = \omega_0$.

Le condizioni ora poste si possono ben ritenere verificate per la superficie del bumerang (*): Il problema in istudio sarà dunque il problema di moto di bumerang.

La (2), ove si tenga presente la (2) e la (6) insieme alla (26) diviene:

$$\mathbf{R} = \int_\sigma \mathbf{n}'\, p\, (\mathbf{v}_\mathrm{B} \times \mathbf{n}' + |\, \mathrm{P} - \mathrm{B}\,|\, \omega_0\, \varepsilon)\, d\sigma .$$

Ricordiamo che $\mathbf{n}'$ (che in virtù della (26) può ritenersi vettore unitario) non dipende da σ finchè vale la (1). Indichiamo brevemente $|\, \mathrm{P} - \mathrm{B}\,|$ con r. Avremo:

$$\mathbf{R} = \mathbf{n}' \int_\sigma p\, (\mathbf{v}_\mathrm{B} \times \mathbf{n}' + r\, \mu)\, d\sigma . \tag{27}$$

La (1) in questo caso diviene $\mathbf{v}_\mathrm{B} \times \mathbf{n} + \mu\, r < 0$. Se r_2 è il limite superiore di r, la (1) diverrà:

$$\mathbf{v}_\mathrm{B} \times \mathbf{n} < - \mu\, r_2 . \tag{1'}$$

Se la resistenza è del tipo balistico, la precedente (27) diverrà:

$$\mathbf{R} = \mathbf{n}'\, \varrho\, \chi \left\{ \sum_0^n {}_i \binom{n}{i} v_{\mathrm{B}\,\mathrm{n}'}^{n-i}\, \mu^i \int_\sigma r^i\, d\sigma \right\} . \tag{28}$$

In particolare, per la resistenza quadratica ($n = 2$)

$$\mathbf{R} = \mathbf{n}'\, \varrho\, \chi \left\{ v_{\mathrm{B}\,\mathrm{n}'}^2\, \sigma + 2\, v_{\mathrm{B}\,\mathrm{n}'}\, \mu \int_\sigma r\, d\sigma + \mu^2 \int_\sigma r^2\, d\sigma \right\} .$$

(*) G. T. Walter, loc. cit. p. 23; loc. secondo cit. p. 138-139.

La condizione ω_0 così grande che durante il moto $\omega = \omega_0$ determina una particolare possibile classe di moti del bumerang. In ogni modo in questa classe rientrano, per le condizioni speciali di lancio del bumerang stesso, tutti i possibili moti in un primo intervallo di tempo, che si può considerare finito.

Ponendo $\mu \int_\sigma r \, d\sigma = \sigma \lambda > 0$, se δ è la densità costante di σ, e C il momento d'inerzia rispetto all'asse delle ζ, scriveremo la precedente così:

$$\mathbf{R} = \mathbf{n} \, \varrho \chi \sigma \left\{ v_{\mathrm{B\,n}}^2 + \frac{\mu^2 C}{\delta \sigma} + 2 v_{\mathrm{B\,n}} \lambda \right\}$$

o, se si vuole

$$(29) \qquad \mathbf{R} = \mathbf{n} \, \varrho \chi \sigma \left\{ (v_{\mathrm{B\,n}} + \lambda)^2 + \nu \right\}; \qquad \nu = \frac{\mu^2 C}{\delta \sigma} - \lambda^2 .$$

Questa relazione è analoga a quella relativa alla lamina piana, e con essa coincide per $\lambda = 0$, $\nu = 0$.

Studiamo il moto del baricentro B del sistema solido in questione: L'equazione di moto di B sarà

$$(30) \qquad m \ddot{\mathrm{B}} = m \, \mathbf{g} + \mathbf{R} .$$

L'integrazione della (30), tenuto conto della (29), giustificherà la singolare traiettoria del bumerang, e ci permetterà l'analisi di tutte le sue caratreristiche di moto (*).

Sostituendo la (30) alla (7), la (8) rimarrà inalterata, e la (9) si muterà nella

$$(31) \qquad m (\dot{y} + n_z g) = \varrho \chi \sigma (p(y) + \nu)$$

dove y è uguale a $v_{\mathrm{B\,n}} + \lambda$, che scriviamo brevemente $v_{\mathrm{n}} + \lambda$. Procedendo analogamente a quel che si è fatto per la lamina piana, si avrà:

$$(32) \qquad \frac{m}{n_z \varrho \chi \sigma} \int \frac{d \frac{y}{n_z}}{\left(\frac{y}{n_z}\right)^2 - \frac{m g}{n_z \varrho \chi \sigma} + \frac{\nu}{n_z^2}} \, t + t^0 .$$

Poniamo

$$\frac{m g n_z - \nu \varrho \chi \sigma}{\varrho \chi \sigma n_z^2} = \alpha^2 ,$$

(*) Ancor qui, come nel caso della lamina piana, supponiamo che $\mathbf{v}_0$ sia complanare con $\mathbf{n}$ e con $\mathbf{g}$; così che ci limitiamo allo studio dei moti che avvengono in un piano verticale.

con la condizione $m\,g\,n_z > \nu\,\varrho\,\chi\,\sigma$, ossia $\alpha^2 > 0$, (α reale):

$$\frac{1}{2\,\alpha}\log\frac{\dfrac{y}{n_z}-\alpha}{\dfrac{y}{n_z}+\alpha}=\frac{g-\gamma}{\alpha^2}(t+t_0)$$

dove

$$\gamma=\frac{\nu\,\varrho\,\chi\,\sigma}{m\,n_z}\ ;\ g-\gamma=\frac{\alpha^2\,\varrho\,\chi\,\sigma\,n_z}{m}$$

da cui

$$(33)\quad v_x = n_x\,n_z\left\{-\alpha\,\mathrm{Cth}\left(\frac{g-\gamma}{\alpha}(t+t_0)\right)+g\,t-k-\frac{\lambda}{n_z}\right\}.$$

La (33) coincide con la (12), ove si sostituisca ad a, α a g, $g-\gamma$ sotto il segno Cth, e si aggiunga a k $\dfrac{\lambda}{n_z}$. Analogamente la (13) diverrà:

$$(34)\quad v_z = -n_z^2\,\alpha\,\mathrm{Cth}\frac{g-\gamma}{\alpha}(t+t_0)-n_x^2\,g\,t+n_x^2\,k-\lambda\,n_z\,.$$

Osserviamo che $g-\gamma>0$, e α può supporsi indifferentemente positivo o negativo.

Procedendo parallelamente al caso della lamina piana, la condizione (16) si muterà nella

$$(35)\qquad |\,v_0\cos\psi+\lambda\,|>|\,\alpha\,\mathrm{sen}\,\varphi\,|\,.$$

La (15′) e la (17) diverranno

$$t_0=-\frac{\alpha}{g-\gamma}\,\mathrm{arc\,Cth}\,\frac{v_0\cos\psi+\lambda}{\alpha\,\mathrm{sen}\,\varphi}\ ;\ k=-\frac{v_0\,\mathrm{sen}\,\psi}{\cos\varphi}\,.$$

La (33) e la (34) avranno senso finchè sarà verificata la (1′) ossia fin che

$$\mathbf{n}\times\mathbf{v}=-\mu\,r_2\,,$$

fino cioè ad un istante t_H, in cui

$$(36)\qquad -n_z\,\alpha\,\mathrm{Cth}\frac{g-\gamma}{\alpha}(t_H+t_0)-\lambda=-u\,r_2\,.$$

Osserviamo che, affinchè la precedente ammetta soluzioni reali, è necessario che

$$(37)\qquad (-\mu\,r_2+\lambda)^2>\alpha^2\,n_z^2\,.$$

Per

$$(-\mu r_2 + \lambda)^2 < \alpha^2 n_z^2 ,$$

non esistano istanti t_H in cui la (36) è verificata. Per

$$(-\mu r_2 + \lambda)^2 = \alpha^2 n_z^2 ,$$

l'istante t_H è infinito.

Consideriamo dapprima il caso in cui la (37) non è verificata:

Le (33) e (34) varranno qualunque sia t.

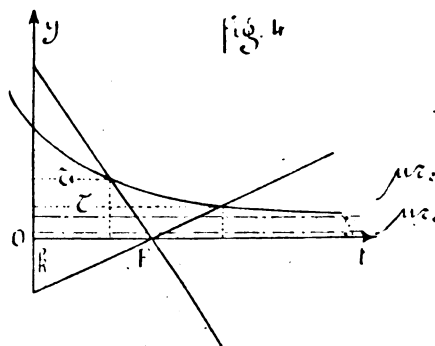
Determiniamo gli zeri di v_x e v_z:

Questi saranno definiti da l'intersezione della linea

$$y = \alpha \operatorname{Cth} \frac{g - \gamma}{\alpha} (t + t_0) + \frac{\lambda}{n_z}$$

con le rette

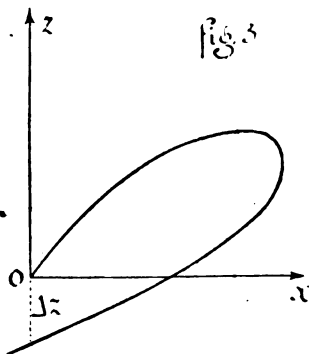
$$\begin{cases} y = g t - k \\ y = \left(\frac{n_x}{n_z}\right)^2 (-g t + k) . \end{cases}$$

La fig. 4 mostra in modo evidente l'esistenza di un istante

$t = \tau$, zero di v_x, e di un istante $t = \tau_1$, zero di v_z. v_x e v_z hanno un solo zero, e quindi un solo punto di inversione: Ciò è ben evidente se si pensa che sempre è $\dot{v}_x < 0$, e sempre $\dot{v}_z < 0$. In ogni modo è ancora $\tau < \tau_1$.

Determiniamo l'equazione della traiettoria, integrando la (33) e (34), e tenendo conto delle condizioni iniziali: avremo:

$$(38) \quad \begin{cases} x = n_x n_z \left\{ -\frac{\alpha^2}{g - \gamma} \log \operatorname{Sh} \frac{g - \gamma}{\alpha} (t + t_0) + g \frac{t^2}{2} - \left(k + \frac{\lambda}{n_z}\right) t + \beta \right\} \\ z = g \frac{t^2}{2} + k t + \frac{n_z}{n_x} x \; ; \; \beta = \frac{\alpha^2}{g - \gamma} \log \operatorname{Sh} \frac{g - \gamma}{\alpha} t_0 . \end{cases}$$

Anche nel caso in esame è facile vedere come non possa, salvo che per i casi detti a § 1, essere contemporaneamente $x = 0$, $z = 0$, $t \neq 0$.

La traiettoria non è dunque chiusa nell'origine, ed è del tipo rappresentato in fig. 5. In ogni modo del tutto analoga a a quella relativa alla lamina piana.

Consideriamo il caso per cui la (37) è verificata:

In questo caso la condizione (1') non sarà sempre verificata. Lo sarà però per $0 \leq t \leq t_H$.

Per $0 \leq t \leq t_H$, le (33), (34) definiscono la velocità, le (38) la traiettoria.

Per $t > t_H$, poi che $\dot{v}_n > 0$, $\mathbf{n} \times \mathbf{v}$ continua a crescere passando dal valore $- \mu r_2$ a valori maggiori.

Non sussistendo più la (1'), non sussisterà più neppure la (27) e quindi la (28) e (29):

Per ottenere la nuova relazione che sostituisce le precedenti basterà dividere σ in due parti: la prima σ_1 dove sussiste ancora la (1'); la seconda σ_2 dove la (1') non sussiste più. Nella prima la (27) non muterà espressione; nella seconda bisognerà mutare $\mathbf{n}'$ in $- \mathbf{n}'$.

La (27) si muterà dunque nella

$$(27') \quad \mathbf{R} = \varrho \chi \left\{ \mathbf{n} \int_{\sigma_1} (v_n + \mu r)^2 \, d\sigma_1 - \mathbf{n} \int_{\sigma_2} (v_{-n} + \mu r)^2 \, d\sigma_2 \right\}.$$

Le due superfici σ_1 e σ_2 sono ottenute dividendo σ (che, ricordiamolo, consideriamo piana) con una circonferenza di centro $\mathbf{B}$ e raggio s tale che lungo questa circonferenza

$$v_n + \mu r = 0.$$

Sarà allora $s = -\frac{v_n}{\mu}$.

Scriviamo la (27') così:

$$(27'') \quad \mathbf{R} = \varrho\chi\mathbf{n}\left\{v_n^2(\sigma_1 - \sigma_2) + 2\lambda\sigma v_n + \mu^2\left(\int_{\sigma_1} r^2\, d\sigma_1 - \int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2\right)\right\},$$

o se si vuole

$$\mathbf{R} = \varrho\chi\sigma\mathbf{n}\left\{v_n^2 + 2\lambda v_n + \frac{\mu^2 C}{\delta\sigma} - 2\,\frac{\sigma_2 v_n^2 + \mu^2 \int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2}{\sigma}\right\}.$$

σ_2, $\int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2$ dipendono esclusivamente da σ_2, cioè dalla forma del bumerang e del raggio s della circonferenza limitante σ_2. Saranno dunque funzioni perfettamente note di v_n.

$$S(v_n) = 2\,\frac{\sigma_2 v_n^2 + \mu^2 \int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2}{\sigma}$$

sarà funzione nota del suo argomento, ed essenzialmente positiva.

Scriveremo dunque la (27'') così:

$$(29') \qquad \mathbf{R} = \varrho\chi\sigma\mathbf{n}\left\{(v_n + \lambda)^2 + \nu - S\right\}.$$

La (29') per $\sigma_2 = 0$, ossia $r = r_2$ (limite superiore di r) si muta nella (29); per $\sigma_1 = 0$, ossia $r = r_1$ (limite inferiore di r) si muta nella

$$(29'') \qquad \mathbf{R} = -\varrho\chi\sigma\mathbf{n}\left\{(v_n - \lambda)^2 + \nu\right\}.$$

La equazione differenziale che definisce il moto del baricentro del bumerang sarà la (30), ove al posto di $\mathbf{R}$ si metta la sua espressione definitiva dalla (29), per $v_n \leq -\mu r_2$ dalla (29') per $-\mu r_2 \leq v_n \leq -\mu r_1$; dalla (29'') per $v_n \geq -\mu r_1$.

Osserviamo che variando v_n da v_{0n} a ∞, $\mathbf{R}$ varia con continuità. Con continuità varierà dunque, per la (30), pure $\dot{\mathbf{v}}$, e, in particolare, $\dot{v}_n$.

Affermo che l'istante in cui cessa di esistere la (29') e incomincia a sussistere la (29''), non esiste. Infatti:

$$m\dot{v}_n = R - n_z g m,$$

e, se esiste l'istante in discorso, in questo istante (in virtù della (29'')) si avrà:

$$m\,\dot{v}_n = -\varrho\,\chi\,\sigma\,\{(-\mu\,r_1 - \lambda)^2 + \nu\} - m\,g\,n_z = -$$

$$-\varrho\,\chi\,\sigma\left(\mu\,r_1 + 2\,\mu\,r_1\,\lambda + \frac{\mu^2\,C}{\delta\,\sigma}\right) - m\,g\,n_z\,.$$

Quest'ultima espressione è eminentemente negativa. Ma $\dot{v}_n = \frac{d\,v_n}{d\,t}$, e $d\,t$ è eminentemente positivo. v_n passerà dunque, nell'istante definito dalla relazione precedente, da un valore $-\mu\,r_1$ ad un altro valore per cui la (29') non sussiste più, ad un valore cioè maggiore di $-\mu\,r_1$, pur mantenendosi $d\,v_n$ negativo. Ciò è ben assurdo. La tesi è dunque dimostrata (*).

Nel caso in esame ($\alpha^2 > 0$, sussistendo la (37)) dunque, per $t \leq t_H$, il moto è definito dalla (33) e (34), per $t > t_H$ dalla relazione che si ha integrando la (30), nella quale **R** sia definita dalla (29').

Ma, se v_σ è la componente di $\mathbf{v}$ normale ad $\mathbf{n}$, sarà

$$v_x = v_n\,n_x + v_\sigma\,n_z \;;\quad v_z = v_n\,n_z - v_\sigma\,n_x\,.$$

Dalla (30) si ha $\dot{v}_\sigma = g\,n_x$, e quindi $v_\sigma = g\,n_x\,t - k\,n_x$ così che

$$\text{(39)}\qquad \begin{cases} v_x = n_x\,(v_n + g\,t\,n_z - k\,n_z) \\ v_z = n_z\,v_n - n_x^2\,g\,t + n_x^2\,k\,. \end{cases}$$

Determiniamo gli zeri di v_x e v_z: Gli zeri cercati saranno definiti dall'incontro delle due rette

$$y = g\,t - k,\; y = \left(\frac{n_x}{n_z}\right)^2 (-g\,t + k)$$

(quelle dei casi precedenti) con la linea $y = -\frac{v_n}{n_z}$. La linea $y = -\frac{v_n}{n_z}$ è data dalla

$$y = \alpha\,\mathrm{Cth}\,\frac{g - \gamma}{\alpha}\,(t + t_0) + \frac{\lambda}{n_z}\quad \text{per } t < t_H\,;$$

(*) Con ciò non si vuole affermare che la $v_n = -\mu\,r_1$ (essendo v_n definita dala (29')) non ammette soluzioni reali: si vuole soltanto affermare che la soluzione non è istante in cui la (29') cessa di esistere.

Sarà allora $s = -\frac{r_n}{\mu}$.

Scriviamo la (27′) così:

$$(27'')\qquad \mathbf{R} = \varrho\chi\mathbf{n}\left\{ r_n^2(\sigma_1 - \sigma_2) + 2\lambda\sigma r_n + \mu^2\left(\int_{\sigma_1} r^2\, d\sigma_1 - \int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2\right)\right\},$$

o se si vuole

$$\mathbf{R} = \varrho\chi\sigma\mathbf{n}\left\{ v_n^2 + 2\lambda v_n + \frac{\mu^2 C}{\delta\sigma} - 2\,\frac{\sigma_2 v_n^2 + \mu^2 \int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2}{\sigma}\right\}.$$

σ_2, $\int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2$ dipendono esclusivamente da σ_2, cioè dalla forma del bumerang e del raggio s della circonferenza limitante σ_2. Saranno dunque funzioni perfettamente note di v_n.

$$S(v_n) = 2\,\frac{\sigma_2 v_n^2 + \mu^2 \int_{\sigma_2} r^2\, d\sigma_2}{\sigma}$$

sarà funzione nota del suo argomento, ed essenzialmente positiva.

Scriveremo dunque la (27″) così:

$$(29')\qquad \mathbf{R} = \varrho\chi\sigma\mathbf{n}\left\{ (v_n + \lambda)^2 + \nu - S\right\}.$$

La (29′) per $\sigma_2 = 0$, ossia $r = r_2$ (limite superiore di r) si muta nella (29); per $\sigma_1 = 0$, ossia $r = r_1$ (limite inferiore di r) si muta nella

$$(29'')\qquad \mathbf{R} = -\varrho\chi\sigma\mathbf{n}\left\{ (v_n - \lambda)^2 + \nu\right\}.$$

La equazione differenziale che definisce il moto del baricentro del bumerang sarà la (30), ove al posto di $\mathbf{R}$ si metta la sua espressione definitiva dalla (29), per $v_n \leq -\mu\, r_2$ dalla (29′) per $-\mu\, r_2 \leq v_n \leq -\mu\, r_1$; dalla (29″) per $v_n \geq -\mu\, r_1$.

Osserviamo che variando v_n da v_{0n} a ∞, $\mathbf{R}$ varia con continuità. Con continuità varierà dunque, per la (30), pure $\dot{\mathbf{v}}$, e, in particolare, $\dot{v}_n$.

Affermo che l'istante in cui cessa di esistere la (29′) e incomincia a sussistere la (29″), non esiste. Infatti:

$$m\,\dot{v}_n = \mathrm{R} - n_z\, g\, m,$$

e. se esiste l'istante in discorso, in questo istante (in virtù della (29'')) si avrà:

$$m \dot{v}_n = -\varrho \chi \sigma \left\{ (-\mu r_1 - \lambda)^2 + \nu \right\} - m g n_z = -$$

$$-\varrho \chi \sigma \left(\mu r_1 + 2 \mu r_1 \lambda + \frac{\mu^2 C}{\delta \sigma} \right) - m g n_z .$$

Quest'ultima espressione è eminentemente negativa. Ma $\dot{v}_n = \frac{d v_n}{d t}$, e dt è eminentemente positivo. v_n passerà dunque, nell'istante definito dalla relazione precedente, da un valore $-\mu r_1$ ad un altro valore per cui la (29') non sussiste più, ad un valore cioè maggiore di $-\mu r_1$, pur mantenendosi $d v_n$ negativo. Ciò è ben assurdo. La tesi è dunque dimostrata (*).

Nel caso in esame ($\alpha^2 > 0$, sussistendo la (37)) dunque, per $t \leq t_H$, il moto è definito dalla (33) e (34), per $t > t_H$ dalla relazione che si ha integrando la (30), nella quale **R** sia definita dalla (29').

Ma, se v_σ è la componente di **v** normale ad **n**, sarà

$$v_x = v_n n_x + v_\sigma n_z \; ; \; v_z = v_n n_z - v_\sigma n_x .$$

Dalla (30) si ha $\dot{v}_\sigma = g n_x$, e quindi $v_\sigma = g n_x t - k n_x$ così che

$$(39) \quad \begin{cases} v_x = n_x (v_n + g t n_z - k n_z) \\ v_z = n_z v_n - n_x^2 g t + n_x^2 k . \end{cases}$$

Determiniamo gli zeri di v_x e v_z: Gli zeri cercati saranno definiti dall'incontro delle due rette

$$y = g t - k, \; y = \left(\frac{n_x}{n_z} \right)^2 (-g t + k)$$

(quelle dei casi precedenti) con la linea $y = -\frac{v_n}{n_z}$. La linea $y = -\frac{v_n}{n_z}$ è data dalla

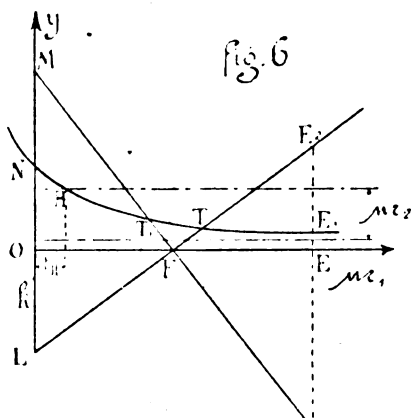
$$y = \alpha \, \mathrm{Cth} \, \frac{g - \gamma}{\alpha} (t + t_0) + \frac{\lambda}{n_z} \quad \text{per } t < t_H ;$$

(*) Con ciò non si vuole affermare che la $v_n = -\mu r_1$ (essendo v_n definita dala (29')) non ammette soluzioni reali: si vuole soltanto affermare che la soluzione non è istante in cui la (29') cessa di esistere.

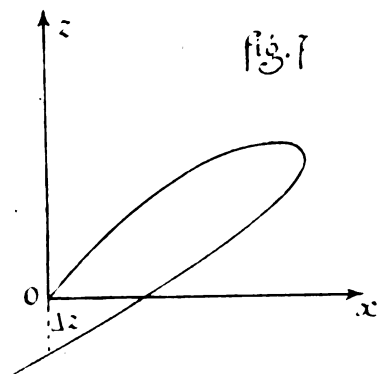
per $t > t_H$ dalla linea proveniente dall'integrazione dell'equazione differenziale $m\dot{v}_n = \varrho\chi\sigma \{(v_n + \lambda)^2 + \nu - \xi\}$, tale che per $t = t_H$, $v_n = -\mu r_2$. Non è difficile, procedendo in modo analogo a quel che si è fatto precedentemente, integrare tale equazione differenziale; ma per le conclusioni alle quali vogliamo giungere è inutile:

È noto che per $t > t_H$, $-\mu r_2 \leq v_n \leq -\mu r_1$. La linea in questione, sarà dunque sempre compresa nella striscia

$$y = \frac{\mu r_2}{n_z}, \quad y = \frac{\mu r_1}{n_z}.$$

La linea $y = -\frac{v_n}{n_z}$ avrà dunque l'andamento segnato in fig. 6.

Osserviamo che se il punto F segue il punto H, la fig. 6 mostra chiaramente come lo zero di v_x sia anticipato rispetto all'analogo zerorelativo al caso $\alpha^2 > 0$, (37) insoddisfatta. Lo zero di v_x, nel caso in esame, è pure anticipato rispetto all'analogo relativo alla lamina piana. Caeteris paribus, lo zero di v_z sarà invece posticipato, rispetto all'analogo del caso $\alpha^2 > 0$, (37) insoddisfatta, e a quello relativo alla lamina piana. In ogni modo lo zero di v_z precederà lo zero di v_x (*).

(*) Negli argomenti precedenti, si è supposto che esista sempre un solo zero per v_x, e uno solo per v_z. Affermo che ciò è vero. Infatti: L'equazione differenziale definente la linea $y = -v_n$ è la seguente

Note le componenti della velocità sarà facile determinare la traiettoria. La fig. 7 ne mostra l'andamento. Osserviamo che per $t \neq 0$, non può essere $x = 0$, $z = 0$. Infatti: Dalla (39) si ha $z = x - \frac{1}{2} g t^2 + k t$. Per $x = 0$, $z = 0$, $t \neq 0$, è $t = \frac{2k}{g}$.

Ma l'ascissa x nell'istante $t = \frac{2k}{g}$, è data in fig. 6 dalla differenza tra le due aree NLT, TE_1E_2. Tale differenza è manifestamente uguale a FOL + FONT -- ($FEE_2 - TE_1E_2$), e, data l'uguaglianza dei triangoli FOL, FEE_2 (t in F è uguale a $\frac{k}{g}$, t in E a $\frac{2k}{g}$) $x = \text{FONT} + TE_1E_2$. x risulta dunque positivo contro l'ipotesi C. V. D. È facile vedere che per $x = 0$,

---

$m\dot{v}_n = R$, e nell'intervallo $-\mu\tau_2 \leq v_n \leq -\mu\tau_1$, R è definita dalla (29'). Dalla precedente si ha $\frac{dt}{dv_n} = \frac{m}{R}$. Poi che R non è mai infinito, $\frac{dt}{dv_n} \neq 0$. La funzione $t = t(v_n)$ è dunque monotona. Anche la $v_n = v_n(t)$ è monotona: Essa è tale che la sua derivata si annulla soltanto per $R = 0$. Ma dalla (29') scende che R si annulla per un valore v_n^* di v_n, con un ordine almeno uguale a 1. Allora, poi che dall'equazione $m\dot{v}_n = R$ scende tosto $m\int \frac{dv_n}{R} = t + t_0$, per $R = 0$, $t = \infty$. Solo per $t = \infty$, $\dot{v}_n = 0$. $v_n = v_n(t)$ è dunque pure funzione monotona. In questo caso la fig. 6 ben giustificata l'asserto. C. V. D.

$t \neq 0$ risulta $z = \Delta z$, e Δz è grandezza essenzialmente negativa.

È agevole constatare che la traiettoria col tendere di t all'infinito tende ad avere tangente inclinata di $\varphi + \frac{\pi}{2}$ rispetto all'asse delle x, che abbiamo supposto orizzontale.

Esaurito così il caso $\alpha^2 > 0$, prendiamo in esame il caso $\alpha^2 = 0$:

Ricordiamo la (32), e indichiamo $\frac{m}{\varrho \chi \sigma}$ con s: avremo

$$(33') \qquad v_x = n_x n_z \left(\frac{-s}{t + t_0} + g t - k - \frac{\lambda}{n_z} \right)$$

$$(34') \qquad v_z = - n_z^2 \frac{s}{t + t_0} - n_x^2 g t + n_x^2 k - \lambda n_z .$$

Queste relazioni sussisteranno fin che $t = t_H$. Nel caso in esame t_H è reale in quanto che la (37) è sempre verificata. Per $t > t_H$ il moto avviene in modo perfettamente identico al caso $\alpha^2 > 0$. A quella trattazione si è quindi rimandati. Rispetto a gli zeri di v_x e di v_z, si potrebbero ripetere le considerazioni svolte a proposito del caso $\alpha^2 > 0$, (37) verificata.

Per quel che riguarda la traiettoria, che per $t \leq t_H$, è definita dalle

$$(38') \quad \begin{cases} x = n_x n_z \left(- s \log (t + t_0) + g \frac{t^2}{2} - k t - \frac{\lambda}{n_z} t + \beta\right) & \beta' = s \log t_0 \\ z = - n_z^2 s \log (t + t_0) - n_x^2 g \frac{t^2}{2} + n_x^2 k t - \lambda n_z t + \beta' n_z^2 . \end{cases}$$

È ancora facile constatare che neppure in questo caso è chiusa nell'origine. Δz è ancora negativo.

Prendiamo, in fine, in esame il caso $\alpha^2 < 0$ (α immaginario): Poniamo $\alpha_1^2 = - \alpha^2$. Sarà certamente $\alpha_1^2 > 0$. L'analoga alla (32) diverrà

$$\frac{m}{n_z \varrho \chi \sigma} \int \frac{d \frac{y}{n_z}}{\left(\frac{y}{n_z}\right) + \alpha_1^2} = t + t_0 .$$

Le (33) e (34) si muteranno nelle

$$(33'')\quad v_x = n_x n_z \left(-\alpha_1 \, tg \frac{g-\gamma}{\alpha_1} (t+t_0) + g\,t - k - \frac{\lambda}{n_z} \right)$$

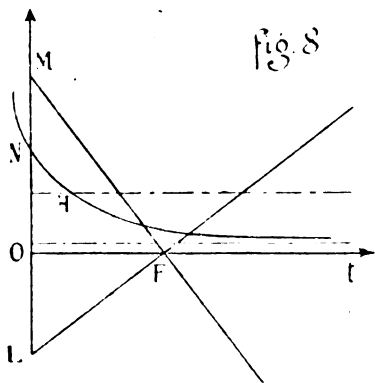
$$g - \gamma = -\alpha_1^2 \frac{n_z \varrho \chi \sigma}{m} < 0$$

$$(34'')\quad v_z = -n_z^2 \alpha_1 \, tg \frac{g-\gamma}{\alpha_1} (t+t_0) - n_x^2 g\,t + n_x^2 k - \frac{\lambda}{n_z}$$

e

$$t_0 = -\frac{\alpha_1}{g-\gamma} \operatorname{arc} tg \frac{v_0 \cos\psi + \lambda}{-\alpha_1 \operatorname{sen}\varphi}$$

α_1 può esser supposto indifferentemente positivo o negativo. In questo caso non esiste una corrispondente della disuguaglianza (35). Tra gli infiniti valori definiti per $-\frac{g-\gamma}{\alpha_1} t_0$, è sempre lecito segliere il minore, che non può essere che nel secondo quadrante.

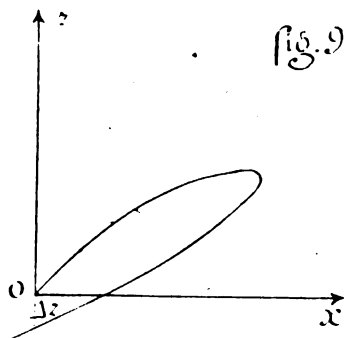
Le (33'), (34') sussisteranno fin che $t = t_H$. Nel caso in esame t_H è reale, perchè la (37) è sempre verificata. Per $t > t_H$, il moto avviene in modo perfettamente identico a quello relativo al caso $\alpha^2 > 0$, (37) verificata. Per quel che riguarda

gli zeri di v_x e di v_z, si potrebbero ripere le considerazioni svolte a proposito del caso $\alpha^2 > 0$, (37) verificata. La fig. 8 ripete appunto la nota costruzione per il caso in esame.

Per quel che riguarda la traiettoria, che per $t < t_H$, è definita dalle

$$(38'') \quad \left\{ \begin{aligned} x &= n_x n_z \left(\frac{\alpha_1^2}{g-\gamma} \log \cos \frac{g-\gamma}{\alpha_1} (t+t_0) + \right. \\ &\qquad \left. + g \frac{t^2}{2} - k t - \frac{\lambda}{n_z} t + \beta \right) \\ z &= \frac{n_z}{n_x} x - g \frac{t^2}{2} + k t ; \end{aligned} \right.$$

$$\beta = \frac{-\alpha_1^2}{g-\gamma} \log \cos \frac{g-\gamma}{\alpha_1} t_0$$

è ancora facile constatare che neppure in quest'ultimo caso essa è chiusa nell'origine. Δz è ancora negativo.

L'andamento della traiettoria in questo caso, è illustrato dalla figura 9.

Fino ad ora considerammo i casi per i quali $v_{on} < -\mu r_2$, per cui, cioè, inizialmente vale la (29). Consideriamo ora i casi per i quali inizialmente sussiste la (29'), e quelli per cui inizialmente sussiste la (29").

Valga inizialmente la (29'):

La (29') cotinuerà sempre a sussistere, giacchè, per considerazioni già svolte, l'istante, in cui cessa di valere, non esiste.

La trattazione di questo caso è immediata, nota la trattazione dei casi precedenti: La linea $n_z y = -r_n$ è formata dalla sola linea a destra del punto ove $v_n = v_{on}$, punto che sarà certamente dalla parte delle t positive, rispetto al punto H di fig. 6. Si pensi di far scorrere la $n_z y = -v_n$ parallelamente all'asse delle t, in in modo che il punto ove $v_n = v_{on}$ cada sull'asse della y: si otterrà una nuova figura, facilmente costruibile, corrispondente alla fig. 6. Si possono allora ripe-

tere le considerazioni fatte sulla fig. 6, ottenendo una nuova traiettoria del tipo rappresentato in fig. 7, per cui $\tau_1 < \tau$, ancora non chiusa nell'origine, e il cui Δz è ancora negativo, ma, in valore assoluto minore di quello relativo al caso rappresentato in fig. 7.

Valga inizialmente la (29''):

La (29'') continuerà a sussistere fin che $v_n \geqq -\mu r_1$. Allorchè $v_n = -\mu r_1$, cesserà di valere la (29'') e incomincerà a valere la (29'). L'istante $t_{H'}$, in cui ciò avviene, sarà reale tutte le volte che la $v_n = -\mu r_1$ ammetterà soluzioni reali. Nell'istante in discorso, è stato già constatato che $\dot{v}_n < 0$: Per la stessa ragione, dunque, in virtù della quale non può esistere un istante in cui cessa di sussistere la (29'), e incomincia a sussistere la (29''), può, invece, esistere un istante in cui cessa di sussistere la (29'') e incomincia a sussistere la (29'). Tale istante esiste effettivamente se la $v_n = -\mu r_1$ ammette soluzioni reali. Passato questo istante, il moto sarà definito dalla (29'). La (29') continuerà a sussistere fin che $v_n \geqq -\mu r_2$. Può v_n, nelle condizioni attuali, raggiungere il valore $-\mu r_2$? No: Infatti, se cio avvenisse, sarebbe nell'istante in cui $v_n = -\mu r_2$. istante questo nel quale (in virtù della (29))

$$m \dot{v}_n = \varrho \chi \sigma \{(-\mu r_2 + \lambda)^2 + \nu\} -$$
$$- m g n_z = \varrho \chi \sigma \{(-\mu r_2 + \lambda)^2 - \alpha^2 n_z^2\}.$$

Quando la (37) è soddisfatta, la precedente relazione dice che $\dot{v}_n > 0$. Ciò è assurdo: v_n non può passare dal valore $-\mu r_2$ a valori minori di $-\mu r_2$ (per i quali sussiste la (29)). mantenendosi $\dot{v}_n > 0$. $\dot{v}_n$ sarebbe negativo (così come esigono le considerazioni testè fatte) soltanto se la (37) fosse insoddisfatta. Ma in questo caso (nel quale α^2 non può essere che positivo) la $v_n = -\mu r_2$, è ben noto che non ammette soluzioni reali. In ogni caso, dunque, la (29') non può cessare di esistere. C. V. D.

Integriamo la (29''): Poniamo

$$\alpha_2^2 = \frac{m g n_z + \nu \varrho \chi \sigma}{\varrho \chi \sigma n_z^2}.$$

Supponiamo da prima $\alpha_2^2 > 0$:

Operando analogamente a quel che si è fatto nei casi precedenti si avrà:

$$((33))\ v_x = n_x\, n_z \left(\alpha_2 \operatorname{Cth} \frac{g-\gamma}{\alpha_2}(t+t_0) + g\,t - k + \frac{\lambda}{n_z}\right)$$

$$g - \gamma = \frac{\alpha_2^2\, \varrho\, \chi\, \sigma\, n_z}{m}$$

$$((34))\ v_z = n_z^2\, \alpha_2 \operatorname{Cth} \frac{g-\gamma}{\alpha_2}(t+t_0) - n_x^2\, g\,t + n_x^2\, k + \lambda\, n_z\,.$$

Queste relazioni varranno fin che non si sia raggiunto un istante $t_{H'}$ in cui

$$((36))\qquad n_z\, \alpha_2 \operatorname{Cth} \frac{g-\gamma}{\alpha_2}(t_H + t_0) + \lambda = -\mu\, r_1\,.$$

La ((36)) non ammette soluzioni reali: Non esiste dunque, nel caso in esame, un istante $t_{H'}$, nel quale le ((33)), ((34)) cessino di sussistere. Le ((33)), ((34)) varranno dunque sempre.

In modo analogo, si determinerebbero le ((33')), ((34')), corrispondenti alle (33'), (34') nel caso $\alpha_2^2 = 0$. Anche in questo caso, le ((33')), ((34')) sussisterebbero sempre.

Consideriamo ora il caso in cui $\alpha_2^2 < 0$:
Se $\alpha_3^2 = -\alpha_2^2$, sarà certamente $\alpha_3^2 > 0$. Otterremo allora facilmente:

$$((33''))\ v_x = n_x\, n_z \left(\alpha_3 \operatorname{tg} \frac{g-\gamma}{\alpha_3}(t+t_0) + g\,t - k + \frac{\lambda}{n_z}\right)$$

$$g - \gamma = -\alpha_3^2\, \frac{\varrho\, \chi\, \sigma\, n_z}{m} < 0$$

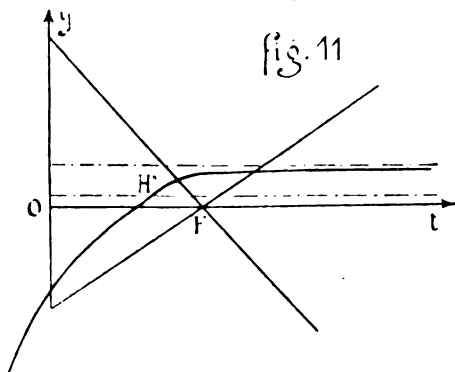
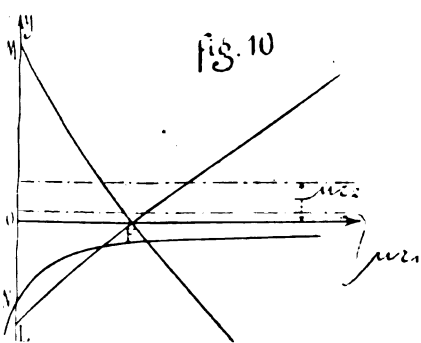
$$((34''))\ v_z = n_z^2\, \alpha_3 \operatorname{tg} \frac{g-\gamma}{\alpha_3}(t+t_0) - n_x^2\, g\,t + n_x^2\, k + \lambda\, n_z\,.$$

La (36) diverrà:

$$((36''))\qquad n_z\, \alpha_3 \operatorname{tg} \frac{g-\gamma}{\alpha_3}(t_H + t_0) + \lambda = -\mu\, r_1\,.$$

Questa relazione, per $-\dfrac{g-\gamma}{\alpha_3}$ nel secondo quadrante ammette sempre soluzioni reali. Sia t_H la minore tra esse: A partire dall'istante $t_{H'}$, il moto sarà definito dalla (29'), antecedentemente dalle ((33'')), ((34'')).

Determiniamo, nei casi considerati, gli zeri di v_x e di v_z. Operiamo come si è fatto precedentemente, secondo la fig. 10 (caso $\alpha_2^2 > 0$) e la fig. 11 (caso $\alpha_2^2 < 0$).

La linea $n_z y = - v_n$ divide il semipiano ove $t > 0$ in due regioni: Se F è nella stessa regione di 0 (è il caso di fig. 10), lo zero di v_x precede lo zero di v_z. Se F è nella regione opposta a quella in cui si trova 0 (è il caso di fig. 11), lo zero

di v_x segue lo zero di v_z. Se F è sulla linea $n_z y = - v_n$, lo zero di v_x e contemporaneo allo zero di v_x, e nell' istante in cui si annullano v_x e v_z, il mobile ha un arresto. Ben evidentemente questi due ultimi casi non possono verificarsi che per $\alpha_2^2 < 0$.

Determiniamo la traiettoria. nei casi considerati;

Per $\alpha_2^2 > 0$

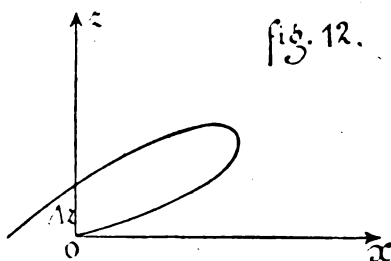
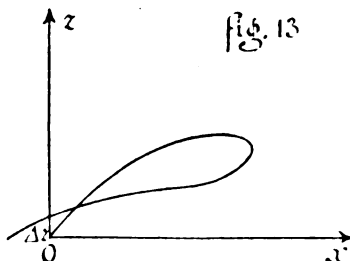
$$(38)\quad \begin{cases} x = n_x n_z \left(\alpha_2 \log \mathrm{Sh} \dfrac{g - \gamma}{\alpha_2}(t + t_0) + g \dfrac{t^2}{2} - k t + \dfrac{\lambda}{n_z} t - \beta\right) \\ z = \dfrac{n_z}{n_x} x - g \dfrac{t^2}{2} + k t \;;\; \beta = \alpha_2 \log \mathrm{Sh} \dfrac{g - \gamma}{\alpha_2} t_0 . \end{cases}$$

Per $\alpha_2^2 = 0$

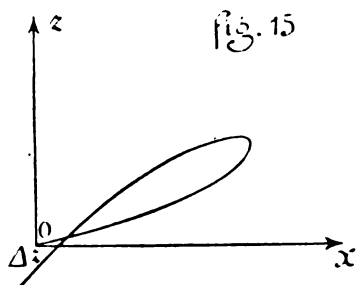
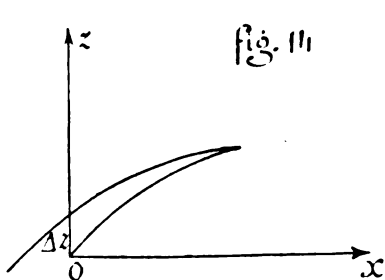
$$(38')\quad \begin{cases} x = n_x n_z \left(s \log (t + t_0) + g \dfrac{t^2}{2} - k t + \dfrac{\lambda}{n_z} t - \beta\right) \\ z = \dfrac{n^z}{n_x} x - g \dfrac{t^2}{2} + k t \;;\; \beta = s \log t_0 . \end{cases}$$

Per $\alpha_z^2 < 0$, e $t \leq t_{H'}$

$$((38'')) \begin{cases} x = n_x n_z \left(-\alpha_3 \log\cos \frac{g-\gamma}{\alpha_3}(t+t_0) + \right. \\ \qquad \left. + g\frac{t^2}{2} - kt + \frac{\lambda}{n_z} t - \beta \right) \\ z = \frac{n_z}{n_n} x - g\frac{t^2}{2} + kt \; ; \; \beta = -\alpha_3 \log\cos \frac{g-\gamma}{\alpha_3} t_0 \, . \end{cases}$$

Le traiettorie ((38)) e ((38')) non possono esser chiuse nell'origine, e per esse Δz è positivo. Avranno dunque l'andamento segnato in fig. 12.

Le traiettorie ((38'')) possono invece esser chiuse nell'origine: Δz può esser positivo, negativo, nullo. In fig. 13 è rappresentato l'andamento di una traiettoria ((38'')), allor quando F ed O si trovano nella stessa regione del piano rispetto alla

linea $n_z y = -v_n$. In fig. 14 è rappresentato l'andamento di una traiettoria ((38'')), allor quando F si trova sulla linea $n_z y = -v_n$. In fig. 15 è rappresentato l'andamento di una traiettoria ((38'')), allor quando F ed O si trovano in regioni opposte.

È facile constatare che tutte le traiettorie ((38)), ((38')) ((38'')), son tali che per $t = \infty$, $x = -\infty$, $z = -\infty$; e tutte quante

son tali che nel punto all' infinito la tangente forma con l' asse delle x un angolo uguale a $\frac{\pi}{2} + \varphi$.

La traiettoria più utile, allor quando il bumerang è usato come arma da guerra, è quella rappresentata in fig. 13. Questa è tanto più facilmente realizzabile quanto più grande è r_1. Questa osservazione dà ragione del perchè il bumerang (fig. 16)

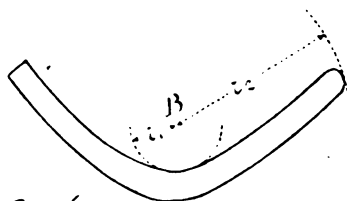



fig. 16

è costruito in foggia tale, che il suo baricentro cada in un punto B, quanto più possibile esterno al sistema materiale costituente il bumerang stesso.

Necrologio del M. E. prof. Guglielmo Körner

letto dal M. E. prof. LUIGI BERZOLARI, presidente,

e lettera commemorativa del M. E. prof. ANGELO MENOZZI.

(Adunanza del 20 aprile 1925)

Il Presidente, prof. BERZOLARI, all'inizio della seduta, pronunzia le seguenti parole:

Con profondo cordoglio partecipo ai Colleghi la morte, avvenuta in Milano il 28 marzo, del Membro Effettivo prof. GUGLIELMO KÖRNER, il quale apparteneva all'Istituto fino dal 1878.

Scompare con lui uno dei chimici più eminenti del nostro tempo: meraviglioso per genialità e abilità di tecnica, come per prontezza e forza d'intuizione, per ampiezza e profondità di cultura come per tenacia di lavoro e scrupolosa probità di ricercatore.

Nato a Kassel il 20 aprile 1839, frequentò alcuni dei più rinomati Istituti chimici della Francia, del Belgio, della Germania, dell'Inghilterra, specialmente quello del KEKULÉ a Gand, e nel 1867 passò a quello diretto dal CANNIZZARO a Palermo, nel quale proseguì e recò a compimento quei classici lavori sulla determinazione dei posti nei derivati del benzolo e sulle formole di struttura della piridina e della chinolina, che hanno conferito al suo nome una gloria imperitura.

Nominato nel 1870 professore di Chimica organica in questa R. Scuola Superiore di Agraria e in questo R. Politecnico, fu qui per oltre un cinquantennio Maestro efficace e suggestivo a schiere numerose di giovani, e qui continuò ed allargò le sue investigazioni sui composti aromatici, ed altre di non minore importanza ne intraprese sulle sostanze organiche vegetali, sull'eliminazione dell'azoto dalla tirosina e su argomenti di altra natura, avendo talvolta a collaboratori due nostri valorosi Colleghi, il prof. MENOZZI e il prof. CONTARDI.

Questi studi, che in parte videro la luce nei Rendiconti del nostro Istituto, hanno impresso a vari rami della Chimica

organica un impulso poderoso, e valsero al KÖRNER altissime distinzioni dalle più reputate Università e Accademie scientifiche di Europa. Distinzioni che egli non ambì, poichè unica soddisfazione sua fu sempre la ricerca per sè stessa; e, come non mai si curò di trarre dalle proprie scoperte applicazioni pratiche o ragioni di lucro, così si mostrò ognora schivo di qualsiasi esteriore apparenza, assai pago della gioia ond' eragli fonte la sua vita di laboratorio, dove la sua potenza d' indagine appariva veramente dominatrice, attuando con la sapienza dell'esperimento tutte le forme che l'agile intuizione e il fine raziocinio gli venivano senza posa rivelando.

Il fascino della nostra terra lo avvinse a noi per sempre, e italiano egli divenne pur di animo e di aspirazioni. Nell'ultima nostra guerra liberatrice i suoi figli valorosamente difesero la causa italiana, ed uno di essi incontrò morte eroica sul campo.

Il nostro Istituto s'inchina con riverenza e ammirazione alla memoria di GUGLIELMO KÖRNER, ricordando di lui l'altezza della mente, l'integrità e la purezza del carattere, l'affetto onde amò la sua patria di adozione.

Il prof. BERZOLARI legge poi la seguente lettera pervenutagli dal M. E. prof. ANGELO MENOZZI, impossibilitato ad assistere alla seduta:

« A nome dell'Istituto superiore Agrario, che ho l'onore di dirigere, ringrazio Lei, illustre Presidente, per l'omaggio reso alla memoria del prof. Körner; mi sia permesso aggiungere due parole:

Colla morte del prof. Körner scompare una figura di grande scienziato e di grande maestro.

Le geniali sue concezioni sulla struttura di sostanze organiche, concezioni che lo sviluppo ulteriore della scienza ha dimostrato corrispondere alla realtà; le sue classiche ricerche intorno a ciò che è stato chiamato il teorema di Körner, per la determinazione del luogo chimico delle sostanze dette aromatiche, lo hanno reso celebre in tutto il mondo scientifico. Così che il nome suo, come è stato lustro per il nostro Istituto Lombardo, lo è diventato per le principali accademie.

Ma è un vero maestro che scompare, un vero professore. Il suo insegnamento orale era profondo ed efficacissimo; con esso veniva messo in evidenza lo stato attuale della scienza, veniva indicato ciò che restava a fare per l'ulteriore cammino,

imprimendo e sviluppando nei giovani l'interesse e l'amore alla scienza. E per quanto si trattasse d'insegnamento prevalentemente teorico, essendo esso impartito in Scuole d'applicazione, non tralasciava mai dal far risaltare le possibili applicazioni.

E l'insegnamento di laboratorio solamente chi ha avuto la fortuna di essere suo allievo e di lavorare al suo fianco può trovarsi in grado di apprezzarlo a fondo: mirabile per la visione del problema in istudio, per l'abilità sperimentale, per le risorse geniali adottate per giungere allo scopo e per interpretare il risultato e comprenderlo in tutto il suo valore. Tutto ciò unito sempre ad una rigorosa documentazione dei fatti sperimentali, con preparazione di sostanze che rappresentano dei veri modelli.

A queste qualità superiori di mente e di metodo il compianto professore univa un'applicazione instancabile, un lavoro ed uno studio continuo, uno spirito che infiammava i giovani trascinandoli all'applicazione ed allo studio.

Si aggiunga l'abbandono di tutto ciò che poteva aver carattere professionale: mai nella sua attività di studioso, ha pensato a scopi pratici personali, dedito completamente allo studio per lo studio.

Tale è l'esempio luminoso lasciatoci dal prof. Körner. Che egli possa trovar numerosi imitatori per il maggior sviluppo degli studi e pel progresso morale e materiale del Paese ».

CALCULUS

Nota del S. C. prof. Siro Solazzi

(Adunanza del 26 marzo 1925)

Chiunque legga D. 49. 8. 1. 1 (Macer 2 *de appellat.*) deve sorridere. Vi comparisce un giudice, per il quale la matematica era un' opinione: « quinquaginta et viginti quinque fieri centum putaverit »!

> Item si calculi error in sententia esse dicatur, appellare necesse non est: veluti si iudex ita pronuntiaverit: « Cum constet Titium Seio ex illa specie quinquaginta, item ex illa specie viginti quinque debere, idcirco Lucium Titium Seio centum condemno »: nam quoniam error computationis est, nec appellare necesse ést et citra provocationem corrigitur. Sed et si huius quaestionis iudex sententiam centum confirmaverit, si quidem ideo quod quinquaginta et viginti quinque fieri centum putaverit, adhuc idem error computationis est nec appellare necesse est: si vero ideo, quoniam et alias species viginti quinque fuisse dixerit, appellationi locus est.

Non si capisce bene chi sia il giudice (1) che conferma la sentenza nella somma di 100. Poichè già due volte è stato detto che « appellare necesse non est », supponiamo che sia lo stesso giudice il quale aveva pronunciato « cum constet rell. ». Ma, sia lui o un altro, è enorme che un giudice, dinanzi al quale viene contestata l'esattezza della sentenza « ex illa specie 50 + item ex illa specie 25 = 100 condemno », risponda che il conto è perfetto « ideo quod quinquaginta et viginti quinque fieri centum ....», perchè 50 + 25 fan 100!

---

(1) Con l'appello si è fuori dell'*ordo iudiciorum*; chi giudica è dunque un magistrato e però la genuinità di « iudex, huius quaestionis iudex » è più che sospetta. Il fatto che la locuzione « h. q. iudex » si legga anche nel pr. non attenua, ma aggrava il sospetto.

All'esistenza di un giudice così nemico dell'aritmetica io non credo; ma penso che « sed et . . . locus est » sia una glossa. La forma « si quidem . . . si vero » ribadisce il mio sospetto.

Voglio soggiungere per altro che il glossatore, benchè si sia lasciato scappare un'ingenuità, non era uno sciocco. Nella sentenza « cum constet rell. » vi è un errore; ma questo può consistere tanto nella somma ($50 + 25 = 100$), quanto nell'omissione di una partita (ex illa specie 50 + item ex illa specie 25 + *ex alia specie* 25; e quest'ultima deve aggiungersi per formare 100). Anzi, riflettendo che l'errore dell'addizione ($50 + 25 = 100$) è piuttosto grossolano, si potrebbe dire che l'omissione di una posta è delle due congetture la più probabile. La forma, di cui il glossatore si è servito per richiamare la nostra attenzione sulla possibilità che la sentenza non contenga un mero errore di calcolo, è infelicissima; ma l'osservazione, che egli voleva esprimere, fa onore al suo buon senso.

Il travaglio critico di questo passo non è tuttavia finito (1). Il Beseler (2) censura « nam quoniam . . . corrigitur », perchè « teils Wiederholung, teils unnötig ». Evidentemente l'accusa di inutilità colpisce le parole « et citra provocationem corrigitur »; noi ce ne disinteressiamo. C'interessa invece l'altra accusa, che riguarda la frase « nam quoniam error computationis est, nec appellare necesse est ». Certo è questa una ripetizione dopo la frase « si calculi error in sententia esse dicatur, appellare necesse non est ». Ma si domanda: quale delle due sarà spuria? Il Beseler cancella la seconda e noi critici propendiamo un po' tutti a considerare come ripetuto ciò che segue e non ciò che precede. Ma è un pregiudizio, da cui il testo di Macro ci aiuterà a liberarci.

Immaginando che « si calculi error in sententia esse dicatur, appellare necesse non est » fosse una glossa (3), si avrebbe la restituzione « item si iudex ita pronuntiaverit . . .

---

(1) Al testo di Macro sembrano contradire C. 2. 5. 1 (DIOCLET.) e 7. 52. 2 (ANTONIN.). In 7. 62. 10 (DIOCLET.) « deteriorem calculum » significa sentenza sfavorevole: cfr. C. 5. 59. 4.

(2) *Beiträge*, 2, p. 48.

(3) Potrebbe essere una glossa marginale riassuntiva del contenuto del testo di Macro. Ma più probabilmente è una glossa correttiva; perchè, come risulterà alla fine del nostro studio, sembra che la sentenza passasse in giudicato col suo « error calculi », se il soccombente non avesse appellato.

quoniam error computationis est . . . . », la quale, presa in sè, non è peggiore di quella proposta dal Beseler. Una sacrifica la proposizione con « calculi error », l'altra sacrifica la proposizione con « error computationis ». La lotta è dunque fra *calculus* e *computatio*.

Nel Codice *calculus*, che si trova sei volte adoperato da Giustiniano, quattro da costituzioni del V° secolo, due da costituzioni del IV° e infine dai due rescritti di Diocleziano, 2. 5. 1 (1) e 7. 62. 10, non s'incontra mai presso gli imperatori dell'età classica (2). La disamina dei testi dei giuristi classici può iniziarsi sotto favorevoli auspici.

***

D. 3. 2. 6. 7 — ULPIANUS *l. 6 ad edictum*. Contrario iudicio damnatus non erit infamis: nec immerito. Nam in contrariis non de perfidia agitur, sed de calculo, qui fere iudicio solet dirimi.

Lo Schulz (3) crede interpolato tutto il paragrafo; e alla medesima conclusione viene il Beseler (4). La difesa « in toto », che ha voluto assumerne il Kübler (5), non riesce a nascondere i difetti stilistici e sostanziali della motivazione « nam . . . . . dirimi ». Sciatta la chiama, con un giudizio abbastanza mite, il Biondi (6), che pure la reputa interpolata.

***

D. 4. 3. 29 — PAULUS *l. 11 ad edictum*. Sabinus putat calculi ratione potius quam maleficii heredem conveniri, denique famosum non fieri: ideoque in perpetuum teneri oportere.

Nel diritto giustinianeo l'antitesi « calculi ratione potius quam maleficii » si può capire. Essa significa che l'erede del-

---

(1) Sta sotto la rubrica « de calculi errore ».

(2) In quella vece *computatio* sta in C. 4. 32. 16 (ANTONIN.); 4. 31. 5, 5. 62. 6. 1, 6. 50. 6. 2 (ALEXANDER); 10. 1. 2 (GORDIAN.) e nel primo rescritto di D. 34. 1. 3.

(3) *Interpolationenkrit. Studien*, in « Festschr. Zitelmann », p. 17.

(4) Op. cit., 3, p. 78; cfr. anche ivi p. 67.

(5) *ZSS.*, 38, p. 81 sgg. Contro di lui BESELER, op. cit., 4, p. 255.

(6) *Iudicia bonae fidei*, p. 73.

l'autore del dolo non è convenuto per il malefizio ma piuttosto per l'arricchimento, il quale è da calcolare. Certo l'antitesi non é incisiva nè precisamente espressa. Chi dice che l'autore del dolo « maleficii ratione convenitur » enuncia la causa della responsabilità; chi dice che il suo erede è tenuto « calculi ratione » indica piuttosto il fine dell'azione, che è di accertare e contare l'arricchimento di cui si domanda la restituzione. Ma l'antitesi « calculi — maleficii », oltre che per questo difetto (1), non può essere classica per un altro vizio. Nel processo romano classico nessuna azione si sottrae alla necessità di qualche *calculus*, perchè la condanna è sempre pecuniaria. Non poteva perciò il giurista classico, se voleva riuscire preciso ed efficace nella distinzione delle azioni reipersecutorie dalle azioni penali, contrapporre *calculus* a *maleficium*; allo stesso modo che non poteva illudersi di dare una descrizione esatta della differenza tra « iudicium directum » e « iudicium contrarium », costruendo l'antitesi *perfidia-calculo* (2).

Più grave, e decisivo per ritenere che *calculi* nel nostro passo non sia genuino, è la dimostrazione da altri (3) già data che la responsabilità fino al limite dell'arricchimento, sia nell'« a. de dolo » sia nell'« a. in factum » concessa dal pretore, in luogo dell'azione penale, contro l'erede, non è classica. Ritenuto ciò, la frase « calculi ratione potius quam maleficii heredem conveniri », che alla stregua del diritto giustinianeo si poteva criticare ma si lasciava capire, diventa inesplicabile. Possiamo dunque concludere che *calculi* non appartiene nè a Sabino nè a Paolo.

---

(1) Per esempio del modo come i classici avrebbero additato il contenuto pecuniario dell'azione, cfr. D. 11. 7. 9 (GAI. 19 *ad ed. prov.*) « . . . miror, quare constare videatur neque heredi neque in heredem dandam hanc actionem: nam ut apparet, *pecuniariae quantitatis ratio in eam deducitur* ».

(2) È nel « iudicium tutelae » diretto che QUINTIL. *Inst.* 7. 4. 35 afferma « solet quaeri an alia de re quam de calculis cognosci oporteat ».

(3) Cfr. ALBERTARIO. *Rend. del R. Ist. Lomb.*, 46, p. 453 sgg. Non si può per altro accettare la « duplex interpretatio » (ivi, p. 458) del fr. 29, che, secondo l'A., sarebbe genuino e nell'originario contesto non avrebbe alluso punto all'arricchimento dell'erede.

***

D. 16. 3. 8 — Papinianus *l. 9 quaestionum.* Quod privilegium exercetur non in ea tantum quantitate, quae in bonis argentarii ex pecunia deposita reperta est, sed in omnibus fraudatoris facultatibus: idque propter necessarium usum argentariorum ex utilitate publica receptum est. Plane sumptus causa, qui necessarie factus est, semper praecedit: nam deducto eo bonorum calculus subduci solet. La chiusa « plane . . . solet » non è genuina, perchè presuppone il sistema della *bonorum distractio.* Nell'epoca classica i conti li faceva alla meglio il *bon. emptor*, per regolarsi circa la percentuale che voleva offrire; ma erano operazioni giuridicamente irrilevanti. Ove si fosse presentato un creditore « sumptus causa », sarebbe stata questione di vedere se gli spettasse un privilegio e in qual grado; ma le fonti non conoscono un privilegio generale per le spese (1).

***

D. 24. 1. 5. 15 — Ulpianus *l. 32 ad Sabinum.* Si quis rogatus sit praecepta certa quantitate uxori suae hereditatem restituere et is sine deductione restituerit, Celsus libro decimo digestorum scripsit magis pleniore officio fidei praestandae functum maritum quam donasse videri [: et rectam rationem huic sententiae Celsus adiecit, quod plerique magis fidem exsolvunt in hunc casum quam donant nec de suo putant proficisci, quod de alieno plenius restituunt voluntatem defuncti secuti: nec immerito saepe credimus aliquid defunctum voluisse et tamen non rogasse. Quae sententia habet rationem magis in eo, qui non erat deducta quarta rogatus restituere et tamen integram fidem praestitit omisso senatus consulti commodo: hic enim vere fidem exsolvit voluntatem testatoris obsecutus. Hoc ita, si non per errorem calculi fecit: ceterum indebiti fideicommissi esse repetitionem nulla dubitatio est].

---

(1) Su questo passo cfr. anche i miei *Studi sul concorso dei creditori nel dir. rom.*, IV, n. 6 (in « Studi nelle sc. giur. e sociali » di Pavia, 9).

Io non ho nessun dubbio che il lungo squarcio da me chiuso in parentesi sia un commento post-classico. La prima frase « et rectam . . . donant » ripete male il pensiero di Celso. Non *plerique*, ma tutti coloro che consapevolmente restituiscono l'intera eredità fedecommissaria, sono reputati « magis pleniore officio fidei praestandae functi . . . quam donasse ». *Fidem exsolvunt*: nella frase che precede è *fidei praestandae*, in D. 12. 6. 62 *fidem explere*, in C. 6. 50. 1 *f. exhibere*. *In hunc casum*: perchè l'accusativo? *Nec immerito saepe credimus*: *saepe* fa il paio con *plerique*. *Quae sententia*: Ulpiano non avrebbe chiamato *sententia* l'opinione da lui espressa in « saepe credimus rell. ». *Habet rationem. Tamen* del. Mo. *Senatus consulti commodo* (1). Ancora *fidem exsolvit. Hoc ita si.*

Quello che ha per noi importanza è *errorem calculi*; ma evidentemente è stato scritto a vanvera. L'erede fiduciario che restituisce tutta l'eredità, potrà commettere un errore; ma sarà un errore di diritto, se ignora il senatoconsulto, sarà un errore di diritto e di fatto, se non ha conosciuto la disposizione testamentaria che l'autorizzava a « praecipere certam quantitatem », non sarà mai un « error calculi ». Uno sbaglio nei conti può avvenire, allorchè si vuol dedurre e non si deduce esattamente la quarta; ma l'ipotesi, su cui ragiona il passo, è che non siasi operata alcuna deduzione e l'erede « integram fidem praestitit omisso senatus consulti commodo ». In quest' ipotesi calcoli non se ne fanno e l' « error calculi » è escluso. Anche negando la più vasta alterazione da me sospettata, bisognerà per lo meno ritenere spurie le parole « hoc ita, si non per errorem calculi fecit ».

D. 28. 5. 88 — Hermogenianus *l. 3 iuris epitomarum.* Ex unciis sex Primo herede instituto, Secundo ex octo, si Tertius ex residua parte (2) vel nulla portionis facta mentione

(1) Lo si trova ancora in D. 38. 4. 3. 4 (Ulp. 14 *ad Sab.*), ma il luogo parmi sospetto. I classici usano « senatus consulti *beneficium* » (D. 16. 1. 24. 2; 38. 17. 2. 14 e 20; 49. 14. 38 pr.; Paul. II. 11. 2; IV. 5. 9).

(2) Osta Ulp. 7 *ad Sab.* in 17 § 3 h. t. Il Pampaloni, *Riv. it. per le sc. giur.*, 52, p. 141 sgg. ha pienamente ragione di criticare l'opinio communis, che mantiene nel sistema e la decisione del fr. 88 di Er-

heres instituatur, quinque uncias hereditatis Tertius habebit; in viginti quattuor etenim partes hereditate distributa Tertio ratio calculi veluti ex decem partibus instituto quinque uncias adsignabit.

Ecco finalmente un testo, nel quale la matematica e il *calculus* sono a casa loro. Poichè il testatore con le prime due istituzioni ha superato le 12 oncie dell'asse, è forza immaginare ch'egli abbia diviso l'eredità in 24 parti, assegnandone 6 a Primo, 8 a Secondo e le altre 10 a Terzo; sicchè, riducendo le frazioni da ventiquattresimi in dodicesimi, toccano a Terzo 5 once. Questo è il risultato della *dupondii distributio*, vera e propria *ratio calculi*.

Se il contenuto è impeccabile, bisogna andare molto cauti nel valutare la forma di un passo. In questi ultimi tempi mi è occorso di vedere addotto come prova unica o quasi dell'interpolazione dei testi *etenim*. Io non avrei tanto coraggio e per fortuna me lo posso risparmiare. Ermogeniano non è un giurista classico; *calculus* è adoperato dal suo contemporaneo Diocleziano.

D. 35. 2. 11. 6 — PAPINIANUS *l. 29 quaestionum*. Si filio suo duos substituerit et alterius portionem oneraverit, tractari solet, an ex persona sua Falcidiam possit inducere substitutus, quam pupillus non haberet vel unus pupilli substitutus. Et facile quis dixerit consequenter prioribus, quae de patrimonii ratione dicta sunt, non esse Falcidiae locum et ultra vires portionis conveniendum alterum substitutum. Sed verior est diversa sententia perinde huic quartam relinquendam existimantium, atque ita si patri heres extitisset: ut enim opes patris et contributio legatorum inde capiunt et formam et originem, ita plures substituti subducta persona pupilli revocandi sunt ad intellec-

---

mogeniano e quella del fr. 17 § 3 di Ulpiano. La contradizione dei due testi è innegabile. Ma non so se basti a dirimerla il giudizio del P. che l'opinione di Ulpiano sia inesatta e non se ne debba fare alcun conto. Non potrebbero invecè nel testo di Ermogeniano essere spurie le parole « ex residua parte vel » o magari tutta la distinzione « ex residua... mentione »? Come nota lo stesso P., tutti i testi, a differenza del fr. di Ermogeniano, sono relativi al solo caso dell'*heres sine parte*.

tum institutionis. Quid tamen dicemus de altero substituto, qui non est oneratus? Si forte nondum legata pupillus a se relicta solvit et aliquid ultra dodrantem sit in omnibus, et ipsum Falcidiam habiturum? Atquin quartam habet neque idem patiatur instituti comparatio. Rursus si negemus, aliud aperte, quam quod volgo probatum est, respondetur. Itaque varietas exsistet, ut is quidem, qui proprio nomine oneratus est, velut institutus desideret quartam, alter autem, qui non est oneratus, ut substitutus, licet portio largiatur eius, non in solidum conveniatur propter calculi confusionem. Huic consequens est, ut, si pupillo de Falcidia cautum fuit, duobus committatur stipulatio, videlicet in eam quantitatem, quam unusquisque sibi retinere potuisset.

Abbiamo riportato questo lungo paragrafo, perchè la lettura rivela che v'è molto di non papinianeo (1). Il Beseler (2), dopo aver appuntato « et facile quis dixerit », congetturando che al suo posto come a quello di « diversa » fossero citazioni di giuristi, ed avere eliminato col Mommsen « ita », giudica lo squarcio *ut enim . . . confusionem* « wortreich, erbärmlich unklar und sprachlich vielfach auffällig » (3). Noi ci fermeremo all'ultimo periodo « itaque varietas . . . », che vorrebbe essere la conclusione di tutti i dubbi precedentemente esposti. S'ammette una diversità fra il sostituto pupillare « qui proprio nomine oneratus est » e il sostituto « qui non est oneratus »; e la diversità esiste di fatti, se poniamo che al pupillo siano stati lasciati 200 e il sostituto A sia gravato di legati per 100. Allora, perchè « plures substituti subducta persona pupilli revocandi sunt ad intellectum institutionis », (intendi che i sostituti nelle seconde tavole sono trattati come istituiti nelle prime... e sarai convinto che questo pensiero con altra frase (4) sarebbe stato espresso da Papiniano), la Falcidia deve essere computata sulla quota di ciascuno ed A, che ottiene la metà dell'asse ereditario (100) e deve legati per altrettanta

(1) Altrimenti KÜBLER, *ZSS.*, 42, p. 527 sgg.

(2) Op. cit., 4, p. 182 sgg.

(3) Il BESELER impugna anche la genuinità di « duobus.... potuisset ».

(4) Cfr. D. 35. 2. 87. 8 (IULIAN. 61 *dig.*) « . . . licet enim pupillo heres exsistat, tamen circa legem Falcidiam perinde ratio habetur ac si patri heres exstitisset ». *Circa . . . Falcidiam* espunge BESELER, op. cit., 3, p. 54.

somma, « velut institutus desiderat quartam » (1); mentre B non ha nulla da reclamare, anche se il testatore abbia onerato di legati lo stesso pupillo (ad es. per la somma di 100) e questi non li abbia pagati e i legatarii si rivolgano contro B, perchè il diritto alla quarta nella persona del pupillo (con legati per 100 su un'eredità di 200) non era stato leso e B « ut substitutus » deve « quae a pupillo relicta sunt, cum filius heres exstitit, ut aes alienum quodlibet » (D. 35. 2. 11. 5). Io non saprei spiegarmi altrimenti che così la *varietas* (2). Ma il testo dice « itaque varietas exsistet, ut . . . alter . . . , qui non est oneratus, . . . non in solidum conveniatur propter calculi confusionem »; e, se non è convenuto in solido, vorrà dire che anch'esso beneficia della Falcidia? D'altra parte « propter calculi confusionem » dovrebbe alludere ad una addizione e ci troveremmo dinanzi un'altra ipotesi: che tanto il pupillo quanto il sostituto siano stati onerati di legati, nel qual caso (3) tutti i legati dei due gruppi si computano insieme per determinare la quarta.

Pare dunque di poter negare che un discorso così oscuro e contradittorio sia di Papiniano, per modo che a lui non appartiene nemmeno la « calculi confusionem ». Altri è l'autore di questa « confusione » . . . nella quale forse ci siamo smarriti anche noi.

Calculus torna nel § 7 del medesimo frammento.

Quaesitum est, si quis pupillo coheredem substituisset, quemadmodum legis Falcidiae ratio inquiri debeat? et quale est, quod volgo diceretur, legatorum rationem separandam? Dixi, quantum ad legata, quae pater a filio, item a substituto reliquit, nullam fieri posse separationem, cum communi calculo subiciantur et invicem inducant contributionem . . .

Non si dirà molto robusta la motivazione « cum rell. »; i legati non si separano . . . perchè si sommano insieme! E poi la sua esuberanza non solo per lo stile di Papiniano, ma sa-

---

(1) *Contra* l'opinione riferita da Papiniano in « facile quis dixerit rell. », la quale era seguita da Marcello (D. 35. 3. 1. 3 da Ulp. 79 *ad ed.*)

(2) Cfr. D. 35. 2. 80 pr.; 35. 3. 1. 1.

(3) Cfr. D. 35. 2. 11. 5 « . . . quamvis enim substitutus quae a pupillo relicta sunt, cum filius heres exstitit, ut aes alienum quodlibet debeat, tamen propter ea, quae data sunt tabulis secundis, contributioni locus est »; 35. 2. 79.

rebbe eccessiva anche per l'« os rotundum » di qualunque altro giurista: « communi calculo subiciantur » e « invicem inducant contributionem » ripetono la stessa cosa.

D. 50. 8. 10 — MODESTINUS *l. 8 regularum*. Calculi erroris retractatio etiam post decennii aut vicennii tempora admittetur. 1. Sed si gratiose expunctae dicentur, non retractabuntur.

Il Mommsen, osservando che « expunctae » è senza soggetto, propone di inserire *rationes*: « sed si gratiose *rationes* rell. ». Ma è da vedere se la parola *rationes* sia caduta nel § 1, o se vi potesse essere sottintesa perchè la menzionava il testo genuino del pr. Attualmente, se non fosse la rubrica del titolo « de administratione rerum ad civitates pertinentium », si potrebbe credere che la norma del fr. 10 valesse per ogni sorta di conti; ed invece si applicava non oltre il decennio o il ventennio e soltanto alle *rationes rei publicae*. Cfr. D. 44. 3. 13. 1 (HERMOGEN.) « Rei publicae rationes subscriptae et expunctae adversus eum quidem, qui administravit, ultra viginti, adversus heredem vero ultra decem annos retractari non possunt ». Modestino doveva esprimere la regola con tutta precisione e per ciò doveva menzionare le *rationes*, in guisa che non occorreva ripeterne il nome nel § 1.

Probabilmente « calculi . . . admittetur » è la glossa marginale estensiva del pensiero di Modestino, che i compilatori hanno preferito al testo del giureconsulto.

PAUL. V. 5a. 11 — Ratio calculi saepius se patitur supputari atque ideo potest quocumque tempore retractari, si non longo tempore evanescat.

Con questo passo dell'Appendice Visigota (1.16) finiamo la rassegna dei testi di giuristi che hanno *calculus* e ritorniamo al punto da cui siamo partiti. Il Paolo visigoto è d'accordo con D. 49. 8. 1. 1. Non si potrebbero rifare frequentemente i conti, se fosse necessario l'appello contro la sentenza che si afferma viziata da un « error calculi » e se ostasse la cosa giudicata. Ma appunto per ciò il testo attribuito a Paolo è in contradizione con C. 2. 5. 1 (DIOCLET.) « errorem calculi . . . .

veritati non adferre praeiudicium saepe constitutum est: unde rationes etiam saepe computatas denuo retractari posse, si res iudicatae non sunt vel transactio non intervenit, explorati iuris est » e con 7. 52. 2 (ANTONIN.) « res iudicatae si sub praetextu computationis instaurentur, nullus erit litium finis ».

Pur ammettendo che i conti si possano rinnovare « quocumque tempore », il testo visigoto pone un termine alla serie delle revisioni: « si non longo tempore evanescat ». Grammaticalmente « evanescat » non può avere altro soggetto che « ratio calculi ». Ma, per quanto tempo voglia trascorrere, la « ratio calculi » non svanisce mai; svaniscono bensí la memoria dei dati, le prove, i documenti, quelle che chiamano le pezze d'appoggio. E se anche la forma della frase non fosse censurabile, sarebbe la sostanza ingenua e banale. È proprio superfluo avvertire che i conti non si potranno più rifare, quando siansi perduti i dati e le prove. Io darei alla frase un senso più ragionevole, supponendo che essa sia priva di soggetto. Naturalmente con questa supposizione vengo ad escludere che Paolo ne sia l'autore. I Visigoti intendono negare che la « retractatio » dei conti sia lecita dopo i 10 o i 20 anni, che costituiscono il *longum tempus* in senso tecnico (1). Se nel testo originale si leggesse la distinzione, che ci ha conservata D. 44. 3. 13. 1, non sappiamo. Ma forse non è inverosimile che il giureconsulto classico alludesse alle *rationes* degli amministratori dei municipii.

Basta con le congetture. Spero di aver persuaso il lettore che PAUL. V. 5a. 11 è stato rimaneggiato e non può essere addotto per dimostrare la classicità di *calculi*.

La nostra opinione, che in D. 49. 8. 1. 1 il brano insiticio sia « si calculi error in sententia esse dicatur, appellare necesse non est », è provata con sufficiente sicurezza. Non con altrettanta sicurezza possiamo invece affermare che Macro abbia scritto « quoniam error computationis est, [nec] appellare

(1) Cfr. PAUL. V. 5a. 8 « . . . longum autem tempus exemplo longae praescriptionis decennii inter praesentes, inter absentes vicennii computatur ». L'affermazione degli editori SECKEL e KÜBLER, che queste parole « addita esse videntur aut ab interprete vetere aut a Visigothis », è incontestabile.

necesse est » (1). Eliminando il *nec*, si ristabilirebbe l'armonia (2) ora turbata con C. 2. 5. 1 e 7. 52. 2 e l'intrusione di « et citra provocationem corrigitur » vista dal Beseler diventerebbe più certa (3).

---

(1) Macro usa *computatio* anche in D. 35. 2. 68 pr. (l. 2 *ad leg. vicesim. her.*). La parola è frequente nei passi del Digesto. Con ciò non si vuole escludere che qualcuno di essi sia alterato: per es. 5. 3. 20. 12 (BESELER, 4, p. 35); 35. 1. 32 (BESELER, 3, p. 54); 35. 2. 88. 3 (DE MEDIO, *Arch. giur.*, 68, p. 228); 38. 2. 36 (BESELER, 3, p. 32).

(2) Che il rendiconto fiscale passasse in cosa giudicata risulta anche da C. 10. 1. 2 (GORDIAN.): « Instar obtinere minime potest rei iudicatae computatio a tabulariis facta, nisi sententia procuratoris fuerit comprobata ».

(3) È discutibile se essa sia un emblema tribonianeo; potrebbe essere una seconda glossa. Appunto perchè manca la certezza che le alterazioni siano dovute all'intervento diretto e cosciente dei commissarii, non soccorre quel criterio che altrimenti permetterebbe di risolvere il conflitto fra D. 49. 8. 1. 1 e C. 2. 5. 1, 7. 52. 2. Se il passo del Digesto fosse interpolato, sapremmo di dovervi cercare la regola accolta dal diritto giustinianeo; ma, se fosse solamente alterato da glosse e interpolazioni pregiustinianee, l'alterazione di questo tipo non potrebbe costituire un motivo sufficiente per dare alla legge del Digesto la prevalenza sulle leggi del Codice.

SULLE SCARSE NOTIZIE, INTORNO A PLATONE E ALLA SUA VITA, IN PLATONE STESSO E NEI SUOI CONTEMPORANEI.

Nota del M. E. prof. GIUSEPPE ZUCCANTE.

(Adunanza del 2 aprile 1925)

I. — Le dottrine filosofiche, al pari d'ogni altra produzione letteraria ed artistica, sono l'espressione concreta d'uno spirito, d'un'anima particolare, che svolge le sue idee e le coordina sotto l'influenza complessa dell'ambiente, del temperamento, dell'educazione; sono l'espressione di ciò che un uomo ha di più intimo e personale, combinato coll'azione di impulsi esteriori molteplici. Anche d'impulsi esteriori, perocchè potrebbe l'uomo, per quanto meditativo s'immagini ed estraneo alle cose del di fuori, non esser legato con mille legami invisibili al suolo dov'è nato, al secolo in cui vive? E potrebbe uno spirito, per quanto grande e originale, svolgersi indipendentemente da ogni impulso esteriore? Ma, anzi, quanto sono maggiori gl'impulsi, tanto più ha campo di manifestarsi la genialità creatrice dello spirito; gl'impulsi esteriori sono altrettante occasioni al rivelarsi di attività e di energie, che altrimenti sarebbero rimaste latenti, o si sarebbero addirittura distrutte, come quei germi, pur fecondi di vita, che, senza un terreno adatto in cui siano gettati, intristiscono e muoiono.

Segue da ciò la grande importanza che, nello studio delle dottrine filosofiche, come in quello delle opere letterarie ed artistiche, hanno le notizie biografiche, di vario genere, intorno agli autori di cui si tratta: senza di queste, le dottrine potrebbero bensì essere comprese in se stesse, nei loro nessi ideali, nelle loro dipendenze logiche, nel loro organismo concettuale, ma non nei motivi interni ed esterni che le han fatte sorgere, non nella loro vita effettiva, nella loro genesi reale.

. II. — Qui però, trattandosi d'un filosofo antico e d'un filosofo antico come Platone, ci troviamo di fronte a gravi difficoltà.

Anzitutto non solevano gli scrittori antichi spiegare la vita ideale colle vicende della vita pratica; nè solevano, d'altra parte, compiacersi di quell'analisi personale, di quella specie d'anatomia dell'anima, della quale si compiacciono, invece, i moderni, e che ha assunto ormai il valore e la dignità d'un genere letterario: l'autobiografia. Forti nella coscienza della propria personalità, si direbbe che gli antichi non sentano, in generale, il bisogno di espandersi e quasi di mettersi in mostra; chiuso in se stesso, l'autore antico sparisce, in qualche modo, dietro l'opera sua, senza lasciare altra immagine di sè che quella la quale risulta, naturalmente e a sua insaputa, da' suoi scritti. Perfino nella narrazione dei fatti, di cui egli sia stato *magna pars*, l'autore antico si comporta in maniera tutt'affatto impersonale ed obbiettiva; esempi insigni, l'*Anabasi* di Senofonte e i *Commentari* di Cesare, due autobiografie, in fondo, e che pure nulla hanno di autobiografico; ed esempio non meno insigne, quella storia della *Guerra Peloponnesiaca* di Tucidide, in cui l'autore sa quasi sopprimere la propria persona, e giudica, con perfetta serenità di spirito e mirabile imparzialità, pur avvenimenti che lo toccano da vicino, e quella democrazia ateniese che l'ha condannato all'esiglio.

E Platone non si comporta altrimenti. Mentre, nel rispetto dottrinale, le informazioni abbondano nei suoi scritti, sicchè e i principii del sistema e il metodo e le conseguenze risultano evidenti, nè sono *taciute* le difficoltà e le obiezioni, nè sono eliminate le contraddizioni e i contrasti, e tutto il dramma del pensiero si presenta al lettore con efficacia di colore e di rilievo; la persona dell'autore, invece, quasi quel dramma non lo riguardasse, rimane pressochè nascosta. Due o tre volte appena Platone nomina se stesso nei dialoghi, e solo per ben fissare alcune circostanze di fatto (1); un'altra volta accenna anche, forse, in parte a se stesso per bocca di Socrate, quando questi narra del suo assurgere dalla filosofia della natura a quella del concetto e dell'idea (2); ma, in generale, sulla sua

---

(1) *Apol.* XXII, 34 A; XXVIII, 38 B; *Fedone* II, 59 B.

(2) *Fedone* XLVI, 97 B - XLIX, 102 A. Io credo che, in questo luogo famoso, si parli in realtà di Socrate e del suo distaccarsi dalla filosofia della natura: ma, in fine, poichè si accenna anche a chiare

persona e sul posto che deve essere assegnato a lui, sia pure come filosofo, il filosofo si direbbe che voglia conservare il silenzio ed abbia questa persuasione ben salda, che l'interesse della dottrina sia superiore ad ogni interesse dell'individuo, e che, in ogni modo, a quella si debba mirare e non a questo. Certo, poichè la dottrina è come drammatizzata nei dialoghi e il dramma si svolge fra contrasti e lotte, proprio come un dramma reale, e vi sono allusioni a fatti e a persone, quei dialoghi hanno anche valore di documenti storici; possono considerarsi come scritti polemici, con cui Platone intendesse colpire questo o quell'avversario, o rispondere a critiche e confutar obiezioni. E, in realtà, sotto tale rispetto ha considerato i dialoghi un dotto tedesco, il Teichmüller. Già in una sua opera « *Nuovi studi sulla storia dei concetti* » (1) avea questi creduto, a proposito d'un dialogo, il *Parmenide*, di ravvisare in esso le tracce d'una viva polemica tra Platone e il giovane Aristotele, che si fosse dibattuta in seno all'Accademia; poi in un'opera successiva, *Polemiche letterarie nel IV° secolo av. Cr.* (2), sostenne addirittura che le dottrine platoniche si fossero formate via via in mezzo alle lotte e alle polemiche coi contemporanei, studiandosi così, con acute e nuove ricerche, di gettare luce sulla vita intima e sulle relazioni esteriori dell'Accademia e, naturalmente, sulla vita e le relazioni del suo fondatore e scolarca. Ma, fossero anche tali ricerche inattaccabili e costituissero, nei loro particolari di fatto, un edificio ben saldo — su di che è lecito dubitare — esse sarebbero pur sempre insufficenti a colmare le lacune, gravi e numerose, che si lamentano, specialmente intorno alle influenze che Platone ha subito, alle scuole a cui ha attinto, a talune circostanze della sua vita, all'occasione de' suoi scritti, e così via. Vero è che qui parrebbero soccorrere opportunamente le così dette lettere di Platone, scritte all'occasione e, si potrebbe quasi dire, sotto la dettatura degli avvenimenti. Ma, lasciando anche, ora, da parte la questione, tanto dibattuta e pur sempre risorgente, dell'autenticità di queste lettere, o accettando il

---

note alla dottrina delle idee, parmi che nel personaggio di Socrate si incarni pure Platone. La questione potrebbe formare oggetto di uno studio a parte, non senza interesse.

(1) *Neue Studien zur Geschichte der Begriffe.*

(2) *Literarische Fehden im vierten Jahrundert vor Chr.*, Breslau, Koebner, 1881.

parere medio e, diremo così, conservatore, a cui si sono fermati alcuni critici, come il Christ (*Platonische studien*), il Gomperz (*Griechische Denker*) e, più recente di tutti, Costantino Ritter (*Neue Untersuchungen über Platon*, 1910), che alcune di esse appartengano veramente a Platone; certo è che esse riguardano quasi tutte il periodo, che si potrebbe dire siciliano, della vita di lui, e, se intorno a questo periodo contengono informazioni preziose, nulla dicono intorno agli altri periodi e soprattutto intorno alla persona intima del filosofo, all'opera sua scientifica, alla sua scuola, che rimangono pur sempre nell'ombra. Qualche informazione contengono sulla dottrina, ma, neanche a farlo apposta, i punti di dottrina, di cui è fatta menzione, sono destinati a imbarazzare lo studioso di Platone, piuttosto che a illuminarlo; tanto essi contraddicono, in generale, o almeno sono estranei alle dottrine sicure che troviamo nei dialoghi: e tale è, per esempio, quello che troviamo nella lettera VII^a^ (1), pur tanto importante nella parte storica, e quelli che troviamo nella II^a^ (2) e nella VI^a^ (3). Qual conto fare, infatti, di quella dottrina della lettera VII^a^, secondo la quale vi sarebbero in ogni cosa cinque condizioni o gradi di conoscenza: il nome, la definizione, l'immagine, la scienza o l'opinion vera, la verità? In nessun altro scritto platonico si

---

(1) *Ep.* VII, 342 A-C. *Ἔστι τῶν ὄντων ἑκάστῳ, δι' ὧν τὴν ἐπιστήμην ἀνάγκη παραγίγνεσθαι, τρία· τέταρτον δ' αὐτή· πέμπτον δ' αὐτὸ τιθέναι δεῖ ὃ δὴ γνωστόν τε καὶ ἀληθές ἐστιν· ὧν ἓν μὲν ὄνομα, δεύτερον δὲ λόγος, τὸ δὲ τρίτον εἴδωλον, τέταρτον δὲ ἐπιστήμη.* E si reca tosto un esempio, il circolo. «Sia ciò di cui si parla, il circolo: esso ha un nome, *ὄνομα*, quello, appunto, ora pronunciato; vien dopo la definizione, *λόγος*, di esso, composta di nomi e di verbi; poichè, l'egualmente distante in tutto dagli estremi al centro, sarebbe la definizione di ciò che ha nome rotondo, circonferenza, circolo. Terzo (l'immagine, *εἴδωλον*) è il disegno che si traccia e si cancella, la figura che si fabbrica col torno e si distrugge; cose tutte che si riferiscono al circolo, ma di cui il circolo nulla patisce, essendo estraneo ad esse. La quarta cosa è scienza e intelletto, *νοῦς*, e vera opinione, *ἀληθής τε δόξα*, intorno a queste cose. E di nuovo tutto ciò è da considerare come uno, e non già che sia nelle voci e nelle figure dei corpi, ma nelle anime. . Di queste quattro cose quella che si avvicina di più alla quinta (la verità), per parentela e somiglianza, è l'intelletto, *νοῦς*; le altre sono più lontane».

(2) *Ep.* II, 312 D E.

(3) *Ep.* VI, 323 D E.

trova una simile divisione; anzi, ravvicinare così la definizione e l'immagine, confondere la scienza e l'opinione vera, dimenticare che l'idea è il termine naturale e l'oggetto supremo della conoscenza, è ben altro che platonico. E che dire di quell'altra affermazione, secondo la quale l'insufficenza radicale del metodo, l'impotenza della ragione interdirebbe sempre a un uomo sensato d'ordinare i suoi pensieri in una teoria e in una teoria irrevocabile, immutabile, *ἀμετακίνητον*, quale sarebbe quando fosse fissatta nella scrittura? (1). La filosofia, secondo tale affermazione, dev'essere l'oggetto d'un insegnamento segreto e misterioso, non dev'essere profanata dalla pubblicità del libro. « In riguardo a tutti quelli che hanno scritto o scriveranno, pretendendo sapere ciò che io studio e medito, sia per averlo udito da me, sia per averlo udito da altri, sia per averlo scoperto essi stessi, questo ho da dire che non è possibile, a mio avviso, ch'essi ne sappiano una parola. Io, infatti, non ho mai scritto niente e non scriverò mai niente, intorno a queste materie. Perocchè non è di questa, come delle altre discipline, che possa esprimersi con parole; bensì, dopo una lunga consuetudine, dopo una lunga convivenza con essa, d'improvviso, come scintilla che scappi da ardente focolare, s'ingenera nell'anima e s'alimenta di se stessa » (2). Affermazioni che combaciano con quest'altre: « Abbi cura di nulla scrivere, ma d'imparare piuttosto a memoria, perchè non è possibile che gli scritti non ci scappino di mano! Perciò io non ho mai scritto nulla intorno a queste materie: non c'è e non ci sarà mai alcun'opera scritta dalla mano di Platone, e le opere che mi si attribuiscono, sono di Socrate, quand'egli era giovane e già notevole per la sua sapienza » (3). Ed ecco qui come il grande scrittore, uno dei più grandi che abbia

(1) Ep. VII, 342 E! *πρὸς γὰς τούτοις ταῦτα οὐχ ἧττον ἐπιχειρεῖ τὸ ποιόν τι περὶ ἕκαστον δηλοῦν ἢ τὸ ὂν ἑκάστου διὰ τὸ τῶν λόγων ἀσθενές. ὧν ἕνεκα νοῦν ἔχων οὐδεὶς τολμήσειε εἰς αὐτὸ τιθέναι τὰ νενοημένα, καὶ ταῦτα εἰς ἀμετακίνητον, ὃ δὴ πάσχει τὰ γεγραμμένα τύποις.*

(2) Ep. VII. 341 E - B.

(3) Ep. II. 314 B-C: *μεγίστη δὲ φυλακὴ τὸ μὴ γράφειν ἀλλ᾽ ἐκμανθάνειν· οὐ γάρ ἔστι τὰ γραφέντα μὴ οὐκ ἐκπεσεῖν. διὰ ταῦτα οὐδὲν πώποτ᾽ ἐγὼ περὶ τούτων γέγραφα, οὐδ᾽ ἔστι σύγγραμμα Πλάτωνος οὐδὲν οὐδ᾽ ἔσται, τὰ δὲ νῦν λεγόμενα Σωκράτους ἐστὶ καλοῦ καὶ νέου γεγονότος.*

avuto la Grecia, avrebbe, in un accesso tardivo di misologia, rinnegato ciò che costituiva la sua gloria più pura, le sue opere! È ciò possibile?

III. — Dunque da Platone stesso ben poco si può trarre di sicuro intorno a ciò che riguarda la sua vita e la sua opera. E dai suoi contemporanei? Anche da questi poche notizie, e quasi quasi silenzio. Qual differenza, a tale proposito, fra Platone e Socrate! Socrate trova, fra i suoi contemporanei, scrittori in buon numero che narrano di lui, ne riferiscono gl'insegnamenti, ne difendono la memoria, o, per converso, gli si accaniscono contro e lo accusano e lo vituperano. Oltre Senofonte e Platone, di cui non occorre parlare, anche gli altri suoi discepoli hanno certo, quasi tutti, scritto di lui; e hanno scritto di lui Lisia, Teodette, Isocrate, Euripide e, per quanto in ben diverso senso, Policrate sofista, Aristofane e gli altri comici, sicchè, intorno alla grande figura del maestro si ebbe, lui vivente o poco dopo morto, una vera fioritura letteraria. A Platone, invece, non tocca questa fortuna; causa, certo, la minore pubblicità della sua vita, causa quel suo appartarsi, in apparenza almeno, dalle agitazioni della piazza e dalle lotte politiche e il suo ritirarsi in seno all'Accademia, tra il cenacolo dei discepoli, e il darsi tutto alla contemplazione e all'insegnamento filosofico. Egli è come uno spirito puro, sperduto sulla terra, secondo lo rappresentava il Goethe; mentre Socrate vive di continuo sotto gli sguardi della moltitudine ed è sulla bocca di tutti, per quel suo metodo nuovo e originale di scrutinare la gente, che lo fa paragonare a un cane di Laconia, investigatore anch'egli e bracco di discorsi; per quella sua partecipazione aperta, viva, efficace, al movimento e alla lotta delle idee; sovrattutto per il coraggio e la calma e la serenità con cui affronta l'accusa e la condanna e la morte, e dà così testimonianza perenne « della grandezza dell'anima umana, della potenza della filosofia, dell'invincibile superiorità d'uno spirito pio, d'un cuore integro, d'una coscienza ben salda in una chiara convinzione » (1). La imponente figura del maestro doveva quasi aduggiare e far passare come in seconda linea quella, certo meno interessante, del discepolo; tanto più che, agli occhi dei meno esperti, dovea questi apparire, per ragione de' suoi scritti, null'altro che il continuatore e il seguace e l'interprete del pensiero di quello.

---

(1) ZELLER. Cifr. GIUSEPPE ZUCCANTE *Socrate*, Bocca, Torino, 1909, p. 160.

Nessuna meraviglia pertanto se Platone è appena nominato dai grandi uomini, politici, oratori o storici, del tempo (1).

Chi avrebbe potuto darci informazioni preziose su di lui, è sovrattutto Senofonte, anch'egli discepolo di Socrate, anch'egli intento all'opera di difendere la dottrina e la memoria del maestro.

Eppure Senofonte non nomina che una sola volta Platone, e anche indirettamente: «Socrate» egli dice «era benevolo a Glaucone, per riguardo a Carmide e a Platone» (2); null'altro! È ben vero che Platone, alla sua volta, non nomina mai ne' suoi scritti Senofonte! Animosità, invidia fra i due uomini? Gli antichi l'hanno creduto senz'altro (3); non avrebbero quelli, altrimenti, trovato l'occasione di darsi un qualche segno di stima? E anche fra i moderni la tesi ha avuto sostenitori (4). Ma non potrebbe essere effetto solamente del caso ciò che si ascrive a premeditazione? Quante volte noi troviamo il nome d'Erodoto nelle storie di Tucidide, o quello di Tucidide nelle storie di Senofonte? Presso gli antichi, e specialmente presso i Greci, le citazioni dirette o anche indirette sono rarissime. Certo, Senofonte e Platone hanno composto opere simili, talvolta addirittura collo stesso titolo; l'uno e l'altro, un' *Apologia*; l'uno e l'altro, *Memorie e dialoghi socratici*; l'uno ha scritto la *Ciropedia*, in cui sono esposti i suoi ideali politici; l'altro, la *Repubblica* e le *Leggi*: qual cosa più naturale che la rivalità nascesse da questa comunanza di scritti, appunto o, meglio, che la stessa comunanza fosse determinata dalla rivalità? E raffronti ingegnosi si son fatti fra quegli scritti, e allusioni vi si sono cercate in buon numero, per venire a questa conclusione. Forse però si dovrebbero ricordare qui le saggie parole di Aulo Gellio, in proposito. «Qual è la verità in tale materia?»,

---

(1) HUIT, *La vie et l'oeuvre de Platon*, I. p. 5.

(2) *Memor.* III, 6, 1.

(3) Cifr. AULO GELLIO, *N. A.* XIV, 3 e ATENEO XI, 102, 504, e DIOGENE LAERZIO III, 34.

(4) Cifr. specialmente il DACIER nella vita di Plat., premessa alla trad. delle sue opere; il FRAGUIER nella dissertaz. alla *Ciropedia* di *Senofonte*, (*Mem. Acad. Inscrip.*, Vol. II, p. 66); C. F. HINDERBUG, in *Animadv. in Xenoph. Mem.* III, 6; il WOLF, in *Praef. ad Plat. Symp.*, p. LX; il BOECKH, in *De simultate quae inter Platonem et Xenophontem intercessisse fertur;* anche il TEICHMÜLLER, in *Literarische Fehden* etc.

egli si domanda; e risponde: « Eccola qui. La parità dei talenti, l'eguaglianza del merito, anche se è assente ogni desiderio e volontà di contesa, producono, tuttavia, un'apparenza d'emulazione. Imperocchè, quando due grandi ingegni, illustri nel culto della medesima arte, acquistano fama eguale o press'a poco eguale, vanno a gara i fautori dell'uno e dell'altro nell'esaltare, dell'uno e dell'altro, il valore e la lode. E dalla gara dei fautori si trasmette, poi, il contagio della contesa, a quegli stessi. Così, adunque, Senofonte e Platone, questi due luminari della filosofia socratica, furono creduti rivali ed emuli, perchè gli altri disputavano della loro superiorità » (1).

Ma non occorre, ora, insister di più sulla questione: ci basti solo deplorare che, qualunque ne fosse la causa, Senofonte non ci abbia dato notizia del suo condiscepolo.

(1) AUL. GELL., N. A. XIV, 3, 8, II.

MALATTIE DI PESCI E GAMBERI OSSERVATE IN LOMBARDIA

Nota del S. C. prof. FELICE SUPINO

(Adunanza del 2 aprile 1925)

Nel 1921 pubblicai alcune notizie sopra le malattie e nemici di pesci osservati in Lombardia (1). Da quell'epoca ho avuto occasione di vedere altri parassiti dei pesci non riscontrati finora in Lombardia, alcuni dei quali presentano un certo interesse, per cui credo opportuno completare le notizie date su tale argomento, accennando brevemente a queste nuove osservazioni.

Sulle branchie di piccole carpe di un'estate ho riscontrato il *Chilodon cyprini*, un ciliato caratteristico per il suo aspetto che ricorda una foglia od un cuore e la cui grandezza è di circa μ 50-70 per 30-40. I pesci colpiti da questo parassita mostrano sulla pelle come un velo di color bianco azzurrastro, simile a quello che si riscontra nella costiasi. I parassiti passano poi sulle branchie. Si può tentare la cura con bagni di sale da cucina al 2°/₀. Possono essere attaccati da questo parassita altri pesci e specialmente il pesce dorato della Cina (*Carassius auratus*).

Sulle branchie di carpe e di persico-sole fu riscontrato il *Dactylogyrus difformis*, un trematode che assomiglia al *Gyrodactylus* di cui ho già detto nel lavoro sopra citato, ma mentre questo possiede due espansioni cefaliche, il disco caudale provvisto al suo orlo di 16 uncini, e manca di occhi, il *Dactylogyrus* possiede due paia di occhi, quattro espansioni cefaliche e per lo più 14 uncini all'orlo del disco caudale. La specie di Gyrodactylus che quasi sempre ho riscontrato è l'*elegans*. Le lesioni che apportano il Gyrodactylus e il Dactylogyrus sono presso a poco simili, solo che quest'ultimo attacca le branchie

(1) Natura — Milano, 1921.

ed è specie assai più dannosa, mentre l'altro attacca la pelle ed anche le branchie. La pelle e le branchie si mostrano coperte di muco e come intorbidate, si ha poi la lacerazione dei tessuti per parte dei parassiti che si nutrono delle cellule epiteliali in via di distruzione. Tale malattia è, per i pesci che ne sono affetti, mortale (1).

Nel mio lavoro già citato ho fra l'altro detto di aver riscontrato sulla pelle di varie scardole una forma larvale di trematode, il *Diplostomum cuticola*. Si tratta di una larva lunga circa 1 mm. racchiusa in una cisti bruna che si trova per lo più nella pelle ma qualche volta anche nei muscoli. Ora io ho avuto occasione di riscontrare queste stesse larve anche in rapporto alle arcate branchiali. Pure in questo caso si trattava di scardole provenienti dal Ticino, le quali hanno vissuto benissimo, poichè, come ho gia detto, tale parassita non sembra porti in genere danno, a meno che, forse, nei casi in cui si trovi sulle branchie in numero rilevante.

Interessante è un trematode, che ritengo di recente importazione, il *Discocotyle* o *Octobothrium sagittatum*. È un animale che allo stato adulto misura 6-9 mm. di lunghezza, l'estremità anteriore del corpo è provvista di due ventose inermi, l'estremità posteriore forma un disco adesivo sul quale si trovano, disposte in due serie lineari laterali di quattro ciascuna, otto ventose rafforzate da pezzi chitinosi. Da principio le ventose che si trovano all'estremità posteriore sono solo due, una a destra e l'altra a sinistra, poi dietro a queste se ne formano altre due dapprima piccole e che poi raggiungono le dimensioni delle prime. Quindi se ne formano allo stesso modo altre due e finalmente ancora due in modo da raggiungere nella forma adulta complessivamente il numero di quattro paia. Il Discocotyle si trova parassita sulle branchie di vari pesci marini e d'acqua dolce. Il Discocotyle sagittatum si trova nelle trote e nel temolo. Io ne ho riscontrato sia nella trota comune che in quella iridea. Si trattava di trote morte nelle vasche dell'Acquario di Milano, provenienti dalla Piscicoltura Campiglio la quale le aveva importate dalla Germania. Il parassita

(1) I Girodactilidi non si trovano parassiti solo sulla pelle e sulle branchie dei pesci. Recentemente Cognetti de Martiis ha trovato un nuovo girodactilide (*Ancyrocephalus monticellii* n. sp.) parassita nella cavità olfattiva di Amiurus catus (Bollett. Soc. Naturalisti Napoli, Vol XXXVI, 1924).

che si riscontra numeroso ed in tutti i vari stadi del suo sviluppo sulle branchie, dà luogo ad un'anemia perniciosa. Mentre i pesci all'aspetto esterno sembrano normali e in buona condizione di nutrizione, le branchie si mostrano completamente bianche e gli organi interni sono bianchi o estremamente pallidi. La malattia può essere grave perchè può portare alla morte degli individui affetti, tanto più che come si è detto, nessun sintomo appare all'esterno. Ma siccome la morte dei vari individui che si trovano in un dato bacino non avviene in un tempo, così messi sull'avviso dall'esame di qualche soggetto morto, si può tentar la cura degli altri collocandoli in soluzioni di permanganato di potassio a 1 per 100000 oppure di acido salicilico a 0.25 °/₀ per circa mezz'ora e ripetendo ogni tanto tali bagni (1).

Sebbene di poca importanza dal punto di vista patologico, dirò che in agoni provenienti da varie località fu riscontrata una piccola tenia, la *Ichthyotaenia agonis*. Ma come ha dimostrato recentemente Benzi (2) essa non elabora alcuna tossina e non porta danno; però quando questi parassiti sono numerosi, e si sa che possono trovarsi in numero enormemente grande, rendono agli agoni più difficili le funzioni di assorbimento in modo che questi si presentano mal nutriti e deboli, per cui possono più facilmente esser vittime di altri pesci predatori.

In un piccolo storione (Acipenser sturio) proveniente dall'Adda ho riscontrato alcune cisti poste sotto la cute e sporgenti sul corpo. Si trattava del *Cystoopsis acipenseri* Wagn. un interessante nematode che era stato trovato nell'Acipenser ruthenus, specie propria della Russia. Ho avuto di questo parassita troppo scarso materiale per poter fare osservazioni più accurate.

Sulla pelle di carpe fu riscontrata la *Piscicola geometra*, una sanguisuga lunga 2-5 cm. che può trasmettere il *Trypa*-

(1) Col diffondersi degli allevamenti dei pesci, non è nuovo il caso di importazione dall'estero di malattie che attaccando poi i vari individui di un allevamento portino danni più o meno gravi. Si domanda se non sarebbe bene imporre per acquisti all'estero, e anche per il commercio all'interno, norme atte ad impedire questo inconveniente, come si fa del resto per le piante. (Vedi a questo proposito il mio articolo: « Polizia sanitaria sui pesci vivi ». L'avvenire della pesca, Milano 1925).

(2) Rendic. R. Ist. Lomb. Sc. e Lett. 1925.

noplasma Borelli di cui è già stato parlato. La Piscicola attacca vari pesci come carpe, tinche, barbi, ecc. dando luogo alla malattia detta piscicolosi. Si può tentare la cura dei pesci affetti da tale parassita, collocandoli per circa un'ora in una soluzione di sale da cucina al 25 per mille.

Un'altra interessante forma da me riscontrata è la *Lamproglena pulchella*, un copepode parassita, lungo circa 5 mm. che ho trovato sulle branchie di pighi provenienti dall'Adda.

Sono state qualche volta riscontrate carpe affette da vaiolo, carpe cioè che presentavano macchie e papule biancastre che si ulcerano e si distaccano. Di tale malattia, già descritta da Mazzarelli (1) non si conosce con esattezza la causa ed è da noi assai rara.

Credo opportuno accennare a quanto da lungo tempo vado osservando circa il sistema di cura di certi pesci affetti da speciali parassiti. Nel mio lavoro già citato, dissi a proposito della lotta contro l' *Ichthyophthyrius*, che i metodi di cura sono dati da soluzioni di varie sostanze come il sale da cucina, il permanganato potassico, ecc. Ora io ho notato che in molti casi l'uso di tali sostanze e specialmente del permanganato, non solo non serve allo scopo ma qualche volta è di danno, mentre il sistema migliore e più efficace è quello di ottenere nella vasca nella quale si trovano i pesci ammalati, un ricambio d' acqua molto attivo e completo. Ho ragione di ritenere che tale sistema possa venire adoperato con successo anche per altri parassiti, ma mi riservo di tornare sull'argomento quando avrò estese ed approfondite le mie osservazioni.

***

In base a quanto ho esposto nel mio lavoro già citato e nella presente Nota sulle malattie dei pesci osservate in Lombardia, riunisco qui in un elenco sistematico i parassiti animali da me finora riscontrati, con la sede nella quale furono trovati.

Protozoi.

Trypanoplasma Borelli Lav. e Mesn. (sangue di tinche).
Costia necatrix Henn. (pelle e branchie di trote iridee).
Lentospora cerebralis Hofer-Plehn (*Myxobolus condrophagus*) (cavità uditiva di trote).

(1) Studi sulle malattie dei pesci. Il « vainolo » fra le tinche del Ticino. Rivista di pesca e idrobiol., Pavia 1913.

Myxobolus cyprini Dofl. e Hof. (tessuto connettivo di tinche).
Cyclochaeta Domerguei Wall. (pelle e branchie di carpe).
Chilodon cyprini Moroff (branchie di carpe).
Ichthyophthyrius multifiliis Fouq. (pelle di scardole e di altri pesci).

Vermi.

Diplozoon paradoxum Nordm. (branchie di scardole e di cavedani).
Gyrodactylus elegans Nordm. (pelle di carpe e di altri pesci).
Dactylogyrus difformis Wag. (branchie di carpe e di persico-sole).
Ancyrocephalus paradoxus Crepl. (*Tetraonchus unguiculatus*) (branchie di sandre).
Ancyrocephalus (*Tretraonchus*) *monenteron* Wag. (branchie di lucci e di pesce gatto).
Discocotyle (*Octobothrium*) *sagittatum* Leuck. (branchie di trote).
Tetracotyle percae fluviatilis Linst. (peritoneo, parete della vescica natatorie, ecc. di pesce persico).
Diplostomum cuticola Nordm. (pelle e branchie di scardole, pelle di cobite).
Ligula intestinalis L. (cavità del corpo di alborelle e di spinarelli).
Ichthyotaenia agonis Barb. (apparato digerente degli agoni).
Diphyllobotrhium (*Bothriocephalus*) *latum* L. (muscoli ecc. del pesce persico).
Cystoopsis acipenseri Wagn. (cisti sottocutanee nello storione).
Acanthocephalus anguillae Müll. (*Echinorhynchus propinquus*) (intestino di storione).
Acanthocephalus lucii Müll. (*Echinorhynchus angustatus* (intestino di vari pesci).
Pomphorhynchus laevis Müll. (*Echinorhynchus proteus*) (intestino di trote iridee).
Piscicola geometra L. (pelle di carpe).

Crostacei.

Lamprogiena pulchella Nordm. (branchie di pighi).

***

Credo bene accennare qui a certi parassiti riscontrati in gamberi (*Astacus saxatilis* Hell.) acquistati sul mercato di Milano.

Di vermi parassiti dei gamberi, fu finora riscontrata in

Italia solo la *Branchiobdella pentodonta* With. un oligochete che da luogo alla malattia detta branchiobdellosi già descritta dal Mazzarelli (1).

Ma oltre questa forma, io ho riscontrato anche la *Branchiobdella parasita* Braun, forma *typica* (2), un piccolo animale della lunghezza di circa 8 mm. caratterizzato da mascelle di grandezza uguale, di forma triangolare, provviste di un grosso dente mediano e di tre piccoli denti laterali. Ho trovato questo parassita sulle parti esterne del corpo del gambero.

La *Branchiobdella pentodonta* è assai più piccola, misurando circa 5 mm.; le mascelle sono provviste di cinque denti dei quali il mediano è assai più sviluppato. Come è noto già dalle ricerche di Mazzarelli, questa Branchiobdella può portare danni più o meno gravi e anche la morte dei gamberi, specialmente se giovani, che ne sono attaccati.

In gamberi acquistati sul mercato di Milano e che si trovavano in una vasca dell'Acquario, si è verificata una forte mortalità. All'esame macro e microscopico essi non mostravano alcun fatto che potesse spiegare questa mortalità eccetto un parassita che in numero assai grande ho riscontrato nell'interno del loro corpo. Si trattava del *Distomum isostomum* Rud., un trematode lungo circa 3 mm. che si muove liberamente fra gli organi interni del gambero. È dunque lecito pensare che la morte di questi animali fosse dovuta al Distomum suddetto.

---

(1) Su di alcune malattie di pesci e gamberi osservate in Lombardia. Atti del III Congresso Nazionale di Pesca tenutosi in Milano nel 1906 — Milano 1908.

(2) Die Süsswasserfauna Deutschlands, Heft 13.

L'INCOERENZA NELL'ORTOGRAFIA VERGILIANA

Nota del M. E. Remigio Sabbadini

(Adunanza del 16 aprile 1925)

Una delle maggiori difficoltà che incontra un editore di testi proviene dall'ortografia, la quale varia secondo le tendenze dei tempi e degli autori e secondo i diversi momenti di un medesimo autore. E la difficoltà non viene eliminata, sí piuttosto complicata dalla presenza di un autografo, come sa chi per trattar lungamente autografi ne abbia fatto l'esperimento. Qui io mi ristringo all'ortografia antica e prendo le mosse dalle iscrizioni, le quali, quando siano trasmesse non da copie manoscritte ma dalle pietre o dai bronzi, vanno considerate alla stregua degli autografi.

A dimostrare che il fenomeno dell'incoerenza ortografica, di cui intendo parlare, è generale, sceglierò alcune epigrafi di tempi diversi. Sia p. e. le *lex Rubria* (*CIL* I 205) del 99 circa a. C. In essa troviamo *k(aussa)* e *causa*; i genitivi *damnei* e *damni;* i dativi *captionei* e *fraudi*; gli infiniti *ducei* e *duci*; i nessi *quom eo agetur* e *cum eo agetur*. Scendiamo di alcuni anni al 71 circa a. C. con la *lex Antonia de Thermessibus* (*CIL* I 204); essa ci dà: *Thermeses* e *Thermensis*; *Peisidae* e *Pisidae*; *consolibus* e *consulibus*; *sociei* e *liberi*; *iouris* e *iuris*.

Qui si osserva già un certo numero di doppioni grafici. Il numero si fa più grosso, se esaminiamo due lunghe iscrizioni derivate dagli autografi di Cesare: la *lex municipalis* (*CIL* I 206) del 45 a. C. e la *lex genetiva* (*CIL* II Suppl. 5439) del 44.

Ecco i doppioni della *lex municipalis*: *tuerei* e *tueri; advehei* e *vehi*; *nei* e *ne*; *nisei* e *nisi; ibei* e *ibi; partei* e *parte*; *ieis* e *eis*; *iei* e *ei; deicere* e *dicere*; *ubei continente* e *ubi continenti*; *conscreiptum* e *conscriptos*; *inveitum* e *invitum*; *quei* e *qui*; *tuemdam* e *tuendam*; *faciumdei* e *reficiundas*; *iisdem* e *isdem*; *cooptato* e *coptato*; *foidere* e *foedere*; *quom* e *cum; suom* e *suum; maxumam* e *maximam*; *inmolitom* e *inaedificatum; refi-*

ciundas e *reficiendarum*; *aput* e *apud*. Composti non assimilati: *adtribuito*, *inmortalium*, *inmolitom*, *conrectae*; composti assimilati: *accipito*, *apparebunt*, *optemperetur*, *commutatae*.

Ecco poi i doppioni della *lex genetiva*: *it* e *id*; *at* e *ad*; *quot* e *quod*; *aliut* e *aliud*; *atversus* e *adversus*; *atesse* e *adesse*; *atfuerit* e *adfuerit*; *atsint* e *adsint*; *optumo* e *optima*; *quadriduom*, *triduom*, *mortuom* e *mortuus*: *dicundo* e *dicendo*; *referundum* e *referendum*; *recuperatorio* e *reciperatores*; *finis* (acc.°) e *fines*; *iis* e *eis*; *ii* e *ei*; *kapere* e *capere*; *teglarias* e *tegularium*; *uti* e *ut*; *aderint* e *aderunt*; *demolito* e *dimoliendum*. Composti non assimilati: *absente*, *absolvi*, *adtribuatur*, *conlata*, *conlegio*, *inlatum*, *inmittere*, *subrogandis*, *subscriptor*; composti assimilati: *accensos*, *accipito*, *accusatores*, *apparebit*, *attribuatur*, *attribuere*, *collegio*, *commutare*, *immolitum*, *imperio*, *opsaeptos*, *optemperato*, *opturato*.

E ora mettiamo a tu per tu i due autografi, significando con M la *lex municipalis* e con G la *genetiva*: M *quod* (neutro), G *quot*; M *ad*, G *at*; M *id*, G *it*; M *apud*, G *aput*; M *quid*, G *quit*; M *aliud*, G *aliut*; M *sei*, G *si*; M *quei*, G *qui*; M *utei*, G *uti*; M *nei*, G *ne*; M *ieis*, G *iis*; M *iei*, G *ii*; M *nisei*, G *nisi*; M *profiterei*, G *adigi*; M *deicere*, G *dicendo*; M *proxumeis*, G *proxumis*; M *loceis*, G *liberis*; M *consereiptum*, G *scribas*; M *feient*, G *fiant*; M *capito*, G *kapere*; M *adversus*, G *atversus*; M *quom*, G *cum*; M *quoius*, G *cuius*; M *quoi*, G *cui*; M *quoique*, G *cuique*; M *queiquomque*, G *quicumque*; M *inmolitom*, G *immolitum*; M *aedis* (nom.° sing.), G *aedes*; M *faciumdei*, G *faciendis*; M *tamtae*, G *tanta*; M *quamta*, G *quantam*; M *sentemtiam*, G *sententiam*; M *iuserit*, G *iussus*; M *sufragio*, G *suffragio*; M *accussasse*, G *accusatores*; M *plostrum*, G *plaustraria*.

Dinanzi a questi elenchi che direbbero gli allegri editori di Cesare? e i logici assertori dell'uniformità ortografica? e i pericolanti in balia dell'onde che, perduta l'áncora, s'attaccano all'uso del tempo? Dove noi domandiamo: qual era di grazia l'uso del tempo di Cesare? quello attestato dalla *lex municipalis* o quello attestato dalla *lex genetiva*? Dall'una all'altra corre appena un anno: se non possedessimo questa data provvidenziale, quanto intervallo postulerebbero i filologi tra le due serie grafiche?

Ma lasciamo in pace i filologi e torniamo ai doppioni: e propriamente ai doppioni vergiliani, che più mi stanno a cuore.

Nella *Geo.* I 310 io stampai:

Cum nix alta iacet, glaciem quom flumina trudunt;

ossia *cum* e *quom* nel medesimo verso: e ne fui rimproverato. Che c'è di straordinario? Vergilio stesso, per testimonianza anche di Gellio, introduce in due versi consecutivi (*Aen.* X 350-351) *tres* e *tris*. Frontone in un periodo alterna per la preposizione la forma *cum* alla forma *quom*. Valgano questi due passi (rec. Naber, Lipsiae 1867, p. 58 e 122):

.... congregarentur mites cum ferocibus, placidi cum violentis, quom superbis moderati, cum crudelibus timidi;

Antoninus erat quom imperio obsequens, tu autem, Luci, cum obsequio eras prae amore imperiosus.

Vergilio, per citare altri esempi, alterna i plurali accusativi *-es* e *-is*, alterna *vomis* e *vomer*, *quadrupes* e *quadripes*, *clupeus* e *clipeus*, *lacruma* e *lacrima*, *cui* e *quoi*, *haut* e *haud*, *aput* e *apud*, *cum* trecento dieci volte e *quom* quattordici volte. Chi si sentirebbe di agguagliare sempre *quom* o sempre *cum*?

Nel trattamento dei verbi composti sarebbe mal consigliato chi adottasse un'unica misura. Consideriamo *ad* in alcuni rapporti con le consonanti seguenti. Davanti a *sp* avremo *aspicio* e *adspiro*; davanti a *g aggero* e *adglomero*; davanti a *l alligo* e *adlabor*. Prendiamo *in* negativo davanti a *p*: ecco dall'una parte *impar impius*, dall'altra *inpacatus inplacatus*. Sia *con* davanti a *l*: di qua *colligo*, *colloco*, di là *conlabor*. E così via.

Anche in uno stesso verbo si alternano le forme; p. e. dei sette luoghi in cui Vergilio adopera *suscipio*, quattro lo mostrano nella forma *succipio*: quelle quattro volte il verbo ha valore rituale.

Da ultimo non bisogna dimenticare che uno scrittore non in tutte le età della vita conserva la medesima ortografia. Vergilio nella *Geo.* scrive *ahenum*, nell'*Aen. aenum*; nella *Geo. caurus*, nell'*Aen. corus*; nella *Buc.* e *Geo. coturnus*, nell'*Aen. cothurnus*; nella *Buc. Thalea*, nell'*Aen. Thalia*; nella *Geo. mapalia*, nell'*Aen. magalia*: quello con *ma* breve, questo con *ma* lungo; e nell'ambito dell'*Aen. Caeritis amnem* (VIII 597) e *Caerete domo* (X 183).

Ai tempi di Cesare e d'Augusto, di Cicerone e di Vergilio l'ortografia attraversò un periodo caotico e gli autori dalla mattina alla sera potevano trovarsi in contraddizione con se stessi.

Postilla

QVI e CVI

Spesso nei codici antichi s'incontra *qui* in funzione di *cui* (1). I codici vergiliani superstiti offrono questi sette esempi:

Geo. II 204 *qui* P, *cui* M
» III 258 *qui* P, *cui* MR
Aen. VI 502 *qui* P, *cui* FMR
» » 812 *qui* M, *quid* R, *cui* P
» X 565 *qui* V, *cui* MPR
» XI 786 *qui* P², *cui* M
» XII 225 *qui* P², *cui* MR

Un ottavo esempio era nel codice di Quintiliano (cf. *Inst. or.* IX, 3, 8), il quale ne trasse dalla *Buc.* IV 62 la lezione

QVINONRISEREPARENTES,

dove i codici nostri maiuscoli (PR) hanno CVI in luogo di QVI.

Ma Quintiliano prese sbadatamente QVI per un nominativo plurale e per salvare capra e cavoli immaginò una struttura assurda, estranea alla lingua latina. I critici moderni, che seguirono Quintiliano, si sentirono a disagio e per rimediare gli cambiarono le carte in tavola, sostituendo *parenti* a *parentes*. Ma l'assurdo permane.

(1) Donat. in Ter. *And.* I, 1, 140 et cui per q veteres scripserunt.

Necrologio del S. C. Prof. Don Luigi Rocca.

Discorsi letti dai MM. EE. Berzolari, Scherillo e Zingarelli nell' adunanza del 30 aprile 1925.

Il Presidente, prof. Luigi Berzolari, iniziando la seduta, dice:

« Un nuovo lutto si è aggiunto nei giorni scorsi ai numerosi che già in quest' anno rattristarono l' Istituto. Il 17 del mese corrente spegnevasi, dopo lunghe sofferenze, don Luigi Rocca, nostro Socio Corrispondente dal 1909.

Nato a Valmadrera in quel di Como nel 1857, e laureatosi in lettere presso il R. Istituto di Studi superiori di Firenze nel 1885, il Rocca si trattenne colà ancora un anno a perfezionarsi sotto la guida sapiente del Bartoli e del Rajna, e subito fece oggetto delle proprie meditazioni il poema dantesco. Fu questo, anche in seguito, l' argomento cui dedicò con predilezione la sua attività, conseguendo un posto eminente tra gli studiosi di Dante, specialmente per le profonde ricerche sull' interpretazione del poema nella mente e nei commenti dei primissimi tra i suoi interpreti.

Degli studi danteschi si rese altresì benemerito con parecchie letture di canti della Divina Commedia, che egli fece a Milano, Firenze, Padova, Genova, Roma, e con l' attività da lui più recentemente spiegata in occasione della celebrazione del centenario della morte del Poeta.

Noi porgiamo un commosso saluto alla memoria del collega valoroso quanto modesto, che trascorse la sua vita assorto in una visione di suprema bellezza, e che pur in un campo tanto esplorato come quello degli studi sul divino poema seppe percorrere, tra le cure del suo ministero, una via propria, feconda di ottimi risultati ».

*
* *

Chiede di parlare il M. E. sen. prof. MICHELE SCHERILLO; il quale pronunzia le seguenti parole:

« Si è spento ora, il 17 aprile, in una casa di salute a Solbiate Comasco, ma il nostro povero collega s'era appartato dalla vita già fin dal settembre del 1923. Una mattina, in villa, mentre celebrava la messa, si smarrì, non trovò più le parole consuete, dovette essere soccorso e trasportato alla villa d'uno dei suoi fratelli. Anzichè migliorare col riposo, vi perdette completamente l'uso della favella: i conati per articolar le parole non producevano che suoni indistinti e monotoni; e l'intelligenza si venne oscurando ogni giorno più. Bisognò ricoverarlo perciò nella casa dei Fatebenefratelli. La sua salma è stata trasportata a Milano, e inumata nella cappella familiare al Cimitero monumentale. Le porsi l'estremo addio, anche in nome dei colleghi di questo R. Istituto di scienze e lettere, al quale egli apparteneva come Socio Corrispondente fin dal febbraio del 1909.

Era un dotto e appassionato studioso di Dante. Aveva compiuto i suoi studi universitarii a Firenze; e il prof. Adolfo Bartoli, che aveva fama di acceso ghibellino e di mangiapreti, ebbe invece per lui una speciale predilezione. Frutto di quegli studi e di quella scuola — altri suoi maestri erano stati il Villari, il Rajna, il Vitelli — fu il volume sui più antichi Commenti alla *Divina Commedia*, pubblicato dal Sansoni nel 1891. Io ebbi la fortuna di conoscerlo due anni dopo. Ero stato allora assunto, nel 1893, alla cattedra di letteratura italiana presso la R. Accademia Scientifico-Letteraria; e iniziai i miei corsi con la biografia di Dante. Mi avvenne, com'era naturale, di dover citare, in una delle prime lezioni, il volume del Rocca, e, com'era giusto, con parole di lode. Alla fine della lezione mi si presentò un giovane e aitante sacerdote, dalla faccia luminosa di bontà e d'intelligenza, che mi ringraziò di quelle parole, e mi si rivelò per l'autore del libro. D'allora si strinse fra noi un'amicizia, che divenne subito cordialissima e fraternamente intima. Egli mi precedeva di qualche anno: era nato in Valmadrera, presso Lecco, il 20 dicembre del 1857.

A Milano, in quello scorcio di secolo, fioriva una bella « scuola » di studiosi di Dante: il Novati, G. A. Venturi, il

Gino Visconti-Venosta, il Biadene; e si pensò di « Comitato Milanese » della Società Dantesca aveva la sua sede in Firenze. Acclamammo a nte il presidente di questo Istituto: il senatore i; un nome che non si pronunzia senza profonda senza profondo rimpianto. Al nostro Rocca toczioni di tesoriere. E del Comitato egli fu sempre , zelante, infaticabile. Alcune delle nostre con- raccolte in due volumi dall'Hoepli. Ma altre letture d'argomento dantesco il Rocca tenne a so la sede della Società, e a Roma, dove ebbe, e uditrici, la regina Margherita. La quale ricoimoso e patriottico conferenziere uno di quei saella tragica vigilia del luglio 1900, erano accorsi Monza per pregare pace all'anima buona dell'as- E pur qui, al nostro Istituto, riparlò in varie ripoeta preferito, illustrandone i rapporti con l'opera miano, e tentando una nuova interpretazione della militudine, nel canto XIX dell'*Inferno*, dei « fori » ficcati i Simoniaci con quelli del San Giovanni atti per luogo de' battezzatori ». Anzi, l'ultima fece sentire la sua voce, fu appunto in occasione zione del secentenario dantesco, quando diede a a della dottissima notizia da lui premessa, in nome milanese della Società Dantesca, alla splendida ril vetustissimo codice Trivulziano del sacro poema. trattenuto a Milano dall'affetto materno, il buon asciò mai tentare dalla carriera dell'insegnamento Così tutta la fervida sua opera di educatore ei potè ue istituti privati che portano degnamente il nome Manzoni: il ginnasio di Merate e il liceo libero lli. Qui, al liceo, lesse e chiosò per lunghi anni, e il poema divino; e la memoria di questo suo , ravvivato dall'ardente passione di patria ch'egli ancora benedetta tra i giovani che gli furon disceessi, chiamati al supremo cimento dell'ultima enzione, portarono nella trincea, viatico di ardiede, il testo di Dante; e ne scrivevano orgogliosi maestro.

alla molta dottrina congiunse una bontà d'animo, ocenza, veramente eccezionale. Aveva sulle labbra el cuore; pronto sempre all'ammirazione, gli ri-

***

parlare il M. E. sen. prof. MICHELE SCHE-
pronunzia le seguenti parole:

to ora, il 17 aprile, in una casa di salute a
o, ma il nostro povero collega s'era appartato
dal settembre del 1923. Una mattina, in villa,
a la messa, si smarrì, non trovò più le parole
e essere soccorso e trasportato alla villa d'uno
i. Anzichè migliorare col riposo, vi perdette
l'uso della favella: i conati per articolar le
ducevano che suoni indistinti e monotoni; e
venne oscurando ogni giorno più. Bisognò ri-
iò nella casa dei Fatebenefratelli. La sua salma
ta a Milano, e inumata nella cappella familiare
numentale. Le porsi l'estremo addio, anche in
hi di questo R. Istituto di scienze e lettere, al
rteneva come Socio Corrispondente fin dal feb-

o e appassionato studioso di Dante. Aveva com-
udi universitarii a Firenze; e il prof. Adolfo
eva fama di acceso ghibellino e di mangiapreti,
lui una speciale predilezione. Frutto di quegli
la scuola — altri suoi maestri erano stati il
a, il Vitelli — fu il volume sui più antichi
Divina Commedia, pubblicato dal Sansoni nel
a fortuna di conoscerlo due anni dopo. Ero
unto, nel 1893, alla cattedra di letteratura ita-
R. Accademia Scientifico-Letteraria; e iniziai i
la biografia di Dante. Mi avvenne, com'era
er citare, in una delle prime lezioni, il volume
m'era giusto, con parole di lode. Alla fine della
resentò un giovane e aitante sacerdote, dalla
di bontà e d'intelligenza, che mi ringraziò di
mi si rivelò per l'autore del libro. D'allora si
un'amicizia, che divenne subito cordialissima e
ntima. Egli mi precedeva di qualche anno: era
rera, presso Lecco, il 20 dicembre del 1857.
in quello scorcio di secolo, fioriva una bella
udiosi di Dante: il Novati, G. A. Venturi, il

asa, don Gino Visconti-Venost
tirei in Comitato Milanese
liana che aveva la sua sede i
presidente il presidente di
Negri; un nome che non si
one e senza profondo rimp
le funzioni di tesoriere. E d
attivo, zelante, infaticabile.
furono raccolte in due volu
renze e letture d'argomento d
presso la sede della Socie
tra le uditrici, la regina M
nell'animoso e patriottico con
che, nella tragica vigilia del
di Monza per pregare pace
Re. E pur qui, al nostro Ist
del suo poeta preferito, illustrand
Pier Damiano, e tentando una nu
similitudine, nel canto XIX
conficcati i Simoniaci con q
fatti per luogo de' battezz
ei ci fece sentire la sua voce, f
celebrazione del secentenario dan
primizia della dottissima notizia d
Comitato milanese della Società Dan
del vetustissimo codice Trivu
e trattenuto a Milano dall'af
non si lasciò mai tentare dalla carri
Così tutta la fervida sua oper
a due istituti privati che portan
Alessandro Manzoni: il ginnasio di M
Boselli. Qui, al liceo, lesse e chi
il poema divino; e la men
ravvivato dall'ardente passi
dura ancora benedetta tra i giovan
di essi, chiamati al supremo
di redenzione, portarono nella trinc
di fede, il testo di Dante; e ne s
maestro.
alla molta dottrina congiunse
innocenza, veramente eccezionale.
nel cuore; pronto sempre all'an

Giacosa, don Gino Visconti-Venosta, il Biadene; e si pensò di costituirci in « Comitato Milanese » della Società Dantesca Italiana che aveva la sua sede in Firenze. Acclamammo a nostro presidente il presidente di questo Istituto: il senatore Gaetano Negri; un nome che non si pronunzia senza profonda commozione e senza profondo rimpianto. Al nostro Rocca toccarono le funzioni di tesoriere. E del Comitato egli fu sempre membro attivo, zelante, infaticabile. Alcune delle nostre conferenze furono raccolte in due volumi dall'Hoepli. Ma altre conferenze e letture d'argomento dantesco il Rocca tenne a Firenze, presso la sede della Società, e a Roma, dove ebbe, sovrana tra le uditrici, la regina Margherita. La quale riconobbe nell'animoso e patriottico conferenziere uno di quei sacerdoti che, nella tragica vigilia del luglio 1900, erano accorsi alla reggia di Monza per pregare pace all'anima buona dell'assassinato Re. E pur qui, al nostro Istituto, riparlò in varie riprese, del suo poeta preferito, illustrandone i rapporti con l'opera di san Pier Damiano, e tentando una nuova interpretazione della travagliata similitudine, nel canto XIX dell'*Inferno*, dei « fori » dove son conficcati i Simoniaci con quelli del San Giovanni fiorentino « fatti per luogo de' battezzatori ». Anzi, l'ultima volta ch'ei ci fece sentire la sua voce, fu appunto in occasione della celebrazione del secentenario dantesco, quando diede a noi la primizia della dottissima notizia da lui premessa, in nome del Comitato milanese della Società Dantesca, alla splendida riproduzione del vetustissimo codice Trivulziano del sacro poema.

Attratto e trattenuto a Milano dall'affetto materno, il buon Rocca non si lasciò mai tentare dalla carriera dell'insegnamento governativo. Così tutta la fervida sua opera di educatore ei potè consacrare a due istituti privati che portano degnamente il nome di Alessandro Manzoni: il ginnasio di Merate e il liceo libero Bognetti-Boselli. Qui, al liceo, lesse e chiosò per lunghi anni, metodicamente il poema divino; e la memoria di questo suo insegnamento, ravvivato dall'ardente passione di patria ch'egli sentiva, dura ancora benedetta tra i giovani che gli furon discepoli. Molti di essi, chiamati al supremo cimento dell'ultima guerra di redenzione, portarono nella trincea, viatico di ardimento e di fede, il testo di Dante; e ne scrivevano orgogliosi al venerato maestro.

Il quale alla molta dottrina congiunse una bontà d'animo, anzi una innocenza, veramente eccezionale. Aveva sulle labbra quello che nel cuore; pronto sempre all'ammirazione, gli ri-

pugnava, nonchè di frugare egli nelle azioni altrui fini riposti, perfino che altri li ricercasse e glieli additasse. Incapace d'invidia, perchè puro di ambizione, gli pareva che il riconoscimento stesso del suo valore fosse dovuto a benevolenza e indulgenza amichevole. Povero e caro e indimenticabile amico! Vada alla sua memoria il nostro commosso e affettuoso saluto ».

***

Il M. E. prof. Nicola Zingarelli soggiunge:

« Non posso tacere il sentimento dell'animo mio dove si piange la perdita di Luigi Rocca, perchè io l'ebbi compagno di scuola nell'Istituto Superiore di Firenze, che frequentai come perfezionando il 1882-3. Da allora ho imparato ad amarlo; e l'ho riguardato con rispetto e ammirazione per la bontà dell'animo e l'integrità della vita. Dell'opera sua come studioso di Dante ben si può dire che non sarà dimenticata, perchè essa non fu mai frutto di improvvisazioni, ma accurata e meditata. Gli studiosi per lungo tempo la ricercheranno con profitto, e benediranno alla sua memoria.

LA TERRAMARA DI SANTA CATERINA PRESSO CREMONA

Nota preventiva del M. E. prof. G. Patroni.

(Adunanza del 30 aprile 1925)

Degli scavi che, in varie successive campagne, e con la valida cooperazione dell'Ispettore onorario cav. dr. G. Locatelli, io condussi nella terramara di Santa Caterina, in comune di Tredossi a sei km. circa da Cremona, diedi già rapidissimi cenni nel *Bull. di paletnologia ital.* (1); e fo conto di redigere intorno ad essi un'ampia Memoria illustrativa, che finora varie circostanze, ed anche un particolare desiderio di compiutezza, mi avevano indotto a rimandare a miglior tempo. Avrei cioè desiderato di eseguire anche lo scavo della necropoli, che l'aratro scoperse per caso durante i nostri lavori nella stazione preistorica; il che da varie difficoltà sorte negli anni di guerra e del dopoguerra era stato impedito. Ormai però è quasi certo che il miglior tempo da me augurato non verrà più per un pezzo; abolita, in virtù di nuovi ordinamenti (i quali, coerentemente a quanto ho sempre sostenuto anche per le stampe, non potrei davvero giudicare, in questa parte almeno, nè provvidi nè ben ponderati) la Sovrintendenaa archeologica della Lombardia, da me tenuta per vent'anni, riesce oggi a me impossibile, ad altri, se mai, ancor più difficile e disagevole il compiere quella ricerca. E, comunque, diviene necessario che io renda di pubblica ragione i risultati delle ricerche mie, anche se non mi fu dato di completarli come desideravo.

Ma in attesa della redazione del testo e della preparazione delle tavole e figure che dovranno illustrare la disegnata Memoria — lavoro che non può esser di breve durata — reputo non inutile di comunicare un sommario delle osservazioni fatte sul terreno dello scavo.

---

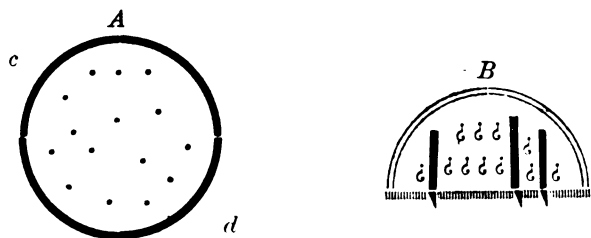
(1) *Bull. di paletnol. ital.* XLII, n. 1-6 e XLIII, 1923, pag. 27 sgg.

Innanzi tutto la terramara di S. Caterina ha chiaramente confermato quanto era stato osservato nella palafitta, creduta già, ma a torto, terramara, del Castellaro di Vhò presso Piadena, rispetto al modo di formazione del deposito.

Tali osservazioni sono state pubblicate da un pezzo nella Memoria che il Castelfranco ed io dedicammo a quell'altra importante stazione preistorica (1). La soluzione del problema si ottenne in grazia di un nuovo metodo di scavo, da me suggerito ed applicato nella campagna del 1912, che fece seguito a precedenti ricerche nel medesimo campo Castellaro. Da Roma si scriveva al Castelfranco che avevamo male interpretato l'aspetto di una trincea della precedente campagna (2), come una depressione fra due cumuli provenienti dal disfacimento delle capanne situate ad una estremità della stazione. Che la depressione era la fossa, ed il cumulo più interno l'argine, poichè il Castellaro doveva essere ad ogni costo una terramara. Allora io pensai di scoperchiare interamente non solo i cumuli controversi, che erano stati tagliati da una trincea, ma parecchi altri in vari punti della stazione, allargando lo scavo a guisa di piazza quando s'incontravano tali cumuli; il che non risulta essere stato mai fatto da altri scavatori. (Il solo Parazzi, osservatore accurato, aveva notato alcun che di simile nella stazione palustre dei Lagazzi, ma in sezione di trincea e senza scoperchiare i cumuli). E si trovò dappertutto la stessa cosa. I cumuli si riconoscevano dal colore, perchè spiccavano in chiaro sul terreno circostante: avevano un diametro di 7 metri circa, e digradavano a calotta dal centro verso la periferia. La superficie n'era costituita da una crosta di argilla spappolata, che doveva aver formato il rivestimento della capanna un tempo sorgente sopra l'assito: non di rado quest'argilla era compatta e sufficientemente indurita, sicchè facile ai nostri operai riusciva il seguirla. La crosta era però traforata dalle buche dei pali, lungo i quali era precipitata la capanna disfatta, e che apparivano riempite di terriccio nero sciolto, nel quale si affondava facilmente il manico del badile. Fatte vuotare alcune di queste buche di pali, si riconobbero nel terriccio avanzi di legno infracidito. Sezionati i cumuli, apparivano contenere ceneri e carboncelli, terra concotta o battuta, ossami degli animali che erano stati pasto degli abitanti e rot-

(1) *Mon. dei Lincei*, XXIV col. 309 sgg.

(2) *Not. di Scavi*, 1911, fasc. I, pag. 14 sgg.

tami di oggetti dell'uso. I frammenti di terra argillosa battuta e concotta erano piani e, come ancor meglio osservai a S. Caterina (la cui struttura interna è identica), si disponevano verso il fondo e dovevano aver formato il pavimento della capanna, sovrapposto all'assito e precipitato poi con gli avanzi marci di quello. Si trovava anche fuori dei cumuli qualche rottame od oggetto lavorato e qualche osso d'animale mangiato, e poteva esser caduto durante la vita delle capanne; ma in genere il suolo antico, da cui sorgevano i pali, era pulito, e quegli oggetti poterono anche provenire dal dilavamento di capanne abbandonate, forse inclinatesi, ma non ancora cadute al fondo: perchè certamente non caddero tutte ad un tempo. In sostanza si può ritenere che, nelle numerose capanne del Castellaro e di S. Caterina, gli avanzi di vita erano quasi unicamente interclusi tra la crosta del cumulo, formata dall'argilla di rivestimento della capanna, e il fondo del cumulo stesso, formato dagli avanzi del pavimento; press'a poco come sono intercluse le sfere di un orologio da tasca fra il piano del quadrante e il vetro convesso che lo ricopre. Il che è rappresentabile schematicamente così:

A, pianta; *B*. sezione sulla *c d*; = crosta argillosa (nella realtà meno convessa e traversata dai pali); ıııııı battuto (in pezzi); ¿ rottami, ossa ecc.

Abbiamo detto che la struttura interna della terramara di Santa Caterina è identica a quella del Castellaro di Vhò; ma ciò deve intendersi solamente di quelle parti ove gruppi di capanne ravvicinate, in questa stazione che non è terramara, sono disposti su file regolari; perchè le capanne del Castellaro non erano tutte in continuazione, bensì alcune si presentavano isolate, e tra i gruppi di capanne esistevano luoghi scoperti e all'asciutto, ove dagli abitanti si accendevano fuochi. Quella, come fu dimostrato, è una stazione fluvio-lacustre, annidatasi in una insenatura dell'antico corso dell'Oglio, sopra un suolo

ancor oggi soggetto ad allagamenti quando il fiume è in piena; e non fu mai trasformata in vera terramara; ciò che avvenne della stazione di S. Caterina.

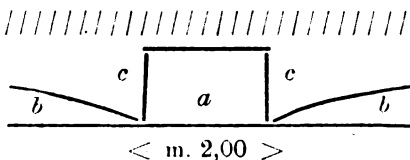
Questa terramara non è più integra: il dosso, alquanto elevato sui campi circostanti, che ne indicava la presenza, fu cominciato a demolire e livellare sin dal 1859, se non prima, adoperandone la terra in colmate rese necessarie dalla costruzione della linea ferroviaria. Dell'antica superficie rimane meno di un quinto, e dai miei scavi risultò che il limite originario era sugli attuali lati di N. - O., lungo la via comunale, e di S. - O., dove corre un canale irrigatorio detto Fregalino, che a tratti ha andamento di corso d'acqua naturale, come di un antico ruscello, e a tratti è artificialmente rettificato. Su questi due lati è conservato l'argine di terra; negli altri due lati il dosso attuale è ben lontano dal raggiungere gli antichi limiti della stazione.

La parte conservata della terramara guarda molto approssimativamente l'O. con un angolo retto; e però tutto il rettangolo doveva guardare i punti cardinali per gli angoli e non per i lati; quindi non era orientato ritualmente, come si pretendeva che fossero i lati delle terremare. Dico si pretendeva, perchè sono persuaso che l'orientazione delle terremare sia una leggenda archeologica, nata dal desiderio di ravvisare ad ogni costo nei terramaricoli, elevati al grado immaginario di popolo speciale e privilegiato, i precursori dei Romani, che, nel fiore della loro potenza, costruirono città, colonie e campi militari orientati, ed in reticoli orientati divisero ed assegnarono terre. Qui però non è il caso di addentrarsi in una discussione che, fatta isolatamente, esigerebbe un grosso volume, nè di addurre gli argomenti che mostrano come anche nelle altre terremare, e segnatamente in quelle dell'Emilia interna tra Panaro e Trebbia (la loro vera patria), i fatti non corrispondano alla teoria. Delle forti deviazioni che tutte le terremare presentano dal vero nord, e quel ch'è peggio in sensi contrastanti (p. es. Castellazzo di Fontanellato e Rovere di Caorso a N.-E., Montata dell'Orto a N.-O.); delle ammissioni già fatte dal Chierici, che voleva sostenere la fondazione di tutte le terremare in primavera e poi si rassegnò ed ammettere anche l'autunno; della obliquità dei lati minori opposti a quello che forma l'angolo acuto del partitore dell'acqua che riempiva il fossato, e dove perciò non esisteva ragione tecnica di tale obliquità; della disposizione della più importante necropoli del

Castellazzo, che è parallela allo sperone obliquo e non coordinata ai lati lunghi nè alle vie interne, segue cioè (e per la dimora dei morti ove se mai le norme di orientazione rituale, se fossero esistite, dovevano più rigorosamente osservarsi) un principio di simmetria costruttiva e non un rito a base astronomica; della spontanea regolarità relativa di ogni impalcato costruito su pali maestri messi in fila, senza bisogno di norme difficili custodite ed imposte da una casta sacerdotale della quale non esiste indizio presso i terramaricoli; della inverosimiglianza insita nell'idea che genti uscite dalle terremare dimenticassero tutta la loro scienza e costruissero semplici villaggi di capanne senza norme di orientazione, come è certo che facevano gli antichi Italici, per dover apprendere poi da capo quelle norme come un insegnamento straniero; dei due rimedi (per tacer d'altre ipotesi che non hanno conforto dalle nostre osservazioni) escogitati per sanare quella inverosimiglianza: l'uno, di ritenere romane e inserite nella palafitta preistorica quelle opere che si credevano orientate, l'altro di attribuire le terremare agli Etruschi, da cui la tradizione, i monumenti e il lessico stesso dichiarano avere i Romani ricevuta l'arte del costruire architettonicamente; di tutto questo e d'altro ancora va discusso altrove.

Le migliori osservazioni sulla natura e forma dei depositi, che, riconfermando quelle delle quali mi ero impratichito nello scavo della palafitta del Castellaro di Vhó e chiarendo le precedenti compiute dal Parazzi nella palafitta dei Lagazzi, io potei fare nella terramara di S. Caterina, indicano la posteriorità dell'argine alla palafitta, ma ad un tempo che i costruttori delle vie interne furono senza dubbio alcuno gli stessi palafitticoli; ed ai medesimi, come un perfezionamento del primitivo impianto, va attribuita la costruzione dell'argine o diga, di cui, in un tempo determinato, parve loro opportuno munire la loro stazione.

In una trincea normale al lato S.-O. (ove è conservato l'argine e corre il Fregalino) e prossima all'attuale confine di S.-E. (ove la terramara è guasta), apparve, verso l'attuale confine N.-E. (ove pure la terramara è demolita) un argine o muro interno, largo 2 m., fatto di terra argillosa ben pigiata, durissima alla vanga, di colore diverso tanto da quello gialliccio-chiaro, di aspetto sabbioso, del sottosuolo antico, quanto dal grigio-bruno dello strato di riporto superiore, oltrechè da quello nero uliginoso dei cumuli e del terreno immediatamente

ad essi frapposto e sovrapposto; e cioè di un color bruno, simile a quello del tabacco forte. È un vero muro, e non v' ha dubbio che corrisponda a quelli che sono stati giudicati, altrove, sostruzioni di vie interne. Ora questo muro d'argilla non taglia nessun cumulo, ma la sua sezione giace esattamente tra quelle di due cumuli completi. Ciò si può indicare col seguente schema:

a, muro d'argilla, sezione; *b*, *b*, parte dei cumuli adiacenti; *c*, *c*, primo terreno di riporto colmante le depressioni tra i cumuli, con avanzi contemporanei di vita umana provenienti dalle parti della stazione non ancora precipitate al fondo e dalla superficie dell'argine esterno: //////, terreno di riporto più recente, nella parte superiore modificato dalla coltivazione.

Questo muro, parallelo all'argine esterno di S.-O. ed al Fregalino, proveniva dalla parte ove la terramara fu demolita, e *non continuava* sino all'argine di N.-O. Nelle varie altre trincee tirate parallelamente all'argine di N.-O. e normali a quello di S.-O. non si incontrò più nulla di simile, ma sempre cumuli che si toccavano. Ritengo che, al momento di essere abbandonata, la stazione fosse in via di subire una trasformazione della struttura interna, per renderla simile ad altre terremare più complete, come quelle dell' Emilia; ma tale trasformazione non era compiuta. Ad ogni modo il muro d'argilla è anteriore alla caduta delle capanne disfatte sopra l' antico suolo, ma è posteriore alla loro fondazione. Per costruire questo muro si dovettero tagliare i pali preesistenti, come si fece per qualche capanna che sporgeva dal perimetro della stazione quale esso fu stabilito allorché venne costruito l'argine esterno; ovvero questi pali furono divelti. Ma neanche tale preparazione alla costruzione del muro interno fu condotta a termine siano all'argine N.-O., che il muro doveva raggiungere normalmente.

Nella terramara Castellazzo di Fontanellato simili strutture, che colà ed altrove furono interpretate come doventi sostenere una strada e far parte del piano originario della stazione, sono rafforzate da ben tre file di pali fittamente disposti nell' interno della terra argillosa che vi fu premuta. A S. Caterina devesi escludere che tali lavori facessero parte del piano

vidente che non furono eseguiti nella prima
lla palafitta, come neppure l'argine esterno; ab-
palafitta che si trasforma in terramara.
ierebbe entrare in altra discussione intorno allo
trutture, ed eliminare le obbiezioni che furono
a possibilità di tenere in piedi senza ripari la-
iuri di terra argillosa. E di nuovo si correrebbe
ungare smisuratamente il presente scritto, che io
nvece nei limiti di una semplice Nota preven-
ıdi la mia opinione senza sviluppare gli argo-
i la fondo. Non essendo punto necessarie alle
ffatte robuste costruzioni, nemmeno per farvi
ırri pesanti (che pur dovevano passare sui ponti
rsanti il fossato esterno, nelle terremare svilup-
ma l'idea che lo scopo originario dei muri in-
che dividevano la stazione, o meglio il sotto
lafitta, come in tanti compartimenti stagni, fosse
il sistema mirasse a creare una garanzia contro
legl'incendi a tutte quante le case, limitando il
o quartiere, le cui capanne, precipitando in un
isolato da muri d'argilla dello spessore di più
o continuarvi a bruciare senza danno degli altri

rina, inoltre, non esisteva quel collegamento tra
alafitta, consistente in cassoni di legno e comu-
contrafforte, quale fu ritrovato nelle terremare
po più sviluppato; e ciò riuscì perfettamente
si condusse una lunga trincea proprio sul con-
ie di N.-O. e la palafitta, e non solo non ap-
traccia di tali costruzioni, ma si vide, mediante
che l'argine aveva lo stesso declivio tanto verso
ianto verso l'esterno. Tale particolarità concorre
la terramara di S. Caterina appartenente a uno
iluppo locale di queste stazioni assai meno avan-
delle più complete terramare emiliane; il che
o dire che la nostra stazione risalga effettiva-
più antica, e tanto meno che le poche terremare
del Po siano più antiche di tutte le molte che
estra del fiume.
accennai altrove, l'argine di S. Caterina diede
rtanti osservazioni, che confermano un fatto ri-
ieglio dal disegnatore che non dallo scavatore

Chierici nell'argine della terramara di Bellanda nel Mantovano, e danno piena ragione alla interpretazione che di questo fatto diede G. Sergi, quale di una prova evidente che l'argine sorgesse colà dopo la costruzione della palafitta. A S. Caterina il fatto è più imponente ancora: una striscia di terramara (terra di deposito umano) alta in media 20-25 cm. sta *dappertutto* alla base dell'argine, in tutta la parte che n'è conservata, tanto sul lato S.-O. quanto sul N.-O., e per quasi tutta la larghezza dell'argine stesso. In quest'ultimo lato si trovò pure, sotto la zona di terramara, la punta di un palo d'una antica capanna, punta che si affondava nel vergine; alla presenza di T. Taramelli e G. Pellegrini, che in quel giorno visitarono gli scavi, fu sgrottato un poco entro lo strato di terramara della capanna, e vi si trovarono non solo minuti frammenti di ceramica uguale a quella della stazione, ma altresì frammenti di pavimento d'argilla battuta tinti in verde dall'ossido di rame per contatto con qualche minuscolo oggetto o frammento metallico, che non si rinvenne. Qui dunque fu demolita almeno una capanna, uguale a quelle rimaste nell'interno della stazione; ma è probabile che lo stesso accadesse in gran parte del suolo che fu poi occupato dall'argine; e forse altrove i pali non furono tagliati, ma divelti. La terra di terramara, cioè di deposito antropico (1), non derivò, nello strato sottostante all'argine, dalla formazione di cumuli, bensì dallo spianamento e livellamento dei materiali di capanne demolite, che, contenendo le stesse sostanze dei cumuli, diedero, salvo la forma, gli stessi risultati per la composizione e l'aspetto del terreno.

L'angolo in O. — che è retto e non già acuto, come si trova nelle terremare più sviluppate dell'Emilia — era l'entrata del corso del Fregalino, che costeggia il lato S.-O. dell'argine. Non vi era presa d'acqua per deviare il ruscello anche lungo l'argine di N.-O., nè fossa esterna su questo lato. Da ciò si deduce che la palafitta, originariamente disposta sul margine del ruscello, sia stata poi munita di argine esterno con funzione assai più di diga che non di difesa, facendosi a meno di un fossato esterno circondante tutto l'argine. Ad ogni modo è innegabile che qui non abbiamo la rigorosa applicazione delle norme seguite poi nelle più complete stazioni ter-

(1) Infatti non è una specialità delle vere terremare, nè è diversa da altri depositi antropici.

ramaricole dell'Emilia, e che, in ispecie, la struttura di S. Caterina rappresenta uno stadio di sviluppo più primitivo, sebbene, probabilmente, attardato. La terra e sabbia necessaria alla costruzione dell'argine dovette esser presa non da uno scavo profondo, bensì superficialmente, nel letto di escursione del fiumicello, durante le magre.

L'argine di Bellanda aveva una costituzione assai simile a quella del nostro, come si vede anche dalla figura che ne diede il Chierici (1); ma la interpretazione di questo esploratore, che si trattenne sul luogo dello scavo solo qualche giorno, e in complesso poche ore, è sicuramente erronea per quanto concerne i pretesi gabbioni di legno (o contrafforte), ch'egli volle ammettere senza che se ne fosse trovata la minima traccia e mentre i dati stessi dello scavo, consacrati dal disegnatore, sono contrari. Infatti, aderente alla base dell'argine è un cumulo, con materiali di focolare e *vasi quasi intieri*, non riconosciuto perchè non si avevano idee chiare sulla formazione del deposito interno, ma certamente non esibente terra pigiata in cassoni, bensì gli avanzi della capanna già soprastante, disfatta, che si sono posati lentamente al suolo infilzandosi nei pali ritti. L'argine di Bellanda mostra chiaramente verso la stazione la sua spalla tondeggiante, di profilo uguale a quella esterna, come a S. Caterina; e di qui si aveva un tempo l'accesso al sotto assito, cosa necessaria per riparazioni, sostituzioni di pali marci, nettezza, ecc.: dovechè assurdo è che i terramaricoli si siano mai precluso tale accesso del tutto e per sempre (anche dove c'erano i gabbioni) e ancor più assurdo, che abbiano gettato, da supposte botole, in sotto assiti così chiusi le immondezze, il che avrebbe reso la vita impossibile; peggio ancora, ciò che non fanno neppure i più bassi tra i selvaggi che tuttora vivono su palafitte, sarebbe stato fatto non solo da un popolo cui si attribuisce una profonda religione astrale e le norme per l'orientazione rituale, ma proprio nel costruire secondo tali norme, che s'immaginarono fisse e portate in Italia già complete da una pretesa immigrazione!

Ma non è veramente il caso di addentrarsi qui in una trattazione di tutte le complicate questioni che concernono le terremare, ed in una critica a fondo della teoria che è finora sembrata dominante. Ciò esige uno studio *ex novo*, alieno da ogni pregiudizio di scuola, dei dati che possediamo intorno

(1) *Bull.* cit. VII, 1882, tav. VI; SERGI (G.) *Italia*, pag. 278.

alle terremare principalmente dell'Emilia; e questo studio di mano in mano condurrebbe a rifare tutta quanta la preistoria e protostoria d'Italia. Nemmeno nella disegnata Memoria illustrata intorno alla nostra terramara ciò potrà eseguirsi, e per l'economia del lavoro, e perchè si commetterebbe lo stesso comune errore, di far centro della preistoria le terremare.

Quel che non faccio qui, nè farò lì, peraltro, io l'ho già fatto; e del volume, che sostituirà la ormai esaurita *Epoca preistorica* del Brizio, sto ora scrivendo le ultime pagine. Rimando perciò a quest'altra futura e, speriamo, non lontana pubblicazione.

Per compiere la provvisoria presentazione che fo oggi dei risultati degli scavi di S. Caterina, mi resta da accennare al materiale ed alla necropoli. Mi limiterò, quanto al primo, a dire che il materiale di S. Caterina, come quello delle poche vere terremare situate alla sinistra del Po, è strettamente affine, per la ceramica e per gli oggetti non metallici, a quello delle locali stazioni palustri, e fra esse alla suppellettile già da me illustrata del Castellaro di Vhò, non rappresentando se non la continuazione della medesima industria in età alquanto più recente; con tali note generali convengono anche i bronzi, per gran parte trovati in lavori che precedettero gli scavi regolari, e in buon numero pubblicati dal dott. Pericle Sacchi (1). Vi notiamo: 1. oggetti rinvenuti anche al Castellaro, quali i coltelli - pugnali e gli spilloni (questi più eleganti, poichè accanto alla capocchia sferica abbiamo una ruota traforata a giorno sormontante una specie di fiore, e un gruppo di sette anelli sormontati da un riccio a spirale); 2. oggetti che forse per caso non si rinvennero in quella stazione palustre (come forse per caso non si rinvennero a S. Caterina le spade e gli zufoli); 3. oggetti che si trovano nelle terremare d'Emilia più sviluppate e nelle altre stazioni che durarono sino ai periodi più avanzati dell'età del bronzo, come l'ascia ad alette, il rasoio a doppia lama, il pendaglio traforato a giorno terminante in due bottoni biconici; 4. oggetti che non si trovarono sinora nelle terremare d'Emilia e che si continuano nel successivo periodo di transizione e nell'età del ferro, come il coltello a fiamma ad un solo taglio e la sega. Non ade-

(1) Sacchi (P.), *Sulla terramara di Costa S. Caterina nel Cremonese*, estr. da *Atti e Comunicaz. del Circolo Studi Cremonesi*, fasc. III, 1899.

riamo all'opinione del Pigorini, che questi ultimi oggetti indichino già l'età del ferro, poichè bisogna tener sempre conto della frammentarietà della nostra cognizione e dei risultati ottenuti dalle ricerche in altre regioni anche straniere, specialmente se per l'industria sono collegate a quelle che noi studiamo. Del resto anche la Sicilia dà il coltello a fiamma nella pura età del bronzo, e la forma dell'esemplare di S. Caterina, tozzo e con breve codolo a un sol chiodello, è assai arcaica, nè v'è proprio nessun altro indizio, nemmeno lontano, di età del ferro, nel rimanente materiale (1). Non crediamo che la terramara di S. Caterina continuasse a sussistere oltre l'età del massimo sviluppo delle terremare emiliane, sia per i caratteri diversi e assai meno definiti nella forma della stazione, sia perchè ammettiamo che la civiltà dell'Emilia ad occidente del Panaro, regione interna e chiusa, fosse piuttosto in ritardo; ma è chiaro che a quella età la nostra stazione si avvicinò notevolmente.

Il metodo adoperato per costruire un muro di semplice terra argillosa pigiata (che non poteva ottenersi senza una forma di legnami, mobile o fissa) sembra a S. Caterina più progredito di quello usato dai terramaricoli del Castellazzo di Fontanellato, che ricorsero al rinforzo interno mediante tre filari assai folti di pali. Ma, al tempo di quella costruzione non terminata, la terramara di S. Caterina doveva esser prossima alla sua fine, mentre la costruzione del Castellazzo fu contemporanea all'impianto.

In un campo prossimo alla nostra terramara, l'aratro mise alla luce alcuni ossuari coperti da ciotola, e rese evidente che in quel campo, detto « Novella alta » si cela una necropoli attinente all'abitato. Furono raccolti due dei cinerari; ma, quando, al Museo del Castello Sforzesco in Milano, e vivente ancora il Castelfranco che a quelle collezioni preistoriche attendeva con amore, volemmo vuotarli del loro contenuto, ci accorgemmo che si trattava, più che dei vasi d'argilla, di forme o getti dei vasi stessi, ottenuti mediante la terra di filtrazione, alla quale aderivano esternamente così pochi e piccoli frammenti cera-

---

(1) Altre palafitte lombarde, come quella dell'isola Virginia, diedero rare lame a fiamma, che forse neppure colà vanno sottratte all'età del bronzo (Munro, *Palaeolithic Man and Terramara Settlements*, 1912, tav. XLII, 5).

mici, che gli ossuari, invece di potersi ricostruire, andarono perduti. Di uno di essi restava una piccola fotografia presa da me al momento della scoperta; e un disegno tratto da questa ho recentemente pubblicato altrove (1). È visibile in esso la sagoma di un'olla a lungo fondo tronco-conico con spalle rigonfie, forma notoriamente arcaica rispetto all'ossuario biconico, ed anche tettonicamente diversa dal posteriore tipo villanoviano; si riconosce anche in parte la ciotola a fondo piatto da cui l'ossuario era ricoperto. Supponendo che qui si abbia una necropoli esclusivamente di cremati, l'adozione totale di questo rito e la forma di questo ossuario, preludente a quelli della posteriore età di transizione, indicherebbero un periodo assai avanzato dell'età enea. Se non che l'altro ossuario era un'olla più bassa e di forma alquanto differente, senza la forte rastremazione al piede e l'accentuato rigonfiamento delle spalle, e con ciò mostrava che questa gente non aveva ancora un tipo di cinerario consacrato dalla tradizione, rituale, ma adoperava vasi dell'uso comune, come fecero nell'Italia superiore i più antichi adepti del rito crematorio.

(1) *Bull.* cit., XLIII, pag. 28.

I PATTI DOTALI A FAVORE DI TERZI IN DIRITTO ROMANO

Nota del S. C. prof. EMILIO ALBERTARIO

(Adunanza del 30 aprile 1925)

Tra i patti che sogliono accompagnare la costituzione della dote, sono soprattutto interessanti quelli mediante i quali le parti tendono a costituire un diritto a favore del terzo, stabilendo la restituzione — per l'evento dello scioglimento del matrimonio — in tutto o in parte al terzo. Ma il punto che importa tuttora decidere è il seguente. Ammetteva già il diritto romano classico la validità di un patto dotale a favore del terzo, o la validità di questo patto, come la validità in genere del contratto a favore dei terzi — nei casi in cui è affermata nella legislazione giustinianea — è dovuta al prevalere di correnti giuridiche nuove sviluppatesi dopo il tramonto del diritto classico?

Il mio illustre Maestro, in una monografia dal titolo suggestivo che è già di per sè la posizione di una tesi, *Un contratto a favore di terzi nell'epoca classica* (1), adduce due passi di Apuleio (*de magia liber*, 91 92 e 102), dai quali sembrerebbe risultare che un patto dotale a favore di terzi non era sconosciuto al diritto romano classico, e chiude l'impressionante constatazione avvertendo: « Il testo di Apuleio... meriterebbe di esser preso in considerazione dai due felici revisori della storia e della teoria romana del contratto a favore dei terzi, l'Eisele e il Pacchioni (2) ».

Scartati, poi, tutti i tentativi fatti per conciliare il testo di Apuleio coi testi giuridici romani che negano la validità di

---

(1) Cfr. P. BONFANTE, in *Studi in onore di B. Brugi*, Palermo 1910, pp. 163-169, riprodotta in *Scritti giuridici*, 3, 243 249.

(2) Cfr. P. BONFANTE, *Scritti cit.*, 3, 247.

patti dotali a favore di terzi, Egli soggiunge: « Io credo impresa vana di tentar di lottare con l'evidenza: e, ammesso che il testo parli di un vero contratto a favore del terzo, altra via di uscita non soccorre se non quella di ammettere che l'*actio utilis ex decreto* fosse un mezzo nel diritto classico molto più in uso di quanto noi supponiamo. Molti ampliamenti fatti da Giustiniano, con l'espediente delle azioni utili e delle *actiones in factum*, e molti ampliamenti nell' *officium iudicis*, sono più che altro apparenti e derivano dal fatto che il diritto non ha più alcuna elasticità e che al di sopra del giudice non vi è il magistrato, che con la sua *iurisdictio* può anche supplire le lacune della legge (1) ».

In questa fase critica, tra gli studi dell'Eisele (2) e del Pacchioni (3) da un lato, e quello del Bonfante dall'altro, mi sembra in particolar modo attraente una nuova revisione dei testi, che — se non vedo male — può essere veramente chiarificatrice.

I

Il principio classico della nullità dei contratti, e per ciò anche dei patti dotali, a favore di terzi è esplicitamente enunciato in testi numerosi: Gai 2, 103; D. 44, 7, 11; D. 45, 1, 38, 17; D. 50, 17, 73, 4; C. 5, 12, 9; C. 8, 38 (39), 3; in altri testi viene applicato o richiamato come presupposto di singole decisioni concrete: così in D. 12, 1, 9, 4; D. 45, 1, 110; C. 5, 12, 26; C. 8, 37 (38), 3; ecc. (4).

Le eccezioni al principio, che si reputano giustinianee, sono le seguenti:

1° La validità del patto con cui il padre, costituendo la dote, ne pattuisce la restituzione alla figlia stessa o, in caso di morte della figlia, ai nipoti (5);

2° La validità del patto con cui il creditore pignoratizio nella vendita del pegno ne pattuisce il riscatto pel debitore (6);

---

(1) Cfr. P. BONFANTE, *Scritti cit.*, 3, 248, in nota.

(2) *Beiträge zum römischen Rechtsgeschichte*, 1896, pp. 76-90.

(3) *I contratti a favore dei terzi*, Milano, Vallardi ed., 2ª ed., 1912.

(4) Cfr. PACCHIONI, *loc. cit.*, pp. 8-10.

(5) I testi interpolati che si adducono sono: C. 5, 14, 7 [*licet*; *tamen-actio*: interpolazione attestata da Taleleo]; D. 24, 3, 45 [*directo*; *sed permittendum - decurrendum est*].

(6) Testo interpolato: D. 13, 7, 13, pr. [*sed et ipse-agere*].

validità del patto con cui il deponente o il como-
altrui ne pattuisce la restituzione al proprietario (1);
validità del patto con cui il venditore pattuisce
re a favore del conduttore dell'oggetto alienato (2);
validità del patto a favore del proprio erede, con-
principio classico: *obligatio ab heredis persona*
potest.
ccezioni al principio classico sono ritenute giusti-
dal Bonfante (3), il quale però si affretta a sog-
le edizioni delle Istituzioni successive alla quarta
ono l'influenza del suo studio critico sul testo di

abile che già nel diritto classico, data l'elasticità
izione pretoria, si potesse concedere anche in casi
vi un'*actio ex decreto* (4) ».

II

argo esame dei testi riguardanti la efficacia giu-
tti dotali a favore del terzo consente, a mio av-
i nuovi.
ni sembra di dover seguire il mio Maestro nella
azione del testo di Apuleio e nelle illazioni che
irca la efficacia del patto dotale a favore del terzo,
mediante un'*actio ex decreto* nell'epoca classica,
ra neppure di dover ammettere che la validità
ali a favore del terzo fosse nello stesso diritto
così generalmente riconosciuta, come dopo gli studi
del Pacchioni si suol ritenere.
imento del Knaus (5), respinto dal Pacchioni (6),
re isolatamente D. 24, 3, 45 e C. 5, 14, 7: i testi,

nterpolati: C. 3, 42, 8, 1 [*stricto iure; utilis tamen-*
, 7, 8 [*tam ipse directam, quam*; *utilem*; *possunt* invece
D. 16, 3, 16 che esclude l'*utilis actio* a favore del terzo.
nterpolato: C. 4, 65, 9 [*nisi ea lege emit*].
98-399.
mente a quel che ci è attestato per la *donatio sub modo*
zi dal Fr. Vat. 286.
enannten Verträge zu Gunsten Dritter, § 12.
., 41 sg.

cioè, in cui si ammette introdotta per interpolazione la validità del patto a favore del terzo, era un salutare ammonimento, anche se il più largo esame dei testi che riguardano stipulazioni di ascendenti a favore di discendenti porta al risultato, non immaginato dal Knaus, di riconfermare le interpolazioni avvertite in D. 24, 3, 45 e C. 5, 14, 7, di determinarne lo scopo, di chiarirne la precisa portata attraverso il rilievo di altre interpolazioni sicure.

E qui pongo subito la mia tesi. Il diritto romano classico negò sempre la validità di patti dotali a favore del terzo e i passi di Apuleio non si possono, a mio modesto avviso, intendere come il mio illustre Maestro li intende, per le considerazioni che esporrò più innanzi e che — se non m'inganno — mi sembrano insuperabili.

Il diritto romano giustinianeo, a sua volta, non riconobbe in via generale la validità di patti dotali a favore del terzo: non riconobbe nè anche, in generale, la validità dei patti dotali stipulati dagli ascendenti a favore dei discendenti, ma ammise soltanto — e dirò più innanzi perchè — la validità dei patti dotali stipulati dagli ascendenti a favore dei *discendenti sottoposti alla patria potestà*.

E posta così la tesi, mi propongo senz'altro di dimostrarla.

Incominciamo pure da D. 24, 3, 45, Paulus 6 questionum, uno dei due testi dei quali la critica interpolazionistica si è finora soltanto preoccupata:

Gaius Seius avus maternus Seiae nepti, *quae erat in patris potestate*, certam pecuniae quantitatem doti nomine Lucio Titio marito dedit et instrumento dotali huiusmodi pactum et stipulationem complexus est: 'si inter Lucium maritum et Seiam divortium sine culpa mulieris factum esset, dos omnis Seiae uxori vel Gaio Seio avo materno redderetur restitueturque'. quaero, cum Seius avus maternus statim vita defunctus sit et Seia postea sine culpa sua diverterit vivo patre suo, *in cuius potestate est*, an et cui actio ex hoc pacto et stipulatione competat et utrum heredi avi materni ex stipulatu an nepti. respondi in persona quidem neptis videri inutiliter stipulationem esse conceptam, quoniam avus maternus ei stipulatus proponitur: quod cum ita est, heredi stipulatoris, quandoque divorterit mulier, actio competere videtur. Sed dicendum est Seiae posse dotem solvi quamvis actio ei [*directo*] non competat, ac si sibi aut illi dari avus stipulatus esset. [*Sed permittendum est nepti ex hac avita conventione, ne commodo dotis defrau-*

detur, utilem actionem: favore enim nuptiarum et maxime propter affectionem personarum ad hoc decurrendum est.]

Non voglio indugiarmi nel dimostrare qui una interpolazione che si può dir pacifica. Già segnalata dal Fabro (1), essa è stata recentemente ribadita dal Pernice (2), dall'Eisele (3), dal Pacchioni (4). Io voglio invece che chi mi ha seguito nella lettura del testo faccia una constatazione a cui tengo moltissimo. E precisamente, questa: che i giustinianei ammettono la validità del patto conchiuso dall'avo materno a favore della nipote (cioè, a favore del terzo), e le concedono un'*actio utilis ex avita conventione*; ma l'*ammettono in un caso in cui la nipote è sottoposta alla patria potestà.* Il testo insiste su questa circostanza: Seiae nepti, *quae erat in patris potestate* -- vivo patre suo, *in cuius potestate est.*

La illazione sicura, che possiamo trarre da questo testo, è dunque, la seguente: i giustinianei, contrariamente al diritto romano classico che negava in generale la validità di patti dotali a favore di terzi, riconoscono in via eccezionale la validità di un patto dotale a favore del terzo, quando stipulante sia un ascendente e terzo sia un discendente, non ancor *sui iuris.*

Altri testi interpolati sembrano, è vero, riconoscere la validità del patto a favore del discendente senza accentuare la circostanza che il discendente deve però essere sottoposto alla *patria potestas*, ma questa circostanza è necessario sottintenderla, come potremo agevolmente vedere.

I testi alterati sono i seguenti.

L'uno è C. 5, 14, 7 (a. 294) Pater pro filia dotem datam genero, ea prius in matrimonio defuncta, nepotibus pactus restitui, [*licet*] his actionem quaerere non potuit, [*tamen utilis eis ex aequitate accomodabitur actio.*]

L'interpolazione di questo testo ci è confermata, come è noto, da Taleleo (sc. a *Bas.* 29, 5, 37 in HEIMBACH, *Bas.*, 3, 483):

οὐτιλία δὲ ἁρμόζει | τοῦτο τὸ ῥητὸν σήμερον κατὰ καινοτομίαν προσετέθη, καὶ ἔστι παρὰ τὴν καθόλου διαίρεσιν, καὶ χρὴ αὐτὸ ὡς ἰδικὸν καὶ ξένον σημειώσασθαι.

---

(1) *Coniecturae*, 13, p. 465-1; 19, p. 847-1; *Error. pragm.*, dec. 79, p. 361-2.

(2) *Labeo*, 3, 1, 194.

(3) *Beiträge*, ecc., 77; *ZSSt.*, 13, 127.

(4) *Loc. cit.*, 36.

Utilis autem competit] Haec pars textus hodie adiecta est novi iuris constituendi gratia, et contra generalem definitionem est, idque tamquam speciale et novum notandum est.

L'altro testo, pure alterato, che a torto è stato lasciato da parte, è D. 23, 4, 9, Pomponius 16 Sabinum:

Si ita conveniat, ut, si vivo socero mortua sit filia, ipsi socero, si mortuo, filio eius, si filio quoque defuncto, totum (1) suo heredi reddatur, [*benigna interpretatione potest defendi utilem stipulationem esse.*]

Il testo genuino è da ricostruire a un dipresso così:

Si ita conveniat, ut, si vivo socero mortua sit filia, ipsi socero, si mortuo, filio eius, si filio quoque defuncto, tum suo heredi reddatur, < *dicendum est in persona filii* (2) *eiusque heredis stipulationem inutilem esse.*>

Io (3) ho già eliminate come non genuine le parole da *benigna interpretatione* in poi. I termini *benignitas*, *benignus*, *benignius*, *benigne* son dappertutto, nei testi della giurisprudenza romana, dovuti o a glossemi postclassici o ad interpolazioni. La *benignior interpretatio* è anche altrove interpolata (4). Sospetto è inoltre il *potest defendi* (5).

Ma, ammessa come sicura l'interpolazione di C. 5, 14, 7 attestataci da Taleleo, e quella di D. 23, 4, 9, perchè io dico che esse collimano con l'interpolazione di D. 24, 3, 45 e che pertanto la validità del patto dotale a favore del terzo, risultante dalle interpolazioni eseguite in C. 5, 14, 7 e in D. 23, 4, 9, si deve intendere riconosciuta solo in quei casi in cui il patto dotale è stipulato a favore del discendente *ancora sottoposto alla patria potestà?*

Per una ragione semplicissima. Perchè in un'altra costituzione interpolata, che subito vedremo, sono proprio i giustinianei che ci consentono di toccare con mano fino a qual

---

(1) Il MOMMSEN legge *tum*.

(2) La stipulazione sarebbe *utilis* per il figlio qualora fosse erede: pertanto ciò che giova è la qualità di *erede*, non la qualità di *figlio*.

(3) Cfr. E. ALBERTARIO, *Bull. ist. dir. rom.*, 33, 1923, 65 sgg.

(4) Cfr. D. 28, 2, 2 [*si modo — esse*]; D. 28, 4, 3 [*sed in re dubia — tutius*]; D. 35, 1, 112, 1 [*sed benigna — consecuturum*]; D. 36, 1, 78 (76) [*tamen benigna — obligetur*]; D. 39, 5, 16 [*benigna interpretatione pertinere*]; Gai 3, 109 [*quia huius aetatis — est*].

(5) Cfr. le numerose citazioni in GUARNERI-CITATI, *Bull. ist. dir. rom.*, 33, 1923, 96.

punto essi volevano giungere nello stabilire il principio *ἰδικὸν καὶ ξένον, παρὰ τὴν καθόλου διαίρεσιν:* cioè, proprio i giustinianei negano la validità del patto dotale stipulato a favore del discendente *non più sottoposto alla patria potestà.*

Si veda, infatti, C. 5, 12, 26 (a. 294):

Si genero dotem dando pro filia pater communis eam reddi tibi [*extraneo constituto*] stipulatus est, nec sibi cessante voluntate nec tibi prohibente iure quaerere potuit actionem.

Extraneo constituto sono parole che io non esito a dichiarare interpolate (1). L'uso di *constitutus* è già per sè sospetto (2).

Gli imperatori Diocleziano e Massimiano, tanto in C. 5, 14, 7 quanto in C. 5, 12, 26, non dovevano fare che ribadire, direi meglio difendere, la regola classica.

C. 5, 14, 7	C. 5, 12, 26
Pater pro filia dotem datam genero, ea prius in matrimonio defuncta, nepotibus pactus restitui, his actionem quaerere non potuit.	Si genero dotem dando pro filia pater communis eam reddi tibi stipulatus est, nec sibi cessante voluntate nec tibi prohibente iure quaerere potuit actionem.

I compilatori, invece, introducono il principio *ἰδικὸν καὶ ξένον:*

C. 5. 14, 7	C. 5, 12, 26
Pater pro filia dotem datam genero, ea prius in matrimonio defuncta, nepotibus pactus restitui, [*licet*] his actionem quaerere non potuit, [*tamen utilis eis ex aequitate accomodabitur actio*].	Si genero dotem dando pro filia pater communis eam reddi tibi [*extraneo constituto*] stipulatus est, nec sibi cessante voluntate nec tibi prohibente iure quaerere potuit actionem.

Siccome la mano interpolatrice è la stessa, è necessario conchiudere che non c'era ragione di porre quella limitazione nella validità del patto dotale a favore del discendente che è

(1) Esse mi richiamano un'altra interpolazione, già da tempo da me rilevata, in C. 3, 44, 8: Ius familiarium sepulchrorum ad adfines seu proximos cognatos [*non heredes constitutos*] minime pertinet. Cfr. ALBERTARIO, *Sepulchra fam. e sepulchra hered.*, in Filangieri, 1910.

(2) Cfr., per tutti BONFANTE, *Storia*[3], 2, 150.

posta in C. 5, 12, 26 (1), se questa non dovesse ritenersi sottintesa anche in C. 5, 14, 7. Il testo di C. 5, 12, 26 sarebbe stato alterato in questo modo:

Si genero dotem dando pro filia pater communis eam reddi tibi stipulatus est, [*licet*] tibi quaerere non potuit actionem, [*tamen utilis tibi ex aequitate accomodabitur actio.*]

Se così i compilatori avessero interpolato questa costituzione dioclezianea, allora certo sarebbe chiara la loro intenzione di voler ammettere la validità del patto dotale a favore del discendente, fosse o non fosse sottoposto alla patria potestà. Ma, siccome così non interpolarono, dobbiamo coordinare le due interpolazioni eseguite nelle due costituzioni che originariamente negavano la validità del patto dotale a favore del terzo, e la coordinazione non consente di conchiudere diversamente da quel che ci attesta D. 24, 3, 45, e cioè che i compilatori ammettono la validità del patto dotale a favore del terzo soltanto quando il terzo sia un discendente non ancora *sui iuris*.

Questa conclusione è, del resto, tanto naturale e ovvia che uno scolio dei Basilici si affretta a farla presente per eliminare la contraddizione che altrimenti sorgerebbe fra D. 23, 4, 9 e C. 5, 12, 26: testi entrambi, come abbiamo veduto, interpolati.

Si richiami, infatti, lo scolio a Bas. 29, 1, 113 (in HEIMBACH, *Bas.* 3, 442-443):

τῷ παιδὶ τῷ αὐτεξουσίῳ] *Τὸ παλαιὸν* (2) extraneo constituto *ἔχει. καὶ φησιν ὁ Θαλέλαιος· τουτέστιν, ἢ ἐμαγκιπάτῳ, ἢ φυσικῷ. τῷ γὰρ ὑπεξουσίῳ παιδὶ καλῶς ἐπερωτᾷ ὁ πατὴρ ἀναδοθῆναι τὴν προῖκα, ὡς ἔγνως βιβ. κγ'. ἐν τῷ θ' δε' πάκτις δοτάλιβους. τὸ γὰρ* extraneo constituto *ἐνταῦθα κείμενον δείκνυσιν, ὅτι ἐκεῖνο περὶ ὑπεξουσίου εἴρηται. εἰ μὴ ὅτι καὶ ταύτην τὴν διατ. δύνασαι κατ' ἐκεῖνο τὸ διγεστον νοῆσαι. ἐκεῖ γὰρ οὕτως εἶπεν, ὅτι φιλαγάθῳ ἑρμενείᾳ δεχόμεθα ἐρρῶσθαι τὸ σύμφωνον τὸ γενόμενον, ὥστε τῷ παιδὶ ἀποδοθῆναι τὴν προῖκα. καὶ δυνατὸν εἰπεῖν, ὅτι ἡ διάταξις πρὸς ἀκρίβειαν εἶπεν,*

(1) Non è esatto dire che C. 5, 12, 26 affermi ancora nella sua assolutezza il principio della nullità del contratto a favore di terzi, come sembra pensare il FERRINI, *Pandette*, 660, n. 2. Esso contiene una deroga giustinianea al principio classico e la precisa *ampiezza* della deroga.

(2) « *Τὸ παλαιὸν* significare videtur textum latinum Codicis oppositum textui Basilicorum. Nam revera haec verba in Codice reperiuntur » (HEIMBACH).

ἐπείτοιγε φιλαγάθως δύναται ὁ υἱὸς ἀπαιτεῖν. βελτίων δὲ μᾶλλον ἡ πρώτη παράδοσις, ἀκολούθως οὖσα τῷ ῥητῷ τῆς διατάξεως.

filio sui iuris constituto] Textus antiquus habet *extraneo constituto.* Et dicit Thaleleus: hoc est vel emancipato, vel naturali. Filio enim *in potestate constituto* recte stipulatur dotem reddi, *ut didicisti lib. 23 dig. 9 tit. de pactis dotalibus.* Illud enim, extraneo constituto, quod hoc loco habetur, ostendit id dictum esse de filio in potestate non constituto: nisi quod hanc quoque constitutionem secundum illud digestum intelligere potes. Illic enim sic dixit, benigna interpretatione nos admittere valere pactum factum, ut dos filio reddatur. Et dici potest constitutionem de summo iure locutam esse, quia filius aequitatis ratione repetere potest. *Melior autem est prior expositio, quod textui constitutionis consentanea sit.*

Adunque, in D. 24, 3, 45 i giustinianei ammisero la validità del patto dotale stipulato a favore del discendente, e in quel caso il discendente era *in patris potestate.*

In C. 5, 12, 26 i giustinianei ammisero la validità del patto dotale a favore del discendente *non extraneo constituto* e lo scoliaste bizantino s'affretta a interpretare D. 23, 4, 9, intendendo per *filius* quello che è *constitutus in potestate patris.*

Con la stessa restrizione va intesa l'innovazione giustinianea introdotta in C. 5, 14, 7: i *nepotes*, per avvantaggiarsi del patto a lor favore conchiuso, devono intendersi *in patris potestate*, perchè è assurdo pensare che i compilatori alterassero diversamente due costituzioni dioclezianee ammettendo nell'una (C. 5, 12, 26) la validità del patto stipulato a favore del solo discendente ancor sottoposto alla *patria potestas*, ammettendo nell'altra (C. 5, 14, 7) la validità del patto stipulato a favore di qualunque discendente, anche se *extraneus constitutus.*

Tenendo presente questa precisa portata delle interpolazioni giustinianee in materia di patti dotali a favore dei terzi, si può scorgere l'interpolazione eseguita in una costituzione di Gordiano: anch'essa, finora, non segnalata.

C. 5, 14, 4 (a. 240) Pactum dotale quo matrem convenisse cum patre tuo proponis ut, si in matrimonio decessisset, tibi et fratribus tuis dos restitueretur, si stipulatio ex persona vestra [*cum in potestate patris constituti non essetis, legitima*] minus intercessit, defuncta ea in matrimonio, actionem vobis quaerere non potuit. [*Sed si obligatione verborum rite interce-*

dente dotis petitionem habere potuisti, maxime si ad vinculum potestatis patriae non attigeris, petitionem exsequi non prohiberis.]

La costituzione è stata largamente guastata dai compilatori (1): *rite* — *legitima* (2) — *in potestate patris constituti* (3) — *maxime si* (4).

Orbene; che cosa sta l'interpolazione a rappresentare? La risposta non mi par dubbia. La costituzione si suole intendere nel modo seguente. Il patto conchiuso dalla madre col padre perchè questi restituisca, morta essa in matrimonio, la dote ai figli, non è valido: a meno che i figli, quando fossero usciti dalla *patria potestas*, non avessero per conto proprio conchiuso un tal patto col padre loro. E questo è senza alcun dubbio quel che voleva avvertire l'imperatore Gordiano.

Ma per i giustinianei che ammettono, come abbiamo veduto, la validità del patto dotale a favore del discendente *in potestate*, le frasi da loro interpolate *cum in potestate patris constituti non essetis*, *maxime si ad vinculum potestatis patriae non attigeris*, non vogliono tanto significare la *giuridica impossibilità* in cui i figli si trovano, quando sono *alieni iuris*, di stipulare un patto dal padre in proprio favore e la *giuridica necessità* di diventar *sui iuris* per poter stipularlo, quanto piuttosto che solamente i figli *non constituti in potestate patris* hanno bisogno di addivenire alla conclusione di un nuovo patto col padre, perchè la dote possa esser loro da questi restituita *si (mater) in matrimonio decessisset*: giacchè i figli *constituti in potestate patris*, come si evince da D. 24, 3, 45, da C. 5, 12, 26, dallo scolio a D. 23, 4, 9, acquistano

(1) Il testo così non va. Dire: *si... dotis petitionem habere potuisti, petitionem exsequi non prohiberis*, è dire cosa stupida. Il MOMMSEN propone un rimaneggiamento della parte finale del testo (cfr. P. KRÜGER, *Codex*[9]). In realtà, la scempiaggine della conclusione, aggiunta al passaggio dal plurale al singolare (actionem *vobis* quaerere non potuit — *potuisti*, *prohiberis*) e agli altri indizi, sta ad attestare la profonda alterazione del testo.

(2) Per *rite* e per *legitima* si tengano presenti gli interessantissimi rilievi del RICCOBONO, *ZSSt.*, 34, 1913, 224 sgg.

(3) Forma frequentissima nelle costituzioni postclassiche e giustinianee.

(4) Cfr. le numerose citazioni di GUARNERI-CITATI, *Bull. ist. dir. rom.*, 33, 1923, sub h. v.

direttamente in seguito al primo patto al quale essi rimasero estranei: rispetto al quale essi son terzi (1).

A questo punto io mi sento chiedere: e perchè l'innovazione giustinianea sarebbe limitata così? In altre parole, perchè riconoscere la validità del patto a favore del discendente *in potestate*, e non anche a favore del discendente *extraneus constitutus*? La risposta non è ardua. Il principio generale che la legislazione giustinianea accoglie è pur sempre quello della nullità del contratto a favore di terzi: le eccezioni introdotte a questo principio sono determinate da moventi pratici e limitate il più possibile. Per ciò che concerne i patti dotali, non v'era la pratica necessità di estendere la loro validità a favore del discendente quando questi non fosse sottoposto alla *patria potestas*: egli si trovava nella *giuridica possibilità* di assicurarsi gli effetti del patto da altri stipulato a suo favore con un patto nuovo stipulato in nome proprio. Ma il discendente, *in potestate constitutus*, ancora nel diritto giustinianeo, nonostante il disfacimento della struttura della famiglia romana (2), non può praticamente giovarsi — data la nullità del contratto a favore di terzi e data la *impossibilità giuridica* di stipulare utilmente per sè — di patti dotali conchiusi da altri in suo favore. Qui sta la ragione della *innovazione giustinianea* e del *limite della innovazione*.

---

(1) La necessità, per intendere adeguatamente le interpolazioni giustinianee, di coordinare fra loro i testi interpolati (D. 24, 3, 45; D. 23, 4, 9; C. 5, 12, 26; C. 5, 14, 4; C. 5, 14, 7) è tale, che, se dalla coordinazione si prescinde, ne nasce un vero smarrimento. Smarrito è, infatti, il povero scoliaste a Bas. 29, 5, 34 (= C. 5, 14, 4) in Heimb., *Bas.*, 3, 481, il quale crede di appianare ogni difficoltà mettendo in evidenza una differenza negli effetti del patto dotale a favore del discendente a seconda che stipulante sia il padre (C. 5, 14, 7) o stipulante sia la figlia (C. 5, 14, 4): differenza che non avrebbe nessuna ragione d'essere. E sul punto di smarrirsi era anche lo scoliaste a Bas. 29, 1, 113 (in Heimb., *Bas.*, 3, 442-443), se non lo avesse tratto in salvo il preciso dettato di C. 5, 12, 26.

(2) Cfr. Bonfante, *Ist.*[7], 163-164: « Vera ed illogica sopravvivenza storica, sorgente d'infinite dispute nel diritto comune è oramai [nel diritto giustinianeo] l'*incompatibilità di rapporti giuridici tra padre e figlio*, fuori almeno del peculio castrense e quasi castrense (e, se si vuole, avventizio irregolare): *onde procede anche la nullità delle donazioni tra padre e figlio.* »

Per modo che il principio della nullità del contratto a favore di terzi è stato in questo campo dei patti dotali violato meno di quel che solitamente, dopo gli studi dell'Eisele e del Pacchioni, si è inclini a ritenere.

III

E mi par giunto ora il momento di valutare la tesi del Bonfante che si attacca al noto testo di Apuleio. Richiamiamolo.

Apulei de magia liber (apologia) 91-92 (ex recens. Helm): 'Iam primum mulieris locupletissimae modicam dotem neque eam datam sed tantummodo < creditam >, praeter haec ea condicione factam <coniunctionem> (1), nullis ex me susceptis liberis (si) vita demigrasset, ut dos omnis apud filios eius Pontianum et Pudentem maneret, sin vero uno unave superstite diem suum obisset, uti tum < dividua > (2) pars dotis posteriori filio, reliqua prioribus cederet.

Haec, ut dico, tabulis ipsis docebo. Fors fuat an ne sic quidem credat Aemilianus sola trecenta milia nummum scripta *eorumque repetitionem filiis Pudentillae pacto datam.* Cape sis ipse tu manibus tuis tabulas istas, da impulsori tuo Rufino: legat, pudeat illum tumidi animi sui et ambitiosae mendicitatis; quippe ipse egens, nudus CCCC milibus nummum a creditore acceptis filiam dotavit, Pudentilla locuples femina trecentis milibus dotis fuit contenta et maritum habet, et multis saepe et ingentibus dotibus spretis, inani nomine tantulae dotis contentum'.

102 'Quid etiam est, Aemiliane, quod non te iudice refutaverim? quod pretium magiae meae repperisti? cur ergo Pudentillae animum veneficiis flecterem? quod ut ex ea commodum caperem? uti dotem mihi modicam potius quam amplam diceret? o praeclara carmina! *an ut eam dotem filiis suis magis restipularetur quam penes me sineret?*'

Il Bonfante (3) commenta: « trattasi innegabilmente di una vera stipulazione a favore di terzi, nell'epoca a un dipresso e nella terra di Giuliano (4), con azione riconosciuta ai terzi:

(1) Il Bonfante legge giustamente <*dictionem*>.

(2) <*dimidia*> vulg.

(3) *Scritti*, 3, 245.

(4) Apuleio era di Medaura, colonia romana sul confine tra la Numidia e la Getulia. Il processo si svolse in Sabrata.

eorumque repetitionem filiis Pudentillae pacto datam. E dal contesto appare chiaro che i figli di Pudentilla non sono intervenuti nel contratto, non hanno personalmente stipulato la restituzione a loro favore per l'evento della morte di Pudentilla, nel qual caso soltanto l'azione competerebbe loro di pieno diritto. Il rapporto implica una patente infrazione dei principii classici che non si può in tesi generale *alteri stipulari*, che non si può assolutamente con la propria stipulazione in pro' del terzo 'actionem quaerere' al terzo, che non si può col proprio contratto fare 'ut alter [*suo nomine recte*, Trib.?] agat' ».

Ora, dopo il risultato a cui io son giunto attraverso l'esegesi dei testi accolti nelle Pandette e nel Codice, mi permetterei di dissentire nettamente da questo commento del Maestro. Perchè ragiono così. I giustinianei, dunque, che per i primi in casi eccezionali ammettono la validità del contratto a favore di terzi, qui, nel campo dei patti dotali a favore di terzi avrebbero — per dir così — fatto macchina indietro rispetto al diritto classico? Il diritto classico, se consentiamo nella interpretazione del testo di Apuleio fatta dal Bonfante, avrebbe ammessa la validità del patto dotale a favore del terzo *non in potestate* (tali erano, infatti, i figli di primo letto di Pudentilla: Ponziano e Pudente), mentre i giustinianei non riconoscevano la validità del patto dotale a favore del terzo se non quando questi fosse un discendente *in potestate patris constitutus?* Avremo qui un cammino a ritroso: una inspiegabile involuzione, anzi che una naturale evoluzione.

Nè vorrei che mi si obbiettasse che il cammino fatto dal diritto giustinianeo consisterebbe in ciò: che il diritto classico concedeva soltanto un'*actio ex decreto*, dipendente dall'arbitrio del magistrato, e il diritto giustinianeo concede invece l'*actio utilis* senz'altro.

Se questo mi si obbiettasse, in primo luogo replicherei che le espressioni usate da Apuleio (*eorumque repetitionem filiis Pudentillae pacto datam — an ut eam dotem filiis suis magis restipularetur quam penes me sineret?*) sono troppo recise per far dipendere il diritto dei figli dall'arbitrio del magistrato.

In secondo luogo, avvertirei che l'*actio* a favore del terzo avremmo già dovuto trovarla nel dettato genuino dei testi accolti nella compilazione giustinianea e avremmo dovuto soltanto constatare che i compilatori si son limitati a sostituire al classico *decernere* il loro *competere*: così come essi sogliono fare,

quando un'*actio ex decreto* era in realtà ammessa precedentemente, come nella fattispecie che ci si presenta in C. 8, 54, 3. Il confronto fra il testo giustinianeo e il testo conservatoci nel Fr. Vat. 286 illumina.

E, ad ogni modo, risorgerebbe pur sempre con tutta la sua innegabile forza la mia domanda. Perchè, se il diritto classico accordava già a qualunque terzo, anche *non in potestate*, un'azione sia pure *ex decreto*, per un patto dotale stipulato da altri a suo favore, il diritto giustinianeo, convertendo quell'*actio ex decreto* in *actio utilis*, ne avrebbe limitata l'efficacia al discendente *in potestate*?

Queste considerazioni mi sembrano tali da giustificare il mio dissenso dalla tesi del Bonfante. Ma, e allora come spiegare il testo di Apuleio e come metterlo d'accordo colla dottrina del diritto classico che negava la validità del contratto a favore di terzi?

Il Pacchioni (1) ha tentato una spiegazione; ha ragione, però, il Bonfante di osservare che egli tenta liberarsi dalla testimonianza di questo testo mediante una congettura ingegnosa ma nel caso poco attendibile.

A me pare che una spiegazione soltanto sia possibile. Apuleio doveva scagionarsi dall'accusa di magia e precisamente dall'aver adoperato arti magiche per impadronirsi delle sostanze della non più giovane e non venusta sposa (*mediocri forma, at non aetate mediocri*). Il colpo di scena, col quale egli conchiude la sua difesa, consiste nel far presente che, appunto per le sostanze di Pudentilla, trecentomila sesterzi rappresentano una dote modesta e che, ad ogni modo, egli si è impegnato a restituirla ai figli di Pudentilla.

Ora, se ciò basta per scagionare Apuleio, non basta per attribuire senz'altro ai figli di Pudentilla una *pretesa giuridica*. I figli, per aver diritto alla restituzione della dote a loro favore, dovevano con patto successivo stipulare dal padre in proprio nome: così come richiede C. 5, 14, 4. Essi, *non in potestate*, erano in grado di farlo.

In conclusione, il testo di Apuleio ci attesta, non meno dei testi giuridici (come, ad esempio, il rescritto di Gordiano or ora citato: C. 5, 14, 4 dell'a. 240), che *praticamente* si solevano stipulare dei patti dotali a favore dei proprî discendenti:

(1) *Loc. cit.*, 38, n. 2.

a pretesa giuridica dei discendenti, che erano
sorgere, occorreva che intervenisse un patto suc-
ssi stipulato in nome proprio.

gazione che fu già affacciata, sebbene non sempre
, da Scipione Gentile (1), l'unica che concilii il
leio col rigore del diritto classico; l'unica che
vedere nelle interpolazioni giustinianee un mo-
vanti, non un anacronistico e strano movimento

1925.

licendum est in proposito nostro stipulationem interces-
: cfr. Scipione Gentile, *Opere*, 6, p. 309, n. 902.

DI UN' ESTRINSECAZIONE ENERGETICA DELLA TENSIONE ELETTROSTATICA

Nota del S. C. prof. GIAN ANTONIO MAGGI

(Adunanza del 16 aprile 1925)

È noto che i fisici distinguono, al contorno di un conduttore appartenente ad un campo elettrostatico isotropo, sede di una distribuzione di elettricità, la forza motrice *sulla pagina esterna* del contorno, dalla tensione superficiale, la quale si concepisce come espressione della spinta dell'elettricità a scaricarsi nel mezzo ambiente, che varii fenomeni mettono in evidenza (*). La prima si forma moltiplicando per la carica vera dell'elemento, a cui si riferisce, il limite della forza elettrica **E** del campo, in un punto vicino del mezzo ambiente, col tendere di questo punto al punto rappresentato dall'elemento. La seconda risulta avere la stessa orientazione (normale al contorno, nel verso del coibente), ma metà della grandezza.

È concetto, di sua natura, particolarmente contemplato dai fisici. In alcune esposizioni (Houel, Chwolson) quel risultato è ottenuto, assumendo la tensione superficiale come da rappresentarsi col moltiplicare per la carica vera dell'elemento il limite del valore di **E**, determinato, nello stesso punto, dal campo che rimane, levando dal supposto un intorno del punto, collo svanire della massima corda tracciabile nella periferia dell'intorno. Ciò che si chiama il valore di **E** *nel contorno*, a differenza del precedente, detto il valore di **E** *sulla pagina esterna*. In altre (Murani, Roiti), di indole prevalentemente sperimentale, allo stesso risultato si arriva in altro modo, assumendo a priori la tensione relativa ad un elemento del contorno come rappresentata dall'azione dell'elemento sopra un punto fuori di esso,

---

(*) Così il Chwolson (Traité de Physique, trad. p. Devaux. t. IV, Paris, 1913, pag. 43): si une partie de la couche superficièlle était mobile, elle se déplacerait vers l'extérieur, sous l'action des forces agissant sur cette partie de la surface.

infinitamente vicino, separata da quella del resto del campo, questa la stessa, e quella eguale e contraria, per due punti posti dalle due opposte parti dell'elemento. In appoggio di queste conclusioni si possono invocare le tensioni di Maxwell, che, applicate ad un elemento del contorno del conduttore in discorso, forniscono conforme risultato. Una più intrinseca verificazione, per quanto attinente ad un effetto integrale, mi sembra fornito dal calcolo oggetto della presente breve Nota, il quale può fors'anche richiamare qualche attenzione, per l'uso, non comune in questo genere di questioni, di una deformazione virtuale.

Sia il solito campo elettrostatico esteriormente illimitato, o limitato dal contorno interno di un conduttore, e limitato interiormente dai contorni esterni di un numero qualsivoglia di conduttori, occupato da un coibente isotropo, omogeneo, almeno in prossimità di ogni conduttore (*), neutro, o sede di una distribuzione assegnata di elettricità. Indicando con V la funzione potenziale nel punto generico del campo, con C_r ed e_r il livello potenziale e la carica vera del conduttore r^{mo}, con s un particolar valore, del resto qualsivoglia, di r, e con ε_s la costante dielettrica in prossimità del conduttore s^{mo}, si ha notoriamente:

$$e_s = \varepsilon_s \left(\alpha_s + \Sigma_r\, \alpha_{rs}\, C_r \right), \tag{1}$$

dove le α_{rs} non dipendono che dalla posizione e configurazione dei conduttori, e così pure le α_s, una volta assegnata la distribuzione dell'elettricità nel coibente, che se il coibente è neutro, $\alpha_s = 0$. E, indicando con W il potenziale elettrico del campo (eguale e di segno contrario all'energia elettrica del medesimo) si ha pure notoriamente:

$$W = -\frac{1}{2} \Sigma_r\, e_r\, C_r - \frac{1}{2} \int_\tau V \varrho\, d\tau - \frac{1}{2} \int_{\sigma^*} V \omega^*\, d\sigma^*, \tag{2}$$

dove τ rappresenta il campo considerato, ϱ la densità corporea dell'elettricità vera nel punto generico del coibente da cui è occupato, σ^* le superficie di discontinuità per la costante dielettrica, ω^* la densità superficiale dell'elettricità vera nel punto generico di esse.

(*) Si riconosce subito come reggono le stesse conclusioni, nella ipotesi che la costante dielettrica possa ricevere valori diversi in prossimità di parti diverse, di estensione finita, di uno stesso conduttore, qual'è il caso ordinario delle armature di un condensatore.

Consideriamo ora una dilatazione virtuale del conduttore t^{mo}, per la quale alla superficie equipotenziale, che ne forma il contorno, si sostituisca una superficie equipotenziale della famiglia appartenente al campo, infinitamente vicina, per modo che il livello potenziale di questo conduttore riceva l'incremento δC_t, e con questo restino invariati i livelli potenziali dei rimanenti conduttori, e le cariche così del conduttore in discorso, come dei rimanenti.

La (1) fornisce le condizioni:

$$\delta \alpha_s + \Sigma_r C_r \delta \alpha_{rs} + \alpha_{ts} \delta C_t = 0 , \tag{3}$$

che si presentano come atte ad essere, in ogni caso, soddisfatte.

Subordinatamente a queste condizioni, che significano mantenuto invariato il campo, tranne la dilatazione infinitesimale dell'indicato conduttore, la (2) fornisce, alla sua volta,

$$\delta W = -\frac{1}{2} e_t \delta C_t - \frac{1}{2} \int_\tau \delta V_\varrho \, d\tau - \frac{1}{2} \int_{\sigma^*} \delta V \, \omega^* \, d\sigma^* \tag{4}$$

Ora, indicando con ω_t la densità nel punto generico del contorno σ_t del conduttore in discorso, con n_t la normale volta verso il coibente, con ε_t la costante dielettrica al contorno,

$$e_t = \int_{\sigma_t} \omega_t \, d\sigma_t , \qquad \omega_t = -\frac{\varepsilon_t}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n_t} ;$$

e, indicando con δn_t lo spostamento virtuale sulla normale a $d\sigma_t$, relativo al passaggio all'elemento corrispondente della superficie equipotenziale $C_t + \delta C_t$,

$$\delta C_t = \frac{\partial V}{\partial n_t} \delta n_t .$$

Quindi

$$-\frac{1}{2} e_t \delta C_t = \frac{1}{8\pi} \int_{\sigma_t} \delta n_t \, \varepsilon_t \left(\frac{\partial V}{\partial n_t} \right)^2 d\sigma_t = \int_{\sigma_t} \delta n_t \, \frac{1}{2} \left(- \frac{\partial V}{\partial n_t} \right) \omega_t \, d\sigma_t$$

che rappresenta il lavoro, per l'indicata dilatazione virtuale, di un sistema di pressioni, applicate al contorno del conduttore, le quali rispondono integralmente alla ricordata rappresentazione della tensione elettrica superficiale, al contorno dello stesso conduttore.

FEBBRAIO 1925

Lago Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
e Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
0.11	— 0.15	— 0.14	— 0.40	+ 0.02	+ 0.46
0.11	— 0.15	— 0.15	— 0.40	+ 0.00	agitato
0.10	— 0.16	— 0.16	— 0.40	+ 0.00	agitato
0.10	— 0.16	— 0.17	— 0.40	+ 0.01	+ 0.46
0.09	— 0.17	— 0.18	— 0.40	+ 0.01	+ 0.46
0.09	— 0.18	— 0.18	— 0.40	+ 0.01	+ 0.46
0.08	— 0.19	— 0.18	— 0.40	+ 0.01	+ 0.46
0.08	— 0.19	— 0.17	— 0.41	+ 0.01	agitato
0.07	— 0.20	— 0.18	— 0.42	+ 0.02	+ 0.46
0.07	— 0.20	— 0.19	— 0.43	+ 0.02	+ 0.45
0.08	— 0.20	— 0.19	— 0.42	+ 0.02	+ 0.45
0.10	— 0.18	— 0.18	— 0.40	+ 0.01	+ 0.46
0.12	— 0.12	— 0.11	— 0.31	+ 0.01	+ 0.48
0.22	+ 0.01	— 0.02	— 0.21	+ 0.08	+ 0.51
0.66	+ 0.31	+ 0.31	+ 0.07	+ 0.16	agitato
0.93	+ 0.58	+ 0.62	+ 0.31	+ 0.28	agitato
1.00	+ 0.63	+ 0.65	+ 0.39	+ 0.33	+ 0.58
1.00	+ 0.63	+ 0.63	+ 0.38	+ 0.34	agitato
0.99	+ 0.60	+ 0.61	+ 0.35	+ 0.33	+ 0.60
0.97	+ 0.58	+ 0.59	+ 0.32	+ 0.32	+ 0.60
0.94	+ 0.56	+ 0.57	+ 0.28	+ 0.31	+ 0.61
0.90	+ 0.53	+ 0.54	+ 0.24	+ 0.29	+ 0.62
0.87	+ 0.50	+ 0.50	+ 0.20	+ 0.27	+ 0.62
0.84	+ 0.47	+ 0.48	+ 0.17	+ 0.25	+ 0.62
0.81	+ 0.43	+ 0.45	+ 0.14	+ 0.24	+ 0.62
0.79	+ 0.40	+ 0.43	+ 0.11	+ 0.23	+ 0.62
0.77	+ 0.39	+ 0.44	+ 0.12	+ 0.23	
0.75	+ 0.37	+ 0.42	+ 0.12	+ 0.23	

idrometro sul livello del mare.

MARZO 1925

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera	Ponte Tresa	Como, Porto	Lecco Malpensata	Lecco Ponte Visconteo	Ponte a Sarnico	Salò
	M. 193.230*	M. 272.116*	M. 197.521*	M. 197.366*	M. 197.394*	M. 185.147*	M. 64.016*
	12h	12h	12h	12h	12h	12h	12h
1	+ 0.21	+ 0.75	+ 0.40	+ 0.41	+ 0.12	+ 0.24	+ 0.62
2	+ 0.20	+ 0.74	+ 0.40	+ 0.41	+ 0.11	+ 0.24	+ 0.62
3	+ 0.20	+ 0.75	+ 0.42	+ 0.42	+ 0.14	+ 0.26	agitato
4	+ 0.19	+ 0.75	+ 0.42	+ 0.43	+ 0.13	+ 0.27	+ 0.62
5	+ 0.18	+ 0.73	+ 0.36	+ 0.38	+ 0.13	+ 0.28	+ 0.63
6	+ 0.15	+ 0.72	+ 0.35	+ 0.37	+ 0.11	+ 0.26	+ 0.63
7	+ 0.12	+ 0.71	+ 0.34	+ 0.36	+ 0.08	+ 0.26	+ 0.63
8	+ 0.11	+ 0.70	+ 0.33	+ 0.36	+ 0.05	+ 0.26	+ 0.63
9	+ 0.10	+ 0,69	+ 0.32	+ 0.36	+ 0.04	+ 0.27	+ 0.64
10	+ 0.08	+ 0.67	+ 0.28	+ 0.31	+ 0.02	+ 0.26	agitato
11	+ 0.05	+ 0.65	+ 0.26	+ 0.29	+ 0.00	+ 0.25	+ 0.64
12	+ 0.02	+ 0.63	+ 0.23	+ 0.28	— 0.03	+ 0.24	agitato
13	+ 0.00	+ 0.61	+ 0.22	+ 0.27	— 0.06	+ 0.22	agitato
14	— 0.02	+ 0.58	+ 0.19	+ 0.23	— 0.09	+ 0.21	+ 0.63
15	— 0.05	+ 0.56	+ 0.16	+ 0.21	— 0.10	+ 0.20	+ 0.63
16	— 0.08	+ 0.54	+ 0.13	+ 0.19	— 0.10	+ 0.18	agitato
17	— 0.11	+ 0.52	+ 0.10	+ 0.15	— 0.11	+ 0.17	+ 0.62
18	— 0.12	+ 0.50	+ 0.10	+ 0.14	— 0.11	+ 0.15	+ 0.61
19	— 0.13	+ 0.48	+ 0.09	+ 0.13	— 0.12	+ 0.15	+ 0.61
20	— 0.14	+ 0.46	+ 0.08	+ 0.12	— 0.14	+ 0.14	+ 0.61
21	— 0.15	+ 0.44	+ 0.07	+ 0.10	— 0.15	+ 0.13	+ 0.61
22	— 0.16	+ 0.43	+ 0.06	+ 0.08	— 0.16	+ 0.12	+ 0.60
23	— 0.17	+ 0.42	+ 0.05	+ 0.07	— 0.17	+ 0.11	+ 0.60
24	— 0.17	+ 0.41	+ 0.03	+ 0.06	— 0.15	+ 0.11	+ 0.59
25	— 0.13	+ 0.41	+ 0.02	+ 0.06	— 0.14	+ 0.11	+ 0.59
26	— 0.07	+ 0.44	+ 0.04	+ 0.08	— 0.13	+ 0.12	agitato
27	+ 0.00	+ 0.48	+ 0.08	+ 0.10	— 0.09	+ 0.13	+ 0.62
28	+ 0.03	+ 0.52	+ 0.12	+ 0.11	— 0.07	+ 0.15	+ 0.62
29	+ 0.05	+ 0.52	+ 0.13	+ 0.11	— 0.07	+ 0.15	+ 0.62
30	+ 0.06	+ 0.52	+ 0.12	+ 0.10	— 0.06	+ 0.15	+ 0.61
31	+ 0.06	+ 0.52	+ 0.10	+ 0.10	— 0.07	+ 0.15	+ 0.61

* Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

Adunanza del 14 Maggio 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Devoto, Gobbi, Grassi, Jorini, Murani, Oberziner, Paladini, C. Pascal, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, C. Supino, Villa, Zingarelli, Zuccante; e i SS. CC.: Besta, Calderini, Cisotti, L. De Marchi, M. De Marchi, Gallavresi, Giordano, Monneret, Montemartini, Pugliese, Verga.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Elia Lattes, Brugnatelli, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. sen. Gabba, vicepresidente, sen. Scherillo, Menozzi.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Folia medica. Periodico bimestrale di patologia e clinica medica, anno 9.... Napoli, 1923....

Guidi-Toni E. Tisbe; La mamma mia, canti. Cosenza, 1925.

Levi G. B. e A. Quilico. Azione dei solfiti sulla beta-nitronaftalina. Milano, 1925.

Olivero E. Il castello e la casa forte di S. Giorgio in val di Susa. Torino, 1925.

Il presidente comunica la morte del S. C. prof. Eugenio Griffini, così esprimendosi: « Ho il rammarico di annunziare ai Colleghi la morte, avvenuta al Cairo il 3 corrente, dopo breve malattia e nella ancor verde età di 46 anni, del prof. Eugenio Griffini, nostro Socio corrispondente dal 1918. Scompare con lui uno dei più eminenti studiosi dell'arabo e delle istituzioni islamiche, autore di estesissime, poderose ricerche sull'antica civiltà arabo-musulmana, che hanno conferito al suo nome larga rinomanza presso tutti i cultori di quelle ardue discipline.

Vissuto lungamente in Egitto, dove fu elevato ad uffici importanti e divenne confidente del Re Fuad, contribuì moltissimo a tenere alto il prestigio dell'Italia presso gli Arabi, cosicchè tanto più dolorosa riesce la sua perdita immatura, in un periodo nel quale l'opera sua avrebbe potuto ancora dare frutti preziosi ».

Il M. E. prof. Giuseppe Ricchieri, con commossa parola, tesse l'elogio del defunto. La sua commemorazione è inserita a parte nel presente fascicolo dei Rendiconti.

Il S. C. prof. Giuseppe Gallavresi si associa al comune dolore dell'Istituto e ricorda le benemerenze del Griffini verso le biblioteche milanesi, specialmente verso la Biblioteca Ambrosiana, facendone un centro invidiato di studi arabi e islamici.

Il M. E. prof. Devoto commemora brevemente il prof. sen. Battista Grassi colle seguenti parole: « Nella scorsa settimana si è spento, in Roma, con Battista Grassi, una delle più grandi luci della scienza italiana. Per le sue scoperte che hanno dato alto prestigio all'Università italiana, fama al paese nostro in tutto il mondo, che hanno aperto nuove vie alla medicina sociale, allo sfruttamento scientifico delle acque, dei terreni e delle piante, il Grassi era generalmente e meritatamente considerato come il più eminente cultore della biologia italiana e delle sue applicazioni per la elevazione del Paese. Alla Famiglia, al Comune nativo di Battista Grassi, alla R. Accademia dei Lincei, all'Università di Roma il rimpianto profondo del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere ».

Il presidente comunica i ringraziamenti del prof. Luigi Sala per la pensione accademica accordatagli dall'Istituto; e comunica che i signori Fratelli prof. Luigi e dott. Eugenio Brugnatelli hanno offerto in dono all'Istituto Lombardo un manoscritto di Alessandro Volta sul periodo dei temporali, molto importante in quanto permette di precisare date e circostanze inerenti a varie memorie scientifiche del Volta.

Il presidente legge una lettera dell'on. Francesco Somaini riguardante un Museo voltiano, che egli intende far costruire e donare alla Città di Como nel prossimo centenario della morte del grande fisico. L'Istituto Lombardo si associa al seguente ordine del giorno approvato dalla R. Commissione per la Edizione nazionale delle opere del Volta: « La Sotto-Commissione per l'Edizione Nazionale delle Opere di Alessandro Volta, nella sua seduta del 2 maggio 1925, avendo avuto notizia della proposta dell'on. Francesco Somaini, di erigere in Como un Museo Voltiamo, che facendo rivivere i Cimeli disgraziatamente di-

strutti, raccolga in un tutto la grandiosa opera voltiana, e contribuisca a rendere perciò più interessanti le onoranze che la città natale si appresta a tributare al grande Fisico nel Centenario del 1927, plaude alla munificente iniziativa dell'on. Somaini, e si riserva di favorire l'attuazione della sua proposta, fornendo i dati per la ricostruzione dei Cimeli e autorizzando la riproduzione fotografica dei documenti ».

Il S. C. dott. Ettore Verga offre in dono agli accademici una copia della guida dell'*Umbria* pubblicata in occasione della Fiera Campionaria di Milano; e fa omaggio all'Istituto di un suo libro « *Milano vecchia* ».

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Federigo Giordano legge la sua Nota « *Ancora sulle costruzioni in terra cruda* ».

Nell'assenza dell'autore il M. E. prof. Murani, segretario, dà conto di una Nota del dott. Sebastiano Timpanaro « *Sul passaggio dei grossi ioni attraverso la rete di Faraday* ».

Sul lavoro del prof. Mario Pascal: « *Traiettorie di vortici puntiformi* », dice brevi parole il S. C. prof. Umberto Cisotti.

La relazione del Concorso Cagnola (miasmi e contagi), scaduto il 31 dicembre 1924, viene rimandata ad altra adunanza a causa dell'assenza del relatore.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno la seduta è tolta alle ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 28 Maggio 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, ARTINI, BERZOLARI, DEVOTO, FANTOLI, GRASSI, GOBBI, JORINI, MURANI, PALADINI, C. PASCAL, E. A. PORRO, RICCHIERI, SABBADINI, SCHERILLO, ZINGARELLI, ZUCCANTE;

e i SS. CC.: E. Bianchi, Calderini, Cisotti, L. Gabba, Galeazzi, Giordano, Maggi, Monneret.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Elia Lattes, Golgi, Brugnatelli e, per ragioni d'ufficio, Menozzi.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza, che viene approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Bollettino statistico dei lavori pubblici, Anno 1, N. 1... Roma, 1925....

Catalogo astrofisico internazionale 1900.0. Zona di Catania fra le declinazioni + 46° e + 55°. Vol. 1... Catania, 1925...

Estrada G. Bibliografia de Amado Nervo. Mexico, 1925.

Michieli A. A. Chi fu e che cosa fece Rusticiano da Pisa. Venezia, 1925.

Montemartini L. Il Laboratorio di elettrogenetica di Belgirate e i metodi proposti da Alberto Pirovano. Roma, 1925.

Morano G. Spartaco; poema drammatico in tre atti. Bergamo, 1924.

Segnala in particolar modo, lo stesso segretario prof. Murani, due pubblicazioni del Socio prof. Belluzzo: 1) Relazione della Giunta generale del bilancio sul disegno di legge presentato dal Ministro delle finanze De Stefani il 23 gennaio 1924); 2) Relazione della Giunta generale del bilancio sul disegno di legge presentato dal Ministro delle finanze De Stefani il 20 dicembre 1924 (Seduta del 24 marzo 1925).

Il presidente comunica che alle feste centenarie della R. Università di Pavia l'Istituto fu rappresentato dall'intero ufficio di presidenza e dagli altri Soci che l'Istituto stesso aveva a ciò delegato; e dà notizia del ringraziamento in lingua latina che l'Università di Pavia ha inviato.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Luigi Devoto legge una nota « *Sulla varia etiopatogenesi della sintomatologia di Dupuybren* ».

Il S. C. prof. Aristide Calderini riassume largamente il suo scritto su « *Località dell'Ossirinchite (Egitto) del medesimo nome: Psobthis* ».

Il prof. Gustavo Lauro ha presentato una nota, ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze fisico-chimiche, su questo argomento: « *Di alcuni fenomeni che si osservano in un campo*

elettrico prodotto da un conduttore isolato elettrizzato ad alto potenziale ". In assenza dell'autore, riferisce intorno allo scritto il M. E. prof. Murani.

Segue, nell'ordine del giorno, la relazione nel concorso Cagnola (miasmi e contagi), scaduto il 31 dicembre 1924. Ma è assente il relatore; e la relazione viene, quindi, rinviata alla prossima seduta.

L'adunanza è sciolta alle ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Adunanza del 4 Giugno 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI
PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, BERZOLARI, COLETTI, DEVOTO, FANTOLI, GOBBI, GORINI, GRASSI, MANGIAGALLI, R. MONTI, MURANI, OBERZINER, PALADINI, C. PASCAL, PATRONI, RICCHIERI, SALA, ZINGARELLI, ZUCCANTE;

e i SS. CC. BARASSI, BELLEZZA, E. BIANCHI, BORGESE, CALDERINI, CISOTTI, DALLARI, L. GABBA, GIORDANO, MEDEA, MONTEMARTINI, A. MONTI, PESTALOZZA, VACCARI, VERGA.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute i MM. EE. BRUGNATELLI, GOLGI e JUNG, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. BASSANO GABBA, vicepresidente, MENOZZI, SABBADINI, e SCHERILLO.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della seduta precedente. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

ANNUARIO della R. Scuola d'ingegneria in Pisa, 1925...

ALLIATA G. Del principio di Avogadro. Lugano, 1925.
SORIGA R. Pavia nel risorgimento italiano. Numero unico edito mediante pubblica sottoscrizione, nella ricorrenza delle feste centenarie dell'Ateneo pavese, per iniziativa della Tipografia Successori Fusi. Pavia, 1925.

Il presidente apre la seduta commemorando con commosse parole il compianto M. E. prof. Elia Lattes, decano dell'Istituto, al quale apparteneva fin dal 1867, e legge poi le lettere e i telegrammi di condoglianza giunti all'Istituto da ogni parte d'Italia. Seguono nella commemorazione i professori Carlo Pascal, Luigi Mangiagalli, Paolo Bellezza, Aristide Calderini, Uberto Pestalozza, facendo rivivere la veneranda figura dell'illustre etruscologo, del benefattore, dell'incitatore e dell'amico degli studiosi. Le commemorazioni verranno stampate a parte nel presente fascicolo dei Rendiconti.

Il presidente comunica una lettera del S. C. prof. Alessandro Lattes, fratello dell'estinto, per ringraziare l'Istituto della viva parte presa al dolore della famiglia e alle onoranze funebri. Comunica pure un'epigramma del M. E. prof. Remigio Sabbadini in morte del M. E. Elia Lattes.

Dopo le commemorazioni l'Istituto sospende la seduta pubblica in segno di lutto, e si raccoglie in seduta secreta per la trattazione degli affari.

È all'ordine del giorno la proposta di nomina di un Membro effettivo nella Sezione di scienze fisico-chimiche: il prof. Murani, anziano della Sezione, riferisce intorno alla proposta per tale nomina.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno, vien tolta la seduta alle ore 15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 18 Giugno 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE: Artini, Berzolari, Fantoli, B. Gabba, Gobbi, Gorini, Grassi, Jorini, Mangiagalli, Mariani, Menozzi, Murani, R. Monti, Oberziner, Paladini, C. Pascal, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, Scherillo, C. Supino, Villa, Vivanti, Zingarelli, Zuccante;

e i SS. CC.: Barbiera, E. Bianchi, Borgese, Bruni, Carrara, Cisotti, Contardi, L. Gabba, Gallavresi, Giordano, Maggi, Medea, A. Monti, F. Supino, Verga.

Giustificano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Golgi, Jung, Brugnatelli.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Gamba P. Il R. Osservatorio geofisico di Pavia. Pavia, 1925.

Ivaldi G. Sulle trasformazioni dei vapori saturi. Roma, 1925.

Report of the scientific results of the Norwegian expedition to Novaya Zemlya 1921, edited by Olaf Holtedahl. Vol. 1. Oslo, 1924.

Visconti A. L'opera del governo austriaco nella riforma universitaria durante il ventenio 1753-73. Pavia, 1925.

N. 22 Tesi di laurea pubblicate dalla Facoltà di giurisprudenza della R. Università di Napoli. Napoli, 1902-24.

La Accademia delle scienze di Cracovia ha mandato tutti gli arretrati, dal 1914, delle sue pubblicazioni, oltre le seguenti opere e nuove serie di raccolte:

Archiwum filologiczne N. 1.... Cracovia, 1917....

Prace Komisyi historyi sztuki. Vol. 1.... Cracovia, 1917.

Prace Komisji jezykowej, N. 1.... Cracovia, 1917.

PRACE i Materjaly antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne. Vol. 1.... Cracovia, 1920....

STUDYA i Materialy do history ustawodawstwa synodalnego w Polsce, N. 1.... Cracovia, 1915....

LEPSZY L. e S. TOMKOWICZ. Zabytki sztuki w Polsce. Kraków, Kościol i klasztor oo. dominikanów. Cracovia, 1924.

ULANOWSKI B. Ksiegi sadow wiejskie. Vol. 1, Cracovia, 1921.

" " " Visitationes bonorum archiepiscopatus necnon capituli gnesnensis saeculi XVI. Cracovia, 1920.

WALEK T. Dzieje upadku monarchji Macedonskiej. Cracovia, 1924.

Il presidente, prof. Berzolari, presenta le pubblicazioni, giunte in omaggio dall'Università di Pavia: *Cenno storico dell' Università di Pavia,* Pavia, 1925; NATALI G. *Pavia e la sua Certosa, guida artistica.* Pavia, 1925; *L' Università di Pavia e i suoi Istituti*, Pavia, 1925.

Il M. E. prof. Artini presenta due opuscoli: HERMANN F. *Sur l' éventail de Bagnes et la nappe de la dent Blanche*, Paris, 1925; HERMANN F. *Sur le faisceau de plis en retour de Valsavaranche et les prolongements de l' éventail de Bagnes dans les Alpes franco-italiennes*, Paris, 1925.

Il S. C. prof. Emilio Bianchi presenta la nuova edizione degli *Scritti sulla storia della Astronomia antica* di GIOVANNI SCHIAPARELLI, e ne fa un' accurata recensione. La recensione sarà inserita a parte nei *Rendiconti.*

Il M. E. prof. Michele Scherillo presenta BASILE G. B. *Il Pentamerone, ossia la fiaba delle fiabe. Tradotte dall' antico dialetto napoletano e corredate di note storiche da Benedetto Croce.* Vol. 1 e 2, Bari 1925; SALATA F. *Guglielmo Oberdan, secondo gli atti segreti del processo, carteggi diplomatici e altri documenti inediti*, Bologna, 1924. Dell' una e dell' altra opera il prof. Scherillo fa una breve recensione, che sarà pure inserita, a parte, nei *Rendiconti.*

Indi il S. C. prof. Ettore Verga, ottenuto il permesso dal presidente, riferisce della richiesta fatta da Mantova pel ritorno a quella città delle pergamene mantovane esistenti presso l'Archivio di Stato di Milano e formanti qui insieme con le altre pergamene delle vaste provincie lombarde, l' Archivio diplomatico lombardo, per disposizione che rimonta a Napoleone e al Regno italico. Il Verga si esprime così:

« L' Archivio diplomatico fu formato a *scopo scientifico* dall'allora capitale del *Regno Italico*, e storicamente è quindi un

resto dell'alta posizione che ebbe in quel tempo Milano; sopraggiunta l'Austria, se si restituirono in varie riprese pergamene a stati ritornati autonomi, (Pontificio ecc.), pure si continuò l'idea, ridotta a formare qui l'Archivio diplomatico lombardo, e l'idea fu proseguita poi anche dall'Italia Unita; è del sec. XX l'invio a Milano del Fondo di Religione del dipartimento dell' Agogna.

Ma il fatto stesso, per quanto notevole in sè e degno di rispetto come memoria cittadina, non sarebbe forse argomento decisivo, se le ragioni per le quali originariamente si formò qui l'Archivio diplomatico non fossero scientificamente tuttora encomiabili, e non acquistassero anzi maggior valore per la sopraggiunta istituzione di due nuove università. Sono encomiabili, perchè quell' imponente massa di pergamene (circa 100.000) può essere la fonte talora indispensabile, di svariati studi d'indole generale, laddove giova molto meno di quanto si creda agli studi locali, i quali ad ogni modo possono compiersi bene anche senza lo smembramento.

Per persuadercene bisogna vedere la natura degli atti: sono gli atti non della vita religiosa o civile dei monasteri, ma della loro vita economica (livelli, compere, donazioni sia pur di re e di papi, e simili) e, appunto perchè tali, furono all'epoca delle soppressioni appresi coi beni dal Demanio, dove rimasero come allegati dei titoli di proprietà finchè si venne all'idea di fondare l'Archivio diplomatico. Data quindi tale natura, solo per incidenza se ne possono cavare notizie di storia politica, civile ecc. Un esempio eloquente l'abbiamo nella grande collezione edita degli atti del Comune di Milano avanti il 1216, che è preziosissima per molti studi, ma nulla o quasi aggiunge alla storia del nostro glorioso comune, quale si intende comunemente. Nel caso di Mantova, il Torelli, che ora si fa promotore della restituzione, nel suo volume sul sorgere della signoria Bonacolsiana in Mantova ben poco, e solo in via indiretta, pur essendosi largamente appoggiato anche alla diplomatica, cavò da queste pergamene degli enti religiosi, che ebbe agio di consultare largamente a Mantova stessa (perchè se richiesti da un serio studioso i documenti vengono mandati in luogo). Ad ogni modo tutto ciò che a tali fini si può cavare, si può ottenere benissimo di sulle pubblicazioni; e Mantova ha già edite tutte le pergamene antiche, e già è in corso di stampa la prosecuzione.

Vi sono invece studi che non si possono fare senza avere sott'occhio una imponente congerie di documenti, *e non di un solo luogo perchè le diversità solo dai confronti si rilevano*: sono questi gli studi economici e giuridici medievali, e più ancora quelli di paleografia e di diplomatica.

Lo smembramento sottrarrebbe questa fonte preziosissima agli studiosi di Milano e d'altrove, rendendo quegli studi quasi impossibili ai più non solo, ma mentre a Milano è probabile che sempre ci siano cultori di queste scienze, e vadano anzi crescendo ora che abbiamo due università ove si insegnano, è ben difficile che ciò accada nelle città minori, e, pei casi, certo infrequenti, in cui venissero richieste, si possono dare a prestito. Per conseguenza ne verrebbe un grave danno allo sviluppo delle due università stesse e in parte alla vicina di Pavia, per la quale è più utile avere a Milano tutto l'insieme che avere in Pavia stessa una piccola parte — la pavese — e veder disperso in tutta la Lombardia il resto. Poiche è ben evidente, che, inviate ora le pergamene a Mantova, bisognerà mandare le altre a Pavia, che invano le chiese nel 1923, a Brescia che pure le voleva nel 1920, a Cremona e così via, *distruggendo* quindi questo grande Archivio invidiatoci *dai dotti che vi accorrono continuamente*. Oggi Milano, sebbene non paia a tutta prima, è un centro paleografico diplomatico a cui pochissimi possono essere messi a pari: da una parte l'Ambrosiana coi codici, dall'altra il Diplomatico coi documenti formano un complesso, includenti una possibilità infinita di studi ».

Alle parole del Verga queste altre aggiunge il S. C. prof. Giuseppe Gallavresi:

« Sono ben lieto che un corpo alto e imparziale quale l'Istituto lombardo manifesti il suo monito contro un'iniziativa che minerebbe l'attività feconda di un Archivio invidiatoci dallo straniero. Si tratta di carte antichissime, di niun altro riferimento locale salvo quello spettante alla toponomastica che non possono giovare a studii economico-giuridici, di storia del costume, di paleografia se non per il grande cumulo di minuti elementi e che dispersi perderebbero ogni significato. Del resto quando Pavia dopo la caduta del regno italico ebbe di ritorno le sue pergamene, non le utilizzò e finì a restituirle all'Archivio milanese. L'esperienza di un secolo di fervida operosità scientifica ha collaudato ormai l'opera unificatrice di Napoleone I, che potrebbe caso mai esser completata col con-

centramento a Roma, non certo colla polverizzazione chiesta per vedute municipali ».

E presentano il Verga e il Gallavresi il seguente ordine del giorno che è firmato da parecchi altri membri e riassume le idee da loro espresse:

« L'Istituto Lombardo, considerando che il destinare a Mantova le pergamene mantovane esistenti in numero di circa 15000, presso l'Archivio diplomatico dell'Archivio di Stato di Milano, provocherebbe la distruzione di questo immenso e preziosissimo deposito con grave danno degli studi generali di economia, di diritto, di linguistica, di paleografia e diplomatica, e pochissimo vantaggio per gli studi locali, esprime il voto che l'Archivio diplomatico rimanga qual è da oltre un secolo in Milano, che, essendo ora anche centro di studi universitarii ha maggior bisogno di grandiosi e organici depositi di materiali di studio ».

Dopo i professori Verga e Gallavresi chiede la parola il prof. Carlo Pascal. Egli dichiara che non desidera che la discussione sia molto prolungata e che perciò egli sarà molto breve. Come criterio generale egli non può accettare quello enunciato dei due egregi proponenti, e ciò per due ragioni: prima perchè al criterio della collezione fatta per materie a lui sembra preferibile, ed anche scientificamente più alto quello che le opere d'arte e i documenti storici rimangono nel loro luogo di origine: secondo, perchè vi sono ragioni ideali e morali che consigliano a non privare le singole città, e specialmente le città minori a vantaggio delle grandi, di tutto ciò che forma il legittimo orgoglio cittadino e la precipua importanza dei singoli istituti. E ciò tanto più in quanto che gli studiosi già sanno dove le opere d'arte e i documenti storici si trovino e possano dunque recarvisi a prenderne cognizione e a farne studio diretto.

Una breve dichiarazione di astensione fa, dopo ciò, il prof. Giulio Vivanti. Parlano in seguito il prof. Giovanni Patroni, il quale propone che la questione sia deferita allo studio di una Commissione e il prof. Michele Scherillo, il quale combatte tale proposta come affatto inutile, poichè l'Istituto è ben informato oramai della questione, nè ha bisogno di altri lumi.

Il presidente, dopo così esauriente discussione, mette in votazione l'ordine del giorno presentato; l'ordine del giorno è approvato a grande maggioranza con 21 voti favorevoli, due

contrari e due astenuti, su 25 votanti. Esso verrà trasmesso a Sua Eccellenza il Ministro dell'Interno.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Giovanni Oberziner discorre di « *Res Alpinae* ».

Il M. E. prof. Ettore Artini illustra la sua nota: « *Vesuvianite di Antronopiana (Ossola)* ».

Il M. E. prof. Luigi Mangiagalli espone: « *Esperienza di mezzo secolo nella cura dei fibromi uterini* ».

Il M. E. prof. Nicola Zingarelli discorre di: « *Nuovi raffronti tra la Primera Cronica ed il Cantore del Cid* ».

Il prof. Arnaldo Masotti presenta una nota: « *Nuovi tipi di onde periodiche permanenti e irrotazionali* ». Questa nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche.

Terminate le letture, l'Istituto si raccoglie in adunanza segreta.

Si deve provvedere a un membro della Commissione giudicatrice del concorso alla Borsa di studio Golgi, che rappresenti l'Istituto. Su proposta del presidente, accettata unanimemente, è eletto a membro della Commissione giudicatrice il M. E. prof. Luigi Sala.

Segue, nell'ordine del giorno, la discussione sulla proposta di nomina di un Membro Effettivo nella Sezione di scienze fisico-chimiche. Nessuno chiede di parlare; l'elezione del Membro Effettivo avrà dunque luogo nella prossima adunanza.

Segue la discussione sul bilancio consuntivo del 1923-1924 e del preventivo 1925-1926. Il Censore, M. E. prof. Ulisse Gobbi, legge la relazione dei Censori sul consuntivo: propone un voto di plauso alla Presidenza che sa lottare con successo contro le difficoltà e le angustie finanziarie dell'Istituto e la approvazione esplicita del bilancio. E il bilancio consuntivo e il preventivo sono approvati all'unanimità.

Si passa alla designazione dell'oratore per il discorso inaugurale dell'anno accademico 1926. Su proposta del presidente e con plauso del corpo accademico viene designato oratore il M. E. prof. Angelo Menozzi.

Segue, nell'ordine del giorno, il conferimento di una pensione accademica nella classe di lettere e scienze morali e storiche, rimasta vacante per la morte del M. E. prof. Elia Lattes.

Richiamati gli articoli 32 e 18 del Regolamento organico intorno al conferimento della pensione accademica, e consta-

tata la presenza della metà più uno dei Membri Effettivi pensionati, condizione necessaria perchè la votazione sia valida, il presidente indice la votazione. Raccolte le schede e nominati scrutatori i MM. EE. Gobbi e Gorini, risulta che eletto dal 18 giugno 1925 a fruire la pensione accademica, con 15 voti su 15 votanti, è il M. E. prof. Camillo Supino. Il Presidente proclama tale risultato; e di esso sarà tosto data notizia al Ministero della Pubblica Istruzione, per l'approvazione reale.

L'adunanza è tolta alle ore 16.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Adunanza del 2 Luglio 1925

PRESIDENZA DEL SENAT. AVV. BASSANO GABBA

VICEPRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, ARTINI, DEVOTO, B. GABBA, GOBBI, GORINI, GRASSI, JORINI, MARIANI, R. MONTI, MURANI, PALADINI, PATRONI, E. A. PORRO, RICCHIERI, SALA, SCHERILLO; e i SS. CC.: BELFANTI, BELLUZZO, E. BIANCHI, BORGESE, BRUNI, CISOTTI, L. GABBA, MAGGI, MONNERET, MONTEMARTINI, A. MONTI, PESTALOZZA, F. SUPINO, VERGA, ZUNINI.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. BRUGNATELLI, GOLGI, JUNG, ZUCCANTE, segretario, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. BERZOLARI, presidente, C. SUPINO, OBERZINER, VILLA, VIVANTI e ZINGARELLI.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Dalla Casa editrice Giuseppe Laterza e Figli di Bari:
DE RUGGIERO G. Storia del liberalismo europeo. Bari, 1925.

Campanella E. Del senso delle cose e della magia; testo inedito italiano con le varianti dei codici e delle due edizioni latine a cura di A. Bruers. Bari, 1925.

Omero. Odissea; traduzione in versi esametri di Manlio Faggella. Libri XIII-XXIV. Bari, 1925.

Dalla Università Cattolica del S. Cuore, oltre alle solite pubblicazioni periodiche, sono giunte le seguenti opere:

Casotti M. Lettere sulla religione. Milano, 1925.

Chiocchetti E. La filosofia di Benedetto Croce. III ediz. Milano, 1924.

Horn E. S. Elisabetta d'Ungheria. Versione italiana di B. Facchinetti. Milano, 1924.

Paolo (San). A cura dei PP. G. Genocchi, V. Ceresi e del prof. L. Costantini. Milano, 1925.

Rubino C. Nella luce. Milano, 1925.

Sinibaldi G. Il regno del SS. Cuore di Gesù. Milano, 1924.

Sticco M. Il pensiero di S. Bernardino da Siena. Milano, 1924.

Dagli autori:

Agamennone G. Animali e terremoti. Subiaco, 1925.

Giordano L. Momenti lirici. Paesaggi liguri; varie. Genova, 1925.

Timpanaro S. Esperienze sulle lamine galleggianti. Roma, 1925.

Dall'ufficio Scambi Internazionali sono pervenuti: 22 pacchi dagli Stati Uniti d'America, 8 dal Belgio, 2 dalla Cecoslovacchia, 8 dalla Francia, 3 dalla Polonia e 7 dalla Svizzera, tutti contenenti pubblicazioni periodiche in cambio, provenienti da Accademie e Società residenti in dette nazioni.

Il presidente comunica una lettera di ringraziamento del M. E. prof. Camillo Supino per la pensione accademica conferitagli. Comunica pure una lettera del Ministero dell'Istruzione colla quale avverte di aver disposto L. 10.000 a favore dell'Istituto Lombardo a titolo di sussidio.

Il M. E. senat. prof. Michele Scherillo presenta i cinque volumi della Storia di Como descritta dal March. G. Rovelli, colle seguenti parole:

« Il compianto ingegnere prof. Giuseppe Rovelli dei Marchesi di Nova si era proposto di raccogliere il maggior numero di esemplari che potesse della *Storia di Como*, descritta dal suo antenato Marchese Giuseppe Rovelli, patrizio comasco, per farne dono alle biblioteche pubbliche a cui mancava. Quell'opera debitamente famosa, è fondamentale per la storia comasca. Il nobile proposito fu trasmesso per testamento alla vedova mar-

chesa Maria Rovelli di Nova Rizzardi; la quale, con non lieve fatica e dispendio ma anche col giusto e gentile compiacimento di adempiere a un sacro e caro dovere verso la memoria del degnissimo consorte, è riuscita ad acquistare finora tre copie dell'opera dovunque ricercata. Due ne ha destinate a biblioteche comasche; la terza, in uno stato di conservazione perfetta, essa presenta in omaggio al nostro Istituto, che così viene ad arricchirsi di un lavoro insigne e bibliograficamente prezioso, che non mancava soltanto alla nostra libreria ma manca alle altre pur cospicue biblioteche milanesi. La *Storia* è divisa in tre parti e in cinque grossi volumi; e ad essa è aggiunto, come appendice, la « Storia de' principali avvenimenti dopo l'ingresso dei Francesi in Lombardia, cioè dal maggio del 1796 a tutto il 1802 ». — Alla nobile e gentile donatrice, cui è di conforto il pensiero di rendere pur questo pubblico tributo di memore affetto alla memoria del marito defunto, mi si consenta di esprimere la riconoscenza dell'Istituto ».

Lo stesso M. E. senat. Scherillo, quale rappresentante dell'Istituto nell'Unione accademica nazionale, riferisce intorno ai lavori compiuti nell'anno accademico 1924-25 dalla detta Unione e ne presenta la relazione diramata ai Ministri dell'istruzione e degli esteri e alle Accademie associate.

Il M. E. prof. Giuseppe Ricchieri ricordando la spedizione al polo nord dell'esploratore Amundsen propone l'invio del seguente ordine del giorno al presidente della Società delle scienze di Cristiania perchè ad Amundsen venga comunicato:

« Il Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, nella sua prima adunanza dopo il ritorno di Roald Amundsen dall'epico volo, ricordando il saluto e l'augurio che gli inviò quando stava preparando la prodigiosa impresa, esprime ora a Lui ed ai suoi Compagni la più alta ammirazione per la sublime audacia e l'indomita energia nuovamente dimostrate, e per i nuovi risultati tanto eroicamente acquisiti alla scienza della Terra ».

Il S. C. prof. Giuseppe Bruni presenta il volume: *Pubblicazioni del Laboratorio di chimica generale del R. Politecnico di Milano, 1921-1925,* illustrandone il contenuto.

Si passe alle letture.

Il S. C. prof. Gian Antonio Maggi presenta la sua Nota: *Riflessioni sulle recenti esperienze di D. C. Miller, attinenti alla teoria della relatività.*

Il segretario prof. Murani, in assenza dell' autore, legge un riassunto della Nota del S. C. Enrico Besta: *Usatici ed usi curiali di Barcellona.*

Il M. E. prof. Francesco Grassi riferisce sulla Nota del dott. Luigi Piatti: *Nuovo metodo per la determinazione dei punti di fusione con l'impiego di piccole quantità di sostanze.* Essa era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze fisico-chimiche.

Il S. C. prof. Umberto Cisotti, in assenza degli autori, presenta per l'inserzione nei Rendiconti le tre seguenti Note, ammesse dalla Sezione di scienze matematiche: prof. Ugo Broggi, *Misura di un insieme e probabilità*; prof. Angelo Pensa, *Le formule di Frenet per le curve di un iperspazio, ottenute con metodo vettoriale. Applicazioni alle eliche di un Sn*; prof. Giuseppe Belardinelli, *Sulle curve di convergenza delle serie di polinomi.*

Il M. E. prof. Ernesto Mariani riferisce anch' egli, in assenza dell' autore, sulla Nota del prof. Paolo Vinassa, « *Dictyonema* » *ed* « *Archaeocyathus* » *dell' Ordoviciano sardo.* La Nota era stata ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze naturali.

Terminate le letture, l' Istituto si raccoglie in adunanza privata.

Il S. C. prof. Serafino Belfanti legge la relazione della Commissione esaminatrice del Concorso Cagnola, 1924, (miasmi e contagi). L' Istituto approva le conclusioni della Commissione, che unanimemente giudica il dott. Piero Redaelli meritevole del premio.

Il M. E. avv. E. A. Porro presenta la relazione sul Concorso alla Borsa di Studio (scienze politiche, giuridiche e sociali) della Fondazione Vittorio Emanuele II presso la Cassa di Risparmio di Milano e ne comunica la graduatoria. L'Istituto approva.

Il S. C. prof. Luigi Zunini legge la relazione del Concorso alla Borsa di Studio Amalia Visconti Tenconi, colla proposta che la Borsa venga assegnata all'ing. Luigi Baggiani. L' Istituto approva.

Si procede infine alla votazione per la nomina di un Membro Effettivo nella Sezione di scienze fisico-chimiche. Il presidente nomina a scrutatori i Membri Effettivi Artini e Scherillo. Fatto lo spoglio delle schede, a sensi dell' art. 15,

comma 1° e comma 2° del regolamento organico, risulta eletto con voti 34 su 35 votanti, il prof. Giacomo Carrara del R. Politecnico di Milano, già Socio corrispondente dell' Istituto. Il presidente proclama la elezione e ne comunicherà la nomina al Ministero dell' Istruzione per la sanzione reale.

Esaurita la materia posta all' ordine del giorno, viene tolta l'adunanza alle ore 15.

Il Presidente
B. GABBA

Il Segretario
O. MURANI

RECENSIONI ORALI

Adunanza del 18 giugno 1925.

Il M. E. senatore SCHERILLO, presentando il magnifico volume, riccamente illustrato, del senatore SALATA intorno a *Guglielmo Oberdan* (Bologna, Zanichelli), così si esprime:

« Il sen. Salata è istriano (n. a Ossero il 17 sett. 1876); e, dopo la vittoria, ha potuto compiere, quale delegato archivista italiano, una fortunatissima missione a Vienna. Questo volume, che contiene gli atti segreti del processo Oberdan e i carteggi diplomatici e tutti gli altri documenti e carteggi inediti ad esso relativi, e illustrazioni e facsimili d'ogni genere, è il primo frutto delle accurate e oculate indagini in quegli archivi finqui gelosamente chiusi, completate dalle ricerche nel nostro archivio diplomatico, rese possibili dalla larghezza del Governo nazionale. Seguiranno: i *Costituti del conte Federico Confalonieri*, finalmente rintracciati nell'archivio privatissimo dell' imperatore (sono 51 fascicoli di 1285 fogli), donde la figura del patriota lombardo emerge in tutta la sua eroica bellezza; e il carteggio degli agenti e ministri austriaci riguardante il re Carlo Alberto dal 1814 al 1849, che proietta nuova e insperata luce sul Re martire.

« Da tempo il Salata attendeva a raccogliere documenti e testimonianze che valessero a chiarire il mistero che avvolgeva l' opera, il processo penale e la condanna dell' Oberdan; e una primizia s' apparecchiava a darne nella ricorrenza del 35° anniversario del supplizio. Ma sopraggiunse la catastrofe di Caporetto, che per poco non travolse e disperse quella messe così faticosamente raccolta. Di quel contrattempo il S. fu largamente compensato dalla scoperta che fece nel '23 a Vienna e a Innsbruck degli atti processuali. Così ora ha potuto dare la serie completa dei documenti ufficiali riguardanti il temerario proposito, l'eroico contegno, e l' iniqua quanto insensata condanna del martire triestino. E a commento e illustrazione di essi, pubblica o riassume quanto si disse o si stampò nel Parlamento, nei giornali nostri e austriaci, nella corrispondenza privata a lui accessibile, e soprattutto nelle conversazioni e nel carteggio diplomatico svoltesi tra il nostro Ministro degli Esteri e l' Ambasciatore austriaco a Roma. Da tutta questa amplissima congerie di documenti (che forse non tutti meritavano l'onore della stampa: p. es. tanti degl' interrogatori dei gendarmi che arrestarono l'Oberdan a Ronchi, o dei paesani in cui questi s' imbattette dopo lo sconfinamento ecc.), e dalla narrazione volutamente

arida e scevra d'ogni lirismo, il S. può giustamente compiacersi che il suo eroe « esce ingrandito, quasi trasumanato, più che dalla poesia di ieri. Lo stesso sfondo grigio della realtà politica del suo tempo, che gli archivi diplomatici ci hanno rivelata anche più triste delle apparenze, giova ancor esso, per ragione di contrasto, alla radiosa immagine del protagonista ». Al quale Trieste riconoscente s'appresta a erigere un monumento. « Anche questo volume », soggiunge il S., « vuol essere un contributo all'onoranza che è un debito della intera nazione ».

« Con qual senso di disgusto non apprendiamo dalla voce stessa di chi era allora a capo del governo d'Italia quanta fosse la soggezione e l'umiliazione nostra di fronte allo sprezzante contegno dell'Austria alleata! La nostra mente e il nostro cuore rievocano perciò con sempre nuova e sempre più intensa gratitudine l'adorata immagine di quei nostri figliuoli che, col sacrificio delle loro gagliarde e promettenti giovinezze, ci hanno non solo riconquistata la patria ma ridataci la dignità di popolo libero, padrone dei suoi destini. Sarebbe parso certamente folle chi avesse allora vaticinato al cinico e dissennato « imperatore degl'impiccati » e ai degni suoi ministri conte Taaffe, presidente del Consiglio dei Ministri, e conte Ludolf, l'arrogante ambasciatore a Roma, nonchè ai nostri pusillanimi governanti, Depretis, presidente del Consiglio, e Mancini, ministro degli esteri, che tra solo trentasei anni il colosso formidabile dell'impero danubiano sarebbe crollato, e che lo avrebbe infranto e disperso proprio quel popolo d'Italia che essi gareggiavano, per fatuo orgoglio o per vile prudenza, nel non comprendere; che anzi il miglior fiore delle superstiti giovinezze italiane sarebbe entrato giubilante in Trieste redenta, « col segno di vittoria incoronato » e ripetendo il vindice ritornello: « Morte a Franz, viva Oberdan! ».

Il S. C. prof. Bianchi riferisce circa il primo volume degli « Scritti sulla Storia della Astronomia antica » dello Schiaparelli, rilevando tutta la importanza dell'opera ai fini di una sicura ricostruzione del pensiero astronomico dei Babilonesi, degli Ebrei e dei Greci.

Tratta separatamente dei tre gruppi di memorie che a questi tre popoli si riferiscono, ne mette in luce il grande valore scientifico e storico, ne ricorda le principali conclusioni; ed esprime il rammarico per la perdita del grande Astronomo proprio quando Egli stava concretando quella Storia dell'Astronomia che avrebbe costituito il più eccelso monumento a coronazione della Sua vita.

Tributa poi lode incondizionata ai curatori del volume, il compianto dott. Attilio Schiaparelli ed il prof. Luigi Gabba, al quale ultimo è affidata la sorveglianza sulla pubblicazione dei volumi secondo e terzo.

CENTRI DELLE ACCELERAZIONI DI ORDINE n NEL MOTO CONTINUO D' UN SISTEMA RIGIDO

Nota del capitano GIOVANNI MARSEGUERRA

(Adunanza del 16 aprile 1925)

Se il sistema rigido S è piano ed è in moto nel suo piano è noto che esistono in generale delle linee fisse che sono luoghi dei *centri delle velocità* e dei *centri delle accelerazioni di qualsiasi ordine*, luoghi che si costruiscono facilmente (*).

Se il sistema rigido S non è piano, ma è in moto continuo piano, a giacitura di moto costante, è noto che esiste, in generale, una rigata (superficie cilindrica) luogo degli *assi istantanei di rotazione*, ma esistono evidentemente anche delle rigate (superficie cilindriche) luogo degli assi istantanei delle accelerazioni di qualsiasi ordine (**).

Se il sistema S non è piano ed è in moto continuo non piano, è pure noto che *non esistono* centri delle velocità. In questa breve nota vogliamo far vedere come in tal caso *esistano*, in generale, delle linee che sono luogo dei centri delle accelerazioni dei vari ordini superiori al primo (ordinarie velocità).

1. — Il sistema rigido S può, senza che si tolga nulla alla generalità, essere supposto *illimitato*, cioè tale da riem-

---

(*) C. Burali-Forti. *Calcolo grafico del moto piano di una figura rigida* (Ingegneria, rivista tecnica mensile, 1º giugno 1924).

(**) Analogamente all'asse istantaneo di rotazione (asse istantaneo dei centri delle velocità o delle accelerazioni di 1º ordine) al tempo t si può in generale definire, in un sistema rigido in moto, l'asse istantaneo delle accelerazioni di ordine n al tempo t, quando esista, come la retta dello spazio fisso luogo, al tempo t, dei punti del sistema aventi accelerazioni di ordine n nulla.

pire tutto lo spazio geometrico. Il moto continuo di S è individuato esprimendo i punti di S (punti generici P, Q, R,....) in funzione del tempo t, funzioni che si suppongono continue e tali che ammettano le derivate di qualsiasi ordine, valendo sempre la condizione di *rigidità*

$$(P - Q)^2 = \text{costante},$$

qualunque siano i punti P e Q di S, per ogni valore di t. Il tempo t può variare in un intervallo finito od infinito qualsiasi.

Se P, Q,.... sono punti, funzioni di t, del sistema S, nell'istante t, indicheremo con P_0, Q_0,.... le posizioni di tali punti nel particolare istante t_0 (che si può chiamare tempo iniziale) e con S_0 la posizione di S nel tempo t_0. È ben noto che esiste un solo *rotore* α, funzione di t_0 e di t, tale che (*)

$$(1) \qquad P - Q = \alpha(P_0 - Q_0) \quad \text{cioè} \quad P_0 - Q_0 = \mathrm{K}\alpha(P - Q)$$

Derivando la (1), prima forma, n volte rispetto a t e tenendo conto della (1) stessa, seconda forma, si ha (notazioni di Lagrange per le derivate)

$$(2) \qquad P^{(n)} - Q^{(n)} = \alpha^{(n)} . \mathrm{K}\alpha(P - Q).$$

Per abbreviare la scrittura conviene porre

$$(3) \qquad \beta_n = \alpha^{(n)} . \mathrm{K}\alpha \text{ (**)}$$

(*) C. Burali-Forti e T. Boggio. *Meccanica razionale* pag. 57 (Collezione Lattes, Torino). Conserviamo le notazioni di questo libro che, nelle citazioni, indicheremo con M. R.

Volendo porre in evidenza che α è funzione di t_0 e di t si potrà scrivere $\alpha(t_0, t)$ e si avrà

$$\alpha(t_0, t_0) = 1; \quad \alpha(t_0, t) = \mathrm{K}\alpha(t, t_0) = \alpha^{-1}(t, t_0);$$
$$\alpha(t_0, t) = \alpha(t_1, t) . \alpha(t_0, t_1).$$

(**) Dalla (3) si ha

$$\beta'_n = \alpha^{(n+1)} . \mathrm{K}\alpha + \alpha^{(n)} . \mathrm{K}\alpha' = \beta_{n+1} -$$
$$- \alpha^{(n)} . \mathrm{K}\alpha . \Omega \wedge = \beta_{n+1} - \beta_n . \Omega \wedge$$

e perciò si ricava la formula notevole

$$\beta_{n+1} = \beta'_n + \beta_n . \Omega \wedge .$$

e la (2) diviene

$$P^{(n)} - Q^{(n)} = \beta_n \, (P - Q) \quad (*) \tag{4}$$

Se β_n è un'omografia propria due punti qualunque del sistema hanno accelerazioni di ordine n differenti; se β_n è l'omografia nulla, e solo in questo caso, tutti i punti del sistema hanno accelerazioni di ordine n eguali; se β_n è un'omografia degenere di prima specie ($\mathrm{R}\, \beta_n = 0$) ed $\boldsymbol{i}$ è uno dei due vettori unitari paralleli all'unica direzione unita rispetto a β_n, tutti e soli i punti Q del sistema per i quali $Q^{(n)} = P^{(n)}$ sono quelli del piano passante per P e normale al vettore non nullo $\mathrm{K}\, \beta_n \boldsymbol{i}$; se infine β_n è un'omografia degenere di 2ª specie ($\mathrm{R}\, \beta_n \neq 0$) ed $\boldsymbol{i}$ è uno dei due vettori unitari paralleli all'unica direzione nulla rispetto a β_n, tutti e soli i punti Q del sistema per i quali $Q^{(n)} = P^{(n)}$ sono quelli della retta passante per P e parallela ad $\boldsymbol{i}$ (**).

2. — Supponiamo ora che β_n, per tutti i valori di t di un intervallo (anche quello totale), sia sempre invertibile, cioè

(*) Siccome (M. R. pag. 22) si ha

$$\alpha' = \Omega \wedge \alpha \quad \text{con} \quad \Omega = \mathrm{V}\,(\alpha' \,.\, \mathrm{K}\,\alpha)$$

risulta

$$\beta_1 = \alpha' \,.\, \mathrm{K}\,\alpha = \Omega \wedge \alpha \,.\, \mathrm{K}\,\alpha = \Omega \wedge$$

e quindi

$$P' - Q' = \Omega \wedge (P - Q)$$

che è la formula fondamentale della cinematica (M. R. pag. 79).

Analogamente si ha

$$\beta_2 = \beta'_1 + \beta_1 \,.\, \Omega \wedge = \Omega' \wedge + (\Omega \wedge)^2$$

e β_2 coincide con la β di M. R. pag. 80.

Ugualmente si avrebbe

$$\beta_3 = \Omega'' \wedge - \Omega^2 \,.\, \Omega \wedge + \Omega \wedge \,.\, \Omega' \wedge + 2\, \Omega' \wedge \,.\, \Omega \wedge$$

$$\beta_4 = \Omega''' \wedge - 2\, \Omega \times \Omega' \,.\, \Omega \wedge - \Omega^2 \,.\, \Omega' \wedge + \Omega \wedge \,.\, \Omega'' \wedge +$$
$$+ 3\, \Omega'' \wedge \,.\, \Omega \wedge + 3\, (\Omega' \quad)^2 - \Omega \times \Omega' \,.\, \Omega + 2\, \Omega' \wedge \,.\, (\Omega \quad)^2 - \Omega^2 (\Omega \wedge)^2$$

. . . .

. . . .

In generale si ha che la β_n, che evidentemente è funzione del solo tempo t, viene espressa mediante il vettore rotazione istantanea Ω e le sue prime $n - 1$ derivate.

(**) C. Burali-Forti e R. Marcolongo: *Omografie vettoriali* (G. B. Petrini, Torino) pp. 36-41.

che $I_3 \beta_n = I_3 \alpha^{(n)} \neq 0$ per tutto l'intervallo. Operando con β_n^{-1} nei due membri della (4) si ha

$$P - \beta_n^{-1} P^{(n)} = Q - \beta_n^{-1} Q^{(n)} \tag{5}$$

ne segue che posto

$$H_n = P - \beta_n^{-1} P^{(n)} \tag{6}$$

il punto H_n è una funzione di t (dipendente dal moto del sistema rigido) indipendente dal punto particolare P di S mediante il quale è espresso dalla (6).

Dalla (6) segue

$$P^{(n)} = \beta_n (P - H_n) \tag{7}$$

e quindi, nell'ipotesi fatta per β_n, si ha che il *punto* H_n *è il centro delle accelerazioni di ordine* n *dell'istante* t; e che H_n, *col variare di* t, *descrive una linea* h_n, *luogo fisso dei centri delle accelerazioni di ordine* n (*).

Se K_n è il punto di S_0, funzione di t_0 e di t, che nel tempo t assume la posizione H_n si ha

$$\alpha (P_0 - K_n) = P - H_n \tag{8}$$

e quindi

$$K_n = P_0 - K \alpha (P - H_n).$$

Questo punto K_n, funzione di t_0 e di t, dà luogo a due sistemi di linee. Uno è formato dalle linee k_{n,t_0} che si ottengono assegnando a t_0 un determinato valore e facendo variare t soltanto; nel tempo t_0 la linea k_{n,t_0} è rigidamente connessa col sistema rigido e k_{n,t_1} è la posizione che, trascinata dal sistema rigido, assume k_{n,t_0} nel tempo t_1 (**) e durante il moto

(*) Sebbene evidente è importante notare che H_n, pur essendo funzione di t, non è uno dei punti in moto del sistema rigido S. Il punto di S che nell'istante t assume la posizione H_n ha, nell'istante t, accelerazione di ordine n nulla.

(**) Se indichiamo con $\Omega(t)$ il vettore Ω nel tempo t e ricordiamo che

$$\alpha (t, t_0) = K \alpha (t_0, t)$$

si ha

$$\partial K \alpha / \partial t_0 = \Omega (t_0) \wedge K \alpha$$

e quindi dalla (8), seconda forma,

$$\frac{\partial K_n}{\partial t_0} - \left(\frac{d P}{d t}\right)_{t=t_0} = \Omega (t_0) \wedge (K_n - P_0)$$

che conferma come la curva k_{n,t_0} sia rigidamente collegata con S.

(variabile t_0) i punti K_n, per i vari valori di t, assumono le posizioni dei corrispondenti H_n. In altri termini durante il moto di S la linea $k_{n\,t_0}$, variabile con t, ma rigidamente connessa con S, viene ad appoggiarsi punto a punto (ciascun K_n col corrispondente H_n) alla linea fissa h_n, luogo fisso dei centri delle accelerazioni di ordine n. Un altro sistema di linee è formato dalle traiettorie dei punti K_n (t_0 variabile, t fisso), e la tangente in K_n è parallela al vettore $\dfrac{\partial K_n}{\partial t_0}$.

Dalla (8), prima forma, si ha (*)

$$\alpha \frac{\partial K_n}{\partial t} = H'_n - \{P' + \Omega \wedge (H_n - P)\} \tag{9}$$

la quale prova che, durante il moto, la linea k_{n,t_0} si appoggia alla linea h_n, nel tempo t il punto K_n viene sul corrispondente H_n, ma la tangente a k_{n,t_0} in K_n non si dispone, in generale, sulla tangente a h_n in H_n (**); come pure che gli archi di k_{n,t_0} e h_n tra i punti corrispondenti ai tempi t_0 e t non sono, in generale, eguali (***).

(*) In generale se H è un punto *qualunque* in moto, funzione del tempo t, e consideriamo contemporaneamente un sistema rigido in moto indicando con K_0 la posizione assunta al tempo t_0 dal punto K del sistema rigido che al tempo t va a coincidere colla posizione assunta nello stesso istante da H, e con P un punto generico del sistema rigido, colle solite notazioni, si ha

$$H - P = \alpha\,(K_0 - P_0)$$

da cui, per derivazione rispetto a t,

$$H' - P' = \Omega \wedge (H - P) + \alpha \frac{\partial K_0}{\partial t}$$

e quindi

$$\alpha \frac{\partial K_0}{\partial t} = H' - \{P' + \Omega \wedge (H - P)\}.$$

(**) altrimenti dovrebbe essere

$$\alpha \frac{\partial K_n}{\partial t} \wedge H'_n = 0.$$

(***) Altrimenti dovrebbe essere

$$\left(\frac{\partial K_n}{\partial t}\right)^2 = H'^2_n.$$

ogliamo ora esaminare che cosa avviene per quei · i quali β_n non è invertibile, cioè per quelli in

ccome

$$\beta_1 = \Omega \wedge$$

vertibile per nessun valore di t e quindi, come dato al principio di questa Nota, non esiste, nel no d'un sistema rigido, la linea h_1, luogo dei elocità o delle accelerazioni del 1° ordine. Supin primo luogo, che per un valore t_1 del tempo $= 0$ (per $n > 1$) esista un intervallo di tempo, interno o ad un estremo, tale che per tutti i ersi da t_1 si abbia $I_3 \beta_n \neq 0$.

rso da t_1 dalla nota formula generale

$$\beta_n^{-1} = \frac{R K \beta_n}{I_3 \beta_n}$$

ue

$$I_3 \beta_n H_n = I_3 \beta_n P - R K \beta_n P^{(n)}$$

$$H_n)(= -\lim_{t \to t_1} (R K \beta_n P^{(n)}) = -\lim_{t \to t_1} (R K \beta_n) P_1^{(n)}$$

qualunque del sistema rigido, che acquista, al osizionne P_1.

o t_1 è

$$R K \beta_n = 0 ,$$

l tempo t_1 è l'omografia nulla oppure un'omoe di 1ª specie (diade), il limite ordinario del t tendente a t_1, non esiste.

mpo t_1, è $\beta_n = 0$ poichè in ogni tempo, comunque esiste un punto del sistema rigido avente accedine n nulla e inoltre, al tempo t_1, tutti i punti nno un'eguale accelerazione di ordine n, se ne agioni di continuità, che tutti i punti del sistema l tempo t_1, un'accelerazione d'ordine n nulla. uindi, al tempo t_1, potrà occupare una posizione o spazio.

po t_1, la β_n è un'omografia degenere di prima uno dei due vettori unitari paralleli alla dire-

zione unita rispetto a β_n si ha, al tempo t_1,

$$\beta_n = \mathrm{H}\,(\mathrm{K}\,\beta_n\,\boldsymbol{i},\,\boldsymbol{i}) \qquad [\mathrm{K}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \neq 0]$$

e quindi

$$P_1^{(n)} - Q_1^{(n)} = \mathrm{K}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times (P_1 - Q_1)\,.\,\boldsymbol{i} = \boldsymbol{i} \times (P_1^{(n)} - Q_1^{(n)})\,.\,\boldsymbol{i}$$

e perciò

$$P_1^{(n)} \wedge \boldsymbol{i} = Q_1^{(n)} \wedge \boldsymbol{i} \quad ; \quad P_1^{(n)} \wedge Q_1^{(n)} \times \boldsymbol{i} = 0\,.$$

. Se un particolare punto del sistema rigido non ha, al tempo t_1, accelerazione d'ordine n parallela ad $\boldsymbol{i}$ nessun'altro punto del sistema potrà avere, nello stesso tempo t_1, accelerazione d'ordine n parallela a $\boldsymbol{i}$, e quindi *non esiste* il pnnto H_n al tempo t_1; se invece un particolare punto del sistema rigido ha, al tempo t_1, accelerazione d'ordine n parallela ad $\boldsymbol{i}$ anche tutti gli altri punti del sistema avranno, nello stesso tempo t_1, accelerazione d'ordine n parallela ad $\boldsymbol{i}$, ed esistono inoltre infiniti punto dello spazio (appartenenti ad un determinato piano normale a $\mathrm{K}\,\beta_n\,\boldsymbol{i}$) che si possono considerare come punti H_n al tempo t_1, cioè tali che per essi passano al tempo t_1 punti del sistema con accelerazioni d'ordine n nulla. Posto

$$P_1^{(n)} = \pm \bmod P_1^{(n)}\,.\,\boldsymbol{i} = p_n\,\boldsymbol{i}$$

quest'infiniti punti H_n sono dati da

$$H_n = P_1 - \frac{p_n}{(\mathrm{K}\,\beta_n\,\boldsymbol{i})^2}\,\mathrm{K}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} + \boldsymbol{u} \wedge \mathrm{K}\,\beta_n\,\boldsymbol{i}$$

con $\boldsymbol{u}$ vettore arbitrario.

· Se invece al tempo t_1 è

$$\mathrm{R}\,\mathrm{K}\,\beta_n \neq 0$$

cioè se al tempo t_1 la β_n è un'omografia degenere di 2ª specie (somma di due diadi di differente asse) indicando con $\boldsymbol{i}$ uno dei due vettori unitari paralleli all'unica direzione nulla rispetto a β_n si avrà (*)

$$\mathrm{R}\,\mathrm{K}\,\beta_n = \mathrm{H}\,(\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i},\,\boldsymbol{i}) \qquad [\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \neq 0]$$

e quindi

$$\lim_{t \to t_1} (\mathrm{I}_3\,\beta_n\,H_n) = -\,\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times P_1^{(n)}\,.\,\boldsymbol{i}\,.$$

(*) C. Burali-Forti e R. Marcolongo: *Omografie vettoriali.*

$$\mathrm{R}\,\beta_n\, \boldsymbol{i} \times P_1^{(n)} = 0$$

per t tendente a t_1, ha limite ordinario indeter-
hè la β_n determina, al tempo t_1, una corrispondenza
i vettori normali a $\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i}$ e quelli normali ad $\boldsymbol{i}$,
normale a $\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i}$, si ha univocamente, al tempo t_1,

$$P_1^{(n)} = \beta_n\, \boldsymbol{u} \qquad \text{con} \qquad \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{i} = 0$$

$_1$, esistono infiniti punti H_n dati da

$$H_n = P_1 - \boldsymbol{u} + m\,\boldsymbol{i}$$

o reale qualunque (esiste un asse delle accelera-
e n).
e si ha

$$\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times P_1^{(n)} \neq 0$$

per t tendente a t_1, tende all'infinito nella dire-
tore $\boldsymbol{i}$ (*).
moto qualunque non è, in generale, per $n > 1$,
utto un intervallo di tempo, poichè in tal caso il
nzione di t, deve soddisfare all'equazione vetto-

to caso dalle (6) e (10) per diverso da t_1 si ha

$$(\mathrm{I}_3\,\beta_n)^2\, H'_n = (\mathrm{I}_3\,\beta_n)^2\, P' +$$
$$\beta_n \,.\, \beta'_n \,.\, \mathrm{R\,K}\,\beta_n\, P^{(n)} - \mathrm{I}_3\,\beta_n \,.\, \mathrm{K\,R}\,\beta_n\, P^{(n+1)}$$

$$\beta_n)^2\, H'_n = \lim_{t \to t_1} \mathrm{R\,K}\,\beta_n \,.\, \beta'_n \,.\, \mathrm{R\,K}\,\beta_n\, P^{(n)} =$$
$$= \mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times P_1^{(n)} \,.\, \mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times \beta'_n\,\boldsymbol{i} \,.\, \boldsymbol{i}$$

è $\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times P_1^{(n)} \neq 0$) se

$$\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times \beta'_n\,\boldsymbol{i} \neq 0$$

$)^2\, H'_n$ ha per limite, per t tendente t_1, un determinato
ad $\boldsymbol{i}$ e la curva h_n (e per conseguenza anche la k_{n,t_0})
o nel punto all'infinito corrispondente al tempo t_1; se

$$\mathrm{R}\,\beta_n\,\boldsymbol{i} \times \beta'_n\,\boldsymbol{i} = 0$$

(e per conseguenza anche la k_{n,t_0}) non ammette, nel
assintoto perchè il vettore $(\mathrm{I}_3\,\beta_n)^2\, H'_n$ non ammette
inato per t tendente a t_1.

riale differenziale di $(n-1)^{esimo}$ ordine $I_3 \beta_n = 0$. Ma se per un moto particolare (*) ciò si verificasse punti H_n, in detto intervallo, i limiti eventualmente esclusi, non esisterebbero o sarebbero indeterminati. Più precisamente:

a) nei tempi in cui $\beta_n = 0$ o H_n non esiste o è indeterminato potendo occupare una posizione qualsiasi nello spazio.

b) nei tempi in cui β_n è un'omografia degenere di 1ª specie se tutti i punti (se si verifica per un punto si verifica per tutti) hanno accelerazioni d'ordine n parallele alla direzione unita rispetto a β_n, il punto H_n è indeterminato potendo acquistare una posizione qualunque su un particolare piano (facilmente determinabile); in caso contrario il punto H_n non esiste.

c) nei tempi in cui β_n è un'omografia degenere di 2ª specie detto $\boldsymbol{i}$ uno dei due vettori unitari paralleli alla direzione nulla rispetto a β_n se tutti i punti (se si verifica per un

---

(*) Se un sistema rigido ha, in un dato intervallo di tempo, un moto elicoidale ad asse di Mozzi costantemente parallelo ad un vettore unitario $\boldsymbol{i}$, posto

$$\Omega = \omega \, \boldsymbol{i}$$

risulta

$$\Omega^{(n)} = \omega^{(n)} \, \boldsymbol{i}$$

e quindi, per la (3),

$$\beta_n = a_n \, \boldsymbol{i} \wedge + b_n (\boldsymbol{i} \wedge)^2$$
$$\beta_{n+1} = (a'_n - \omega \, b_n) \, \boldsymbol{i} \wedge + (b'_n + \omega \, a_n) (\boldsymbol{i} \wedge)^2$$

dove a_n e b_n sono numeri reali funzioni di t.

Poichè si ha

$$\beta_n \, \boldsymbol{i} = 0$$

la β_n é, in tutto l'intervallo di tempo, un'omografia degenere.

Si ha inoltre

$$\mathrm{R}\,\beta_n = \mathrm{R}\,\{(a_n + b_n \, \boldsymbol{i} \wedge) \, \boldsymbol{i} \wedge\} = \mathrm{R}\,(a_n + b_n \, \boldsymbol{i} \wedge) \, . \, \mathrm{H}\,(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{i}) =$$
$$= [a^2_n + b^2_n \, \mathrm{H}\,(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{i}) + a_n \, b_n \, \boldsymbol{i} \wedge] \, . \, \mathrm{H}\,(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{i}) = (a^2_n + b^2_n) \, \mathrm{H}\,(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{i})$$

e quindi la β_n in ciascun istante può essere o l'omografia nulla (se $a_n = b_n = 0$) oppure un'omografia degenere di 2ª specie (se $a_n \, b_n \neq 0$) avente per direzione nulla la direzione costante dell'asse elicoidale. In quest'ultimo caso la direzione costante dell'asse elicoidale è anche la direzione unita di $\mathrm{R}\,\beta_n$ (omografia degenere di 1ª specie).

a per tutti) hanno accelerazioni d'ordine n nor-
l punto H_n è indeterminato potendo acquistare
qualunque su una particolare retta parallela ad
eterminabile); in caso contrario il punto H_n non

caso $n = 2$ (comuni accelerazioni). si ha

$$\beta_2 = \Omega' \wedge + (\Omega \wedge)^2$$
$$\mathrm{I}_3 \beta_2 = -(\Omega \wedge \Omega')^2$$

$$\frac{\times \Omega' . \Omega \wedge - \Omega^2 . \Omega' \wedge - \Omega^2 . \mathrm{H}(\Omega, \Omega) - \mathrm{H}(\Omega', \Omega')}{(\Omega \wedge \Omega')^2} \ (*).$$

$\Omega' = 0$ si ha $\beta_2 \Omega = 0$ e quindi $\mathrm{I}_3 \beta_2 = 0$ conforme-
Se $\Omega \wedge \Omega' \neq 0$ i tre vettori Ω, Ω' e $\Omega \wedge \Omega'$ non
e poichè risulta

$$= - \Omega \wedge \Omega'$$
$$= \Omega \wedge (\Omega \wedge \Omega')$$
$$\wedge \Omega') = - \Omega^2 (\Omega \wedge \Omega') + \Omega' \wedge (\Omega \wedge \Omega')$$

$$\wedge \beta_2 \Omega' = - (\Omega \wedge \Omega')^2 . \Omega$$
$$\wedge \beta_2 \Omega' \times \beta_2 (\Omega \wedge \Omega') = - (\Omega \wedge \Omega')^4$$

$$\frac{\beta_2 \Omega \wedge \beta_2 \Omega' \times \beta_2 (\Omega \wedge \Omega')}{\Omega \wedge \Omega' \times \Omega \wedge \Omega'} = - (\Omega \wedge \Omega')^2 .$$

, di $\Omega \wedge \Omega' \neq 0$, esiste la β_2^{-1}, e si può facilmente

'identità facilmente verificabile

$$) = \mathrm{R} \alpha + 2 \mathrm{H} (\nabla \alpha, \boldsymbol{u}) + \mathrm{H} (\boldsymbol{u}, \boldsymbol{u}) + \mathrm{K} \alpha \boldsymbol{u} \wedge$$

alcune trasformazioni si ricava

$$(\Omega, \Omega) + \mathrm{H} (\Omega', \Omega') - \Omega^2 . \Omega' \wedge + \Omega \times \Omega' . \Omega \wedge$$

$$\mathrm{H} (\Omega, \Omega) + \mathrm{H} (\Omega', \Omega') + \Omega^2 . \Omega' \wedge - \Omega \times \Omega' . \Omega \wedge$$

a (14).

$$\frac{\times \Omega' . \Omega \wedge - \Omega^2 . \Omega' \wedge - \Omega^2 . \mathrm{H}(\Omega, \Omega) - \mathrm{H}(\Omega', \Omega')}{(\Omega \wedge \Omega')^2} .$$

Se $I_3 \beta_2 = 0$ indicando con $\boldsymbol{i}$ uno dei vettori unitari paralleli ad Ω ed Ω', se $\Omega' = \pm \operatorname{mod} \Omega' . \boldsymbol{i}$ si ha

$$\beta_2 = \pm \operatorname{mod} . \Omega' . \boldsymbol{i} \wedge + \Omega^2 . (\boldsymbol{i} \wedge)^2$$

e perciò (*) se $\Omega = \Omega' = 0$ la β_2 è l'omografia nulla e se invece almeno uno dei due vettori Ω o Ω' è differente da zero la β_2 è un'omografia degenere di 2ª specie, e la direzione comune ai due vettori Ω e Ω' è la direzione nulla rispetto a β_2 e la direzione unita rispetta a $R \beta_2$ (omografia degenere di 1ª specie).

Se oltre ad essere $I_3 \beta_2 = 0$ è $\Omega = \pm \operatorname{mod} \Omega . \boldsymbol{i} \neq 0$ risulta, qualunque sia n,

$$\Omega^{(n)} = (\pm \operatorname{mod} \Omega)^{(n)} . \boldsymbol{i}$$

e quindi tutte le β_n sono o nulle o degeneri di 2ª specie; inoltre, nel secondo caso, la direzione comune ai vettori $\Omega^{(n)}$ è la direzione nulla rispetto alle β_n e la direzione unita rispetto alle $R \beta_n$ (omografie degeneri di prima specie).

5. — Per $n > 2$ si hanno per le β_n, $I_3 \beta_n$, $R \beta_n$, $K \beta_n$ delle formole abbastanza complesse e quindi praticamente inutili.

Torino, marzo 1925.

(*) Cfr. penultima nota.

OTI DI UN LIQUIDO VISCOSO SIMMETRICI AD UN ASSE.

Nota del prof. BRUTO CALDONAZZO.

(Adunanza del 30 aprile 1925)

ssegnato in una nota precedente, con lo stesso
quazione differenziale caratteristica del moto di
coso, simmetrico rispetto ad un asse, che avviene
nti per quest'asse, nell'ipotesi che le forze agenti
tive.
o ora dello stesso problema, ma per il caso più
ui esiste anche un moto attorno all'asse stesso.
lizzazione equivale in sostanza a sovrapporre due
oti, uno secondo i piani meridiani, l'altro nor-
piani, secondo circonferenze aventi per asse co-
i simmetria. I due moti, in quanto deve essere
quazione di continuità, possono sussistere sepa-
no tuttavia legati tra loro dall'equazione di moto.
analiticamente è espresso da un sistema di due
erenziali, cui devono soddisfare la funzione di
to nei piani meridiani e la velocità, secondo la
sti, del moto per circonferenze. Stabilito questo
uazioni differenziali, caratteristico per il moto
tato che in assenza del primo moto il secondo
moto già studiato dal Cisotti (**) e da lui chia-
e *viscosa*, il quale avviene egualmente nei piani
e.

endiconti, Vol. LVII, Fasc. XV-XX, (1924).
TTI, *Rotazioni viscose*, Rend. della R. Acc. dei Lincei,
. 161-167, (1924), da cui risulta che la simmetria del
per ipotesi nel caso attuale, è condizione necessaria
di sole rotazioni.

Quest' ultima circostanza si verifica pure se il moto nei piani meridiani interviene effettivamente ma è irrotazionale; in questo caso esso risulta indipendente dal secondo moto a condizione che questo sia una rotazione viscosa ciclica (con un solo filetto vorticoso isolato, coincidente coll' asse di simmetria).

Nel caso di *moti lenti* (si ritengono trascurabili i termini di grado superiore al primo nella velocità e le sue derivate) i due moti nei piani meridiani e per circonferenze coassiali risultano indipendenti tra loro.

Mi occupo infine della distribuzione degli sforzi interni, trovando che in generale anche le superficie tubolari di flusso simmetriche rispetto all' asse sono soggette a sforzi tanto normali che tangenziali e stabilisco la condizione affinchè su queste superficie gli sforzi tangenziali siano nulli.

Sfrutterò in una prossima nota i risultati di questa per lo studio del caso in cui il moto simmetrico è per di più un moto di Beltrami, cioè un moto in cui la velocità ed il suo rotore sono paralleli.

I. Come nella nota precedente, scelto ad arbitrio uno dei semipiani del fascio avente per asse l' asse di simmetria, sieno $\mathbf{i}$, $\mathbf{u}$, $\mathbf{N}$ tre vettori unitari costituenti una terna sinistrorsa ortogonale, con $\mathbf{i}$ parallelo all' asse del moto, $\mathbf{u}$ appartenente al semipiano e quindi $\mathbf{N}$ normale al semipiano. Fissata un' origine O sull' asse, sieno x ed r le coordinate di un punto del semipiano misurate rispettivamente secondo $\mathbf{i}$ ed $\mathbf{u}$. Scomponiamo la velocità $\mathbf{v}$ del moto nei suoi componenti $\mathbf{v}_1$, secondo il piano di $\mathbf{i}$ ed $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}_2$ secondo $\mathbf{N}$. Potremo scrivere quindi per questo ultimo

$$\mathbf{v}_2 = \mathrm{H}\mathbf{N},$$

essendo H, per la supposta simmetria, una funzione di x ed r, oltre che del tempo t. Conviene notar subito che è (A. V. G. I, 41, [2]), (*),

$$\mathrm{div}\mathbf{v}_2 = \mathrm{H}\, \mathrm{div}\mathbf{N} + \mathbf{N} \times \mathrm{grad}\mathrm{H} = 0.$$

Infatti è $\mathrm{div}\mathbf{N} = 0$ e gradH risulta normale ad $\mathbf{N}$, perchè H è funzione del posto solo per il tramite di x ed r. Trattandosi di un liquido, (densità costatne) deve essere $\mathrm{div}\mathbf{v} = \mathrm{div}\mathbf{v}_1 + \mathrm{div}\mathbf{v}_2 = 0$; quindi essendo automaticamente $\mathrm{div}\mathbf{v}_2 = 0$ deve

(*) Mi riferisco all' *Analyse vectorielle générale* di C. Burali-Forti e R. Marcolongo.

essere ancora $\operatorname{div} \mathbf{v}_1 = 0$. A questa condizione si soddisfa notoriamente ponendo

$$\mathbf{v}_1 = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \mathbf{i} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \mathbf{u} \right),$$

in cui ψ (funzione di Stokes) è funzione di x, r e t.

Quindi i due moti devono soddisfare separatamente all' equazione di continuità e si possono far dipendere da due funzioni H (x, r, t) e ψ (x, r, t).

II. Le due funzioni H e ψ devono essere scelte in guisa che risulti soddisfatta l'equazione di moto (A. V. G. II, p. 62).

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \nu \Delta' \mathbf{v} - \mathbf{v} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{v} = \operatorname{grad} \left(U - \frac{p}{\varrho} - \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right)$$

dove: U è il potenziale delle forze specifiche di massa, ϱ la densità, p la pressione specifica che nelle stesse condizioni si manifesterebbe se il liquido fosse perfetto, ν è legato al coefficente di viscosità μ dalla relazione $\mu = \varrho \nu$.

Prendendo il rotore di entrambi i membri si ha l' equazione nella sola $\mathbf{v}$:

$$\frac{\partial \operatorname{rot} \mathbf{v}}{\partial t} - \nu \Delta' \operatorname{rot} \mathbf{v} - \operatorname{rot}(\mathbf{v} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{v}) = 0. \tag{1}$$

Essendo $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ risulta $\operatorname{rot} \mathbf{v} = \operatorname{rot} \mathbf{v}_1 + \operatorname{rot} \mathbf{v}_2$; si ha ancora

$$\operatorname{rot} \mathbf{v}_1 = 2\Omega\, \mathbf{N}, \qquad \operatorname{rot} \mathbf{v}_2 = \frac{1}{r} \frac{\partial (r \mathrm{H})}{\partial r} \mathbf{i} - \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x} \mathbf{u}, \tag{2}$$

in cui è stato posto

$$2\,\Omega = -\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\}. \tag{3}$$

Segue quindi

$$\begin{aligned} \mathbf{v} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{v} &= \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \mathbf{i} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \mathbf{u} + \mathrm{H} \mathbf{N} \right\} \wedge \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial (r \mathrm{H})}{\partial r} \mathbf{i} - \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x} \mathbf{u} + 2\Omega \mathbf{N} \right\} \\ &= \left\{ \mathrm{H} \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x} - \frac{2\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} \mathbf{i} + \left\{ \frac{\mathrm{H}}{r} \frac{\partial (r \mathrm{H})}{\partial r} - \frac{2\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\} \mathbf{u} + \\ &\quad + \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial (r \mathrm{H})}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial r} \right\} \mathbf{N}. \end{aligned} \tag{4}$$

Si prenda ora un'altra volta il rotore dei due membri, ricordando che è in generale (A. V. G. I, 41, [2])

$$\operatorname{rot}(m\, \mathbf{v}) = m \operatorname{rot} \mathbf{v} + \operatorname{grad} m \wedge \mathbf{v}$$

e che nel caso attuale si ha

$$\operatorname{rot} \mathbf{i} = 0, \qquad \operatorname{rot} \mathbf{u} = 0, \qquad \operatorname{rot} \mathbf{N} = \frac{1}{r} \mathbf{i}.$$

Indichiamo ancora per semplicità con D e Δ i determinanti funzionali rispettivamente di ψ ed $\frac{\Omega}{r}$, e di ψ ed $r\mathrm{H}$;

$$\text{(5)} \quad \mathrm{D} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Omega}{r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\Omega}{r}, \; \Delta = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial (r\mathrm{H})}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial (r\mathrm{H})}{\partial x}.$$

Si ottiene allora

$$\operatorname{rot}(\mathbf{v} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{v}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\Delta}{r} \mathbf{i} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Delta}{\partial x} \mathbf{u} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \mathrm{H}^2}{\partial x} + 2\mathrm{D}\right) \mathbf{N}.$$

Calcoliamo infine

$$\Delta' \operatorname{rot} \mathbf{v} = \Delta' \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial (r\mathrm{H})}{\partial r} \mathbf{i} - \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x} \mathbf{u} + 2\,\Omega \mathbf{N} \right).$$

Si ha in generale (A. V. G. I, 50, [4])

$$\Delta' (m \mathbf{v}) = m \Delta' \mathbf{v} + (\Delta_2 m) \mathbf{v} + 2 \frac{d\mathbf{v}}{d\mathrm{P}} \operatorname{grad} m,$$

essendo nel caso attuale

$$\Delta' \mathbf{i} = 0, \quad \Delta' \mathbf{u} = -\frac{\mathbf{u}}{r^2}, \; \Delta' \mathbf{N} = -\frac{\mathbf{N}}{r^2};$$

$$\Delta_2 \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial (r\mathrm{H})}{\partial r} \right\} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \Delta_2 (r\mathrm{H}) - \frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 (r\mathrm{H})}{\partial r^2} +$$

$$+ \frac{2}{r^3} \frac{\partial (r\mathrm{H})}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\Delta_2 \mathrm{H} - \frac{\mathrm{H}}{r^2} \right) \right\};$$

$$\frac{d\mathbf{i}}{d\mathrm{P}} = 0, \quad \frac{d\mathbf{u}}{d\mathrm{P}} \operatorname{grad} \left(\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial x} \right) = 0, \quad \frac{d\mathbf{N}}{d\mathrm{P}} \operatorname{grad} \Omega = 0.$$

Risulta quindi

$$\text{(6)} \quad \Delta' \operatorname{rot} \mathbf{v} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\Delta_2 \mathrm{H} - \frac{\mathrm{H}}{r^2} \right) \right\} \mathbf{i} -$$

$$- \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \Delta_2 \mathrm{H} - \frac{\mathrm{H}}{r^2} \right\} \mathbf{u} - 2 \left\{ \Delta_2 \Omega - \frac{\Omega}{r^3} \right\} \mathbf{N}.$$

Sostituendo nell'equazione di moto (1) e scomponendo secondo $\mathbf{i}, \mathbf{u}, \mathbf{N}$ si ottengono le equazioni

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\frac{\partial(rH)}{\partial t}-\frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left\{r\left(\Delta_2 H-\frac{H}{r^2}\right)\right\}-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\frac{\Delta}{r}=0,$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial H}{\partial t}+\nu\frac{\partial}{\partial x}\left\{\Delta_2 H-\frac{H}{r^2}\right\}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial\Delta}{\partial x}=0,$$

$$2\frac{\partial\Omega}{\partial t}-2\nu\left\{\Delta_2\Omega-\frac{\Omega}{r^2}\right\}-2\frac{H}{r}\frac{\partial H}{\partial x}-2D=0.$$

Le due prime forniscono un primo integrale

$$\frac{\partial H}{\partial t}-\nu\left\{\Delta_2 H-\frac{H}{r^2}\right\}=\frac{\Delta}{r^2}+\frac{c'(t)}{r}$$

dove $c'(t)$ è la derivata di una funzione, a priori arbitraria, del tempo soltanto. Siano così condotti alle due equazioni

$$(7)\qquad\begin{cases}\dfrac{\partial\Omega}{\partial t}-\nu\left\{\Delta_2\Omega-\dfrac{\Omega}{r^2}\right\}=\dfrac{H}{r}\dfrac{\partial H}{\partial x}+D,\\[2ex]\dfrac{\partial H}{\partial t}-\nu\left\{\Delta_2 H-\dfrac{H}{r^2}\right\}=\dfrac{\Delta}{r^2}+\dfrac{c'(t)}{r},\end{cases}$$

le quali, tenuta presente la (3), devono essere soddisfatte dalle due funzioni ψ ed H. Queste equazioni pertanto, l' equazione di continuità risultando già soddisfatta, sono caratteristiche per i moti studiati.

III. Se il moto avviene esclusivamente nei piani meridiani ($H=0$) dal sistema (7) si è ricondotti all'unica equazione

$$\frac{\partial\Omega}{\partial t}-\nu\left\{\Delta_2\Omega-\frac{\Omega}{r^2}\right\}=D,$$

già trovata direttamente nella mia nota precedente e che è caratteristica per i moti viscosi simmetrici nei piani meridiani.

Se invece il moto avviene soltanto secondo i paralleli ($\mathbf{v}_2\neq 0$, $\mathbf{v}_1=0$ e quindi anche Ω, D e $\Delta=0$) dalla prima delle (7) segue che H deve essere indipendente da x. Si ritrova così la condizione che quando il moto avviene per circonferenze coassiali (*rotazioni viscose*) il moto deve essere lo stesso nei piani normali all'asse. La seconda delle (7) diviene ora

$$\frac{\partial H}{\partial t}-\nu\left\{\frac{\partial^2 H}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial r}-\frac{H}{r^2}\right\}=\frac{c'(t)}{r},$$

che è caratteristica per le rotazioni viscose (*).

(*) L'equazione scritta è la (5), salvo i simboli usati, dell'ulteriore lavoro del Cisotti: *Sull' integrazione dell' equazione delle rotazioni viscose*, Rend. della R. Acc. Naz. dei Lincei, Vol. XXXIII, pp. 253-257, (1924).

Ad un risultato analogo si giunge non solo con $\mathbf{v}_1 = 0$, ma altresì con $\mathbf{v}_1 \neq 0$ purchè sia rot $\mathbf{v}_1 = 0$. È infatti allora Ω e quindi $D = 0$, ciò che per la prima delle (7) importa ancora che H sia indipendente da x. Ne segue, per la seconda delle (5),

$$\Delta = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial (r \mathrm{H})}{\partial r}.$$

Sostituendo nella seconda delle (7), poichè H non dipende da x, risulta che anche Δ ne deve essere indipendente; ciò esige che sia verificato uno dei due casi seguenti: 1.° $\mathrm{H} = \frac{c(t)}{r}$; 2.° $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ indipendente da x, nel qual caso, essendo per ipotesi $\Omega = 0$, la soluzione generale per ψ è

$$\psi = x\,(ar^2 + b) + a_1\, r^2 + b_1 ,$$

a, b, a_1 b_1 essendo grandezze a priori arbitrarie, funzioni al più del tempo. Nel primo caso il moto si compone di una rotazione viscosa, consistente in un moto ciclico attorno all'asse avente questo asse per unico filetto vorticoso, più un moto irrotazionale nei piani meridiani, indipendente dalla rotazione. Nel secondo caso il moto si compone di quello irrotazionale nei piani meridiani la cui ψ è stata stabilita ora e di un moto attorno all'asse, la cui H (r, t) è soluzione dell'equazione

$$\text{(8)} \qquad \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial t} - \nu \left\{ \frac{\partial^2 \mathrm{H}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial r} - \frac{\mathrm{H}}{r^2} \right\} = $$
$$= \left(a + \frac{b}{r^2}\right) \frac{\partial (r \mathrm{H})}{\partial r} + \frac{c'(t)}{r},$$

che si riduce ad una rotazione viscosa pura quando è $a = b = 0$.

IV. Nel caso di *moti lenti*, quelli cioè nei quali si possono ritenere trascurabili i termini di grado superiore al primo nella velocità e sue derivate, nella prima delle (7) sparisce il secondo membro. Si ottiene così l'equazione caratteristica pei moti lenti nei piani meridiani. Nella seconda sparisce il termine in Δ, per cui a meno del termine in c' l'equazione si riduce alla stessa forma della prima, le due equazioni essendo indipendenti una dall'altra. Perciò nei moti lenti le due funzioni ψ ed H e con esse i due moti $\mathbf{v}_1$ e $\mathbf{v}_2$ risultano indipendenti, salvo le eventuali condizioni ai limiti che sono richieste caso per caso.

V. *Sforzi interni.* Sia **t**, **n**, **N** una terna ortogonale sinistrorsa di vettori unitari, **N** essendo il vettore considerato precedentemente, per cui **t** ed **n** giacciono nel generico piano meridiano considerato. Lo sforzo unitario esercitato attraverso l'elemento superficiale normale ad **n** in un punto **P**, sul liquido che si trova dalla parte dove è rivolto **n**, è

$$\Phi_n = p\mathbf{n} - 2\mu \frac{d\mathbf{v}}{d\mathrm{P}}\mathbf{n} + \mu(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}) \wedge \mathbf{n}.$$

Essendo $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ risulta

$$\Phi_n = \left\{ p\mathbf{n} - 2\mu \frac{d\mathbf{v}_1}{d\mathrm{P}}\mathbf{n} + \mu(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}_1) \wedge \mathbf{n} \right\} -$$

$$- 2\mu \frac{d\mathbf{v}_2}{d\mathrm{P}}\mathbf{n} + \mu(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}_2) \wedge \mathbf{n}.$$

L'espressione tra le due { } del secondo membro rappresenta lo sforzo relativo ad **n**, che si avrebbe in assenza di $\mathbf{v}_2$ e che ho già valutato nella nota precedente. Le componenti di questa parte di Φ_n, secondo **t**, **n**, **N**, sono rispettivamente:

$$p + 2\mu \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial s}\right), \qquad -2\mu\left\{\Omega + \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)\right\}, \qquad 0,$$

nelle quali $\frac{\partial}{\partial s}$ e $\frac{\partial}{\partial n}$ indicano derivate di direzione secondo **t** ed **n**. Quanto agli altri termini, per le (2), abbiamo

$$- 2\mu \frac{d\mathbf{v}_2}{d\mathrm{P}}\mathbf{n} + \mu(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}_2) \wedge \mathbf{n} = -2\mu \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial n}\mathbf{N} +$$

$$+ \mu\frac{1}{r}\left\{\frac{\partial(r\mathrm{H})}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial n} + \frac{\partial(r\mathrm{H})}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial n}\right\}\mathbf{N} = \left\{-2\mu\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial n} +\right.$$

$$\left. + \mu\frac{1}{r}\frac{\partial(r\mathrm{H})}{\partial n}\right\}\mathbf{N} = -\mu r \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\mathrm{H}}{r}\right)\mathbf{N}.$$

Risulta quindi

$$(9) \qquad \begin{cases} \Phi_{nn} = p + 2\mu \dfrac{\partial}{\partial n}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial s}\right), \\ \Phi_{nt} = -2\mu\left\{\Omega + \dfrac{\partial}{\partial n}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial n}\right)\right\}, \\ \Phi_{nN} = -\mu r \dfrac{\partial}{\partial n}\left(\dfrac{\mathrm{H}}{r}\right). \end{cases}$$

Consideriamo lo sforzo

$$\Phi_N = \left\{ p\,\mathbf{N} - 2\mu \frac{d\,\mathbf{v}_1}{d\,P}\,\mathbf{N} - 2\mu \frac{d\,\mathbf{v}_2}{d\,P}\,\mathbf{N} \right\} + \mu\,(\mathrm{rot}\,\mathbf{v}_2) \wedge \mathbf{N}.$$

Tenendo presente lo sforzo analogo calcolato con $\mathbf{v}_2 = 0$ nella nota precedente e la (2), si ha

$$\Phi_N = \left\{ p - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} \mathbf{N} + 2\mu \frac{H}{r} \left\{ \frac{\partial r}{\partial s}\,\mathbf{t} + \frac{\partial r}{\partial n}\,\mathbf{n} \right\} -$$

$$- \frac{\mu}{r} \left\{ \frac{\partial (r\,H)}{\partial s}\,\mathbf{t} + \frac{\partial (r\,H)}{\partial u}\,\mathbf{n} \right\},$$

che si può scrivere

$$\Phi_N = \left\{ p - \frac{2\mu}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} \mathbf{N} - \mu\, r\ \mathrm{grad}\left(\frac{H}{r}\right).$$

Come si vede, d'accordo coi risultati della nota precedente, quando è $\mathbf{v}_2 = 0$ e quindi $H = 0$, Φ_N risulta parallelo ad $\mathbf{N}$ e quindi è uno sforzo principale. Con $H \neq 0$ vi è anche uno sforzo tangenziale $-\mu\, r\ \mathrm{grad}\left(\frac{H}{r}\right)$, che si annulla solamente quando è $H = k\, r$, dove k è un parametro indipendente dal posto, cioè quando il moto per circonferenze coassiali è una rotazione rigida.

Assumiamo ora $\mathbf{n}$ parallelo, con lo stesso verso, a grad ψ e quindi normale alle superficie tubolari di flusso Σ, di rivoluzione intorno all'asse di simmetria del moto; il vettore $\mathbf{t} = \mathbf{n} \wedge \mathbf{N}$ risulta così parallelo ai meridiani di queste superficie, parallelo quindi a $\mathbf{v}$ e con lo stesso verso. In tal caso Φ_n è lo sforzo specifico agente sugli elementi delle superficie tubolari Σ. Per le (9) della nota precedente le (9) scritte sopra divengono

$$(10)\qquad \left\{ \begin{aligned} \Phi_{nn} &= p + 2\mu \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial s\, \partial n}, \\ \Phi_{nt} &= 2\mu\, \Omega, \\ \Phi_{nN} &= -\mu\, r \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{H}{r}\right). \end{aligned} \right.$$

Da questa risulta che gli sforzi tangenziali sulle superficie tubolari Σ non sono identicamente nulli. Affinchè si verifichi questa circostanza, affinchè cioè le superficie Σ siano soggette

a soli sforzi normali, deve essere

$$\varrho = 0, \quad \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{H}{r}\right) = \frac{1}{r v_1} \operatorname{grad} \psi \times \operatorname{grad}\left(\frac{H}{r}\right) = 0. \tag{11}$$

Per la prima di queste il moto nei piani meridiani deve essere irrotazionale. Per la seconda $\frac{H}{r}$ deve essere costante secondo $\mathbf{n}$, ciò che importa che le superficie su cui $\frac{H}{r}$ ha lo stesso valore devono essere normali alle linee di flusso del moto nei piani meridiani e quindi costituiscono un sistema normale alle superficie tubolari Σ, (*).

Come si è visto nel n⁰. III, con un moto irrotazionale nei piani meridiani deve essere H indipendente da x. Segue allora dalla seconda delle (10) che o $\frac{H}{r}$ è indipendente dal posto, vale a dire il secondo moto è una rotazione rigida, oppure ψ è indipendente da r, cioè, per la prima delle (11) è $\psi = bx + b_1$, con b e b_1 indipendenti dal posto. In questo caso il moto nei piani meridiani è un moto radiale, secondo i raggi uscenti normalmente dall'asse, il quale diventa il luogo di sorgenti puntiformi corrispondenti al potenziale cinetico $-b \log r$; il moto per circoferenze coassiali è definito da una H soluzione dell'equazione (8), dove si faccia $a = 0$.

VI. Per il calcolo della pressione p che compare nelle espressioni degli sforzi si parte dall'equazione di moto del n°. I, tenendo conto delle espressioni di $\mathbf{v}$, $\mathbf{v} \wedge \operatorname{rot} \mathbf{v}$. Si ottiene così, tenendo presente la seconda delle (7),

$$U - \frac{p}{\varrho} - \frac{v^2}{2} = \int_{x_0}^{x} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial r} - \nu \Delta_2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - H \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{2\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\} dx -$$

$$- \int_{r_0}^{r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} - \nu \Delta_2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\nu}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{H}{r} \frac{\partial (rH)}{\partial r} + \right.$$

$$\left. + \frac{2\Omega}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right\}_{x=x_0} dr + c' \theta + \text{funzione di } t.$$

(*) Le linee di flusso di $\mathbf{v}_1$ ammettono sempre un sistema normale di superficie essendo sempre $\mathbf{v}_1 \times \operatorname{rot} \mathbf{v}_1 = 0$; (Cfr. la mia nota: *Sulla geometria differenziale di superficie aventi carattere idrodinamico*, Rend. della R. Acc. Naz. dei Lincei, Vol. XXXIII, (1924), pp. 396-400).

Si rileva ancor qui, come nelle rotazioni viscose, che p non è in generale funzione uniforme, per la presenza del termine $c'\theta$, θ essendo la longitudine, misurata positivamente secondo **N**, dei piani meridiani.

VII. *Moti irrotazionali.* Nei moti con $\text{rot}\,\mathbf{v} = 0$ deve essere separatamente $\text{rot}\,\mathbf{v}_1 = 0$ e $\text{rot}\,\mathbf{v}_2 = 0$; per la prima abbiamo $\Omega = 0$ e quindi H indipendente da x; per la seconda segue quindi che deve essere $H = \frac{c}{r}$, (cfr. il n°. III). Supposto $c \neq 0$, il moto di velocità $\mathbf{v}_2$ deve essere un moto ciclico intorno all'asse di simmetria. Questo moto influisce sulla pressione p soltanto col termine $c'\theta$, dal quale dipende la non uniformità di p. Gli sforzi sugli elementi delle superficie Σ hanno la stessa componente normale data dalle (10), hanno $\Phi_{nt} = 0$, mentre sussiste in generale lo sforzo tangenziale $\Phi_{nN} = -\mu c r \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r^2}\right)$. Nel caso in cui ψ non dipende da x, (le Σ sono cilindri rotondi) questo sforzo tangenziale in valore assoluto è $\frac{2\mu \mid c \mid}{r^2}$.

SU DI UNA GENERALIZZAZIONE DELLA TEORIA DELLE CURVE, E SUI SISTEMI CONIUGATI DI UNA V_2 IN V_n.

Nota del prof. ENEA BORTOLOTTI

(Adunanza del 2 aprile 1925)

L'ordinaria teoria delle curve immerse in una V_n rientra, come caso particolare, in uno studio più generale: quello delle serie Σ di direzioni uscenti in V_n dai punti di una curva. Lo studio di questi particolari enti geometrici, iniziato nel 1907 da W. FR. MEYER, e poi sviluppato specialmente dal MEYER stesso e dall'ARNDT [1], conduce a stabilire anche per le Σ i

---

[1] Ved. MEYER, **29**, (questo numero — l'avvertenza vale anche per le citazioni seguenti — si riferisce all'indice bibliografico dato al termine del presente lavoro); nota 1) a pag. V. Il MEYER è il primo che abbia sviluppato sistematicamente questa generalizzazione per le Σ in R_3 (ossia, in V_3 euclidee) e poi, più in generale in R_n. (Ved. MEYER **27**, **28** e specialmente l'opera **29** ora citata, in cui il M. si occupa assai minuziosamente delle Σ e delle superficie rigate a cui esse dànno luogo, se da ogni punto della curva si fa uscire la retta di R_n che ha la direzione di Σ). Ved. anche la dissertazione di ARNDT (**1**) (Σ in R_3) e la nota di RATH (**30**) ove questi stabilisce le formule generalizzate di FRENET per le Σ in R_n, valendosi del calcolo vettoriale. È notevole l'osservazione del RATH: che le formule di FRENET per una Σ in R_n possono sempre interpretarsi come formule di FRENET relative ad una curva in R_n.

Lo studio delle Σ nelle V_n qualunque non mi consta sia stato finora svolto sistematicamente: di quest'ulteriore estensione, che con l'ausilio del parallelismo di LEVI-CIVITA non presenta speciali difficoltà, dà un cenno lo STRUIK (**38**, pag. 77 e 107). Alcuni primi elementi per le Σ in V_n sono indicati dal BIANCHI (**7**).

Vari autori, pur senza proporsi uno studio specifico delle Σ, hanno avuto occasione d'introdurre alcune nozioni che vengono utilmente usate nello studio di tali enti geometrici. Così ŻORAWSKI (**39**) ha introdotto pel

concetti di curvature, di n-edro principale, le formule di FRENET ecc..... con risultati del tutto analoghi a quelli ben noti relativi alle curve.

Il MEYER si vale della generalizzazione ora accennata specialmente per lo studio delle coppie di rette infinitamente vicine di una rigata, e in particolare, della minima distanza tra due tali rette.

Il mio punto di vista, in questo lavoro, è assai diverso: delle nozioni e dei risultati relativi allo studio delle Σ mi valgo per lo studio dei *doppi sistemi di curve su di una superficie*, e in particolar modo, dei *doppi sistemi coniugati* di una V_2 immersa in una qualunque V_n. In effetto, lo studio di un doppio sistema di linee in V_n si può ricondurre allo studio delle *serie Σ formate dalle direzioni delle linee di un sistema che escono dai punti di una linea dell'altro*. Le proprietà di queste Σ valgono assai bene specialmente a caratterizzare il *comportamento mutuo* dei due sistemi di linee supposte. E tale studio si compie assai facilmente, trattandosi di una semplice estensione dello studio delle curve sulla superficie. In particolare lo studio dei sistemi coniugati diviene perfettamente analogo a quello delle linee asintotiche: e conduce anche a risultati del tutto analoghi: ad es. si trova che il noto *teorema di Beltrami-Enneper* sulla torsione delle asintotiche di una superficie, non è che un caso particolare di una proposizione più generale, relativa ai sistemi coniugati.

Indicherò brevemente gli argomenti svolti nel presente lavoro, e i principali risultati stabiliti.

I §§ 1-4 hanno specialmente carattere introduttivo: dopo aver ricordato alcune delle più notevoli proprietà già note, relative alle Σ, faccio notare (§ 1) come le formule di FRENET generalizzate, anche per le Σ in V_n, possano servire per la determinazione di una Σ intrinsecamente definita dalla sua linea direttrice e dalle sue curvature, (con l'aggiunta di certe

---

primo (MEYER, **29**, l. c.), la 1ª e 2ª curvatura associate a una Σ in R_3, ed HATZIDAKIS (**19**, **20**) ha dato egli pure la nozione della 1ª curvatura associata a una Σ in R_3, e di questa una notevole espressione in funzione delle due curvature della linea direttrice Γ, e dei coseni direttori della generatrice di Σ rispetto al triedro principale di Γ. Noterò che la formula di HATZIDAKIS contiene come caso particolare quella che dà il SIBIRANI (**37**, pag. 59) per la « curvatura generalizzata » $\frac{1}{\varrho_u}$.

condizioni iniziali). Passando al caso particolare $n = 3$, mi soffermo brevemente (§ 2) sul significato del segno della *torsione* di una Σ, e vengo poi a studiare (§ 3) le Σ *geodetiche* di una V_2 in V_3 (ossia, *formate da direzioni parallele*, nel senso di LEVI-CIVITA, *in* V_3 *lungo la curva direttrice*). Queste particolari serie di direzioni, che indico con $\overline{\Sigma}$, hanno nello studio delle Σ lo stesso ufficio che le linee geodetiche nello studio delle curve. E godono di proprietà analoghe: ad es. le formule (9) e (10), e così le (11), (12) e (13) che stabilisco per la flessione e la torsione di una $\overline{\Sigma}$ (le (9) ed (11) erano già note) si riducono, se la $\overline{\Sigma}$ è formata dalle tangenti a una curva, a formule ben conosciute. Altre estensioni di risultati noti, relativi ai concetti di curvatura normale e di torsione geodetica, dò nel § 4: indi passo allo studio dei *sistemi coniugati di una* V_2 *in* V_3. Le *proprietà caratteristiche*, assai semplici, che indico per tali sistemi nel § 5, e la già accennata estensione che dò per essi del teorema di BELTRAMI-ENNEPER, mi sembrano non prive di un qualche interesse. Del teorema di BELTRAMI-ENNEPER generalizzato per i sistemi coniugati delle V_2 in V_3 dò due dimostrazioni: la prima, (§ 5) è basata semplicemente sull'osservazione che la Σ formata dalle direzioni coniugate a quelle di una linea di V_2, ha curvatura normale nulla, e torsione geodetica eguale alla torsione ordinaria: la seconda (§ 6), già altrove da me indicata (l. c. ([35])), è in sostanza una verifica diretta del risultato da dimostrare, eseguita con una particolare scelta del sistema di riferimento.

Nel § 7 stabilisco varie formule relative ai sistemi coniugati, e, più precisamente, alle *flessioni e torsioni delle* Σ da essi formate: tra l'altro trovo una relazione semplicissima tra la flessione, $\frac{1}{R}$, della serie Σ di direzioni coniugate a quelle di una data linea, e quella, $\frac{1}{R_0}$, della Σ_0 a torsione nulla che ha la stessa direttrice, e inizialmente un elemento del 2° ordine (due generatrici successive) a comune con Σ. (È $\frac{1}{R} = \frac{2}{R_0}$).

Passo poi a considerare le V_2 in V_n. Mostro nel § 8 come l'usuale rappresentazione delle 1e curvature delle geodetiche di una V_2 in V_n uscenti da un punto, mediante l'« *ellisse delle curvature* » (l. c. ([48])) possa facilmente venir generalizzata, con una *rappresentazione delle 1e curvature delle* $\overline{\Sigma}$ (Σ geodetiche) *di* V_2. Nel caso in cui la V_2 sia *a punti planari* ne conseguono

alcuni semplici risultati relativi all'(unico) sistema coniugato. Tra l'altro per questo sistema (come mostro nel § 9) vale ancora un'estensione del teor. di BELTRAMI-ENNEPER.

Infine sviluppo brevemente, negli ultimi due §§, due estensioni della nozione di « sistemi coniugati », introducendo i « *sistemi coniugati rispetto ad una normale* (ζ_h) » e i sistemi « *quasi-coniugati* » di una V_2 in V_n. Gli uni e gli altri sono sistemi coniugati ordinari in certe V_3 contenenti la V_2 considerata: anzi i secondi, estensione dei sistemi di linee *quasi-asintotiche* del BOMPIANI (l. c. ([65])) sono un caso particolare dei primi. Mentre su di una V_2 in V_n non esiste in generale, per $n > 4$, alcun sistema coniugato nel senso ordinario, esistono sempre su di essa infiniti sistemi dei due tipi ora detti: in ciò sta il loro interesse. I sistemi coniugati rispetto ad una normale di V_2 si studiano facilmente, valendosi dei risultati stabiliti nel § 8, ottenendo risultati assai semplici: si trova ad es. che *sulle superficie ad area minima di* V_2 *in* V_n (e su esse soltanto) *rispetto ad una qualunque normale vi sono due sistemi di asintotiche, tra loro ortogonali*. E ai sistemi quasi-coniugati riesce possibile l'estensione di alcuni dei più notevoli risultati metrici stabiliti dal BOMPIANI per le linee quasi-asintotiche: in particolare si può dare anche per essi una generalizzazione del teor. di BELTRAMI ENNEPER.

§ 1. — Generalità sulle Σ in V_n. Equazioni intrinseche.

1. — Sia data una curva Γ in V_n. A ciascun punto di Γ associamo, con legge continua, una direzione uscente da esso: indicheremo d'ora innanzi con Σ un ente così definito (serie di direzioni associate ai punti di una curva Γ). Diremo *direttrice* della Σ la linea Γ: *generatrici* della Σ le direzioni stesse, che in generale supporremo individuate mediante vettori unitari ξ applicati nei punti di Σ ([2]). Sia s l'arco di Γ: assegnare la Σ equivale ad assegnare la funzione vettoriale $\xi(s)$; supporremo d'ora innanzi che questa sia continua e ammetta tutte le derivate che ci occorrerà di considerare.

Per estendere alle Σ le nozioni relative all'n-edro principale e alle curvature, e le formule di FRENET, si parte da

([2]) Il DIENES (18, pag. 267), considera, più in generale, delle serie di tensori qualunque, applicati ai punti di una curva: (o, come egli dice delle *linee di tensori*).

questa osservazione [3]: che nelle considerazioni di cui ci si vale per stabilire tali formule nel caso *canonico* [4] — cioè, nel caso delle curve, che possono riguardarsi come particolari Σ formate dalle direzioni tangenti alla corrispondente direttrice — non interviene necessariamente l'ipotesi che tali direzioni siano tangenti alla direttrice. Ciò posto, con procedimento del tutto analogo a quello che si segue per tale caso particolare, si giunge a stabilire che alla serie $\Sigma \equiv \Sigma_1$ si associano, in V_n, altre $n-1$ serie di direzioni $\Sigma_2, \Sigma_3, \ldots, \Sigma_n$ uscenti dalla stessa direttrice Γ, e tali che le direzioni delle n serie uscenti da ciascun punto P di Σ formano una n-pla ortogonale. Detti $\xi_1 \equiv \xi, \xi_2, \ldots, \xi_n$ i vettori unitari corrispondenti a tale n-pla di direzioni, sono soddisfatte da essi le n formule (di Frenet generalizzate) [5]

$$(1) \qquad \frac{\delta \xi_i}{\delta s} = \frac{\xi_{i+1}}{R_i} - \frac{\xi_{i-1}}{R_{i-1}} \qquad \left(i = 1, 2, \ldots, n;\ \frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_n} = 0\right)$$

ove δ è simbolo di differenziazione covariante [6] lungo Γ in V_n.

Diremo $1^a, 2^a, \ldots, (n-1)^{ma}$ *normale principale associata* (o anche, $1^a, 2^a, \ldots, (n-1)^{ma}$ *direzione associata*) a Σ lungo Γ nel punto generico P, le direzioni di $\xi_2, \xi_3, \ldots, \xi_n$ in tale punto: n-*edro principale associato*, l'n-edro ortogonale formato da $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$; *giacitura* t-*osculatrice*, o G_t *osculatrice* a Σ in P, la giacitura determinata in P dalle direzioni di $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_t$ (ossia la giacitura del t-vettore $\xi_1 \frown \xi_2 \frown \ldots \frown \xi_t$ [7]), ed $\frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2}, \ldots, \frac{1}{R_{n-1}}$, $1^a, 2^a, \ldots, (n-1)^{ma}$ *curvatura associata* a Σ lungo Γ [8]. La G_t osculatrice a Σ in P contiene la generatrice

---

(3) Ved. Struik, **38**, pag. 77.

(4) Meyer, **29**, pag. 2.

(5) Ved. Meyer, **29**, pag. 106; Struik, **38**, pag. 76. Per ragioni tipografiche non s'è usato il carattere *grassetto* pei vettori indicati con lettere greche.

(6) Questa notazione è usata dallo Schouten (**32**, pag. 63, 167). In coordinate:

$$\delta \xi_k^i = d\xi_k^i + \sum_\lambda \left\{ {\lambda \mu \atop \nu} \right\} \xi_k^\lambda \, dx^\mu .$$

(7) Ved. per questa notazione ad es. Schouten-Struik, **35**, pag. 10.

(8) La 1^a curvatura associata è chiamata dal Meyer (**29**, pag. 2) « die (erste) Krümmung der Kurve Γ in P in Bezug auf die Richtung (g) »; dal Bianchi (**6**, 2° vol. pag. 799) « curvatura associata della Γ, rispetto alle direzioni (ξ_i) ». Io preferisco attenermi al concetto dell'Hatzidakis (**19, 20**) che chiama tale curvatura « die Krümmung der Geraden L in Bezug auf die Kurve ». (L'H. considera, anzichè *direzioni, rette* uscenti dai punti di Γ).

uscente da P, e le direzioni parallele [9] (lungo Γ) in P alle generatrici di Σ uscenti dai $t-1$ punti di Γ successivi a P. Il significato di $\frac{1}{R_t}$ è: rapporto dell'angolo (di contingenza) che la G_t osculatrice in P forma con la $\overline{G}'_t$ parallela in P, lungo Γ, in V_n, alla G'_t osculatrice a Σ nel punto P' successivo a P, al differenziale dell'arco di Γ. Si conviene di considerare $\frac{1}{R_1}$ come essenzialmente positiva, mentre $\frac{1}{R_2}$, $\frac{1}{R_3},\ldots,\frac{1}{R_n}$ hanno segni ben determinati (ved. n. 3). Diremo *geodetica* (in V_n) una Σ_ξ se i vettori ξ sono paralleli lungo la direttrice Γ in V_n: cioè, se per Σ_ξ è $\frac{1}{R_1}=0$. Indicheremo da ora in poi con $\overline{\Sigma}$ una Σ geodetica.

2. — Equazioni intrinseche delle Σ in V_n.

Le formule (1) del FRENET se è assegnata Γ, e sono date $\frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2},\ldots,\frac{1}{R_{n-1}}$ in funzione dell'arco s di Γ, possono riguardarsi come un sistema di n equazioni differenziali (del 1° ordine lineari, del tipo normale) nelle n funzioni vettoriali ξ_1, $\xi_2,\ldots,\xi_n$. È evidente come a un tale sistema siano senz'altro applicabili i ben noti risultati relativi ai sistemi ordinari dello stesso tipo [10].

Dunque, essendo il sistema (1) a determinante gobbo, possiamo dedurne che se $\xi_1, \xi_2,\ldots,\xi_n$ formano un suo sistema di integrali, le condizioni

$$\xi_r \times \xi_s = a^r_s \qquad (=1 \text{ per } r=s;\ =0 \text{ per } r\neq s\ ^{(11)})$$

sono soddisfatte identicamente da essi, se si impone che lo siano in un punto iniziale di Γ.

---

(9) *nel senso di* LEVI-CIVITA. Ciò sarà sempre, d'ora innanzi, sottinteso.

(10) In effetto tutte le proprietà formali delle operazioni algebriche e differenziali che intervengono essenzialmente nelle dimostrazioni di tali teoremi, valgono anche per i campi ∞^1 di vettori applicati ai punti di una data linea Γ, quando per « derivazione » si intenda « derivazione covariante lungo Γ ».

(11) Ved. ad es. BIANCHI, **6**, 1° vol. pag. 80 (ε_{rs}); STRUIK, **38**, pag. 29 (A^r_s).

Ciò del resto si vede subito anche direttamente: basta notare anzitutto che il sistema (1) ammette l'integrale primo $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \ldots + \xi_n^2 = \text{cost.}$ Inoltre si ha, come conseguenza algebrica del sistema (1), per $r \neq t$,

$$\frac{\delta(\xi_r \times \xi_t)}{\delta s} = \frac{\xi_r \times \xi_{t+1}}{R_t} - \frac{\xi_r \times \xi_{t-1}}{R_{t-1}} + \frac{\xi_t \times \xi_{r+1}}{R_r} - \frac{\xi_t \times \xi_{r-1}}{R_{r-1}},$$

e

$$\frac{\delta(\xi_r^2 - \xi_{r-1}^2)}{\delta s} = -4\,\frac{\xi_r \times \xi_{r-1}}{R_{r-1}} + 2\left\{\frac{\xi_r \times \xi_{r+1}}{R_r} + \frac{\xi_{r-1} \times \xi_{r-2}}{R_{r-2}}\right\}.$$

Ora queste formano un sistema differenziale lineare omogeneo del 1° ordine nelle $\frac{(n+2)(n-1)}{2}$ funzioni (scalari) $\xi_r \times \xi_t$, $\xi_r^2 - \xi_{r-1}^2$: dunque se inizialmente le condizioni
$(r \neq t)$ $(r = 2, 3, \ldots, n)$

$$\xi_r \times \xi_t = 0 \; (r \neq t), \quad \xi_r^2 - \xi_{r-1}^2 = 0 \qquad (r = 2, 3, \ldots, n)$$

sono soddisfatte, lo sono sempre.

E quindi anche: se inizialmente valgono le relazioni

$$\xi_r \times \xi_t = 0 \; (r \neq t), \quad \xi_r^2 = h^2 \qquad (r = 1, 2, \ldots, n)$$

(h costante arbitraria), esse sono soddisfatte per ogni valore di t. Per $h = 1$ ne segue appunto quanto volevamo.

Possiamo concludere: *esiste una e una sola serie Σ di direzioni, uscenti in V_n da una data curva Γ, aventi lungo Γ date curvature associate, e in un punto iniziale di Γ un dato n-edro* (ortogonale) *associato.* In particolare una Σ geodetica, (escluso naturalmente il caso canonico), è individuata dalla direttrice e dalla generatrice iniziale.

La determinazione effettiva della Σ, ossia l'integrazione delle (1), assegnate le curvature della Σ lungo Γ, (ossia, date le sue equazioni intrinseche $\frac{1}{R_i} = \frac{1}{\overline{R}_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, n-1)$ e le condizioni iniziali, può compiersi coi soliti metodi passando alla rappresentazione scalare. L'integrazione diretta, ad es. col metodo delle approssimazioni successive, delle (1) scritte sotto forma vettoriale può farsi sotto certe condizioni, ad es. se si conosce una terna di vettori che si trasporti per parallelismo lungo Γ (il che equivale, in sostanza, a riferirsi a coordinate *geodetiche lungo Γ*) ([12]).

([12]) Su questo avrò occasione di soffermarmi in un prossimo lavoro.

§ 2. — Le Σ in V_3. Segno della torsione e suo significato.

3. — Per $n = 3$ porremo in generale, d'ora innanzi, $\xi_1 \equiv \xi$, $\xi_2 \equiv \eta$, $\xi_3 \equiv \zeta$, $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R}$, $\frac{1}{R_2} = -\frac{1}{T}$, cosicchè le formule di FRENET generalizzate (1) prenderanno la forma

$$(1)^* \qquad \frac{\delta \xi}{\delta s} = \frac{\eta}{R}, \quad \frac{\delta \eta}{\delta s} = -\frac{\xi}{R} - \frac{\zeta}{T}, \quad \frac{\delta \zeta}{\delta s} = \frac{\eta}{T}.$$

Diremo (η), (ζ), (cioè: le direzioni individuate da η, ζ) *normale principale* e *binormale* associate a Σ lungo Γ, ed $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{T}$ *flessione* e *torsione* associate a Σ lungo Γ. A parte il segno, abbiamo $\frac{1}{R} = \text{mod}\,\frac{\delta \xi}{\delta s}$, $\frac{1}{T} = \text{mod}\,\frac{\delta \zeta}{\delta s}$. Porremo analogamente $\frac{1}{r} = \text{mod}\,\frac{\delta \eta}{\delta s}$, onde $\frac{1}{r^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{T^2}$, e chiameremo $\frac{1}{r}$ *curvatura totale* associata a Σ lungo Γ [13].

Per la torsione, dalle (1) si ricava facilmente la formula

$$(2) \qquad \frac{1}{T} = -R^2 \left(\xi \wedge \frac{\delta \xi}{\delta s} \times \frac{\delta^2 \xi}{\delta s^2}\right) \text{ [14]}.$$

4. — Questa ci dà il valore della torsione, *anche in segno*. È interessante soffermarsi un poco sul significato del segno della torsione di una Σ. La (2) ci mostra che la torsione associata a una Σ lungo una direttrice Γ, *è positiva o negativa secondo che è destrorso o sinistrorso il triedro formato dalla direzione* (ξ) uscente dal punto P generico di Γ, e dalle parallele $(\bar{\xi}')$, $(\bar{\xi}'')$ in tale punto (lungo Γ, in V_3) alle direzioni (ξ'), (ξ'') di Γ che escono dai punti P′, P″ successivi a P.

Si può, come si fa in sostanza per le curve [15], distin-

---

[13] Ved. MEYER, **29**, pag. 4 (*Gesammtkrümmung*); ARNDT, 1.

[14] Questa formula, che contiene una nota formula relativa alla torsione delle curve (BIANCHI, **6**, vol. 1°, pag. 13, form. (10); BLASCHKE **8**, pag. 13), coincide in sostanza con la formula scalare che dà il MEYER (**29**, pag. 4, form. (9)′) per le Σ in R_3.

[15] Si verifica facilmente come questa convenzione nel caso canonico (n. 1) si riduca in effetto a quella ordinaria relativa al segno della torsione di una curva. Ved. BIANCHI, **6**. 1° vol., pag. 15.

guere le Σ in *destrorse* o *sinistrorse* secondochè un osservatore situato, lungo (ξ), (nel verso positivo), coi piedi sulla Γ, e rivolto verso $(\bar{\xi}')$, ha $(\bar{\xi}'')$ alla sua destra o alla sua sinistra. Ciò posto, *Σ è destrorsa o sinistrorsa secondochè* $\frac{1}{T} \gtrless 0$.

Però, a differenza da quanto accade per le curve, (ossia pel caso canonico), in generale *non è intrinseco* per una *Σ il carattere di essere destrorsa o sinistrorsa*, e quindi, neppure il segno della torsione. In effetto se si inverte il senso positivo sulla direttrice Γ, (oppure il senso di ciascuna delle direzioni (ξ)), il segno di $\frac{1}{T}$ (e così il senso del triedro detto poco sopra) s'inverte ([16]). Per questo appunto, detto λ un vettore unitario tangente a Γ nel suo punto generico, è invece invariante il segno di

$$\frac{\cos \widehat{\lambda\, \xi}}{T} = \frac{\lambda \times \xi}{T} .$$

5. — Vediamo subito quale significato geometrico abbia questo prodotto.

Per questo premettiamo che, qualunque sia la natura della V_3 ambiente, si può definire il *momento* μ di due direzioni (α), (α') uscenti da due punti P, P′ infinitamente vicini di V_3 ponendo

$$\mu = \overline{PP'} \times \alpha \wedge \bar{\alpha}' , \tag{3}$$

ove $\overline{PP'}$ è il vettore radiale infinitesimo definito dai due punti P, P′, ed $\bar{\alpha}'$ è il vettore parallelo, in P, per trasporto lungo P′ P in V_3, ad α'. Il *segno* di μ risulta indipendente dall'ordine in cui si considerano le due direzioni (α), (α'), e anche dai versi positivi scelti per esse, (se s'intende che l'angolo formato da tali direzioni positive sia sempre quello acuto ([17]).

Ciò posto, riferendoci sempre alle solite notazioni, dalle (3), (1)* abbiamo subito che il momento di due binormali successive associate a Σ è appunto

$$\mu_\zeta = -\frac{\lambda \times \xi}{T}\, ds^2 . \tag{4}$$

([16]) Si tenga presente che nel caso canonico, quando s'inverte il senso di Γ, s'inverte sempre, contemporaneamente, anche il senso delle direzioni (ξ) (tangenti ad essa).

([17]) Ved. BIANCHI, *Geometria Analitica* (Spoerri 1915) pag. 210.

Dunque: se $\widehat{\lambda \xi}$ è acuto, il segno della torsione di Σ è opposto a quello del momento di due sue binormali associate successive: il contrario accade se $\widehat{\lambda \xi}$ è ottuso. Nel caso canonico ($\lambda \equiv \xi$) si ritrova un noto risultato della teoria delle curve [18].

Il momento di due direzioni successive di Σ sarebbe dato, invece, da

$$\mu_\xi = \frac{\lambda \times \zeta}{R} \, d s^2 . \tag{5}$$

Naturalmente, $\mu_\xi = 0$ nel caso canonico, e più in generale, $\mu_\xi = 0$ per tutte le Σ per le quali la G_2 osculatrice in ciascun punto di Γ è tangente a Γ, e per le Σ formate da direzioni parallele lungo Γ in V_3. Tali *Σ a momento nullo*, geodeticamente prolungate [19], dànno appunto, se la V_3 è euclidea, le rigate sviluppabili, o in particolare i cilindri, uscenti da Γ.

§ 3. — Le Σ di una V_2 in V_3. Le $\bar{\Sigma}$ (Σ geodetiche) di V_2 in V_3, loro flessione e torsione.

6. — Veniamo a studiare in particolare *le Σ formate da direzioni tangenziali a una V_2 in V_3*, uscenti dai punti di una curva Γ tracciata sulla V_2.

Dal teorema generale dato al n. 2 abbiamo che una tale Σ è individuata su V_2, quando se ne assegni la linea direttrice Γ, una generatrice iniziale (che supporremo data al solito mediante un vettore unitario ξ) e la curvatura relativa a V_2, ossia la *curvatura tangenziale* o *geodetica*, in ogni punto di Γ.

7. — Le $\bar{\Sigma}$ di V_2, ossia la serie di direzioni Σ geodetiche in V_2 (n. 1) sono caratterizzate da una delle seguenti proprietà, tra loro equivalenti: 1) *che in ogni punto di Γ la normale principale associata alla $\bar{\Sigma}$ sia normale alla V_2* [20]: 2) *che le direzioni della serie siano parallele in V_2 lungo Γ*: 3) *che la curvatura geodetica di $\bar{\Sigma}$ in ogni punto di V_2 sia nulla.*

---

(18) BIANCHI, **6**, 1° vol., pag. 16.

(19) cioè: se ad ogni direzione di Σ sostituiamo la geodetica di V_3 che esce dallo stesso punto di Γ con tale direzione.

(20) Sotto altra forma: che la G_2 osculatrice associata sia normale a V_2.

La flessione $\frac{1}{R_{(\xi\lambda)}}$ e la torsione $\frac{1}{T_{(\xi\lambda)}}$ associate a tutte le $\overline{\Sigma}$ di V_2 che in un punto P hanno (ξ) come generatrice iniziale, e la cui linea direttrice esce da P con la direzione (λ), hanno in P gli stessi valori, che sono dunque *invarianti relativi alla V_2 e alla coppia di direzioni* (ξ), (λ) *considerate* ([21]).

Ciò è ben prevedibile *geometricamente*, perchè la generatrice (ξ') (comune a tutte le $\overline{\Sigma}$ considerate) che esce dal punto P' di V_2 successivo a P nella direzione (λ), è pienamente determinata, quale parallela a (ξ) in V_2 per trasporto lungo PP': e anche la G_2 osculatrice associata a ciascuna di tali $\overline{\Sigma}$ in P' è unica e determinata, dovendo essa contenere (ξ') e la normale in P' a V_2.

Analiticamente, è facile determinare le *espressioni di tali invarianti*. Siano b_{ik}, ω_{ik} i coefficienti della 1ª e della 2ª forma fondamentale della V_2 in V_3: mentre a_{ik} indicheranno i coefficienti del ds^2 della V_3 ambiente. Per ciascuna $\overline{\Sigma}$ (Σ geodetica) di V_2 si ha, per definizione, nel punto generico della linea direttrice,

$$\eta = \sigma\, \mathbf{n}\,, \qquad (\sigma = \cos \widehat{\eta\, \mathbf{n}} = \pm 1)$$

ove $\mathbf{n}$ è il vettore unitario che individua l'orientazione della normale alla V_2.

Ciò posto, dalla seconda delle formule (1)* di Frenet abbiamo facilmente, nel nostro caso,

$$\text{(6)'} \qquad \frac{\sigma}{R_{(\xi\lambda)}} = - \Sigma\, a_{ik}\, \underline{\xi}^i\, \underline{n}^k_{/s}\, \underline{\lambda}^s\,,$$

$$\text{(7)'} \qquad \frac{\sigma}{T_{(\xi\lambda)}} = - \Sigma\, a_{ik}\, \underline{\zeta}^i\, \underline{n}^k_{/s}\, \underline{\lambda}^s\,.$$

([21]) L'invariante qui indicato con $\frac{1}{R_{(\xi\lambda)}}$ è stato introdotto recentemente (in modo alquanto diverso, e soltanto per le V_2 in R_3) anche da O. Mayer ((**26**), ved. Bompiani, **16**); precisamente, è quella che il M. chiama *curvatura di parallelismo* $\frac{1}{S_{tt'}}$. Il primo a prenderlo in considerazione, e anzi in un caso ben più generale, (per due direzioni di una V_n in V_{n+m}) è stato il Ricci (ved. **31**, pag. 360, la definizione di « curvatura intermedia o mista relativa a V_{n+m} »). Noterò qui che il significato indicato dal Mayer (l. c.) per la *torsione geodetica* di una linea su di una superficie si trova già accennato nella Memoria ora citata del Ricci.

In queste formule $\underline{\xi}^i$, $\underline{\zeta}^i$,.... indicano le componenti controvarianti dei vettori ξ, ζ,.... (di V_2) in V_3. Indichiamo invece con ξ^i , ζ^i le componenti controvarianti di tali vettori in V_2: cosicchè:

$$\underline{\xi}^i = \Sigma\, b^i_r\, \xi^r \text{ , ecc. ....} \quad (^{22})$$

Tenendo presente che

$$\omega_{rt} = \Sigma\, a_{ik}\, b^s_t\, b^i_r\, \underline{n}^k_{/s} \text{ ,} \quad (^{23})$$

dalle (6)', (7)' abbiamo:

$$(6)'' \qquad \frac{\sigma}{R_{(\xi\lambda)}} = -\Sigma\, \omega_{rt}\, \xi_r\, \lambda^t \text{ ,}$$

$$(7)'' \qquad \frac{\sigma}{T_{(\xi\lambda)}} = -\Sigma\, \omega_{rt}\, \zeta_r\, \lambda^t \text{ .}$$

Finora la flessione $\frac{1}{R_{(\xi\lambda)}}$ era considerata come essenzialmente positiva (n. 1); se conveniamo di dare ad essa un segno, e precisamente quello di σ, (in armonia con le usuali convenzioni relative al caso canonico ([24])), abbiamo per la flessione delle Σ considerate la formula

$$(6) \qquad \frac{1}{R_{(\xi\lambda)}} = \frac{1}{R_{(\lambda\xi)}} = -\Sigma\, \omega_{rt}\, \xi^r\, \lambda^t \text{ .}$$

La (7)'' può scriversi sotto altra forma, esprimendo le componenti di ζ per quelle di ξ. Precisamente, essendo sen $\widehat{\xi\zeta} = -\sigma$ ([25]), abbiamo

$$\zeta^i = \sigma\, \Sigma\, \varepsilon^{ir}\, b_{rk}\, \xi^k \quad (^{26})$$

([22]) Qui $b^i_r = \frac{d\,x^i}{d\,u_r}$, essendo x_i , u_r coordinate in V_3 e in V_2.

([23]) Questa è, con lievi modificazioni, la formula (23) pag. 50 data da SCHOUTEN-STRUIK, **35**: del resto si ricava subito osservando che la 2ª forma fondamentale della V_2 in V_3 è data da

$$\Sigma\, a_{ik}\, d\,x^i\, \delta\, \underline{n}^k = \Sigma\,(\Sigma\, a_{ik}\, b^i_r\, \underline{n}^k_{/s}\, b^t_s)\, d\,u^r\, d\,u^t \text{ .}$$

([24]) Ved. ad es. BIANCHI, **6**, 1° vol. pag. 192.

([25]) Infatti ad es. se $\sigma = 1$ è $\widehat{\zeta\xi} = \frac{\pi}{2}$,...

([26]) ove $\varepsilon^{ir} = \pm \frac{1}{\sqrt{b}}$ secondo che $i\,r$ è una permutazione diretta o inversa di 1, 2, ed $= 0$ se $i = r$. Ved. MARCOLONGO, **25**, pag. 33. (Poniamo al solito $b = b_{11}\, b_{22} - b_{12}^2$).

e quindi sostituendo

$$(7)\qquad \frac{1}{T_{(\xi\lambda)}} = \Sigma\, \varepsilon^{ri}\, b_{rs}\, \omega_{ik}\, \xi^{s}\, \lambda^{k},$$

e analogamente

$$(8)\qquad \frac{1}{T_{(\lambda\xi)}} = \Sigma\, \varepsilon^{ri}\, b_{rs}\, \omega_{ik}\, \xi^{k}\, \lambda^{s}.$$

Le formule (6), (7), (8), generalizzano le note formule che dànno la flessione e la torsione di una linea geodetica su di una V_2 in V_3: le quali se ne ottengono ponendo $\xi \equiv \lambda$. Si noti che se $\lambda^{i} = \frac{d u^{i}}{d s}$, $\xi^{i} = \frac{\delta u^{i}}{\delta s}$, le formule (6), (7) si scrivono

$$(9)\qquad \frac{1}{R_{(\xi\lambda)}} = \frac{\Sigma\, \omega_{rt}\, d u^{r}\, d u^{t}}{d s\, \delta s} = \frac{\Omega}{d s\, \delta s} \text{ [27]}$$

$$(10)\qquad \frac{1}{T_{(\xi\lambda)}} = \frac{(b_{12}\,\omega_{11} - b_{11}\,\omega_{12})\, du_1\, \delta u_1 + (b_{12}\,\omega_{12} - b_{11}\,\omega_{22})\, du_1\, \delta u_2 +}{\sqrt{b_{11}\, b_{22} - b_{12}^{2}}\ .\ ds\, \delta s}$$

$$\frac{+ (b_{22}\,\omega_{11} - b_{12}\,\omega_{12})\, \delta u_1\, du_2 + (b_{22}\,\omega_{12} - b_{12}\,\omega_{22})\, du_2\, \delta u_2}{} = \frac{\Theta}{ds\, \delta s}$$

Queste due formule ci dànno semplici interpretazioni geometriche delle due forme bilineari Ω e Θ [28].

8. — Le formule (6), (7), (8), possono porsi sotto forme particolarmente semplici, riferendo la V_2 alle linee di curvatura. Diciamo allora θ_1, θ_2 gli angoli che ξ, λ, formano con la linea (di curvatura) u_1; e poniamo per semplicità

$$\frac{1}{R_{(\xi\lambda)}} = \frac{1}{R_{(\lambda\xi)}} = \frac{1}{R}, \quad \frac{1}{T_{(\xi\lambda)}} = \frac{1}{T_1}, \quad \frac{1}{T_{(\lambda\xi)}} = \frac{1}{T_2}.$$

Chiamiamo infine R_1, R_2 i raggi di curvatura principali della V_2 in V_3 nel punto generico. Abbiamo

$$\cos\theta_1 = \sqrt{b_{11}}\,\lambda^{1},\quad \cos\theta_2 = \sqrt{b_{11}}\,\xi^{1},\quad \text{sen}\,\theta_1 = \sqrt{b_{22}}\,\lambda^{2},\quad \text{sen}\,\theta_2 = \sqrt{b_{22}}\,\xi^{2},$$

e quindi sostituendo

---

[27] Ved. O. MAYER, **26**.

[28] Θ, per $\delta = d$, dà la forma quadratica che il BIANCHI chiama *covariante irrazionale simultaneo* Θ delle due forme fondamentali di V_2 (**6**, 1° vol., pag. 104).

$$(11)\qquad \frac{1}{R} = \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{R_1} + \frac{\operatorname{sen}\theta_1 \operatorname{sen}\theta_2}{R_2},$$

$$(12)\qquad \frac{1}{T_1} = \frac{\cos\theta_1 \operatorname{sen}\theta_2}{R_1} - \frac{\cos\theta_2 \operatorname{sen}\theta_1}{R_2},$$

$$(13)\qquad \frac{1}{T_2} = \frac{\operatorname{sen}\theta_1 \cos\theta_2}{R_1} - \frac{\cos\theta_1 \operatorname{sen}\theta_2}{R_2}.$$

Queste formule ([29]) generalizzano formule ben note relative al caso canonico ([30]).

Notiamo anche una formula assai semplice e notevole che si ricava dalle precedenti, e che ci servirà tra breve per stabilire la generalizzazione del teor. di BELTRAMI-ENNEPER ai sistemi coniugati.

Posto $\theta = \theta_2 - \theta_1 = \widehat{\lambda\,\xi}$, si ricava

$$(14)\qquad \frac{1}{T_1}\cdot\frac{1}{T_2} = \frac{\cos\theta}{R}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) - \left(\frac{1}{R^2}+\frac{1}{R_1 R_2}\right).$$

Questa è la formula a cui accennavamo.

Per $\theta = 0$, cioè, nel caso canonico, essa ci dà la nota formula (di KOMMERELL ([31]))

$$\frac{1}{T} = -\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_1}\right)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R_2}\right).$$

Le (12), (13) ci mostrano che in generale è $\frac{1}{T_1} \neq \frac{1}{T_2}$. In effetto condizione perchè sia $\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}$, è che sia

$$\operatorname{sen}(\theta_2 - \theta_1)\cdot\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = 0:$$

Dunque tale condizione è identicamente soddisfatta solo per le *superficie ad area minima*: mentre per le altre superficie essa è soddisfatta solo nel caso ovvio $\theta_2 = \theta_1$.

([29]) di cui la prima, estensione della formula di EULERO, è data anche dal MAYER nella nota già citata (**26**).

([30]) Ved. ad es. BIANCHI, **6**, 1° vol., pag. 193 e 296.

([31]) Ved. KOMMERELL, **21**; STRUIK, **38**, pag. 90, form. (119).

Se a θ_1, θ_2 aggiungiamo 90°, $\frac{1}{\overline{R}}$ non muta, e invece $\frac{1}{\overline{T}_1}$ si muta in $-\frac{1}{\overline{T}_2}$, $\frac{1}{\overline{T}_2}$ in $-\frac{1}{\overline{T}_1}$.

§ 4. — Curvatura normale e torsione geodetica di una Σ di V_2 in V_3.

9. — Diremo *curvatura normale* e *torsione geodetica* di una Σ_ξ di V_2 in un punto della direttrice Γ, la flessione $\frac{1}{\overline{R}}$ e la torsione $\frac{1}{\overline{T}}$ della $\overline{\Sigma}$ geodetica tangente. $\frac{1}{\overline{R}}$ è anche la flessione della Σ a torsione nulla che ha (la stessa direttrice Γ di Σ), la stessa generatrice iniziale, e la G_2 osculatrice inizialmente normale alla V_2 (estensione delle sezioni normali): $\frac{1}{\overline{T}}$ è anche la flessione associata, in V_3, alla serie di direzioni (ζ) uscenti dai punti di Γ normalmente alle direzioni (ξ), e tangenti alla superficie. In effetto è $\frac{1}{\overline{T}} = \mathrm{mod}\,\frac{\delta\,\zeta}{\delta\,s_\lambda}$.

Per tali curvature sussistono i teoremi di MEUSNIER e di BONNET; posto $\psi = \widehat{\eta\,\mathbf{n}}$ si ha in effetto, tenendo conto delle formule di FRENET scritte per Σ e per $\overline{\Sigma}$, derivando lungo Γ le relazioni $\xi \times \mathbf{n} = 0$, $\eta \wedge \mathbf{n} = \xi \operatorname{sen} \psi$,

$$(15)\qquad \frac{1}{\overline{R}} = \frac{\cos\psi}{R}, \qquad \frac{1}{T} = \frac{1}{\overline{T}} + \frac{d\,\psi}{d\,s_\lambda}. \qquad (16)$$

La *curvatura normale* coincide con la curvatura ordinaria per le $\overline{\Sigma}$ (le Σ geodetiche) e per esse soltanto. In generale, se $\frac{1}{R^*}$ è la curvatura geodetica, si ha

$$(17)\qquad \frac{1}{R^2} = \frac{1}{\overline{R}^2} + \frac{1}{R^{*2}}.$$

Ciò consegue dal fatto che $\frac{1}{\overline{R}}$ ed $\frac{1}{R^*}$ non sono (a parte il segno) che i moduli dei vettori componenti del *vettore di 1ª curvatura* $\frac{\delta\,\xi}{\delta\,s_\lambda}$ secondo la normale a V_2 (*vettore di curvatura normale*) e tangenzialmente a V_2 (*vettore di curvatura geodetica*).

La torsione geodetica coincide con la torsione ordinaria per tutte le Σ per le quali la normale principale associata è inclinata di un angolo costante con la normale alla superficie: ad es. per le $\bar{\Sigma}$, ossia le Σ geodetiche ($\psi = 0$) e così per le Σ formate dalle direzioni coniugate alle direzioni di una linea $\Gamma\left(\psi = \frac{\pi}{2}\right)$, delle quali ci occuperemo tra breve.

10. - Premettiamo ancora alcune osservazioni sulle Σ *a torsione geodetica nulla.*

Consideriamo la forma bilineare Θ (n. 7). Essa eguagliata a 0 dà infiniti doppi sistemi T^0 di linee su V_2, tali che le direzioni delle linee di uno dei due sistemi uscenti dai punti di una linea dell'altro, formano appunto una Σ a torsione geodetica nulla. Ad ogni sistema (L) di linee (considerato ad es. come 1° sistema) sulla V_2 la $\Theta = 0$ associa un altro sistema. che con esso forma un doppio sistema T^0. In ogni punto di V_2 la $\Theta = 0$ dà una proiettività, (generalmente non involutoria), le cui direzioni unite sono le *direzioni principali* uscenti da tale punto. Due particolari coppie di direzioni omologhe in questa proiettività, sono formate da ciascuna delle direzioni asintotiche e dalla direzione ortogonale. In particolare *sulle superficie ad area minima e su esse soltanto le asintotiche formano un sistema* T^0. Su tali superficie la proiettività ora detta è un'involuzione, onde le linee che insieme a un dato sistema (L) formano un doppio sistema T^0, sono inviluppate dalle direzioni simmetriche di quelle delle linee (L), in ciascun punto della V_2, rispetto alle direzioni principali.

Terminiamo col dimostrare il teorema seguente, che generalizza la nota proprietà delle linee di curvatura, espressa dalle formule di RODRIGUES [32]: *Condizione necessaria e sufficiente perchè una* $\Sigma_{(\xi\lambda)}$ *di* V_2 *possa appartenere a un doppio sistema* T^0, *cioè abbia torsione geodetica nulla, è che le sue direzioni coincidano con le 1e direzioni associate* (m) *alla serie* $\Sigma_{(n\lambda)}$ *delle normali* (n) *a* V_2 *lungo la stessa direttrice* Γ.

Infatti: indichiamo con $\frac{1}{r_n}$ la flessione associata a $\Sigma_{(n\lambda)}$ (che in ciascun punto di Γ coincide con la curvatura totale (n. 3)

([32]) BIANCHI, **6**, 1° vol., pag. 186-187; STRUIK, **38**, pag. 86.

della Σ tangente a $\Sigma_{(\xi\lambda)}$; e dal MEYER (**29**, pag. 94) viene chiamata « *erste Normalenkrümmung* » di Γ).

Poniamo al solito $\eta \times \mathbf{n} = \cos\psi$: derivando lungo Γ abbiamo da questa

$$-\operatorname{sen}\psi\,\frac{d\psi}{ds} = -\left(\frac{\xi}{R} + \frac{\zeta}{T}\right)\times \mathbf{n} + \eta \times \frac{\mathbf{m}}{r_n}.$$

Ora se per $\Sigma_{(\xi\lambda)}$ è $\frac{1}{T} = 0$, per la formula di BONNET (16) abbiamo $\frac{d\psi}{ds} = \frac{1}{T}$, onde sostituendo, e tenendo presente che $\xi \times \mathbf{n} = 0$, $\zeta \times \mathbf{n} = \operatorname{sen}\psi$, ricaviamo $\frac{\eta \times \mathbf{m}}{r_n} = 0$. Dunque: o è $\frac{1}{r_n} \neq 0$, e allora ne segue $\eta \times \mathbf{m} = 0$, e infine, essendo $\mathbf{m}$ tangente a V_2, $\mathbf{m} \equiv \xi$ (a meno del senso). Oppure è $\frac{1}{r_n} = 0$, cioè le normali ($\mathbf{n}$) a V_2 sono parallele lungo Γ: ma allora la direzione associata ($\mathbf{m}$) è indeterminata, ed il teorema può ancora considerarsi vero. Reciprocamente, se $\mathbf{m} \equiv \xi$ vediamo subito che è $\frac{1}{T} = 0$.

§ 5. — Sistemi coniugati di una V_2 in V_3. Estensione del teorema di Beltrami-Enneper.

11. — Veniamo ora a dedurre, da quanto si è detto in generale, varie conseguenze relative ai sistemi coniugati su di una V_2 in V_3.

Notiamo anzitutto che dalla definizione generale che dà il BOMPIANI (**14**, pag. 1120) di direzioni coniugate di una V_m in V_n, segue subito che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè un doppio sistema di linee di una V_2 in V_3 (o anche, più in generale, in una qualunque V_n) sia coniugato, è che per la Σ formata dalle direzioni delle linee di ciascuno dei due sistemi che escono dai punti di una linea generica dell'altro: 1) *la curvatura geodetica* (in V_2) *coincida con la 1ª curvatura associata* (in V_n), oppure: 2) *la curvatura normale sia nulla*,

La torsione geodetica coincide con la torsione ordinaria per tutte le Σ per le quali la normale principale associata è inclinata di un angolo costante con la normale alla superficie: ad es. per le $\bar{\Sigma}$, ossia le Σ geodetiche $(\psi = 0)$ e così per le Σ formate dalle direzioni coniugate alle direzioni di una linea $\Gamma\left(\psi = \frac{\pi}{2}\right)$, delle quali ci occuperemo tra breve.

10. - Premettiamo ancora alcune osservazioni sulle Σ *a torsione geodetica nulla*.

Consideriamo la forma bilineare Θ (n. 7). Essa eguagliata a 0 dà infiniti doppi sistemi T^0 di linee su V_2, tali che le direzioni delle linee di uno dei due sistemi uscenti dai punti di una linea dell'altro, formano appunto una Σ a torsione geodetica nulla. Ad ogni sistema (L) di linee (considerato ad es. come 1° sistema) sulla V_2 la $\Theta = 0$ associa un altro sistema, che con esso forma un doppio sistema T^0. In ogni punto di V_2 la $\Theta = 0$ dà una proiettività, (generalmente non involutoria), le cui direzioni unite sono le *direzioni principali* uscenti da tale punto. Due particolari coppie di direzioni omologhe in questa proiettività, sono formate da ciascuna delle direzioni asintotiche e dalla direzione ortogonale. In particolare *sulle superficie ad area minima e su esse soltanto le asintotiche formano un sistema* T^0. Su tali superficie la proiettività ora detta è un'involuzione, onde le linee che insieme a un dato sistema (L) formano un doppio sistema T^0, sono inviluppate dalle direzioni simmetriche di quelle delle linee (L), in ciascun punto della V_2, rispetto alle direzioni principali.

Terminiamo col dimostrare il teorema seguente, che generalizza la nota proprietà delle linee di curvatura, espressa dalle formule di RODRIGUES ([32]): *Condizione necessaria e sufficiente perchè una* $\Sigma_{(\xi\lambda)}$ *di* V_2 *possa appartenere a un doppio sistema* T^0, *cioè abbia torsione geodetica nulla, è che le sue direzioni coincidano con le* 1e *direzioni associate* (m) *alla serie* $\Sigma_{(n\lambda)}$ *delle normali* (n) *a* V_2 *lungo la stessa direttrice* Γ ».

Infatti: indichiamo con $\frac{1}{r_n}$ la flessione associata a $\Sigma_{(n\lambda)}$ (che in ciascun punto di Γ coincide con la curvatura totale (n. 3)

([32]) BIANCHI, **6**, 1° vol., pag. 186-187; STRUIK, **38**, pag. 86.

della Σ tangente a $\Sigma_{(\xi\lambda)}$; e dal MEYER (**29**, pag. 94) viene chiamata « *erste Normalenkrümmung* » di Γ).

Poniamo al solito $\eta \times \mathbf{n} = \cos\psi$: derivando lungo Γ abbiamo da questa

$$- \operatorname{sen} \psi \frac{d\psi}{ds} = -\left(\frac{\xi}{\mathrm{R}} + \frac{\zeta}{\mathrm{T}}\right) \times \mathbf{n} + \eta \times \frac{\mathbf{m}}{r_n}.$$

Ora se per $\Sigma_{(\xi\lambda)}$ è $\frac{1}{\mathrm{T}} = 0$, per la formula di BONNET (16) abbiamo $\frac{d\psi}{ds} = \frac{1}{\mathrm{T}}$, onde sostituendo, e tenendo presente che $\xi \times \mathbf{n} = 0$, $\zeta \times \mathbf{n} = \operatorname{sen} \psi$, ricaviamo $\frac{\eta \times \mathbf{m}}{r_n} = 0$. Dunque: o è $\frac{1}{r_n} \neq 0$, e allora ne segue $\eta \times \mathbf{m} = 0$, e infine, essendo $\mathbf{m}$ tangente a V_2, $\mathbf{m} \equiv \xi$ (a meno del senso). Oppure è $\frac{1}{r_n} = 0$, cioè le normali ($\mathbf{n}$) a V_2 sono parallele lungo Γ: ma allora la direzione associata ($\mathbf{m}$) è indeterminata, ed il teorema può ancora considerarsi vero. Reciprocamente, se $\mathbf{m} \equiv \xi$ vediamo subito che è $\frac{1}{\mathrm{T}} = 0$.

§ 5. — Sistemi coniugati di una V_2 in V_3. Estensione del teorema di Beltrami-Enneper.

11. — Veniamo ora a dedurre, da quanto si è detto in generale, varie conseguenze relative ai sistemi coniugati su di una V_2 in V_3.

Notiamo anzitutto che dalla definizione generale che dà il BOMPIANI (**14**, pag. 1120) di direzioni coniugate di una V_m in V_n, segue subito che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè un doppio sistema di linee di una V_2 in V_3 (o anche, più in generale, in una qualunque V_n) sia coniugato, è che per la Σ formata dalle direzioni delle linee di ciascuno dei due sistemi che escono dai punti di una linea generica dell'altro: 1) *la curvatura geodetica* (in V_2) *coincida con la 1ª curvatura associata* (in V_n), oppure: 2) *la curvatura normale sia nulla*,

oppure: 3) *la 1ª normale principale associata* (e quindi la G_2 osculatrice) *sia dovunque tangente a* V_2 ([33]).

In effetto la condizione 1) equivale alla 2), per la formula (17), e questa seconda condizione, per la formula (9), è appunto la condizione di coniugio tra le direzioni delle linee dei due sistemi uscenti dal punto generico di V_2: e infine la 3) equivale alla condizione di annullamento, in ogni punto di V_2, del vettore di curvatura normale. In particolare se le direzioni (ξ) sono parallele, lungo la direttrice Γ, nella V_3 ambiente, sono certo coniugate, in ogni punto di Γ, alla direzione di questa: e anzi il noto teorema: « *Condizione necessaria e sufficiente perchè una linea geodetica di una* V_2 *in* V_n *sia geodetica anche nella* V_n *ambiente è che essa sia asintotica in* V_2 » si generalizza nel seguente: « *Condizione necessaria e sufficiente perchè* ∞^1 *direzioni uscenti dai punti di una curva* Γ *di* V_2 *in* V_n *e formanti una* Σ *in* V_2 *formino una* Σ *anche in* V_n, *è che tali direzioni siano coniugate, in ogni punto di* V_2, *alla direzione della curva* ».

12. — Ciò posto, come immediata conseguenza della formula (14) si ha il seguente teorema, che estende ai doppi sistemi coniugati di linee di una V_2 in V_3 il noto teorema di Beltrami-Enneper sulla torsione delle asintotiche ([34]):

A) « *Dato, su di una* V_2 *in* V_3, *un doppio sistema coniugato di linee, in ciascun punto* P *di* V_2 *il prodotto delle torsioni associate alle serie di direzioni delle linee di ciascun sistema uscenti dai punti di una linea dell'altro è costante,*

([33]) o anche, per una V_2 in V_3: che le le direzioni associate alla serie delle normali a V_2 lungo una linea di uno dei due sistemi siano normali alle direzioni delle linee dell'altro sistema. Se (ξ), (λ) sono le direzioni delle linee dei due sistemi, $(\mathbf{n})$ la normale alla superficie, la condizione ora detta si scrive in effetto, $\xi \times \dfrac{\delta \mathbf{n}}{\delta s_\lambda} = 0$, (oppure $\lambda \times \dfrac{\delta \mathbf{n}}{\delta s_\xi} = 0$). O, in coordinate: $\Sigma\, a_{ik}\, \xi^i\, n^k_{/s}\, \lambda^s = 0$, (oppure $\Sigma\, a_{ik}\, \lambda^i\, n^k_{/s}\, \xi^s = 0$) (Ved. ([23])). Per una V_2 in V_n, la condizione di coniugio è: che l'una o l'altra delle precedenti relazioni sia soddisfatta per $n-2$ normali indipendenti di V_2. (Ved. più oltre, n. 26).

([34]) Ved. Beltrami, **4**, oppure: Opere (2), t. I, pag. 301; Bianchi, **6**, 1° vol., pag. 204 e seg.; ibid., 2° vol., pag. 582; Blaschke, **8**, pag. 77-78.

ed eguale alla curvatura relativa K_r della V_2 in V_3, presa col segno cambiato » [35].

In effetto: sia $C(\lambda, \xi)$ il doppio sistema coniugato supposto; indichiamo con Σ_1 e Σ_2 le $\Sigma_{(\xi\lambda)}$ e $\Sigma_{(\lambda\xi)}$, con $\frac{1}{R_1}, \frac{1}{R_2}; \frac{1}{T_1}, \frac{1}{T_2}$, le flessioni e torsioni associate ad esse in V_3.

Per Σ_1 e Σ_2 le curvature normali sono nulle, e le torsioni geodetiche coincidono con le ordinarie torsioni associate (n. 9): quindi, riferita la superficie alle linee di curvatura, la (14) ci dà senz'altro

$$\frac{1}{T_1 T_2} = -\frac{1}{R_1 R_2} = -K_r . \tag{18}$$

Questa relazione è in particolare soddisfatta dal doppio sistema C formato dalle linee di curvatura, pel quale (come si ha dalle (12), (13)) è

$$\frac{1}{T_1} = \mp \frac{1}{R_1} \quad , \quad \frac{1}{T_2} = \pm \frac{1}{R_2} .$$

La (18) ci mostra in particolare che:

Condizione necessaria e sufficiente affinchè una V_2 in V_3 sia a curvatura relativa nulla, è che per uno, e quindi per tutti i suoi sistemi coniugati, si annulli almeno una delle torsioni associate.

Ciò posto si ritrovano subito i noti risultati [36] circa le superficie a curvatura nulla in V_3. Se ad es. è $\frac{1}{T_1} = 0$, ciò porta che lungo ciascuna linea (λ) la V_2 ha la stessa superficie geodetica tangente [37]: le linee (λ) sono poi asintotiche e nel contempo geodetiche di V_2, e quindi geodetiche della V_3 ambiente [38]. Dunque la V_2 è formata da ∞^1 geodetiche am-

---

(35) Di questo risultato ho già dato notizia in una nota pubblicata nei C. R. dell'Accad. di Parigi (**17**). La dimostrazione ivi accennata però è quella qui data ai nn. 13-14.

(36) BOMPIANI, **14**, pag. 1130 (V_2 in V_n).

(37) Si tenga presente che la G_2 osculatrice a Σ_1 è in ogni punto tangente a V_2.

(38) Che le (λ) siano asintotiche si vede subito ad es. dalla formula (33) indicata più innanzi, la quale per esse ci dà appunto $\frac{1}{\varrho''} = 0$: ciò posto si può provare che esse sono geodetiche di V_3 seguendo la stessa via che segue il BOMPIANI, per l'analoga dimostrazione in V_n (**14**, pag. 1126).

bienti, e in ogni punto di ciascuna di esse ha la stessa superficie geodetica tangente. Se poi è anche $\frac{1}{T_1} = 0$, la V_2 è totalmente geodetica.

Per le superficie a *curvatura relativa positiva* (a punti ellittici) la (18) ci mostra che per ogni doppio sistema coniugato le due torsioni associate $\frac{1}{T_1}, \frac{1}{T_2}$ hanno segno contrario. E invece per le superficie a curvatura relativa negativa (a punti iperbolici) esse hanno lo stesso segno. Anzi, in ciascun punto iperbolico questo segno comune è *lo stesso* per *tutti* i sistemi coniugati. Ciò può apparire in contrasto col noto risultato relativo alle asintotiche [39]: ma si comprende bene la ragione di questo apparente contrasto se si pensa che sulle superficie a punti iperbolici in ogni punto P la involuzione delle direzioni coniugate, essendo iperbolica, è discorde: ora due direzioni omologhe che, inizialmente coincidendo con una delle direzioni doppie, (ossia una delle direzioni asintotiche), descrivano il fascio delle direzioni tangenti a V_2 in P, raggiungono la posizione dell'altra direzione doppia formando un angolo *eguale a 180°*, (*e non nullo*): ora abbiamo già osservato (n. 4) come invertendo il senso delle (ξ) il segno della torsione $\frac{1}{T}$ di Σ_ξ venga mutato.

§ 6. — Nuova dimostrazione del teorema A).

13. — Credo opportuno riportare, con qualche maggiore sviluppo, l'altra dimostrazione del teorema A) che ho brevemente accennato nella citata nota dei C. R., anche perchè ciò mi dà l'opportunità di indicare alcune formule ((20) e (21)) che in vari problemi possono riuscire utili.

Sia fissato in V_n un sistema di coordinate curvilinee (x_i). Indichiamo con $\frac{1}{R_{(ik)}}$ la 1^a curvatura associata alla serie $\Sigma_{(ik)}$ delle direzioni delle linee x_i che escono dalla generica linea x_k. Posto in generale

$$(19)_1 \qquad \xi_{(i)}^{\lambda} = \frac{d x^{\lambda}}{d s_i} = \frac{1}{\sqrt{a_{ii}}}\, a_{(i)}^{\lambda} \quad \left(a_{(i)}^{\lambda} = \begin{cases} 0 \text{ per } i \neq \lambda \\ 1 \text{ per } i = \lambda; \end{cases}\right)$$

(39) Bianchi, l. c. (34).

ed

$$(19)_2 \qquad U_{(ik)}{}^r = \Sigma\, \xi^r_{(i)/\mu}\, \xi_{(k)}{}^\mu ,$$

abbiamo subito

$$(20) \qquad \begin{aligned} U_{(ik)}{}^r &= \left\{ \begin{matrix} i\ k \\ r \end{matrix} \right\} \frac{1}{\sqrt{a_{ii}\, a_{kk}}} \quad \text{per } r \neq i , \\ U_{(ik)}{}^i &= \frac{-1}{\sqrt{a_{ii}\, a_{kk}}} \sum_{\mu}^{(i)} \left\{ \begin{matrix} i\ k \\ \mu \end{matrix} \right\} \frac{a_{i\mu}}{a_{ii}} , \end{aligned}$$

e sostituendo nella formula

$$\frac{1}{R^2_{(ik)}} = \Sigma\, a_{rs}\, U_{(ik)}{}^r\, U_{(ik)}{}^s$$

ricaviamo

$$(20) \qquad \frac{1}{R^2_{(ik)}} = \frac{1}{a^2_{ii}\, a_{kk}} \sum_{r,s} \begin{vmatrix} a_{ii} & a_{is} \\ a_{ri} & a_{rs} \end{vmatrix} \left\{ \begin{matrix} i\ k \\ r \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} i\ k \\ s \end{matrix} \right\} ;$$

o sotto altra forma,

$$(20)^* \qquad \frac{1}{R^2_{(ik)}} = \frac{1}{a_{ii}\, a_{kk}} \left(\sum_s \begin{bmatrix} i\ k \\ s \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} i\ k \\ s \end{matrix} \right\} - \frac{1}{a_{ii}} \begin{bmatrix} i\ k \\ i \end{bmatrix}^2 \right) .$$

(La (20) o (20)* per $i = k$ ci dà la 1ª curvatura della linea u_i).

Sia ora $n = 3$: in questo caso valendoci delle (2), (20)*, otteniamo facilmente una semplice espressione per la torsione $\frac{1}{T_{(ik)}}$ (associata a $\Sigma_{(ik)}$).

Per questo cominciamo dal notare che le componenti covarianti di $\gamma = \alpha \wedge \beta$ in V_3 sono

$$\gamma_i = \frac{1}{2!} \sum_{r,s} \varepsilon_{irs} \begin{vmatrix} \alpha^r & \alpha^s \\ \beta^r & \beta^s \end{vmatrix} ,$$

(ove al solito ([40]) $\varepsilon_{irs} = \pm \sqrt{a}$ per $i\ r\ s$ perm. $\left\{ \begin{matrix} \text{diretta} \\ \text{inversa} \end{matrix} \right.$ di 1 2 3; $\varepsilon_{irs} = 0$ se i tre numeri $i\ r\ s$ non sono tutti distinti.

Da ciò segue che

$$\alpha \wedge \beta \times \delta = \begin{vmatrix} \alpha^1 & \alpha^2 & \alpha^3 \\ \beta^1 & \beta^2 & \beta^3 \\ \delta^1 & \delta^2 & \delta^3 \end{vmatrix} \sqrt{a} .$$

([40]) Ved. ad es. MARCOLONGO, **25**, pag. 33.

Ciò posto, sostituendo nella (2) abbiamo nel nostro caso, posto

$$V_{(ik)}^r = \Sigma\, U^r_{(ik)/\mu}\, \xi_{(k)}^\mu ,$$

$$\frac{1}{T_{(ik)}} = - R^2_{(ik)} \sqrt{a} \begin{vmatrix} \xi^1_{(i)} & \xi^2_{(i)} & \xi^3_{(i)} \\ U^1_{(ik)} & U^2_{(ik)} & U^3_{(ik)} \\ V^1_{(ik)} & V^2_{(ik)} & V^3_{(ik)} \end{vmatrix} =$$

$$= - \frac{1}{2!} \Sigma\, \varepsilon_{\lambda h l}\, a_{(i)}^\lambda \frac{R^2_{(ik)}}{\sqrt{a_{ii}}} (U_{(ik)}^h V_{(ik)}^l - U_{(ik)}^l V_{(ik)}^h) .$$

$(i\ h\ l =$ perm. dir. di 1 2 3)

Ora

$$U_{(ik)}^h V_{(ik)}^l - V_{(ik)}^h U_{(ik)}^l = \frac{1}{\sqrt{a_{kk}}} \Big\{ U_{(ik)}^h \frac{\partial U_{(ik)}^l}{\partial x_k} - U_{(ik)}^l \frac{\partial U_{(ik)}^h}{\partial x_k} +$$

$$+ \sum_\lambda \left(U_{(ik)}^h \begin{Bmatrix} \lambda k \\ l \end{Bmatrix} - U_{(ik)}^l \begin{Bmatrix} \lambda k \\ h \end{Bmatrix} \right) U_{(ik)}^\lambda \Big\} ,$$

e infine, tenendo conto delle (19),

$$(21)' \qquad \frac{1}{T_{(ik)}} = \frac{- R^2_{(ik)} \sqrt{a}}{a_{ii}\, a_{kk} \sqrt{a_{ii}\, a_{kk}}} \left[\begin{Bmatrix} i k \\ h \end{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_k} \begin{Bmatrix} i k \\ l \end{Bmatrix} - \right.$$

$$\left. - \begin{Bmatrix} i k \\ l \end{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_k} \begin{Bmatrix} i k \\ h \end{Bmatrix} + \sum_\lambda^{(i)} \begin{Bmatrix} i k \\ \lambda \end{Bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} i k \\ h \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda k \\ l \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} i k \\ l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda k \\ h \end{Bmatrix} \right) \right] ,$$

ossia, ponendo per $\frac{1}{R^2_{(ik)}}$ la sua espressione (20)*,

$$(21) \qquad \frac{1}{T_{(ik)}} = - \sqrt{\frac{a}{a_{ii}\, a_{kk}}} \, .$$

$$\frac{\begin{Bmatrix} i k \\ h \end{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_k} \begin{Bmatrix} i k \\ l \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} i k \\ l \end{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_k} \begin{Bmatrix} i k \\ h \end{Bmatrix} + \sum_\lambda^{(i)} \begin{Bmatrix} i k \\ \lambda \end{Bmatrix} \left[\left(\begin{Bmatrix} i k \\ h \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda k \\ l \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} i k \\ l \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda k \\ h \end{Bmatrix} \right) \right]}{\sum_s \begin{bmatrix} i k \\ s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i k \\ s \end{Bmatrix} - \frac{1}{a_{ii}} \begin{bmatrix} i k \\ i \end{bmatrix}^2}$$

$(i\ h\ l$ perm. dir. di 1 2 3).

Per $i = k$ questa dà la torsione della linea u_i .

14. — Possiamo valerci della precedente formula per provare nuovamente il teorema A).

Per questo riferiamo la V_3 a un sistema di coordinate curvilinee $(x_1\ x_2\ x_3)$, prese in modo che la V_2 supposta sia la superficie $x_3 = 0$, e su di essa le linee del sistema coniugato

supposto siano le linee x_1, x_2; infine le linee x_3 siano ortogonali alla $x_3 = 0$. Abbiamo allora, per $x_3 = 0$, $\frac{1}{R_{(12)}} = \frac{1}{R_{(21)}} = 0$, onde $\left\{ \begin{matrix} 1 & 2 \\ & 3 \end{matrix} \right\} = 0$ (ed $\omega_{12} = 0$). Ciò posto, la (21) nelle attuali ipotesi ci dà (sempre per $x_3 = 0$)

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{(12)}} &= \frac{-a_{11}\sqrt{a}}{\sqrt{a_{11}\,a_{22}}} \frac{\left\{ \begin{matrix} 2 & 2 \\ & 3 \end{matrix} \right\}}{a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2} = -\sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} \frac{\omega_{22}}{\sqrt{a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2}}, \\ \frac{1}{T_{(21)}} &= \frac{a_{22}\sqrt{a}}{\sqrt{a_{11}\,a_{22}}} \frac{\left\{ \begin{matrix} 1 & 1 \\ & 3 \end{matrix} \right\}}{a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2} = \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} \frac{\omega_{11}}{\sqrt{a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2}}. \end{aligned} \tag{22}$$

E infine, appunto

$$\frac{1}{T_{(12)}} \cdot \frac{1}{T_{(21)}} = - \frac{\omega_{11}\,\omega_{22}}{a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2} = -K_r .$$

15. — Dalle formule (22) ricaviamo una assai semplice conseguenza relativa ai sistemi *isotermo-coniugati* ([41]) di linee di una V_2 in V_3. In effetto da esse abbiamo che: condizione perchè le linee coordinate (x_1 x_2), coniugate per ipotesi, sulla $x_3 = 0$ formino un sistema isotermo-coniugato, è che sia $\frac{a_{22}}{T_{(12)}} = \pm \frac{a_{11}}{T_{(21)}}$ ($\pm$ secondo che $K_r \lessgtr 0$). Dunque in generale, se il sistema coniugato è formato dalle linee $\varphi = \text{cost.}$, $\psi = \text{cost.}$, la condizione perchè esso sia isotermo-coniugato è

$$\frac{\Delta_1 \varphi}{T_{(\psi\varphi)}} = \pm \frac{\Delta_1 \psi}{T_{(\varphi\psi)}} . \tag{23}$$

§ 7. - Altre proprietà relative ai sistemi coniugati di una V_2 in V_3.

16. — Il teorema A) ci dice in particolare come abbia valore intrinseco alla V_2 in V_3 il prodotto delle due torsioni associate $\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_{(\xi\lambda)}}$, $\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_{(\lambda\xi)}}$ relative ad un sistema coniugato (ξ λ).

Ma anche il valore di $\frac{1}{T_{(\xi\lambda)}}$ $\left(\text{e così di } \frac{1}{T_{(\lambda\xi)}}\right)$ in ciascun

([41]) Ved. es. Bianchi, **6**, 1° vol. pag. 211.

punto di V_2 è pienamente determinato dagli elementi che caratterizzano in V_3 la superficie (ossia dalle sue due forme) e inoltre dalla direzione. Ciò è geometricamente evidente: e la verifica analitica è assai semplice.

In effetto della condizione di coniugio

$$\Sigma \omega_{ik} \xi^i \lambda^k = 0 \tag{24}$$

abbiamo (a meno del segno)

$$\xi^i = \frac{\Sigma \varepsilon^{ir} \omega_{rs} \lambda^s}{N} \quad (^{42}) \tag{25}$$

ove

$$N^2 = \Sigma b^{ir} \omega_{ik} \omega_{rs} \lambda^k \lambda^s \qquad (\text{ed } N > 0). \tag{26}$$

Poi la condizione $\widehat{\xi \eta} = \frac{\pi}{2}$ dà, (ancora a meno del segno),

$$\eta^i = \Sigma \varepsilon^{ir} b_{rs} \xi^s = \frac{\Sigma b^{it} \omega_{ts} \lambda^s}{N}. \tag{27}$$

Ora sostituendo nella (7),

$$\frac{1}{T_{(\xi\lambda)}} = \pm N \left(\text{e quindi } \frac{1}{T_{(\lambda\xi)}} = \mp \frac{K_r}{N} \right), \tag{28}$$

o sotto altra forma

$$\frac{1}{T_{(\xi\lambda)}} = \pm \operatorname{mod} (\Sigma \omega_{ik} \lambda^k). \tag{29}$$

---

(42) Credo opportuno indicare una immediata e assai semplice conseguenza della (25), che non mi sembra sia stata finora esplicitamente notata. Posto $\theta = \widehat{\zeta \xi}$ (angolo di due direzioni coniugate), abbiamo da essa

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\Sigma \omega_{rs} \lambda^r \lambda^s}{N}, \quad \cos \theta = \frac{\Sigma \varepsilon^{ir} b_{is} \omega_{rt} \lambda^s \lambda^t}{N},$$

quindi

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\Sigma \omega_{rs} \lambda^s \lambda^t}{\Sigma \varepsilon^{ir} b_{is} \omega_{rt} \lambda^s \lambda^t}$$

ossia: tang θ è il rapporto tra la 2ª forma differenziale e il covariante irrazionale simultaneo Θ delle due forme fondamentali di V_2 in V_3, calcolati nella direzione di λ: o anche, è il rapporto tra la curvatura normale e la torsione geodetica in tale direzione.

17. — Questo per quanto riguarda la *torsione* associata alla serie Σ_ξ (formata da direzioni (ξ) coniugate a quelle della linea di trasporto Γ).

Non altrettanto semplice è l'espressione della *flessione* associata a Σ_ξ: ciò è prevedibile geometricamente, giacchè non basta un elemento del 1° ordine di Γ (come per la torsione) a determinarla, ma occorre un elemento del 2° ordine. Dalla (24), derivando lungo Γ in V_2, abbiamo — detta $\frac{1}{\varrho'}$ la curvatura geodetica di Γ e (μ) la sua normale principale in V_2 —

$$\frac{1}{R} = - \frac{\Sigma\, \omega_{rs/t}\, \lambda^r \lambda^s \lambda^t - \Sigma\, \omega_{rs} \frac{\mu^r}{\varrho'} \xi^s}{\Sigma\, \omega_{rs}\, \lambda^r \eta^s},$$

onde con semplici trasformazioni, valendoci delle (25), (26), (27), e tenendo conto che $\widehat{\mu\,\lambda} = \frac{\pi}{2}$, abbiamo (a meno del segno)

$$\frac{1}{R} = \frac{\Sigma\, \varepsilon^{ik}\, \omega_{ir/s}\, \omega_{kt}\, \lambda^r \lambda^s \lambda^t}{N^2} + \frac{K_r}{N^2} \frac{1}{\varrho'}, \tag{30}$$

e sotto altra forma, posto

$$J = \Sigma\, \varepsilon^{ik}\, \omega_{ir/s}\, \omega_{kt}\, \lambda^r \lambda^s \lambda^t,$$

e ricordando la (28),

$$\frac{1}{R} = \frac{J}{N^2} - \frac{T_{(\xi\lambda)}}{T_{(\lambda\xi)}} \frac{1}{\varrho'}. \tag{31}$$

Se (λ) è direzione asintotica, si ha $J = 2 \frac{N^2}{\varrho'}$ e inoltre $\xi \equiv \lambda$ onde $\frac{1}{R} = \frac{1}{\varrho'}$ come è ben naturale.

18. — Se vogliamo introdurre nelle nostre considerazioni *l'angolo* $\theta = \widehat{\xi\,\lambda}$ *delle due direzioni coniugate* (ved. nota ([42])) possiamo porre la relazione tra $\frac{1}{R}$ ed $\frac{1}{\varrho'}$ sotto forma assai più semplice. In effetto, dalla relazione $\xi \wedge \lambda = n \operatorname{sen} \theta$ ricaviamo, derivando,

$$\frac{1}{\varrho'} = \frac{1}{R} + \frac{d\,\theta}{d\,s}. \tag{32}$$

Insieme, detta $\frac{1}{\varrho''}$ la *curvatura normale* di Γ,

$$\frac{1}{\varrho''} = - \frac{\operatorname{sen}\theta}{T_{(\xi\lambda)}}. \tag{33}$$

19. — Accennerò ancora a un'altra relazione molto semplice tra $\frac{1}{R}$ e la flessione $\frac{1}{R_0}$ associata a una serie Σ_0 di direzioni tangenti a V_2, *a torsione nulla*, che abbia la stessa linea Γ come direttrice, e sia determinata dalla condizione iniziale di avere a comune con Σ_ξ nel punto iniziale P di Γ la direzione (ξ) e la G_2 osculatrice (tangente a V_2): ossia, il triedro principale associato ([43]).

La condizione $\xi_0 \times \zeta = 0$ ([44]) ci dà in effetto, per derivazione lungo Γ,

$$\frac{\eta_0 \times \zeta}{R_0} + \frac{\xi_0 \times \eta}{T} = 0,$$

e derivando ancora (col tener presente che $\frac{1}{T_0} = 0$),

$$- \frac{\xi_0}{R_0^2} \times \zeta + 2 \frac{\eta_0 \times \eta}{R_0 T} - \frac{\xi_0 \times \xi}{R T} - \frac{\xi_0 \times \zeta}{T^2} -$$
$$- \frac{\eta_0 \times \zeta}{R_0^2} \frac{d R_0}{d s} - \frac{\xi_0 \times \eta}{T^2} \frac{d T}{d s} = 0.$$

Ora inizialmente si ha

$$\xi_0 \times \xi = \eta_0 \times \eta = 1, \quad \text{e} \quad \xi_0 \times \zeta = \eta_0 \times \zeta = \xi_0 \times \eta = 0,$$

dunque (potendosi supporre, in generale, $\frac{1}{T} \neq 0$),

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{R_0}. \tag{34}$$

Questa formula semplicissima corrisponde in qualche modo alla nota formula del Beltrami ([45]), che dà la relazione tra la curvatura di un'asintotica e quella della sezione della super-

---

([43]) Queste condizioni determinano Σ_0, che infatti può costruirsi trasportando per parallelismo lungo Γ la G_2 osculatrice iniziale, e intersecandola in ogni punto di Γ con la G_2 tangente alla superficie.

([44]) Si rammenti che ζ è normale a V_2.

([45]) Ved. Beltrami, Opere (2) vol. I pag. 255, 301 oppure **3, 4.**

ficie col suo piano osculatore: in effetto le Σ a torsione nulla di V_2 sono le estensioni naturali delle sue sezioni piane.

Se Σ_0 non è a torsione nulla, ma ha comune ancora con Σ_ξ il triedro principale associato, si ha più in generale

$$\frac{1}{\mathrm{R}\,\mathrm{T}} + \frac{1}{\mathrm{R}_0\,\mathrm{T}_0} = \frac{2}{\mathrm{R}_0\,\mathrm{T}} . \tag{35}$$

§ 8. - Le V_2 in V_n. Una estensione dell'usuale rappresentazione delle curvature normali.

20. — Consideriamo ora una superficie V_2 immersa in una V_n (intenderemo in generale $n > 3$).

Sia (x_p, x_q) un doppio sistema di linee su V_2, e ds_p, ds_q siano i loro elementi d'arco: siano α_p, α_q i due vettori unitari di V_2 che dànno le direzioni delle linee x_p, x_q nel punto P generico di V_2. Se indichiamo con δ, δ' i simboli di differenziazione covariante (ved. l. c. ([6])) in V_2 e in V_n rispettivamente, infine con $\Omega_{rs}{}^i$ le componenti del *tensore di curvatura* ([46]) della V_2 in V_n, abbiamo, come è noto,

$$\frac{\delta \alpha_p{}^i}{\delta s_q} = \frac{\delta' \alpha_p{}^i}{\delta' s_q} - \Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_p{}^r\, \alpha_q{}^s \tag{36}$$ ([47]).

Ricordiamo anche che per $\alpha_p \equiv \alpha_q$, gli estremi dei vettori $u_{pq}{}^i = \Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_p{}^r\, \alpha_q{}^s$, cioè, (a meno del senso) dei *vettori di*

([46]) Dò questa denominazione, secondo SCHOUTEN e STRUIK, (ved. ad es. SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 49 form. (20)) al tensore del 3º ordine

$$\Omega_{rs}{}^i = \frac{\partial^2 x^i}{\partial u_r\, \partial u_s} - \sum_\tau \frac{\partial x^i}{\partial u_\tau} \left\{ {rs \atop \tau} \right\}_b + \sum_{\varrho\sigma} \left\{ {\varrho\sigma \atop i} \right\}_a \frac{\partial x^\varrho}{\partial u_r} \frac{\partial x^\sigma}{\partial u_s} ,$$

introdotto dal Bompiani ((**14**), pag. 1117) per definire la 2ª forma fondamentale di una V_m in V_n. (Veramente il « Krümmungs-affinor » di SCHOUTEN-STRUIK è uguale a $- \Omega_{rs}{}^i$).

([47]) Ved. STRUIK, **38** pag. 107. (Ved. anche BOMPIANI, **14**, pag. 1117). Il vettore del 1º membro è il *vettore di 1ª curvatura* (n. 9) della serie Σ_{pq} delle direzioni delle linee u_p uscenti da una linea u_q: i due vettori del 2º membro, che ne sono le componenti tangenziale a V_2 e normale ad essa, rispettivamente, sono *i vettori di curvatura geodetica e di curvatura normale* di Σ_{pq} in P. Tra i moduli dei 3 vettori, ossia la prima curvatura $\frac{1}{\mathrm{R}}$ di Σ_{pq}, le curvature geodetica $\frac{1}{\mathrm{R}^{\bullet}}$ e normale, $\frac{1}{\overline{\mathrm{R}}}$, per la (36) sussiste la solita relazione (17).

curvatura normale relativi alle diverse direzioni (α_p) uscenti in V_2 da P, (o anche, dei vettori di 1ª curvatura delle linee geodetiche di V_2 uscenti da tale punto), hanno per luogo una ellisse (*ellisse delle curvature* ([48])), il cui centro appartiene alla normale di curvatura media.

21. — Ora anche studiando, più in generale, il *luogo degli estremi dei vettori* $\mathbf{u}_{pq}{}^i = \Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_p{}^r\, \alpha_q{}^s$ — cioè: dei vettori di curvatura normale relativi a coppie di direzioni (α_p), (α_q), o anche: dei vettori di 1ª curvatura delle $\ddot{\Sigma}$ ($\ddot{\Sigma}$ geodetiche) di V_2 uscenti dal punto P — si ottengono risultati assai semplici.

Per questo, supposto per ora che il punto P sia *generale* (*spaziale*) ([49]), cioè che i vettori $\mathbf{u}_{pq}$ appartengono ad un R_3^*, riferiamo i vettori di V_2 uscenti da P a due vettori fissi (genericamente presi) tra loro ortogonali, α_1, α_2; posto

$$\omega_p = \widehat{\alpha_1 \alpha_p}\,, \quad \omega_q = \widehat{\alpha_1 \alpha_q}\,,$$

abbiamo

$$\alpha_p = \cos\omega_p\, \alpha_1 + \operatorname{sen}\omega_p\, \alpha_2\,, \quad \alpha_q = \cos\omega_q\, \alpha_1 + \operatorname{sen}\omega_q\, \alpha_2.$$

E quindi

$$\mathbf{u}_{pq} = \mathbf{u}_{11} \cos\omega_p \cos\omega_q + \mathbf{u}_{12} \operatorname{sen}(\omega_p + \omega_q) + \mathbf{u}_{22} \operatorname{sen}\omega_p \operatorname{sen}\omega_q. \tag{37}$$

Ora se poniamo per semplicità $u_{ik} = \operatorname{mod} \mathbf{u}_{ik}$, e riferiamo l'$R_3^*$ a cui appartengono tutti i vettori di curvatura normale $\mathbf{u}_{pq}$ a un sistema P $(x\ y\ z)$ di assi cartesiani curvilinei, prendendo gli assi $x\ y\ z$ nelle direzioni di $\mathbf{u}_{11}$, $\mathbf{u}_{12}$, $\mathbf{u}_{22}$, l'estremo del vettore $\mathbf{u}_{pq}$ generico è dato da

$$x = u_{11} \cos\omega_p \cos\omega_q\,, \quad y = u_{12} \operatorname{sen}(\omega_p + \omega_q)\,, \quad z = u_{22} \operatorname{sen}\omega_p \operatorname{sen}\omega_q\,, \tag{38}$$

e quindi *varia sul cilindro ellittico*,

$$\left(\frac{x}{u_{11}} - \frac{z}{u_{22}}\right)^2 + \left(\frac{y}{u_{12}}\right)^2 = 1, \tag{39}$$

(il cui asse

$$\frac{x}{u_{11}} - \frac{z}{u_{22}} = 0, \quad y = 0 \tag{40}$$

([48]) Ved. E. E. LEVI, **22**, pag. 64; STRUIK, **38**, pag. 117; SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 54-59 (La conica delle curvature è la Krümmungsgebilde di SCHOUTEN-STRUIK).

([49]) LEVI, **22**, pag. 60. SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 58.

passa per P con la direzione della normale di curvatura media); e precisamente *varia nella zona di questo cilindro che è compresa tra la conica delle curvature* γ, di equazioni

$$\text{(41)} \quad \begin{cases} \dfrac{x}{u_{11}} + \dfrac{z}{u_{22}} = 1 \\ \dfrac{y^2}{u_{12}^2} = 4\dfrac{x\,z}{u_{11}\,u_{22}} \end{cases}, \text{ cioè } \begin{cases} x = u_{11} \cos^2 \omega_p \\ y = u_{12} \operatorname{sen} 2\omega_p \\ z = u_{22} \operatorname{sen}^2 \omega_p \end{cases} \quad \text{(41)*}$$

e la sua simmetrica γ' *rispetto a* P: zona che potremo chiamare *campo di curvatura normale*.

Se fissiamo la direzione (α_p), gli estremi di tutti i vettori $\mathbf{u}_{pq}$ al variare dell'altra direzione (α_q) *variano su di una ellisse*, sezione del cilindro (39) col piano

$$\text{(42)} \qquad \frac{x}{u_{11} \cos^2 \omega_p} - \frac{2\,y}{u_{12} \operatorname{sen} 2\omega_p} + \frac{z}{u_{22} \operatorname{sen}^2 \omega_p} = 0\,,$$

avente il centro in P, e tangente alla conica delle curvature γ nel punto che corrisponde alla direzione (α_p) scelta. La direzione del vettore $\mathbf{u}_{pq}$ corrispondente a due qualunque direzioni (α_p) (α_q) di V_2 uscenti da P, è quella dell'intersezione dei due piani tangenti al cono H che proietta da P la conica γ delle curvature (cono delle curvature), nei punti di essa corrispondenti a tali direzioni (α_p), (α_q). Viceversa: data una qualunque retta di R_3^* per P, esistono due direzioni (reali e distinte, o reali e coincidenti, o immaginarie coniugate) (α_p), (α_q), tali che il corrispondente vettore $\mathbf{u}_{pq}$ appartiene alla data retta: esse corrispondono ai punti in cui γ è toccata dai piani tangenti al cono delle curvature, e uscenti dalla retta data.

22. — Se il punto P è *planare* [50], cioè, se il piano dell'ellisse delle curvature passa per P, *tutti i vettori* $\mathbf{u}_{pq}$ *appartengono a tale piano*. Prendiamo gli assi cartesiani x, y, in questo piano, con le direzioni di $\mathbf{u}_{11} - \mathbf{u}_{22}$ e di $\mathbf{u}_{12}$: poniamo $a = \frac{1}{2}(u_{11} - u_{22})$, $b = u_{12}$, e diciamo D_1, D_2 le coordinate del centro dell'ellisse delle curvature γ: questa è data allora dall'equazione

$$\text{(43)} \qquad \left(\frac{x - D_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - D_2}{b}\right)^2 = 1\,.$$

---

[50]) LEVI, **22**, pag. 61, SCHOUTEN-STRUIK, **35** pag. 56.

L'estremo del generico vettore $\mathbf{u}_{pq}$ è dato da

$$(44)\qquad \begin{aligned} x &= D_1 \cos(\omega_p - \omega_q) + a \cos(\omega_p + \omega_q)\,; \\ y &= D_2 \cos(\omega_p - \omega_q) + b \operatorname{sen}(\omega_p + \omega_q)\,. \end{aligned}$$

Se poniamo $\omega_p - \omega_q = \beta$, $\omega_p + \omega_q = \gamma$, abbiamo subito che per $\beta =$ cost. il punto (44) varia sull'ellisse

$$(45)\qquad \left(\frac{x - D_1 \cos\beta}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - D_2 \cos\beta}{b}\right)^2 = 1\,.$$

Ora al variare di β, questa equazione ci dà una famiglia di ellissi, (congruenti per traslazione), che comprende in particolare l'ellisse delle curvature γ (per $\beta = 0$) e la sua simmetrica γ' rispetto a P (per $\beta = \pi$). L'*inviluppo di queste ellissi* è formato dalle due rette

$$(46)\qquad D_2\, x - D_1\, y = \pm \sqrt{a^2 D_2^2 + b^2 D_1^2}\,,$$

parallele alla normale di curvatura media ed equidistanti da essa. Anche le coniche estreme γ, γ' della famiglia appartengono all'inviluppo, come è ben naturale.

Gli estremi dei vettori $\mathbf{u}_{pq}$ *riempiono la porzione di piano limitata dalle due ellissi e dalle due rette ora dette* ([51]): che chiameremo ancora (cfr. n. prec.) *campo di curvatura normale*.

Se fissiamo la direzione (α_p), gli estremi dei vettori $\mathbf{u}_{pq}$ al variare dell'altra direzione (α_q) descrivono l'ellisse

$$(47)\qquad \begin{gathered} x^2 (D_2^2 + b^2 + 2 D_2 b \operatorname{sen} 2\omega_p) + \\ + y^2 (D_1^2 + a^2 + 2 D_1 a \cos 2\omega_p) - \\ - 2xy (D_1 D_2 + a D_2 \cos 2\omega_p + b D_1 \operatorname{sen} 2\omega_p) = \\ = (D_1 b \cos 2\omega_p + a D_2 \operatorname{sen} 2\omega_p + ab)^2\,. \end{gathered}$$

Ciascuna ellisse (47) è tangente all'ellisse delle curvature nel punto corrispondente alla relativa direzione (α_p), (di coordinate $x = D_1 + a \cos 2\omega_p$, $y = D_2 + b \operatorname{sen} 2\omega_p$). L'*inviluppo delle ellissi* (47) è formato dalle due coniche γ, γ', e dalle due rette (46). Nella famiglia (47) di ellissi vi sono due *ellissi che passano per P*: esse degenerano nelle due rette

$$(48)\qquad y = \frac{-D_1 D_2 \pm \sqrt{a^2 D_2^2 + b^2 D_1^2 - a^2 b^2}}{a^2 - D_1^2}\, x$$

([51]) Questo poteva prevedersi, per ragioni di continuità, tenendo presenti i risultati ottenuti nel precedente caso del punto generale.

tangenti da P alla conica delle curvature (ciascuna contata due volte). Si ritrova in particolare ([52]) che da un punto planare P escono *due direzioni* (α_m), (α_n) *coniugate*, cioè tali che che la curvatura normale relativa alla loro coppia (ossia: mod $(\Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_m{}^r\, \alpha_n{}^s)$) è nulla: e che *le direzioni dei vettori di curvatura normale relativi a ciascuna di tali direzioni* (o anche: delle 1^e normali principali delle linee geodetiche di V_2 uscenti da P con tali direzioni) *sono le tangenti da* P *alla conica delle curvature* γ.

Abbiamo anche che: se (α_m), (α_n) formano *la coppia di direzioni coniugate* di V_2 in P, il vettore di curvatura normale $u_{mp}{}^i = \Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_m{}^s\, \alpha_p{}^s$ (e così $\Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_n{}^r\, \alpha_p{}^s$) al variare della direzione (α_p) di V_2 attorno a P *varia di modulo, ma non di direzione.* E ciò del resto è evidente se si pensa che possiamo sempre porre ([53]) $\alpha_p = \mu\, \alpha_m + \nu\, \alpha_n$, (ove μ, ν sono due coefficienti, legati dalla relazione $\mu^2 + \nu^2 + 2\,\mu\,\nu\, \alpha_m \times \alpha_n = 1$), onde avendosi $\Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_m{}^r\, \alpha_n{}^s = 0$, si ricava

$$\Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_m{}^r\, \alpha_p{}^s = \mu\, \Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_m{}^r\, \alpha_m{}^s\,. \tag{49}$$

Il *massimo valore che assume il modulo di*

$$u_{mp}{}^i = \Sigma\, \Omega_{rs}{}^i\, \alpha_m{}^r\, \alpha_p{}^s\,,$$

(ossia la curvatura normale relativa alla coppia di direzioni (α_m) (α_p)) al variare di α_p, *corrisponde* ad $\omega_p = \omega_n \pm 90^\circ$, *ossia alla coppia formata da una delle direzioni coniugate e dalla perpendicolare all'altra*, e tale massimo valore è precisamente dato dalla *lunghezza della porzione della corrispondente retta* (48) *compresa tra* P *e l'intersezione coll'una* (o l'altra) *delle due rette* (46). Su ciò avremo presto occasione di tornare.

§ 9. — Estensione del teorema di Beltrami-Enneper ai sistemi coniugati di una V_2 in V_n.

23. — Sia (ξ, λ) il doppio sistema coniugato di una V_2 in V_n (a punti planari). Le 1^e normali principali (ξ_2), (λ_2) associate a $\Sigma_{\xi\lambda}$ e a $\Sigma_{\lambda\xi}$ sono tangenti a V_2: ora se $\frac{1}{R_2'}$, $\frac{1}{R_2''}$, sono le 2^e curvature (o torsioni) associate a $\Sigma_{\xi\lambda}$, $\Sigma_{\lambda\xi}$, dalla (36)

([52]) Ved. Levi, **22**, pag. 67-68.

([53]) S'intende, nell'ipotesi che P sia *planare*.

deduciamo facilmente che

$$(50)\qquad \frac{\xi_3{}^i}{R'_2} = - \Sigma\, \xi_2{}^r \lambda^s \Omega_{rs}{}^i\ ,\quad \frac{\lambda_3{}^i}{R''_2} = - \Sigma\, \lambda_2{}^r \xi^s \Omega_{rs}{}^i\ .$$

Le torsioni $\frac{1}{R'_2}$, $\frac{1}{R''_2}$ sono dunque appunto date, a meno del segno, dai moduli dei vettori di curvatura normale

$$(\Sigma\, \xi_2{}^r \lambda^s \Omega_{rs}{}^i)\ ,\ (\Sigma\, \lambda_2{}^r \xi^s \Omega_{rs}{}^i)\ ,$$

ossia (n. prec.) dalle lunghezze delle porzioni di tangenti da P alla conica delle curvature γ, comprese tra P e le intersezioni con le rette (46), tangenti a tale conica e parallele alla normale di curvatura media. Detto θ l'angolo delle due direzioni coniugate in P (cioè, posto $\cos\theta = \lambda \times \xi$) ed $\frac{1}{\varrho'}$, $\frac{1}{\varrho''}$ le curvature normali di V_2 nelle direzioni (λ), (ξ), dalla (49) abbiamo facilmente (a meno del segno),

$$\frac{1}{\varrho'} = \frac{\operatorname{sen}\theta}{R'_2}\ ,\ \frac{1}{\varrho''} = \frac{\operatorname{sen}\theta}{R''_2}\ ,$$

come pel caso delle V_2 in V_3 (form. (33)). Da queste formule possiamo dedurre una nuova dimostrazione di un noto risultato ([54]): *soltanto se l'ellisse delle curvature degenera in due rette sovrapposte* può essere $\operatorname{sen}\theta = 1$, cioè, *le due direzioni coniugate possono essere ortogonali*, perchè allora e allora soltanto su ciascuna delle rette (48) il punto di contatto con γ e il punto di intersezione con una delle rette (46) vengono a coincidere.

24. — Veniamo ora ad estendere alle V_2 in V_n il teorema A) (di Beltrami-Enneper generalizzato) dato al n. 12, dimostrando il teorema seguente (che comprende anche come caso particolare il risultato ottenuto dal Levi sulla torsione delle asintotiche di una superficie a punti planari parabolici ([55])).

B) - « *Dato su di una V_2 (a punti planari) in V_n un doppio sistema coniugato, e detto φ l'angolo che nel punto generico P della superficie formano le tangenti da esso alla conica delle curvature,* $\frac{1}{R'_2}$ *e* $\frac{1}{R''_2}$ *le 2e curvature associate alle serie*

([54]) Struik, **38**, pag. 118.
([55]) Levi, **22**, pag. 84-86.

di direzioni delle linee di ciascun sistema che escono dai punti di una linea dell'altro, il prodotto $\frac{\cos\varphi}{|R_2' R_2''|}$ *in ciascun punto della superficie è costante, ed eguale alla curvatura relativa* K_r *della* V_2 *in* P ».

In effetto: ricordiamo che essendo ad es. $\xi \equiv \xi_1, \xi_2$ due vettori unitari tangenti a V_2 e tra loro ortogonali, abbiamo [56]

$$(51)\quad K_r = \Sigma\, a_{ik} (\Omega_{rs}{}^i\, \Omega_{r's'}{}^k - \Omega_{rr'}{}^i\, \Omega_{ss'}{}^k)\, \xi_1{}^r \xi_1{}^s \xi_2{}^{r'} \xi_2{}^{s'} =$$
$$= \Sigma\, a_{ik}\, \Omega_{rs}{}^i\, \Omega_{r's'}{}^k (\xi_1{}^r \xi_1{}^s \xi_2{}^{r'} \xi_2{}^{s'} - \xi_1{}^r \xi_1{}^{r'} \xi_2{}^s \xi_2{}^{s'})$$

ossia, posto $\theta = \widehat{\lambda\,\xi}$, onde (n°. prec.)

$$\xi_2 = \varepsilon_1 \left(\xi_1 \cot\theta - \frac{\lambda_1}{\operatorname{sen}\theta}\right),\ \lambda_2 = \varepsilon_2 \left(\frac{\xi_1}{\operatorname{sen}\theta} - \lambda_1 \cot\theta\right),\ (\lambda_1 \equiv \lambda;\ \varepsilon_1, \varepsilon_2 = \pm 1),$$

e

$$v_1{}^i = \Sigma\, \Omega^i_{rs}\, \lambda_1{}^r \lambda_1{}^s,\quad v_2{}^i = \Sigma\, \Omega^i_{rs}\, \xi_1{}^r \xi_1{}^s,$$

$$(52)\qquad K_r = \frac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

Questo mostra appunto che K_r ha il segno di $\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2$, ossia di $\cos\varphi$ (perchè $\widehat{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2} = \varphi$). Ma d'altra parte per le (50) abbiamo:

$$\frac{\xi_3}{R'_2} = \varepsilon_1 \frac{\mathbf{v}_1}{\operatorname{sen}\theta},\quad \frac{\lambda_3}{R''_2} = -\varepsilon_2 \frac{\mathbf{v}_2}{\operatorname{sen}\theta},$$

onde

$$(52)^*\qquad \varepsilon \frac{\xi_3 \times \lambda_3}{R'_2 R''_2} = -K_r,$$

ove $\varepsilon = \varepsilon_1 \varepsilon_2 = \pm 1$, col segno di $\cos\widehat{\lambda_1 \xi_1} \cdot \cos\widehat{\lambda_2 \xi_2}$; e anche

$$(53)\qquad \frac{\cos\varphi}{|R'_2 R''_2|} = K_r,$$

come volevamo. Se P è *planare parabolico*, $R_2' = R_2''$, $\varphi = \pi$.

Se P è punto *assiale* (LEVI, **22**, pag. 61), è $\xi_3 \times \lambda_3 = \varepsilon$, e la (52)* si riduce alla (18), esprimente il teor. A). Questo è così nuovamente provato. Allora è $\cos\varphi = \pm 1$, secondo che $K_r \gtrless 0$.

---

[56] Ved. ad es. BOMPIANI, **14**, pag. 1135, SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 65.

Come conseguenza del teorema dimostrato, possiamo ritrovare alcuni risultati stabiliti dal BOMPIANI (**14**, pag. 1130) circa le superficie a curvatura relativa nulla in V_n (pel caso di V_2 a punti planari).

La (53) mostra che: condizione necessaria e sufficiente perchè per una tale superficie sia $K_r = 0$, è che sia $\cos\varphi = 0$, oppure $\frac{1}{R'_2} = 0$ od $\frac{1}{R''_2} = 0$. Ora se una, od entrambe, le torsioni associate al doppio sistema coniugato sono nulle, ne ricaviamo subito (come al n. 12) che la superficie, o possiede ∞^1 geodetiche di V_n con superficie geodetica tangente fissa lungo ciascuna di esse, o è totalmente geodetica: se invece è $\cos\varphi = 0$, ossia, i vettori di curvatura normale delle linee dei due sistemi (λ), (ξ) sono ortogonali, per la V_2 considerata le giaciture G_3 osculatrici alle linee dei due sistemi, e le G_3 tangenti alla superficie sono tra loro ortogonali ([57]).

§ 10. — Direzioni coniugate di una V_2 in V_n rispetto ad una normale (ζ_h): sistemi coniugati ed asintotiche.

25. — Consideriamo ora una superficie *qualunque* in V_n. Su di essa in generale non esistono sistemi coniugati. Ma possiamo associare a ciascun suo punto, con legge (continua ma) arbitraria, una normale (ζ_h) e chiamare *direzioni coniugate in V_2 rispetto a tale normale* (ζ_h) due direzioni (ξ), (λ) tali che soddisfino alla relazione

$$\Sigma \overset{h}{\omega}_{rs}\, \xi^r \lambda^s = 0 \tag{54}$$

ove

$$\overset{h}{\omega}_{rs} = \Sigma\, a_{ik}\, \Omega_{rs}{}^i\, \zeta_h{}^k \tag{55}$$

sono i coefficienti della 2^a forma fondamentale della V_2 in V_n relativa alla normale (ζ_h) ([58]).

La (54) può scriversi

$$\Sigma\, a_{ik}\, \Omega_{rs}{}^i\, \xi^r \lambda^s \zeta_h{}^k = 0 , \tag{56}$$

([57]) o più precisamente, (secondo SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 19), $\frac{1}{3}$ — ortogonali.

([58]) Ved. BOMPIANI, **14**, pag. 1132; SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 50.

ed esprime che *il vettore di curvatura normale relativo alla coppia di direzioni* (ξ), (λ) (n. 20)

$$\Sigma\, \Omega_{rs}{}^{i}\, \xi^{r}\, \lambda^{s} \tag{57}$$

è perpendicolare alla normale (ζ_h) *scelta*. Da ciò desumiamo subito che in un punto P di V_2 *è indeterminata la condizione di coniugio rispetto ad una normale* (ζ_h) *che sia normale alla* R^*_t $(t = 3, 2, 1$ secondo che il punto P è generale, planare od assiale) *dei vettori di curvatura normale*: cioè, rispetto a una direzione normale alla V^*_ϱ geodetica $(\varrho = 5, 4, 3)$, osculatrice alla V_2 in P ([59]). Ciò del resto segue anche dal fatto che i coefficienti della 2ª forma fondamentale di V_2 relativa ad una tale normale, sono identicamente nulli. Vi è dunque sempre un R_{n-2-t} di normali, rispetto alle quali la condizione di coniugio è indeterminata. Da questo abbiamo senz'altro che la condizione di coniugio rispetto a una qualunque normale (ζ_h) coincide con la condizione di coniugio rispetto alla sua proiezione su R^*_t.

La (54) ci mostra che le coppie di direzioni coniugate rispetto ad una data normale (ζ_h), (che non sia normale ad R^*_t), in ogni punto di V_2 formano un'involuzione. Che è degenere se la curvatura relativa $K_{r,h}$ di V_2 rispetto a tale normale è nulla, e allora soltanto: è iperbolica od ellittica secondo che $K_{r,h} \lesseqgtr 0$.

26. — Se il vettore ζ_h è linearmente legato a due, oppure a tre altri vettori, (pure normali a V_2 e non ad R^*_t) la involuzione corrispondente a ζ_h è pure linearmente legata alle involuzioni che corrispondono a tali altri vettori. Ne segue che le involuzioni delle tangenti coniugate rispetto alle diverse normali di V_2 formano in ciascun punto generale un sistema lineare ∞^2 (una rete) di involuzioni: in ciascun punto planare, un fascio di involuzioni: mentre in ciascun punto assiale, si ha una involuzione unica e determinata.

Se (ζ_1), (ζ_2) sono due normali a V_2 in un punto P, tali che le loro proiezioni in R^*_t sian determinate e distinte, vi è una e una sola coppia di direzioni in P coniugata rispetto ad entrambe: la coppia comune alle corrispondenti involuzioni. E due direzioni di V_2 arbitrariamente assegnate in P sono co-

---

([59]) BOMPIANI, **14**, pag. 1121.

niugate in generale rispetto ad ∞^{n-3} normali di V: di cui però soltanto ∞^1, situate in un piano, se P è generale: una se P è planare, nessuna, se P è assiale, appartengono ad R^*_t.

La (56) ci mostra anche, che se due direzioni (λ), (ξ) di V_2 sono coniugate rispetto a 2, 3,.... normali distinte, sono coniugate anche rispetto a tutte le normali linearmente legate ad esse. Ne segue in particolare che *se due direzioni sono coniugate rispetto ad* n — 2 *normali di* V_2 *linearmente indipendenti*, sono coniugate rispetto a *tutte* le normali di V_2: ossia la condizione (56) di coniugio è da esse identicamente verificata qualunque sia la normale (ζ_h). Ma allora (λ), (ξ) *sono coniugate* (*in senso assoluto*) *in* V_n. (Viceversa: se questo accade, il vettore (57) è identicamente nullo, e la (56) è soddisfatta qualunque sia la normale (ζ_h)).

Siccome però possiamo sempre prendere t delle $n - 2$ normali in R^*_t, abbiamo subito che nel caso di una superficie a punti assiali ($t = 1$) due direzioni sono coniugate (in senso assoluto) in V_n se sono coniugate rispetto all'unico vettore di curvatura normale, cioè rispetto alla normale di curvatura media: nel caso di una superficie a punti planari, ($t = 2$), se sono coniugate rispetto a due distinte normali del piano dei vettori di curvatura normale. Nel caso generale ($t = 3$), ritroviamo che *non esistono coppie di direzioni coniugate in* V_n. In effetto se (λ), (ξ) fossero coniugate rispetto a tre normali (ζ_1), (ζ_2), (ζ_3) di R^*_3 tra loro indipendenti, esse sarebbero coniugate in V_n, ma la condizione di coniugio $\Sigma\, \Omega^i_{rs}\, \lambda^r\, \xi^s = 0$ ci darebbe una relazione lineare fra le tre normali (ζ_1) (ζ_2) (ζ_3): dunque si cadrebbe in un risultato assurdo. Del resto: le tre involuzioni delle direzioni coniugate rispetto a (ζ_1), (ζ_2), (ζ_3) dovrebbero avere una coppia comune, ma ciò esclude che esse possano essere indipendenti.

27. — Ma torniamo alla considerazione dei *sistemi coniugati rispetto ad una normale* (ζ_h) — che potremo supporre appartenente ad R^*_t — e *non in senso assoluto*, per stabilirne alcune proprietà: occupandoci a parte dei due casi di superficie a *punti generali, e planari*. (Il caso delle superficie a punti assiali non presenta alcun interesse, per quanto abbiamo poco sopra notato).

1): *Superficie a punti generali.*

Scelta comunque per P in R^*_3 la normale (ζ_h), (essa dipenderà da due parametri), i vettori (57) di curvatura normale

corrispondenti alle coppie di direzioni coniugate rispetto a (ζ_h) appartengono tutti ad un piano, e precisamente al piano π_h (di R^*_3) per P, normale a (ζ_h). Gli estremi di tali vettori descrivono, sul cilindro (39), un'*ellisse* L — intersezione del piano ora detto col cilindro. Se il piano π_h dell'ellisse L è esterno al cono *H* delle curvature (cioè, al cono che proietta da P la conica delle curvature) — cioè, se la curvatura relativa $K_{r,h}$ della superficie rispetto alla corrispondente normale (ζ_h) è positiva — tale ellisse non ha punti reali a comune con la conica γ delle curvature, e perciò *non si hanno direzioni* (reali) *autoconiugate*. Se π_h è tangente ad *H*, onde $K_{r,h} = 0$, (cioè: se (ζ_h) è tangente al cono polare [60] di *H*), l'ellisse L ha un punto reale e un solo a comune con γ, e si ha quindi *una direzione autoconiugata*.

Se π_h è secante rispetto ad *H*, cioè, se $K_{rh} < 0$, l'ellisse L ha due punti a comune con γ, e quindi abbiamo *due direzioni autoconiugate*. Ritroviamo così in particolare i risultati già desunti dall'osservazione della (54). Nell'ultimo caso non tutta l'ellisse L viene descritta dall'estremo del vettore $(\Sigma\, \Omega^i_{rs}\, \lambda^r\, \xi^s)$ al variare della coppia (λ), (ξ) dell'involuzione: ma soltanto la porzione di essa che è contenuta nel campo di curvatura normale (n. 21).

Se in particolare (ζ_h) è normale all'asse del cilindro (39), cioè alla normale di curvatura media (ζ), L degenera in una coppia di generatrici del cilindro. Se questo caso $(\zeta_h \times \zeta = 0)$ si presenta in tutti i punti di V_2 (o della regione di V_2 considerata), e allora soltanto, su V_2 i due sistemi di asintotiche rispetto alle normali (ζ_h) sono ortogonali, (perchè L si appoggia a γ in due punti diametralmente opposti). Ciò corrisponde al fatto che la curvatura media $H_{r,h}$ di V_2 rispetto a tali normali di R_3, ortogonali alla normale di curvatura media, è nulla.

2): *Superficie a punti planari.*

Scelta comunque per P in R_2, ossia nel piano π_γ della conica delle curvature γ, la normale (ζ_h), (che dipenderà da un parametro) i vettori (57) di curvatura normale corrispondenti alle coppie di direzioni coniugate rispetto a (ζ_h) appartengono tutti ad una stessa retta r_h di R_2, normale a (ζ_h). Gli estremi dei vet-

---

[60] Polare di *H* (considerato come inviluppo) nella polarità ortogonale nella stella P.

tori (57) corrispondenti a ζ_h descrivono il segmento di questa retta, contenuto nel campo di curvatura normale (n. 22). Secondo che r_h risulta esterna, tangente, o secante rispetto alla conica delle curvature — cioè: secondo che la curvatura relativa $K_{r,h}$ di V_2 rispetto alla corrispondente normale (ζ_h) è $\gtreqless 0$ — nel punto P abbiamo nessuna, una o due direzioni autoconiugate: e corrispondentemente, nella porzione di V_2 in cui $K_{r,h}$ ha lo stesso segno che in P, nessuno, uno o due sistemi (reali) di linee asintotiche rispetto alla normale ζ_h. Nel terzo caso le due direzioni autoconiugate o asintotiche sono, in generale, tra loro ortogonali allora e solo che ζ_h è normale alla normale di curvatura media $\bar{\zeta}$. (Onde $H_{r,h} = 0$).

Le infinite coppie di direzioni autoconiugate rispetto alle diverse normali di V_2 *formano una involuzione*, e precisamente *l'involuzione che ha per raggi doppi le direzioni coniugate (in senso assoluto) in* V_n (61). Se P coincide col centro della conica delle curvature — cioè, *se la curvatura media di* V_2 *in* V_n *è nulla* (e la normale di curvatura media è indeterminata), onde V_2 è una *superficie ad area minima* — ogni retta r_h per P in π_γ interseca la conica delle curvature γ in due punti diametralmente opposti, e quindi la involuzione ora detta diviene l'involuzione ortogonale, e *le asintotiche dei due sistemi sono ortogonali.* Ciò *qualunque* sia la normale ζ_h scelta. Si estende così in qualche modo alla V_2 in V_n una ben nota proprietà relativa alle asintotiche sulle V_2 ad area minima in V_n.

28. — *Se* (ξ, λ) *è un doppio sistema coniugato di* V_2 *in* V_n *rispetto alle normali* (ζ_h), *esso è anche un doppio sistema coniugato nel senso ordinario in una qualunque* V_3 *che contenga la* V_2 *e le direzioni delle normali* (ζ_h) (62), *e viceversa.* In effetto il vettore di curvatura normale di $\Sigma_{\xi\lambda}$ in V_2 rispetto a V_n è (63) la somma dei vettori di curvatura normale di $\Sigma_{\xi\lambda}$ in V_2 rispetto a V_3, e in V_3 rispetto a V_n, cosicchè essendo l'ultimo di questi vettori normale a V_3 (e quindi in particolare a (ζ_h)), se il primo di essi è normale a (ζ_h) lo è anche il

(61) Questa involuzione si è presentata (sotto altro aspetto) anche al Levi, **22**, pag. 68.

(62) Struik, **38**, pag. 115.

(63) Struik, **38**, pag. 112.

secondo (che quindi è nullo); e viceversa, se il secondo è nullo, (cioè (λ), (ξ) sono coniugate in V_3), il primo è normale a (ζ_h).

Questo risultato permette di *estendere senz'altro ai sistemi coniugati delle* V_2 *in* V_n *rispetto ad una normale* (ζ_h) *i risultati ottenuti per i sistemi coniugati delle* V_2 *in* V_3 (n.i 11-19). In particolare sussisterà il teorema A) di BELTRAMI-ENNEPER generalizzato (n.° 12) che si potrà esprimere scrivendo

$$\frac{1}{T'_h T''_h} = - K_{r,h} = K'_{r,h} - K_r \tag{58}$$

ove $\frac{1}{T'_h}$, $\frac{1}{T''_h}$ sono le torsioni associate (in V_3) a $\Sigma_{\xi\lambda}$ e a $\Sigma_{\lambda\xi}$, e $K_{r,h}$ è la curvatura relativa di V_2 in V_n rispetto alla normale (ζ_h), mentre K_r è la curvatura relativa di V_2 in V_n e $K'_{r,h}$ è la curvatura relativa di V_2 rispetto ad una qualunque V_{n-1}, che contenga la V_2 e sia normale a (ζ_h) [64].

29. — Di questo risultato possiamo valerci per dimostrare nuovamente il teorema B) (n. 24) pei sistemi coniugati sulle superficie a punti planari. In effetto, sia (ξ, λ) un sistema coniugato in V_n, e quindi anche coniugato rispetto ad $n-2$ direzioni (ζ_h) $(h = 3, 4, \ldots, n)$ normali fra loro e a V_2.

Se $\frac{1}{R'_2}$, $\frac{1}{R''_2}$ sono le 2e curvature associate, e (ξ_3), (λ_3) le 2e normali principali associate a $\Sigma_{\xi\lambda}$ e a $\Sigma_{\lambda\xi}$ in V_n, abbiamo subito, dalle formule di FRENET per $\Sigma_{\xi\lambda}$ e $\Sigma_{\lambda\xi}$ in V_3 e in V_n,

$$-\frac{1}{T'_h} = \varepsilon'_h \frac{\cos \widehat{\zeta_h \xi_3}}{R'_2}, \quad -\frac{1}{T''_h} = \varepsilon''_h \frac{\cos \widehat{\zeta_h \lambda_3}}{R''_2} \tag{59}$$

(ove ε'_h, $\varepsilon''_h = \pm 1$) e quindi

$$\frac{1}{T'_h T''_h} = \varepsilon \frac{\cos \widehat{\zeta_h \xi_3} \cos \widehat{\zeta_h \lambda_3}}{R'_2 R''_2} = - K_{r,h} \tag{60}$$

(ove ε ha lo stesso significato che al n. 24).

Ora dalle $n-2$ eguaglianze espresse dalla (60) (per $h = 3, 4, \ldots, n$), sommando membro a membro si ha appunto

---

[64] Ved. BERZOLARI, **5.** $K_{,rh}$ e $K'_{r,h}$ corrispondono a quelle che il BERZOLARI chiama $(D_2^{(t)})$ e $(D_2^{(n)})$, mentre K_r corrisponde a (D_2).

$$\varepsilon \frac{\cos \widehat{\xi_3 \lambda_3}}{R'_2 R'_2} = - K_r,$$

perchè $\sum_3^{n-2} {}_h K_{r,h} = K_r$, e d'altra parte se (ζ_1) (ζ_2) sono due direzioni, tra loro ortogonali, di V_2, la somma

$$\sum_3^n {}_h \cos \widehat{\zeta_h \zeta_3} \cos \widehat{\zeta_h \lambda_3} = \sum_1^n {}_h \cos \widehat{\zeta_h \zeta_3} \cos \widehat{\zeta_h \lambda_3}$$

è appunto eguale a $\cos \widehat{\zeta_3 \lambda_3}$.

§ 11. — Sistemi quasi-coniugati.

30. — Veniamo infine ad introdurre e a studiare brevemente un tipo di doppi sistemi di linee di una V_2 in V_n, che potremo chiamare *sistemi quasi-coniugati*, essendo una naturale estensione dei sistemi di linee *quasi-asintotiche* introdotti dal BOMPIANI ([65]), e godendo di analoghe proprietà.

Sia Γ una curva di una V_2 in V_n: sia λ il vettore unitario tangente a Γ nel suo punto generico, e $\Sigma_{\xi\lambda}$ una serie di vettori $\xi = \xi_1$ di V_2 uscenti dai punti di Γ, *tale che la* G_{n-1} *osculatrice a* $\Sigma_{\xi\lambda}$ *in ciascun punto di* Γ *sia tangente a* V_2, *ossia, che la* $(n - 1^{ma})$ *normale principale associata* (ζ_n) *sia normale a* V_2. Diremo che le direzioni (ξ) sono *quasi-coniugate* a quelle di Γ. Se i vettori ξ sono tangenziali a Γ, questa linea è una *quasi-asintotica* (l. c. ([65])) di V_2 in V_n. Per $n = 3$, la precedente definizione dà il coniugio ordinario.

Se esistono, in V_2, due sistemi ∞^1 di linee (Γ), (M), tali che le direzioni delle linee (M) che escono dai punti di ciascuna linea (Γ) siano quasi-coniugate alle direzioni delle linee (Γ) stesse, si dirà che (Γ), (M) formano un (doppio) *sistema quasi-coniugato* (Γ, M). Come ben si comprende, un tale sistema *in generale non sarà involutorio*: non sarà lecito scambiare tra loro le linee (Γ) e (M).

31. — È assai facile dimostrare che:

Le direzioni (ξ) *quasi-coniugate alle direzioni* (λ) *di una linea* (Γ), *sono coniugate alle direzioni* (λ) *stesse, rispetto alla normale* (ζ_n) (n.° 25) — essendo (ζ_n) l'$(n - 1)^{ma}$ normale principale associata a $\Sigma_{\xi\lambda}$.

([65]) Ved. BOMPIANI: **9**, **10**, **11**, **12**.

In effetto: il vettore di 1ª curvatura associato a $\Sigma_{\xi\lambda}$ in una qualunque V_3 contenente V_2 e le normali (ζ_n) lungo Γ, essendo il componente in V_3 del vettore di 1ª curvatura associato a $\Sigma_{\xi\lambda}$ in V_n, è come questo normale a (ζ_n), ed appartenendo a V_3, è tangente a V_2.

Ne segue che i doppi sistemi quasi-coniugati (n. prec.) di linee di una V_2 in V_n non sono che particolari sistemi coniugati rispetto a determinate normali di V_2 (n. 25).

32. — Vediamo come possa effettivamente costruirsi, data una curva Γ di V_2 in V_n, una serie Σ_ξ di direzioni di V_2 quasi-coniugate a quelle di Γ. Sia s l'arco di Γ, ed $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ siano due vettori unitari ortogonali di V_2, dati lungo Γ: posto

$$(62) \qquad \boldsymbol{\xi} = \cos\varphi \,.\, \mathbf{a} + \operatorname{sen}\varphi \,.\, \mathbf{b},$$

basterà determinare la funzione $\varphi(s)$ in modo che $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ e i vettori derivati (covariantemente lungo Γ in V_n) di $\boldsymbol{\xi}$ fino all'ordine $n-2$ stiano in un R_{n-1}. Questa condizione si scrive

$$(63) \qquad | a^i \; b^i \; \delta\xi^i \; \delta^2\xi^i \; \ldots\ldots \; \delta^{n-2}\xi^i \; | = 0,$$

ove il 1° membro è un determinante di cui abbiamo indicato soltanto la i^{ma} linea: o, con le notazioni di SCHOUTEN-STRUIK [66]

$$(63)^* \qquad \mathbf{a} \frown \mathbf{b} \frown \delta\boldsymbol{\xi} \frown \delta^2\boldsymbol{\xi} \ldots\ldots \frown \delta^{n-2}\boldsymbol{\xi} = 0.$$

Posta, nella (63), al posto di $\boldsymbol{\xi}$ la sua espressione (62), vediamo subito come i termini contenenti la derivata $(n-2)^{ma}$ di $\varphi(s)$ nell'ultima colonna risultino da una combinazione lineare delle prime due colonne. Dunque la (63) ci dà un'equazione differenziale ordinaria dell'ordine $(n-3)$ in $\varphi(s)$, che è anzi lineare nella derivata $(n-3)^{ma}$.

Per $n=3$ la (63) si riduce ad una equazione in termini finiti (anzi lineare) in tang φ: il che era ben prevedibile, perchè allora, in ogni punto di Γ, la direzione quasi coniugata a quella di Γ coincide con la direzione coniugata nel senso ordinario, e quindi è (in generale) univocamente determinata. Invece per $n>3$, vediamo che la $\Sigma_{\xi\lambda}$ *è individuata assegnandone, in un punto iniziale* P *di* Γ, *un elemento* E_{n-3} *di ordine* $n-3$ [67] cioè $n-3$ generatrici successive, o anche: la generatrice uscente da P e le $G_2, G_3, \ldots, G_{n-3}$ osculatrici

---

[66] SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 10.
[67] Ved. BOMPIANI, **9**, n. 2.

$$\varepsilon \frac{\cos \widehat{\xi_3 \lambda_3}}{R'_2 R''_2} = - K_r,$$

perchè $\sum_3^{n-2} {}_h K_{r,h} = K_r$, e d'altra parte se (ζ_1) (ζ_2) sono due direzioni, tra loro ortogonali, di V_2, la somma

$$\sum_3^n {}_h \cos \widehat{\zeta_h \zeta_3} \cos \widehat{\zeta_h \lambda_3} = \sum_1^n {}_h \cos \widehat{\zeta_h \zeta_3} \cos \widehat{\zeta_h \lambda_3}$$

è appunto eguale a $\cos \widehat{\zeta_3 \lambda_3}$.

§ 11. — Sistemi quasi-coniugati.

30. — Veniamo infine ad introdurre e a studiare brevemente un tipo di doppi sistemi di linee di una V_2 in V_n, che potremo chiamare *sistemi quasi-coniugati*, essendo una naturale estensione dei sistemi di linee *quasi-asintotiche* introdotti dal Bompiani ([65]), e godendo di analoghe proprietà.

Sia Γ una curva di una V_2 in V_n: sia λ il vettore unitario tangente a Γ nel suo punto generico, e $\Sigma_{\xi\lambda}$ una serie di vettori $\xi = \xi_1$ di V_2 uscenti dai punti di Γ, *tale che la* G_{n-1} *osculatrice a* $\Sigma_{\xi\lambda}$ *in ciascun punto di* Γ *sia tangente a* V_2, *ossia, che la* $(n-1^{ma})$ *normale principale associata* (ζ_n) *sia normale a* V_2. Diremo che le direzioni (ξ) sono *quasi-coniugate* a quelle di Γ. Se i vettori ξ sono tangenziali a Γ, questa linea è una *quasi-asintotica* (l. c. ([65])) di V_2 in V_n. Per $n = 3$, la precedente definizione dà il coniugio ordinario.

Se esistono, in V_2, due sistemi ∞^1 di linee (Γ), (M), tali che le direzioni delle linee (M) che escono dai punti di ciascuna linea (Γ) siano quasi-coniugate alle direzioni delle linee (Γ) stesse, si dirà che (Γ), (M) formano un (doppio) *sistema quasi-coniugato* (Γ, M). Come ben si comprende, un tale sistema *in generale non sarà involutorio*: non sarà lecito scambiare tra loro le linee (Γ) e (M).

31. — È assai facile dimostrare che:

Le direzioni (ξ) *quasi-coniugate alle direzioni* (λ) *di una linea* (Γ), *sono coniugate alle direzioni* (λ) *stesse, rispetto alla normale* (ζ_n) (n.° 25) — essendo (ζ_n) l'$(n-1)^{ma}$ normale principale associata a $\Sigma_{\xi\lambda}$.

([65]) Ved. Bompiani: **9**, **10**, **11**, **12**.

In effetto: il vettore di 1ª curvatura associato a $\Sigma_{\xi\lambda}$ in una qualunque V_3 contenente V_2 e le normali (ζ_n) lungo Γ, essendo il componente in V_3 del vettore di 1ª curvatura associato a $\Sigma_{\xi\lambda}$ in V_n, è come questo normale a (ζ_n), ed appartenendo a V_3, è tangente a V_2.

Ne segue che i doppi sistemi quasi-coniugati (n. prec.) di linee di una V_2 in V_n non sono che particolari sistemi coniugati rispetto a determinate normali di V_2 (n. 25).

32. — Vediamo come possa effettivamente costruirsi, data una curva Γ di V_2 in V_n, una serie Σ_ξ di direzioni di V_2 quasi-coniugate a quelle di Γ. Sia s l'arco di Γ, ed $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ siano due vettori unitari ortogonali di V_2, dati lungo Γ: posto

$$\xi = \cos\varphi \,.\, \mathbf{a} + \operatorname{sen}\varphi \,.\, \mathbf{b}, \tag{62}$$

basterà determinare la funzione $\varphi(s)$ in modo che $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ e i vettori derivati (covariantemente lungo Γ in V_n) di ξ fino all'ordine $n-2$ stiano in un R_{n-1}. Questa condizione si scrive

$$| \, a^i \; b^i \; \delta\xi^i \; \delta^2\xi^i \; \ldots\ldots \; \delta^{n-2}\xi^i \, | = 0, \tag{63}$$

ove il 1° membro è un determinante di cui abbiamo indicato soltanto la i^{ma} linea: o, con le notazioni di SCHOUTEN-STRUIK [66]

$$\mathbf{a} \frown \mathbf{b} \frown \delta\xi \frown \delta^2\xi \ldots\ldots \frown \delta^{n-2}\xi = 0. \tag{63*}$$

Posta, nella (63), al posto di ξ la sua espressione (62), vediamo subito come i termini contenenti la derivata $(n-2)^{ma}$ di $\varphi(s)$ nell'ultima colonna risultino da una combinazione lineare delle prime due colonne. Dunque la (63) ci dà un'equazione differenziale ordinaria dell'ordine $(n-3)$ in $\varphi(s)$, che è anzi lineare nella derivata $(n-3)^{ma}$.

Per $n = 3$ la (63) si riduce ad una equazione in termini finiti (anzi lineare) in $\operatorname{tang}\varphi$: il che era ben prevedibile, perchè allora, in ogni punto di Γ, la direzione quasi coniugata a quella di Γ coincide con la direzione coniugata nel senso ordinario, e quindi è (in generale) univocamente determinata. Invece per $n > 3$, vediamo che la $\Sigma_{\xi\lambda}$ *è individuata assegnandone, in un punto iniziale* P *di* Γ, *un elemento* E_{n-3} *di ordine* $n-3$ [67] cioè $n-3$ generatrici successive, o anche: la generatrice uscente da P e le $G_2, G_3, \ldots, G_{n-3}$ osculatrici

---

[66] SCHOUTEN-STRUIK, **35**, pag. 10.
[67] Ved. BOMPIANI, **9**, n. 2.

iniziali. Vediamo subito come ciò equivalga ad assegnare, nel punto iniziale, la G_{n-1} osculatrice, (che dovrà esser tangente a V_2), oppure la $(n-1)^{ma}$ normale principale (ξ_n) (normale a V_2). E in effetto: la condizione di dover contenere G_{n-3}, la G_2 tangente a V_2 [68] e la direzione del vettore di curvatura normale relativo alla coppia di direzioni (λ) e (ξ) (direzione di Γ e della generatrice uscente dal punto iniziale), in generale determinano la G_{n-1} osculatrice a $\Sigma_{\xi\lambda}$; reciprocamente, assegnata nel punto iniziale P di Γ la G_{n-1}, ossia la $(n-1)^{ma}$ normale principale (ξ_n), la generatrice (ξ) di $\Sigma_{\xi\lambda}$ uscente da P è determinata, come coniugata, rispetto alla normale (ξ_n) (n. 31, 25) alla direzione (λ) di Γ [69]. E anche le generatrici di $\Sigma_{\xi\lambda}$ uscenti dagli $n-4$ punti $P', P'', \ldots, P^{(n-4)}$ di Γ successivi a P sono determinate [70], dovendo essere parallele (lungo Γ) alla G_{n-1} osculatrice iniziale. (Precisamente: esse potranno ottenersi come intersezioni delle G_2 tangenti a V_2 in $P', P'', \ldots$ con le G_{n-1} parallele in tali punti, lungo Γ, alla G_{n-1} osculatrice iniziale). Dunque: la $\Sigma_{\xi\lambda}$ è (in generale) determinata dalla direttrice Γ, e dalla G_{n-1} osculatrice in un punto iniziale (tangente a V_2).

33. — Più in generale, possiamo cercare, dato un sistema di linee Γ, se esiste un secondo sistema M che col primo formi un doppio sistema (Γ, M) quasi coniugato (n° 30). I vettori unitari ξ che dànno le direzioni delle linee cercate M dovranno ancora soddisfare ad una relazione del tipo (63), ove però **a**, **b**, rappresenteranno ora due vettori (unitari ortogonali) assegnati su tutta la superficie (come funzioni note delle coordinate u_1 u_2 di un punto variabile su V_2), e anche φ sarà da determinarsi come funzione delle due variabili u_1 u_2. Per semplicità potremo ad es. supporre che le linee coordinate u_1 (ossia $u_2 =$ cost.) siano le linee Γ, e che i vettori **a** siano precisamente i vettori λ tangenti alle linee Γ. La (63) allora diviene un'equazione alle derivate parziali dell'ordine $n-3$

---

[68] che ha comune con G_{n-3} la generatrice iniziale (ξ).

[69] E così son determinate in P le direzioni delle due linee quasi asintotiche di V_2 in V_n che escono da tale punto ed hanno ivi una G_{n-1} osculatrice assegnata (ved. BOMPIANI, **12**, pag. 493), come direzioni asintotiche rispetto alla normale (ξ_n) ossia alla direzione ortogonale a (D_{n-1}).

[70] E anche quelle che escono da $P^{(n-3)}$ e da $P^{(n-2)}$. Ma la (63) risulta soddisfatta, e quindi le condizioni iniziali, per quanto sovrabbondanti, sono compatibili.

nella funzione incognita $\varphi(u_1, u_2)$, lineare rispetto a $\frac{\partial^{n-3}\varphi}{\partial u_1^{n-3}}$: essa ammetterà (nelle ordinarie ipotesi di analiticità) una e una sola soluzione $\varphi(u_1, u_2)$ tale che lungo la linea $u_1 = u_1^0$ essa e le sue derivate $\frac{\partial^r \varphi}{\partial u_1^r}$ $(r = 1, 2, \ldots, n-4)$ si riducano a funzioni assegnate di u_2. Ciò equivale a dire che possiamo ad es. *assegnare una linea arbitraria*, che potrà essere la $u_1 = u^0_1$, *come linea* M *iniziale*, e *lungo essa assegnare le* $(n-1)^{me}$ *normali principali* (ξ_n) (o che è lo stesso, le G_{n-1} osculatrici) alle $\Sigma_{\Gamma M}$. Tali normali dovranno soddisfare a questa sola condizione: lungo la linea considerata le direzioni delle linee Γ che ne escono dovranno essere coniugate alla direzione della linea stessa, in V_n, rispetto alle normali (ξ_n), e del resto saranno arbitrarie. Dunque *è sempre possibile* (per $n > 3$) *in infiniti modi, associare* alle linee date Γ ∞^1 linee M tali che il sistema (Γ, M) sia quasi-coniugato.

34. — Anche a questi sistemi quasi-coniugati possiamo estendere il teorema di Beltrami-Enneper (ved. n. 12, 24, 28). Questa nuova estensione non porta a un risultato così semplice ed espressivo come le precedenti, e ciò si comprende bene dato il carattere *non involutorio* che questi sistemi hanno in generale.

Sia (Γ, M) un doppio sistema quasi-coniugato, e λ, $\xi = \xi_1$ siano i vettori unitari tangenti alle linee dei due sistemi. Le formule (1) di Frenet per $\Sigma_{\xi\lambda}$ ci dànno in particolare

$$\frac{\delta \xi_n}{\delta s_\lambda} = -\frac{\xi_{n-1}}{R_{n-1}} \tag{64}$$

Poniamo poi

$$\frac{\delta \xi_n}{\delta s_\xi} = -\frac{\bar\lambda}{R_{n-1}} \tag{65}$$

ossia, chiamiamo $\bar\lambda$ e $\frac{-1}{\bar R_{n-1}}$ la 1^a direzione associata, in V_n, alla serie $\Sigma_{\xi_n \xi}$ formata dalle normali (ξ_n) uscenti da una linea M, e la relativa 1^a curvatura associata. In una qualunque V^*_3 che contenga la V_2 e le direzioni (ξ_n) (normali ad essa), le linee M sono coniugate alle Γ (e questa relazione è involutoria). Se (η), (μ): $\frac{1}{T'}$, $\frac{1}{T''}$ sono le normali principali e le torsioni associate in V^*_3 a $\Sigma_{\xi\lambda}$, $\Sigma_{\lambda\xi}$ rispettivamente, per le for-

iniziali. Vediamo subito come ciò equivalga ad assegnare, nel punto iniziale, la G_{n-1} osculatrice, (che dovrà esser tangente a V_2), oppure la $(n-1)^{ma}$ normale principale (ξ_n) (normale a V_2). E in effetto: la condizione di dover contenere G_{n-3}, la G_2 tangente a V_2 [68] e la direzione del vettore di curvatura normale relativo alla coppia di direzioni (λ) e (ξ) (direzione di Γ e della generatrice uscente dal punto iniziale), in generale determinano la G_{n-1} osculatrice a $\Sigma_{\xi\lambda}$; reciprocamente, assegnata nel punto iniziale P di Γ la G_{n-1}, ossia la $(n-1)^{ma}$ normale principale (ξ_n), la generatrice (ξ) di $\Sigma_{\xi\lambda}$ uscente da P è determinata, come coniugata, rispetto alla normale (ξ_n) (n. 31, 25) alla direzione (λ) di Γ [69]. E anche le generatrici di $\Sigma_{\xi\lambda}$ uscenti dagli $n-4$ punti $P', P'' \ldots, P^{(n-4)}$ di Γ successivi a P sono determinate [70], dovendo essere parallele (lungo Γ) alla G_{n-1} osculatrice iniziale. (Precisamente: esse potranno ottenersi come intersezioni delle G_2 tangenti a V_2 in $P', P'', \ldots$ con le G_{n-1} parallele in tali punti, lungo Γ, alla G_{n-1} osculatrice iniziale). Dunque: la $\Sigma_{\xi\lambda}$ è (in generale) determinata dalla direttrice Γ, e dalla G_{n-1} osculatrice in un punto iniziale (tangente a V_2).

33. — Più in generale, possiamo cercare, dato un sistema di linee Γ, se esiste un secondo sistema M che col primo formi un doppio sistema $(\Gamma, \mathbf{M})$ quasi coniugato (n° 30). I vettori unitari ξ che dànno le direzioni delle linee cercate M dovranno ancora soddisfare ad una relazione del tipo (63), ove però **a**, **b**, rappresenteranno ora due vettori (unitari ortogonali) assegnati su tutta la superficie (come funzioni note delle coordinate u_1 u_2 di un punto variabile su V_2), e anche φ sarà da determinarsi come funzione delle due variabili u_1 u_2. Per semplicità potremo ad es. supporre che le linee coordinate u_1 (ossia $u_2 =$ cost.) siano le linee Γ, e che i vettori **a** siano precisamente i vettori λ tangenti alle linee Γ. La (63) allora diviene un'equazione alle derivate parziali dell'ordine $n-3$

---

[68] che ha comune con G_{n-3} la generatrice iniziale (ξ).

[69] E così son determinate in P le direzioni delle due linee quasi asintotiche di V_2 in V_n che escono da tale punto ed hanno ivi una G_{n-1} osculatrice assegnata (ved. Bompiani, **12**, pag. 493), come direzioni asintotiche rispetto alla normale (ξ_n) ossia alla direzione ortogonale a (D_{n-1}).

[70] E anche quelle che escono da $P^{(n-3)}$ e da $P^{(n-2)}$. Ma la (63) risulta soddisfatta, e quindi le condizioni iniziali, per quanto sovrabbondanti, sono compatibili.

nella funzione incognita $\varphi(u_1, u_2)$, lineare rispetto a $\frac{\partial^{n-3}\varphi}{\partial u_1^{n-3}}$: essa ammetterà (nelle ordinarie ipotesi di analiticità) una e una sola soluzione $\varphi(u_1, u_2)$ tale che lungo la linea $u_1 = u_1^0$ essa e le sue derivate $\frac{\partial^r \varphi}{\partial u_1^r}$ $(r = 1, 2, \ldots, n-4)$ si riducano a funzioni assegnate di u_2. Ciò equivale a dire che possiamo ad es. *assegnare una linea arbitraria*, che potrà essere la $u_1 = u^0_1$, *come linea* M *iniziale*, e *lungo essa assegnare le* $(n-1)^{me}$ *normali principali* (ξ_n) (o che è lo stesso, le G_{n-1} osculatrici) alle $\Sigma_{\Gamma M}$. Tali normali dovranno soddisfare a questa sola condizione: lungo la linea considerata le direzioni delle linee Γ che ne escono dovranno essere coniugate alla direzione della linea stessa, in V_n, rispetto alle normali (ξ_n), e del resto saranno arbitrarie. Dunque *è sempre possibile* (per $n > 3$) *in infiniti modi, associare* alle linee date Γ ∞^1 linee M tali che il sistema (Γ, M) sia quasi-coniugato.

34. — Anche a questi sistemi quasi-coniugati possiamo estendere il teorema di Beltrami-Enneper (ved. n. 12, 24, 28). Questa nuova estensione non porta a un risultato così semplice ed espressivo come le precedenti, e ciò si comprende bene dato il carattere *non involutorio* che questi sistemi hanno in generale.

Sia (Γ, M) un doppio sistema quasi-coniugato, e λ, $\xi = \xi_1$ siano i vettori unitari tangenti alle linee dei due sistemi. Le formule (1) di Frenet per $\Sigma_{\xi\lambda}$ ci dànno in particolare

$$\frac{\delta \xi_n}{\delta s_\lambda} = -\frac{\xi_{n-1}}{R_{n-1}} \tag{64}$$

Poniamo poi

$$\frac{\delta \xi_n}{\delta s_\xi} = -\frac{\bar{\lambda}}{\bar{R}_{n-1}} \tag{65}$$

ossia, chiamiamo $\bar{\lambda}$ e $\frac{-1}{\bar{R}_{n-1}}$ la 1ª direzione associata, in V_n, alla serie $\Sigma_{\xi_n \xi}$ formata dalle normali (ξ_n) uscenti da una linea M, e la relativa 1ª curvatura associata. In una qualunque V^*_3 che contenga la V_2 e le direzioni (ξ_n) (normali ad essa), le linee M sono coniugate alle Γ (e questa relazione è involutoria). Se (η), (μ): $\frac{1}{T'}$, $\frac{1}{T''}$ sono le normali principali e le torsioni associate in V^*_3 a $\Sigma_{\xi\lambda}$, $\Sigma_{\lambda\xi}$ rispettivamente, per le for-

mule di FRENET (1)* in V^*_3 abbiamo (indicando con δ^* il simbolo di differenziazione covariante in V^*_3)

$$\frac{\delta^* \xi_n}{\delta^* s_\lambda} = \frac{\eta}{T'} , \quad \frac{\delta^* \xi_n}{\delta^* s_\xi} = \frac{\mu}{T''} ; \tag{66}$$

e quindi, posto

$$\omega_1 = \widehat{\xi_{n-1}, \eta} , \quad \omega = \widehat{\lambda, \mu} ,$$

abbiamo

$$\frac{1}{T'} = - \frac{\cos \omega_1}{R'_{n-1}} : \frac{1}{T''} = - \frac{\cos \bar{\omega}}{\bar{R}_{n-1}} \tag{67}$$

Ma il teorema di BELTRAMI-ENNEPER generalizzato (n.° 12) applicato a $\Sigma_{\xi\lambda}$ e a $\Sigma_{\lambda\xi}$ in V^*_3 ci dà

$$\frac{1}{T'} \cdot \frac{1}{T''} = - K_{r,h} = K'_{r,h} - K_r \tag{68}$$

ove al solito (n.° 28) K_r è la curvatura relativa di V_2 in V_n, $K_{r,h}$ è la curvatura relativa di V_2 rispetto alla V^*_3 sopra detta, $K'_{r,h}$ la curvatura relativa della V_2 rispetto ad una qualunque V_{n-1}, che contenga V_2 e sia normale in ogni suo punto a (ξ_n). La (68) può anche scriversi, per le (67)

$$\frac{\cos \omega_1}{R'_{n-1}} \cdot \frac{\cos \bar{\omega}}{\bar{R}_{n-1}} = K'_{r,h} - K_r , \tag{69}$$

e questa ci dà la cercata estensione del teorema di BELTRAMI-ENNEPER ai sistemi quasi-coniugati. Questa formula non ha in generale la forma simmetrica delle (18), (53), (60): ciò accadrebbe nel caso eccezionale dei sistemi quasi-coniugati involutori. E naturalmente, anche nel caso delle linee quasi-asintotiche: allora è

$$\bar{\omega} = \omega_1 , \quad \frac{1}{\bar{R}_{n-1}} = \frac{1}{R'_{n-1}} ,$$

e si ritrova così la formula

$$\frac{R'_{n-1}}{\cos \omega_1} = \sqrt{K'_{r,h} - K_r} \tag{70}$$

che il BOMPIANI ([71]) ha stabilito per tali linee, sulle V_2 in R_n.

Bologna, Marzo 1925.

([71]) BOMPIANI, **12**, pag. 578.

BIBLIOGRAFIA

1. ARNDT B. — « Über die Verallgemeinerung des Krümmungsbegriffs für Raumkurven », Diss. Königsberg, 1908, pag. 117. Un compendio è nei Monatshefte für Mathem. und Physik, Wien 1909, XX Jahrgang, pp. 333-357.
2. BELTRAMI. — « Opere », Milano Hoepli, 4 vol. 1902-1920.
3. ID. — « Sur la courbure de quelques lignes tracées sur une surface », Nouvelles Annales de Mathem., 2e serie, t. IV (1865 pp. 258-267), oppure: Opere (2) t. I, op. XIII, pp. 255-261.
4. ID. — « Dimostrazione di due formule del sig. Bonnet » Giornale di matematiche, vol. IV (1866) pp. 123-127 oppure: Opere (2) t. I. op. XVI, pp. 297-301.
5. BERZOLARI. — « Sulla curvatura delle varietà tracciate sopra una varietà qualunque », 2 note, Atti della R. Acc. delle Scienze di Torino, vol. XXXIII, 1898, pp. 692-700, 759-779.
6. BIANCHI L. — « Lezioni di geometria differenziale » 3a ediz. in 2 vol. Spoerri-Zanichelli 1922-24.
7. ID. — « Sul parallelismo vincolato di Levi-Civita nella metrica degli spazi curvi ». Rend. della R. Acc. delle Sc. fisiche e naturali, Napoli, serie 3a vol. 29, 1922, pp. 150-171; riprodotta con alcune aggiunte, col titolo « Nota sul parallelismo di Levi-Civita » in (6), vol. 2° pp. 788-811.
8. BLASCHKE W. — « Vorlesungen über Differentialgeometrie », 1° vol., 2a ed. Berlin, Springer 1924.
9. BOMPIANI E. — « Sopra alcune estensioni dei teoremi di Meusnier e di Eulero », Atti della R. Accad. d. Sc. di Torino, vol. XLVIII, pp. 393-410.
10. ID. — « Alcune proprietà proiettivo-differenziali dei sistemi di rette negli iperspazi », Rend. Circ. Matem. di Palermo, t. 37 (1° semestre 1914) pp. 297-331.
11. ID. — « Sullo spazio di immersione di superficie possedenti dati sistemi di curve » Rend. R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere ser. II, vol. XLVII, 1914, pp. 177-192.
12. ID. — « Analisi metrica delle quasi-asintotiche sulle superficie degli iperspazi », 2 note nei Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. 25, ser. V, 1° sem. 1916; pp. 493-497 e 576-578.
13. ID. — « Studi sugli spazi curvi: Del parallelismo in una varietà qualunque », Atti R. Ist. Ven. di Sc., Lett. ed Arti, 1920-21, t. 80, parte 2a, pp. 355-386 e 839-859.
14. ID. — « Studi sugli spazi curvi: La seconda forma fondamentale di una V_m in V_n » ibid. pp. 1113-1145.

15. ID. — « Sistemi coniugati sulle superficie degli iperspazi », Rend. Circ. Mat. Palermo, t. XLVI, 1922, pp. 91-104.
16. ID. — « Sur la seconde forme fondamentale d'une surface », Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences, Paris, t. 179, 2me sem. 1924, pp. 94-96.
17. BORTOLOTTI E. — « Extension du théorème de Beltrami-Enneper aux réseaux conjugués d'une V_2 en V_3 ». Comptes Rendus, Paris, 1er sem. 1925, t. 180, pp. 189-191.
18. DIENES P. — « Sur les différentielles secondes et la dérivation des tenseures », Rend. Accad. Lincei, vol. 33, ser. V., 1° sem. 1924, pp. 265-269.
19. HATZIDAKIS N. — « Generalization of a formula from the theory of the surfaces », Annali dell'Università di Atene (*'Επετηρὶς τοῦ 'Εθνικοῦ Πανεπιστημίου*) 1906, pp. 349-354.
20. ID. — « Züm Aufsatze « Ausdehnung der Frenetschen Formeln und verwandter auf den R_n » von Herrn W. Fr. Meyer », Jaresbericht der Deutschen Math. Ver. 19 Band, 1910, pp. 267-269.
21. KOMMERELL V. — « Ein Satz über geodätische Linien », Archiv der Math. u. Phys., ser. 2, 1901, vol. L, pp. 116-117.
22. LEVI E. E. — « Saggio sulla teoria delle superficie a due dimensioni immerse in un iperspazio »; Tesi di Laurea, Annali della R. Sc. Norm. Sup. di Pisa, vol. X.
23. LEVI-CIVITA T. — « Nozione di parallelismo in una varietà qualunque e conseguente specificazione geometrica della curvatura Riemanniana » Rend. Circ. Mat. Palermo anno 1917, t. 42, pp. 173-205.
24. ID. — « Qüestions de mecànica clàssica i relativista », Conf. III, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona 1922.
25. MARCOLONGO R. — « Relatività », 2a ed., Messina, Principato 1923.
26. MAYER O. — « Une interprétation géometrique de la seconde forme quadratique fondamentale d'une surface, en relation avec la théorie du parallelisme de M. Levi-Civita ». Comptes Rendus, 1924, 1er sem., t. 178, pp. 1954 56.
27. MEYER W. FR. — « Ausdehnung der Frenetschen Formeln und werwandter auf den R_n ». Jar. der D. Math. Ver., 19 Band, 1910, pp. 160-169.
28. ID. — « Über kürzeste Abstände und einer verallgemeinerten Krümmungsbegriff in der Theorie der Raumkurven und Flachen » Journ. f. r. a. Math., 139 Band, 1 Heft pp. 106-117.
29. ID. — « Über die Theorie benachbarten geraden und einen verallgemeinerten Krümmungsbegrift », Leipzig, Teubner 1911.
30. RATH E. — « Die Frenetschen Formeln in R_n ». Jar. d. D. Math. Ver. 19 Band 1910, pp. 269-272.
31. RICCI-CURBASTRO G. — « Formole fondamentali nella teoria generale delle varietà e della loro curvatura ». Rend. Accad. Lincei, t. 11, 1° sem. 1902, pp. 355-362.

32. SCHOUTEN J. A. « Der Ricci-Kalkül » Berlin, Springer, 1924.

33. SCHOUTEN J. A. e STRUIK D. J. — « Uber Krümmungseigenschaften einer m-dimensionalen Mannigfaltigkeit, die in einer n-dimensionalen Mannigfaltigkeit mit beliebiger quadratischen Massbestimmung eingebettet ist » Rend. Circ. Mat. Palermo, t. 46, 1922, pp. 165-184.

34. ID. — « On curvature and Invariants of Deformation of a V_m in V_n ». Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedings, Vol. XXIV, 1921.

35. ID. — « Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie ». P. Noordhoff, Groningen, 1924.

36. SEVERI F. — « Sulla curvatura delle superficie e varietà » Rend. Circ. Mat. Palermo, t. 42, pp. 217-259.

37. SIBIRANI F. — « Elementi di geometria differenziale » Hoepli, Milano 1924.

38. STRUIK D. J. — « Grundzüge der mehrdimensionalen Differentialgeometrie in direkter Darstellung », Berlin, Springer 1922.

39. ŻORAWSKI K. — « Uber Krümmungseigenschaften der Scharen von Linielementem », Prace math. fizycne (Warschau) 1906, t. 17, pp. 41-76.

SUL PASSAGGIO DEI GROSSI IONI ATTRAVERSO LA RETE DI FARADAY

Nota di SEB. TIMPANARO *)

(Adunanza del 14 maggio 1925)

In una breve nota pubblicata in questi Rendiconti (1), il Calzecchi ha descritto un'esperienza con la quale egli era riuscito a elettrizzare un elettroscopio protetto da una camera di Faraday. La disposizione sperimentale era molto semplice: consisteva nel mettere l'elettroscopio dentro una camera di Faraday isolata, nell'elettrizzare la camera e nell'accendere in presenza di essa un arco voltaico. Il Calzecchi constatò così che l'elettroscopio, se era scarico, si caricava progressivamente, assumendo sempre una carica di nome opposto a quella della camera; mentre se inizialmente aveva una carica dello stesso nome di quella della gabbia, accendendo l'arco, si scaricava per caricarsi poi di nome opposto. Il Calzecchi aggiunge che l'esperienza riesce ugualmente se l'elettroscopio è in comunicazione metallica con l'interno della gabbia, perchè questo — egli dice — è d'accordo col teorema di Faraday. Infine egli fa rilevare il valore didattico dell'esperienza la quale è da lui spiegata con l'ipotesi più naturale: ammettendo che i carboni dell'arco subiscano l'influenza della camera e attirino perciò delle particelle di carbone, incandescenti o no, le quali in parte penetrano dentro la gabbia e elettrizzano l'elettroscopio.

Non avendo avuto, purtroppo, l'esperienza del Calzecchi la fortuna che meritava, ho creduto opportuno di fare delle ricerche a conferma e a complemento di essa.

Prima di tutto mi son proposto di vedere se l'esperienza fosse da attribuirsi a ioni ordinari e non a grossi ioni. Infatti

*) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Parma.

(1) Serie II, vol. XLIII, 1910, pp. 340-1.

è noto che il Righi fece un ampio studio sul passaggio dei ioni prodotti da una punta elettrizzata attaverso la rete di Faraday (1): e uno studio analogo potrebbe esser fatto per i ioni prodotti dalle fiamme, dai fili arroventati, dalle sostanze radioattive, dalla luce ultravioletta e da altri agenti ionizzanti. Non avendo il Calzecchi dato l' ordine di grandezza del fenomeno da lui osservato, la prima idea che si presenta è che si tratti del fenomeno del Righi ma prodotto, invece che dalla punta, dalla luce ultravioletta. Nel caso che la gabbia avesse avuto una carica negativa, essa avrebbe emesso, sotto l'azione della luce ultravioletta dell'arco, elettroni che si sarebbero subito trasformati in ioni negativi; e se il potenziale della gabbia fosse stato vicino, com'era probabile, al potenziale esplosivo, sarebbe intervenuto il fenomeno di ionizzazione per urto scoperto dal Kreusler (2). Allora verso la gabbia si sarebbero mossi i ioni positivi così formatisi, i quali avrebbero seguito sensibilmente le linee di forza; ma sugli orli dei vani della rete in cui la curvatura di queste linee è molto grande, alcuni di essi avrebbero potuto abbandonare le linee di forza e andare nella regione del campo in cui non esistono più sensibilmente linee di forza (Righi), elettrizzando l' elettroscopio. Se poi la gabbia fosse stata elettrizzata positivamente, il fenomeno poteva esser dovuto a effetto Branly-Lenard, vale a dire o a un effetto Hallwachs sui corpi circostanti elettrizzati negativamente per influenza della camera di Faraday, o a ionizzazione dell' aria prodotta dai raggi di piccolissima lunghezza d'onda.

Veramente il Calzecchi aveva osservato che il fenomeno cessava se si circondava l'arco con un tubo di vetro o si metteva un ostacolo qualunque tra l'arco e la gabbia; ma per essere sicuri che l'effetto non fosse dovuto alla luce ultravioletta, occorreva assicurarsi che esso spariva mettendo tra l'arco e la gabbia una lastra di quarzo o di gesso: e così ho fatto.

Prima di tutto ho ottenuto il fenomeno mettendo un elettroscopio a foglie d'oro della capacità di circa 5 unità elettrostatiche su un piatto metallico isolato. Sul piatto ho messo una gabbia di Faraday costituita da una rete di ferro i cui fili avevano il diametro di 0,25 mm., mentre le maglie avevano

(1) *Memorie della R. Accademia delle scienze* di Bologna, serie V, t. X, 1903, pp. 371-91; *Il Nuovo Cimento*, serie V, t. V, 1903, pp. 326-48.

(2) *Drude's Annalen*, t. VI, 1901, pp. 398-411.

1.50 mm. di lato. Il piatto e quindi la gabbia erano caricati per mezzo di una piccola macchina Wimshurst a potenziali che determinano col metodo delle distanze esplosive, adoperando in generale uno spinterometro d'ottone le cui sferette avevano il diametro di un centimetro. Mettevo a 12 centimetri dall'elettroscopio un arco voltaico, il carbone positivo del quale aveva il diametro di 14 mm. e quello negativo di 11 ed era alimentato da 4 *ampère*; la gabbia era messa a metà distanza. Ho potuto così constatare che l'elettroscopio assumeva la divergenza massima, cioè circa 2600 *volta*, per effetto Calzecchi, quando la gabbia era portata a 24600 *volta*; ma presentava una deviazione visibile corrispondente a circa 100 *volta* se la gabbia era portata a 17000 *volta*. Si vede immediatamente da questi dati che l'effetto osservato dal Calzecchi è assai più grande di quello studiato dal Righi.

Constatato il fenomeno e assicuratomi che il segno della carica assunta dall'elettroscopio era sempre opposto a quello della gabbia, ho voluto chiarire l'esperienza in cui l'elettroscopio è in comunicazione con le pareti della camera. È evidente che il fenomeno constatato in questo caso dal Calzecchi doveva esser prodotto per influenza dai ioni entrati dentro la gabbia prima che venissero a contatto col bottone dell'elettroscopio, perchè, avvenuto il contatto, l'elettroscopio doveva, per il teorema di Faraday, rimanere scarico. Per chiarire questo punto, ho messo sotto la gabbia un piccolo elettroscopio costituito da due foglioline di carta sostenute, per mezzo di due piccoli anelli metallici, da un sostegno di metallo. La massima divergenza di quest'elettroscopio corrispondeva a circa 24000 *volta* ed era assunta dall'elettroscopio, quando si caricava la gabbia a circa 50000 *volta* e si accendeva l'arco a sei centimetri di distanza dall'elettroscopio, il quale era messo a due centimetri dalla parete interna della gabbia. Com'era stato previsto, scaricando la gabbia e spegnendo l'arco, le foglie dell'elettroscopio ricadevano immediatamente.

Per assicurarmi che il fenomeno osservato dal Calzecchi non era dovuto alla luce ultravioletta, ho messo di nuovo dentro la camera di Faraday l'elettroscopio a foglie d'oro, interponendo tra l'arco e la camera una lastra di gesso dello spessore di mm. 1.30. Sebbene la lastra fosse, come mi sono assicurato sperimentalmente, trasparentissima ai raggi ultravioletti, essa impediva del tutto l'elettrizzazione dell'elettroscopio. L'effetto Calzecchi cessa pure del tutto se al posto della lastra di gesso

si mette una reticella metallica resa non fotoelettrica mediante sego, anche a maglie larghe e messa a terra. Quella da me adoperata aveva le maglie di 2 mm. di lato e il diametro dei fili di 0.30 mm. Adottando l'ipotesi del Calzecchi, la cosa è evidente perchè la reticella, facendo da schermo elettrostatico, impedisce che la gabbia di Faraday elettrizzi per influenza e quindi attiri le particelle di carbone. Il fatto che la reticella impedisce ogni effetto, mentre indebolisce di pochissimo l'effetto fotoelettrico, dimostra anche che l'effetto Calzecchi è proprio dovuto a grossi ioni e che non solo non si deve attribuire a effetto Hallwachs (sulla gabbia o sui corpi circostanti), ma nemmeno a ionizzazione dell'aria prodotta dalla luce ultravioletta di piccolissima lunghezza d'onda. L'esattezza della spiegazione data dal Calzecchi è anche dimostrata dal piegarsi dell'arco verso la gabbia (quando è un po' lungo si vedono qualche volta delle scintilline entrar nella gabbia) e dal fatto che il fenomeno può esser favorito o contrastato soffiando con un soffietto sull'arco nel senso arco-gabbia, cioè in quello del moto dei ioni, o nel senso opposto. Noterò infine che l'elettrizzazione dell'elettroscopio protetto dalla camera di Faraday elettrizzata si può ottenere soffiando sulla camera il miscuglio elettroscopico di Villarsy.

La gabbia da me adoperata era a maglie più ampie di quella del Calzecchi che le aveva di meno di un millimetro quadrato; ma essa costituiva uno schermo elettrostatico perfetto nelle mie condizioni sperimentali. Se non si accendeva l'arco, anche elettrizzando la gabbia fino a oltre 60000 *volta* con una grande macchina di Holtz-Voss, l'elettroscopio non dava, com'è naturale, il più piccolo segno di divergenza. Del resto ho ottenuto il fenomeno Calzecchi anche sovrapponendo alla gabbia, dalla parte rivolta all'arco, una reticella di ottone che aveva i fili del diametro di 0.20 mm. e le maglie di 0.60 mm. di lato. Mettendomi alle stesse condizioni in cui con la sola gabbia l'elettroscopio avrebbe assunto la massima divergenza, esso si caricava attraverso la doppia rete a oltre mille *volta*.

Ho voluto vedere (perchè mi è parso che la cosa potesse presentare un certo interesse per lo studio dei parafulmini) se il fenomeno Calzecchi si poteva ottenere con le scariche impulsive e ho adoperato perciò la grande macchina elettrostatica di Holtz-Voss. Ognuno dei poli della macchina era riunito all'armatura interna di una batteria di dieci grandi bottiglie di Leida; le

armature esterne delle due batterie erano in comunicazione tra loro (per mezzo di un'assicella di legno bagnato con acqua di fonte) e con le sferette di uno spinterometro che serviva per la misura dei potenziali che si davano alla gabbia di Faraday, la quale era unita a una delle sferette dello spinterometro. Ho acceso l'arco voltaico e ho elettrizzato la gabbia con le scariche impulsive fino a oltre 56100 *volta* senza ottenere la minima divergenza dell'elettroscopio. Per la riuscita di questa esperienza, è necessario che sulle sferette dello spinterometro non si accumuli nessuna carica statica e quindi è indispensabile che il legno sia, com'è stato detto, bagnato, o che sia sostituito da un filo metallico che presenti una conveniente impedenza.

L'effetto Calzecchi può intervenire come causa di errore quando si studi il fenomeno fotoelettrico con l'arco voltaico e non s'interpongano tra l'arco e il corpo fotoelettrico nè reticella, nè lastra di quarzo o di altra sostanza trasparente ai raggi ultravioletti. Così, come ha notato il Cardani nel suo ultimo lavoro sperimentale (1), se si mette in comunicazione con l'elettrometro a quadranti una lastra di ceralacca armata ed elettrizzata negativamente per strofinio, essa o non presenta il fenomeno fotoelettrico, o lo presenta molto debolmente. Ora io ho colato su un disco metallico di 34 cm. di diametro della ceralacca in modo da ricoprirne completamente una faccia. Elettrizzata la lastra con un panno di lana, l'ho sostenuta verticalmente con un sostegno isolante e l'ho messa in comunicazione con un elettrometro a quadranti di piccola capacità (circa 70 unità elettrostatiche). Le deviazioni dell'ago si leggevano col metodo oggettivo su una scala messa a sei metri dallo specchietto, la quale aveva le divisioni di 10 centimetri ciascuna. Accendendo l'arco voltaico a 19 cm. dalla lastra di ceralacca e isolando l'elettrometro, l'immagine luminosa faceva sulla scala 20 divisioni in 5''; mentre rimaneva allo zero, se s'interponeva tra l'arco e la ceralacca la reticella non fotoelettrica o la lastra di gesso. La deviazione dunque non era dovuta a effetto fotoelettrico, ma ai grossi ioni dell'arco.

---

(1) *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, 1923, I, pp. 202-208.

Il dott. Eugenio Griffini.

Necrologio del M. E. prof. Giuseppe Ricchieri

(Adunanza del 14 maggio 1925)

Una ventina di giorni or sono io lo lasciai affettuosamente al Cairo col saluto: Arrivederci presto, in giugno, a Milano. Quest'anno egli desiderava anticipare d'un poco le vacanze estive per venire a riposare sulle rive del suo lago Maggiore. Poichè da parecchie settimane lo tormentava una fastidiosa indisposizione cutanea, assai comune nei climi caldi e in Egitto: indisposizione, però, che non gli impediva di continuare il consueto suo regime di vita e sopra tutto di attendere con la scrupolosa assiduità, che gli era propria, all'ufficio delicatissimo di bibliotecario e archivista della biblioteca reale, nel palazzo stesso d'Abdin, residenza dell'attuale re d'Egitto Fuad I°, col quale egli aveva quotidiani contatti. Vero è che l'indisposizione, gli aveva impedito — e assai se ne rammaricava — di partecipare assiduamente ai lavori del Congresso Geografico Internazionale, mentre Egli era stato parte non piccola del Comitato organizzatore e con me aveva inoltre per il Congresso una rappresentanza: quella del nostro Istituto Lombardo.

Ma nulla mi faceva prevedere la lettera, giuntami ier l'altro mattina, con la quale il prof. Capovilla, delle Scuole Italiane del Cairo, mi annunciava con espressioni della più profonda emozione, la morte già da più giorni avvenuta, del nostro Griffini. La lettera conteneva anzi la narrazione dei funerali, delle estreme solenni onoranze tributate all'eminente Estinto dalle Autorità Egiziane e dai rappresentanti del nostro Governo e della colonia italiana al Cairo. Egli era morto nel nuovo ospitale italiano, dove aveva desiderato entrare da una settimana, per una doppia polmonite, dopo tre giorni di febbre ardente, il giorno 3 di questo mese.

Un vero senso di smarrimento ho provato a quella improvvisa scomparsa da più giorni avvenuta d'un Amico e Collega indimenticabile. Tutto dunque già finito! Poche volte mi prese in vita mia una sensazione così acuta del gran mistero che circonda la nostra vita e i destini umani!

Col Griffini io avevo conoscenza, colleganza affettuosa e per qualche parte del suo vasto sapere qualche contatto da più di venti anni; perchè Egli amava e coltivava anche la geografia. Ma sopra tutto negli ultimi tempi, per ragioni varie — e tra esse quella della preparazione del Congresso Geografico Internazionale del Cairo — avevo stretto con lui ancor più intimi rapporti.

Ma non solo questi, non i soli sentimenti personali, eran causa di quel mio doloroso smarrimento: bensì anche la considerazione del danno che l'improvvisa sua morte doveva recare alla scienza e insieme pur all'Italia, per tanti riguardi.

Dei meriti scientifici del dott. Eugenio Griffini, socio corrispondente di questo Istituto Lombardo fin dal 1918, ha già fatto cenno ora il nostro Presidente ed altri ha pubblicamente scritto, altri ancora dirà, con una competenza che assolutamente io non ho. Io so solamente quale alto giudizio di lui abbiano formulato e sempre ripetuto cultori fra i più insigni degli studi, a cui Egli aveva dedicata la sua vita: io so, perchè è di pubblico dominio, quali benemerenze, quali titoli Eugenio Griffini abbia acquistato alla riconoscenza degli studiosi italiani e della stessa città di Milano per avere assicurato alla Biblioteca Ambrosiana, nel tempo in cui essa era governata dall'attuale Pontefice, il fondo di preziosissimi manoscritti Arabi; so che alla catalogazione e illustrazione di quei manoscritti Egli aveva atteso, durante la sua permanenza a Milano, con passione e dottrina ammirata, e intendeva, sperava di poter dedicare i suoi anni avvenire; so che la pubblicazione e il commento del *Corpus Juris* d'un arabo dello Jeman dell'ottavo secolo di Cristo (secondo dell'Egira) Zaid Ibn Ali, cioè del più antico codice mussulmano, assicura al nome del Griffini un posto dei più cospicui nella storia degli studi islamici; so che molteplici e svariatissimi sono gli altri temi di filologia, di storia, di erudizione sui paesi e le genti dell'oriente, non solamente arabo, che il Griffini ha trattato in monografie, in periodici scientifici; so ancora — e questo interessa anche me come geografo — quanto profitto egli abbia tratto dai suoi viaggi nell'Africa settentrionale

e specialmente nella Libia durante la guerra d'occupazione italiana, negli anni 1911 e 12, quando tenne, per la sua conoscenza dell'arabo il posto di interprete presso quell'Ufficio politico e militare. Lo so per i ricordi di quel tempo, che nel recente loro incontro al Cairo richiamarono in mia presenza, con fervore di patriotti e insieme di studiosi, il Griffini e l'ora generale Nicola Vacchelli, alle cui dipendenze si trovava nelle molteplici esplorazioni fatte. Fu in quel tempo che il Griffini potè raccogliere il materiale cospicuo, che gli servì per il *Manuale dell'arabo parlato nella Libia*, considerato ben degno di stare accanto al *Manuale dell'arabo parlato in Egitto* del Nallino; e raccolse anche un materiale geografico assai prezioso, per un primo elenco delle tribù della Libia italiana, che poi doveva essere completato da altri, fra cui il de Agostini nella monografia sulle popolazioni della Tripolitania, pubblicata nel 1917 dall' Ufficio Politico Militare del governo della Tripolitania.

A proposito inoltre della Libia, col Griffini io ebbi più volte a parlare anche di quell'argomento che pone a contatto la geografia con la linguistica: l'argomento della trascrizione dei nomi geografici. Era il tempo nel quale l'allora ministro delle Colonie, Ferdinando Martini, giustamente domandava che si fissasse per la cartografia libica un sistema di trascrizione toponomastica, ma assai male ispirato imponeva per questo i suoi propri criteri, ai quali, per quanto riluttanti e timorosi di peggio, anche i competenti arabisti, fra i quali lo stesso Nallino, dovettero assoggettarsi.

Ma dell'opera propriamente scientifica di Eugenio Griffini, altri, ripeto, potrà e dovrà dire in quella più ampia, meno affrettata commemorazione, che in altro momento dovrà farsi in questo nostro Istituto Lombardo. Io voglio fermarmi invece a dire ancora, sia pur brevemente, quale importanza avesse per l'Italia il posto, che Egli teneva da quattro anni al Cairo. Non solo documentazione dell'altissima stima, che pur oltre i confini della patria godeva il Griffini, era la sua nomina a Bibliotecario presso la corte d'Egitto; ma anche dei sentimenti tanto benevoli verso l'Italia e gli italiani, che nutre l'attuale re Fuad. L'ufficio infatti era dei più delicati. Molti dei più gelosi documenti segreti della storia contemporanea dell'Egitto dovevano passare sotto agli occhi del Bibliotecario Archivista, tanto più perchè una delle opere, che per

volontà del Sovrano attuale dell'Egitto si sta compiendo, è la storia del periodo glorioso della resurrezione politica e culturale di quel paese, per merito del grande Mohamed Ali, proavo del re Fuad. La direzione delle ricerche più ampie e scrupolose negli archivi non del solo Egitto, ma anche d'Europa, era appunto affidata al Griffini; che sapeva tenere l'ufficio suo con abilità e dignità tali da accaparrarsi e conservare — pur nell'ambiente così difficile d'una corte orientale e in quello non meno difficile d'una popolazione così mista e internazionale, spesso agitata dagli interessi materiali e morali, politici, religiosi, sociali, economici contrastanti, d'una città come il Cairo — la stima universale degli Egiziani, degli stranieri e della colonia Italiana, anche se con questa, per evidente, necessario riserbo, Egli fosse costretto ad avere minori contatti di quelli che nell'animo suo poteva desiderare.

In tale posizione delicata, ma tanto importante, ognuno comprende quanto bene direttamente o indirettamente Egli poteva fare all'Italia, della quale conservava così potente il fascino e l'amore nell'anima: tanto più potente perchè testimone delle competizioni sempre più acuite d'altre nazioni per affermarsi nel campo culturale ed economico, oltre che politico, in quella terra del Nilo, che più o meno fu in tutti i secoli, ed ora è più che mai destinata ad essere nel mondo, uno dei centri più importanti di contatto e di gara tra le civiltà più diverse, gli interessi più vitali di popoli e di individui; di quella terra del Nilo dove, nel tempo stesso, da decenni ribolle e più che mai ora si afferma un sentimento di resistenza alle influenze ed alla intromissione di elementi stranieri nella vita locale, nella politica, nella coltura, nella economia, nel governo nazionale.

Ora pur troppo non possiamo disconoscere che negli ultimi decenni la parte tenuta da Italiani nelle varie forme d'attività in Egitto, specialmente nelle varie manifestazioni culturali, se fortunatamente non è cessata — e lo attestano i nomi che si possono fare di artisti e di scienziati italiani eminenti, accanto a quelli di professionisti altamente stimati e accanto al ricordo stesso di quelli operai nostri, di cui è esaltata l'abilità nella lapide commemorativa collocata sulla diga colossale dello sbarramento del Nilo ad Assuàn — codesta parte, se fortunatamente, dico, non è cessata, non è più così viva com'era un tempo. Lo prova lo stesso uso della nostra lingua accanto all'araba, che

alcuni decenni addietro era così diffusa e quasi a tutti comune, ed ora si sente, per dire il meno, così ridotta di fronte al francese e di fronte all'inglese.

Occorre che aggiunga parole di più per far comprendere quale perdita ha fatto anche l'Italia, colla morte di Eugenio Griffini?

Vero è che, se Egli sentiva di dover restare sulla breccia, in cuor suo provava però quasi nostalgico il desiderio di tornare quanto più presto in patria per rioccupare quel posto nell'insegnamento universitario, che per alcuni anni aveva tenuto col semplice ufficio di incaricato della lingua e letteratura araba nella nostra Accademia Scientifico letteraria, e che poi aveva conquistato per concorso nell'Istituto di Studi Superiori (ora Università) di Firenze, con la cattedra di lingua araba e di istituzioni islamiche. Invitato più volte dalla benevolenza del re Fuad ad accettare una nomina stabile tra i funzionari dello stato Egiziano, con una cospicua remunerazione, assai maggiore del pur non piccolo stipendio che già percepiva, il Griffini rifiutò dal farlo. Egli infatti avrebbe dovuto in quel caso rinunciare al diritto ed alla speranza di riprendere l'insegnamento nelle Università italiane e particolarmente in questa nostra di Milano, dove tra altro avrebbe potuto di nuovo tornare ai faticosi, ma tranquilli studi, nell'ambiente così signorilmente rinnovato dell'Ambrosiana, per riescavare nuove preziose scoperte nel fondo, solo in piccola parte utilizzato, dei codici arabi.

E sperava pure di formare una sua scuola. Era anzi questa una delle sue aspirazioni più sentite. Io lo so, dirò quasi per esperienza; poichè una mia ex alunna, ora valente insegnante di scuole medie, che già in pubblicazioni geografiche aveva dato prove di sè anche dai miei colleghi geografi assai apprezzate, era stata da Lui attratta anche agli studi di arabo. Nè io mi dolsi di questa dirò quasi cattura, perchè Egli ebbe, non so come dire, se la delicatezza o l'avvedutezza di assegnarle come argomento speciale di studio — non ancora dopo quattro anni di ricerche finito — un tema ugualmente interessante all'arabista ed al geografo: quello finora così oscuro sulla descrizione dell'Africa di Leone detto appunto Africano. Negli stessi colloqui, — ahimè ultimi colloqui! — che avemmo insieme al Cairo, anche questo del lavoro, a cui attende la comune ex alunna, fu un argomento di cordiali rapporti fra noi.

Ma ora non più!

Nel discorso che il prof. Capovilla tenne davanti al feretro sulla piazza Imailia, vicino al ponte di Kasr el Nil, prima che il corteo funebre ufficiale si sciogliesse e pochi intimi proseguissero fino al nuovo Cimitero latino — dove provvisoriamente la salma imbalsamata fu collocata — la chiusa ricordava una gita notturna in automobile, che facemmo insieme, il Griffini, il Capovilla ed io « nella intensa chiarità di un mirabile plenilunio ». « Insieme — continuava il Capovilla — visitammo la Sfinge e meditammo; la Signora della notte rifulgeva tanto, per i riflessi della sabbia, da permetterci la lettura. Chi avrebbe detto che sarebbe stata quella l'ultima volta, in cui avresti affisato la millenne misteriosa? Ora, diletto e venerato Amico, hai varcato il passo fatale; per te la Sfinge dell'al di là ha già svelato, troppo presto, il suo gran segreto! ».

TRAIETTORIE DI VORTICI PUNTIFORMI

Nota di MARIO PASCAL

(Adunanza del 14 maggio 1925)

L. FÖPPL [1] prima e poi B. CALDONAZZO [2] (che è giunto con metodi diversi a risultati analoghi), considerando due vortici di opposto rotore, simmetrici rispetto ad un asse e situati a poppavia di un disco circolare che si muove di moto traslatorio in un fluido in riposo, hanno determinata una curva che si può chiamare la curva di equilibrio, tale cioè che se i vortici stanno su di essa, debbono teoricamente rimanere in riposo rispetto al disco ostacolo.

Viene ora naturale il domandarsi quale è la effettiva traiettoria dei vortici, giacchè è chiaro che sarà possibile che la coppia di vortici rimanga in riposo rispetto al disco soltanto in quei punti che sono intersezione della curva di equilibrio e della traiettoria.

Per la determinazione di questa ci si può servire dell'integrale dato da HELMHOLTZ [3] del sistema di equazioni differenziali del moto di n vortici, integrale che nel caso in esame è sufficiente allo scopo per l'esistenza di relazioni di simmetria fra i vortici considerati.

Noi ci occuperemo per ora di trovare la traiettoria dei vortici soltanto nell'ipotesi che l'ostacolo circolare sia fermo in un fluido del pari in riposo, non esista cioè alcuna corrente

---

(1) L. FÖPPL, *Wirbelbewegung hinter einem Kreiszylinder*. Sitz. K. Bayer. Ak., München, 1913.

(2) B. CALDONAZZO, *Sul moto di un vortice puntiforme*. Note I. II. III. Rend. R. Acc. Lincei, (5), v. 28, 1919.

(3) HELMHOLTZ, *Ueber Integrale der hydrodynamischen Gleichungen welche den Wirbelbewegungen entsprechen*. Jour. f. reine u. angew. Math., Bd. 55, 1858. Vedi anche: M. LAGALLY, *Ueber die Bewegung einzelner Wirbel in einer strömenden Flüssigkeit*. Sitz. K. Bayer. Ak., München, 1914.

potenziale sovrapposta a quella provocata dalla presenza dei vortici: in tale ipotesi non vi è più a considerare una curva a luogo delle posizioni di equilibrio, ma soltanto punti isolati, i quali saranno punti di possibile arresto soltanto nel caso che giacciano sulla traiettoria: nel caso che trattiamo troveremo due soli punti in siffatte condizioni.

1. — Immaginiamo di considerare un cerchio di raggio unitario col centro nell'origine delle coordinate, ed insieme con esso due vortici di opposto rotore, simmetrici rispetto all'asse delle x. Com'è ben noto, perchè il contorno del cerchio possa esser considerato come il contorno di un ostacolo immerso nel fluido, è necessaria la considerazione di altri due vortici che occupino le posizioni che sono le trasformate per raggi vettori reciproci rispetto al cerchio, delle posizioni dei primi. Si han perciò a studiare quattro vortici di intensità μ uguale in valore assoluto, e la cui posizione è rispettivamente data da

$$\text{(1)} \qquad \begin{aligned} J_0 &= a_1 + i\,b_1 \quad ; \quad \bar{J}_0 = a_1 - i\,b_1 \\ \frac{1}{\bar{J}_0} &= a_2 + i\,b_2 \quad ; \quad \frac{1}{J_0} = a_2 - i\,b_2 \end{aligned}$$

dove è chiaro che si è posto

$$\text{(2)} \qquad a_2 = \frac{a_1}{|J_0|^2} \qquad\qquad b_2 = \frac{b_1}{|J_0|^2}\,.$$

Le equazioni differenziali del moto di quattro vortici si scrivono subito e sono

$$\text{(3)} \qquad \begin{aligned} \frac{d a_i}{dt} &= -\sum_{k=1}^{4}{}' \mu_k \frac{b_i - b_k}{(a_i - a_k)^2 + (b_i - b_k)^2} \\ \frac{d b_i}{dt} &= \sum_{k=1}^{4}{}' \mu_k \frac{a_i - a_k}{(a_i - a_k)^2 + (b_i - b_k)^2} \end{aligned}$$

dove al variare di k, μ varia soltanto per il segno, e dove lo apice alle sommatorie sta ad indicare che bisogna escludere il valore $k = i$.

Con l'eliminazione della variabile t, le otto equazioni (3) si riducono subito alla metà, e si trova anche immediatamente che un integrale delle (3) è

(4) $$-\sum_{i=1}^{4}\sum_{k=1}^{4}{}' \mu_i \mu_k \log \sqrt{(a_i - a_k)^2 + (b_i - b_k)^2} = \text{cost.}$$

che è l'integrale dato da HELMHOLTZ.

Si vede subito che le condizioni di simmetria nelle quali ci siano posti permettono di ridurre l'integrale (4) ad una relazione fra a_1 e b_1, cioè permettono di trovare l'equazione della curva; e si vede ancora che determinata che sia la traiettoria di uno dei vortici, la stessa curva starà a rappresentare la traiettoria dei rimanenti.

Nel nostro caso l'integrale (4) diventa

$$2\mu^2 \log \frac{4b_1 b_2 [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2]}{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \text{cost.}$$

il che porta

$$\frac{b_1 b_2 [(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2]}{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \text{cost.}$$

Introducendo le coordinate polari $r^2 = a_1^2 + b_1^2$ e ϑ, e tenendo presenti le (2), la precedente relazione assume facilmente la forma

(5) $$\cot g^2 \vartheta + \left(\frac{r^2 + 1}{r^2 - 1}\right)^2 = A = \text{cost.}$$

che è l'equazione polare della traiettoria. Si vede da essa quanto abbiamo già affermato che cioè la curva rappresenta la traiettoria di tutti e quattro i vortici. Mutando infatti in essa r in $\frac{1}{r}$ (cioè passando dal vortice J_0 al vortice $\frac{1}{J_0}$) la (5) non cambia, come non cambia del pari se si pone $-\vartheta$ al posto di ϑ (cioè se si passa dal vortice J_0 al vortice $\overline{J}_0$), oppure se si fanno entrambe le mutazioni (cioè se si passa dal vortice J_0 al vortice $\frac{1}{J_0}$).

2. — L'equazione cartesiana della curva (5) può scriversi

(6) $$\frac{a_1^2}{b_1^2} + \left(\frac{a_1^2 + b_1^2 + 1}{a_1^2 + b_1^2 - 1}\right)^2 = A$$

ovvero ponendo

(7) $$a_1^2 = x \quad ; \quad b_1^2 = y$$

per rendere più agevole la costruzione effettiva,

$$(8)\quad (x+y)^2[x+(1-\mathrm{A})y]+2(x+y)[-x+(1+\mathrm{A})y]+ \\ +x+(1-\mathrm{A})y=0$$

Si vede facilmente che la curva (8) ha tre assintoti di cui due hanno direzione indipendente dal valore della costante A e sono paralleli alla bisettrice del 2° quadrante, e il terzo è invece parallelo alla retta

$$y+\frac{1}{1-\mathrm{A}}x=0.$$

Precisamente le equazioni dei tre assintoti della (8) sono

$$(9)\qquad \begin{aligned} &y+x-h_1=0\\ &y+x-h_2=0\\ &y+\frac{1}{1-\mathrm{A}}y-h=0 \end{aligned}$$

dove

$$(10)\qquad h_1=\frac{\sqrt{1+\mathrm{A}}+1}{\sqrt{1+\mathrm{A}}-1}\quad ;\quad h_2=\frac{\sqrt{1+\mathrm{A}}-1}{\sqrt{1+\mathrm{A}}+1}=\frac{1}{h_1}$$
$$h=\frac{4}{\mathrm{A}(\mathrm{A}-1)}.$$

Dovendo essere A sempre positivo e non nullo, anche h_1, h_2, h individuano punti che sono sempre sul semiasse y positivo.

Inoltre i punti d'intersezione della curva con l'asse y sono

$$(11)\qquad \alpha=\frac{\sqrt{\mathrm{A}}+1}{\sqrt{\mathrm{A}}-1}\quad ;\quad \beta=\frac{\sqrt{\mathrm{A}}-1}{\sqrt{\mathrm{A}}+1}=\frac{1}{\alpha}$$

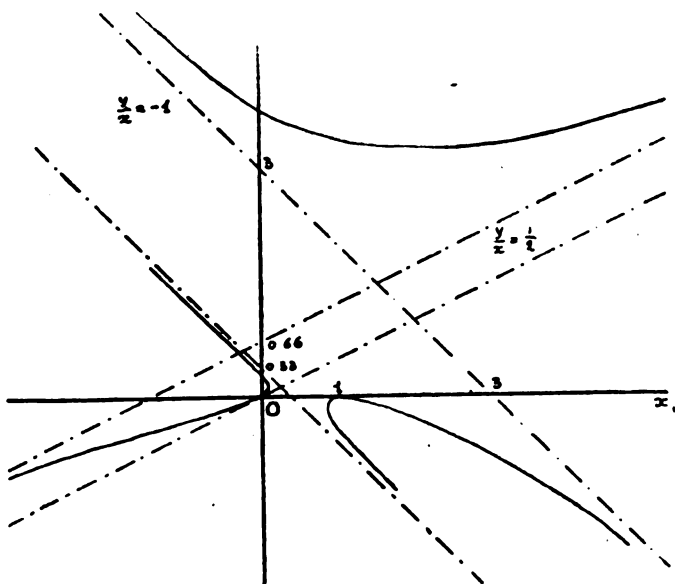
e sono anch'essi punti sul semiasse positivo per $\mathrm{A}>1$. Si può anzi osservare che i punti $y=h_1$, $y=h_2$ sono sempre, qualunque sia $\mathrm{A}>1$, situati nell'intervallo ($y=\alpha$, $y=\beta$): si hanno cioè le disuguaglianze

$$(12)\qquad \beta<h_2<h_1<\alpha$$

che sono agevoli a verificare.

Il terzo assintoto invece, spiccato dal punto ($x=0, y=h$), ha una posizione che dipende volta per volta dal valore della costante A.

Vi è infine (oltre l'origine) una sola intersezione reale con l'asse x, ed è nel punto ($x=1$, $y=0$). La tangente in tale

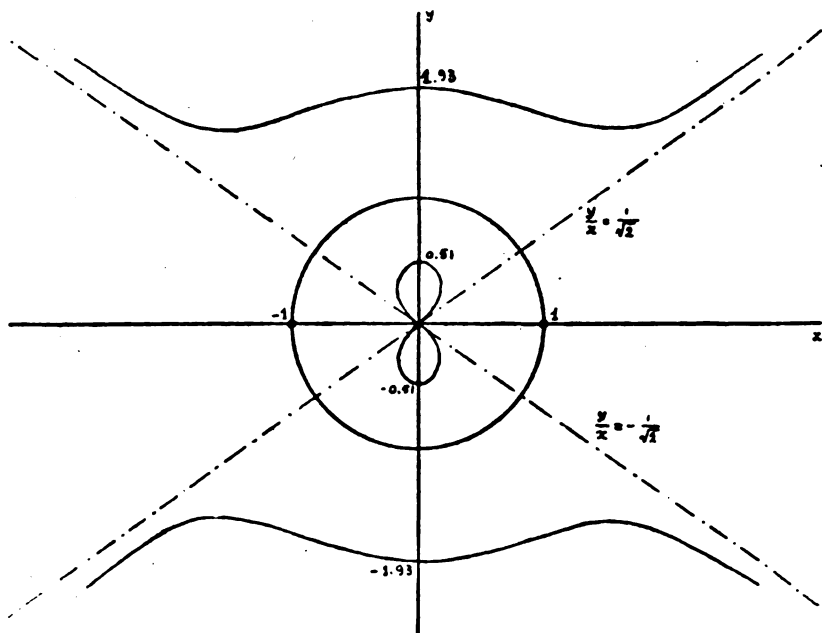
punto è sempre, indipendentemente da A, orizzontale; mentre la tangente nell'origine, avendo per coefficiente angolare $-\frac{1}{1-A}$, è sempre parallela al terzo assintoto.

In base a questi elementi non è ora difficile disegnare la curva (8). Nella figura essa è rappresentata per $A = 3$.

3. — Di tutta tale curva non interessano però per la ricerca della traiettoria (6) che le porzioni comprese nel 1° quadrante, in quanto che è chiaro che per trovare, mediante le apposizioni (7), a_1 e b_1 bisogna considerare soltanto valori positivi di x e y. Poichè poi la (6) non contiene che potenze pari di a_1 e b_1, la traiettoria sarà simmetrica tanto rispetto all'asse delle ascisse quanto rispetto a quello delle ordinate.

È molto facile del resto dedurre le caratteristiche della traiettoria da quelle della curva (8).

La traiettoria ha due flessi nell'origine che è punto doppio, e le tangenti di flesso coincidono con i due assintoti reali che la curva possiede: questi sono paralleli alle rette

$$y \pm \frac{1}{\sqrt{A-1}}\, x = 0.$$

Sono ancora punti doppi i punti ($x = \pm 1, y = 0$). La forma della traiettoria corrispondente al valore $A = 3$, è quella data dalla figura.

4. — I punti ($x = \pm 1, y = 0$) vengono ad essere punti isolati della traiettoria: essi debbono quindi necessariamente essere punti di arresto per i vortici, nel senso che se inizialmente i vortici sono collocati in tali punti, non possono più allontanarsene: essi sono quindi anche punti di arresto stabile. Si noti che questo è un caso limite in quanto che se esso si verifica i quattro vortici che si considerano debbono coincidere. Del resto il moto che noi esaminiamo è tale che è linea di flusso l'insieme dell'asse delle ascisse e della circonferenza di raggio unitario col centro nell'origine: si può quindi immediatamente passare dal nostro caso a quello del moto di un vortice puntiforme in un semipiano limitato da una semicirconferenza e una parete rigida piana. I punti $x = \pm 1, y = 0$ sono allora punti angolari della parete e sono quindi necessariamente, come era già stato rilevato, punti di arresto per il vortice puntiforme.

È possibile trovar direttamente tutti i punti in cui i vortici possono sostare.

Essendo

$$(13)\qquad W = \varphi + i\psi = i\mu \log \frac{(J - J_0)\left(J - \frac{1}{J_0}\right)}{(J - \overline{J}_0)\left(J - \frac{1}{\overline{J}_0}\right)}$$

il potenziale complesso della corrente provocata dai vortici, saranno (4)

$$(14)\qquad \begin{cases} u = -\mu \dfrac{(r^2 - 1)^3 + 8 b_1^4}{2 b_1 (r^2 - 1)\left[(r^2 - 1)^2 + 4 b_1^2\right]} \\[2ex] v = \mu \dfrac{4 b_1^2 a_1}{(r^2 - 1)\left[(r^2 - 1)^2 + 4 b_1^2\right]} \end{cases}$$

la componenti della velocità di traslazione del vortice J_0, le quali non differiscono che per il segno da quelle della velocità del vortice $\overline{J}_0$. L'arresto può aversi nei punti ove è contemporaneamente $u = 0$, $v = 0$.

Poichè a_1 e b_1 sono entrambi fattori di v, dovrà essere $a_1 = 0$ oppure $b_1 = 0$. Quest'ultimo caso ci dà subito $a_1 = \pm 1$, cioé i punti di arresto stabile cui abbiamo già notata l'esi-

(4) Il Föppl compie la ricerca nel caso in cui esista, sovrapposta alla corrente provocata dai vortici, una corrente a potenziale: ma non ci si può servire delle formole date dal Föppl, convenientemente modificate, in quanto che l'A. incorre in una svista.

Precisamente sono errate le formole che dànno le componenti della velocità del moto ch'egli considera: esse debbono sostituirsi con le seguenti:

$$\begin{cases} u = U\left(1 - \dfrac{\xi^2 - \eta^2}{r^4}\right) + C\eta\left[\dfrac{r^2 + 1}{(r^2 - 1)^2 + 4\eta^2} - \dfrac{1}{2\eta^2} - \dfrac{1}{r^2 - 1}\right] \\[2ex] -v = 2U\dfrac{\xi\eta}{r^4} - C\dfrac{4\xi\eta^2}{(r^2 - 1)\left[(r^2 - 1)^2 + 4\eta^2\right]} \end{cases}$$

L'errore porta il Föppl a trovare uno solo dei rami di cui è formata la curva di equilibrio ch'egli cerca, in quanto che la espressione ch'egli chiama (7) è soltanto uno dei fattori del determinante che, con gli esatti valori di u e v, deve essere sostituito al determinante indicato nel suo lavoro con (6).

stenza. Il primo caso invece conduce alla seguente equazione in b_1

$$b_1^6 + 5\,b_1^4 + 3\,b_1^2 - 1 = 0 \tag{15}$$

le cui radici individuano i punti sull'asse delle ordinate in cui i vortici J_0 e $\bar{J}_0$ possono arrestarsi.

È facile vedere che delle radici della precedente equazione quattro sono complesse coniugate e quindi non interessano il nostro problema, e due soltanto sono reali, una positiva e una negativa. Vi sono dunque soltanto due posizioni sull'asse delle ordinate e simmetriche in cui i vortici potrebbero sostare: ma si può dimostrare che un siffatto arresto è impossibile, cosa che del resto può anche esser chiara a priori.

Perchè infatti potesse avvenire l'arresto, le due posizioni che abbiamo trovate dovrebbero coincidere con una delle intersezioni della traiettoria (6) con l'asse delle ordinate. E questo si vede subito che non è. Infatti i punti d'incontro della traiettoria con l'asse delle ordinate sono (oltre l'origine che è un punto doppio) i punti

$$b_1 = \pm\, \frac{1 \pm \sqrt{A}}{\sqrt{A-1}} \tag{16}$$

che sono reali quando, come deve essere, $A > 1$. Di questi quattro punti, due e precisamente i punti $\left(a_1 = 0,\ b_1 = \pm\, \frac{1+\sqrt{A}}{\sqrt{A-1}}\right)$ si riferiscono alla porzione della traiettoria che è percorsa dai vortici J_0 e $\bar{J}_0$, mentre gli altri due $\left(a_1 = 0,\ b_1 = \pm\, \frac{1-\sqrt{A}}{\sqrt{A-1}}\right)$ riguardano il ramo di curva interno al cerchio di raggio unitario e che è percorso dai vortici $\frac{1}{J_0}$ e $\frac{1}{\bar{J}_0}$. Agevolmente si vede infatti che il valore assoluto dell'espressione $\frac{1+\sqrt{A}}{\sqrt{A-1}}$ per A qualunque, > 1, varia da ∞ a 1, e non può quindi mai assumere un valore assoluto minore di 1; di qui l'impossibilità che tale valore assoluto possa coincidere con quello delle radici reali dell'equazione (5); il valore assoluto infatti di tali radici è, come è facile persuadersi, compreso fra 0 e $\frac{1}{2}$.

Analogamente è chiaro che il valore assoluto di $\frac{1-\sqrt{A}}{\sqrt{A-1}}$

con le stesse condizioni per A, varia da 0 a 1, ed è quindi sempre minore di 1. I punti di arresto invece sull' asse delle ordinate che si trovano uguagliando a zero le componenti della velocità dei vortici $\frac{1}{J_0}$ e $\frac{1}{J_0}$, sono individuati dalle radici dell' equazione

$$(17) \qquad b_1^6 - b_1^4 - 7\, b_1^2 - 1 = 0$$

che, come la (15), ha due sole radici reali e simmetriche, una positiva e una negativa: esse però, a differenza di quelle della (15), sono tali che il loro valore assoluto è compreso fra 3 e 4, e non può quindi mai coincidere con un valore di $\frac{1 - \sqrt{A}}{\sqrt{A - 1}}$.

Risulta dunque che nella corrente da noi considerata, prodotta dai soli vortici, questi non possono arrestarsi se non nei punti isolati ($a_1 = \pm 1$, $b_1 = 0$) della traiettoria. Essendo questi punti indipendenti dal particolare valore che si può dare alla costante A e non essendo possibile, come si è visto, trovare alcun valore per A per cui gli altri possibili punti di arresto càpitino sulla traiettoria, si può concludere che, nel caso della mancanza di corrente a potenziale sovrapposta alla corrente provocata dai vortici, la costante A non deve soddisfare ad altre condizioni che non siano quelle che rendon possibile l'esistenza stessa della traiettoria.

LA SEDE APOSTOLICA E L'ORIENTE AI TEMPI DI LEONE MAGNO

SECONDO UNA RECENTE PUBBLICAZIONE DI PIERRE BATIFFOL

Nota del S. C. prof. PIETRO VACCARI

(Adunanza del 26 marzo 1925)

Il volume recente di Pierre Batiffol (1) sulla Sede Apostolica corona degnamente l'opera che attraverso la Chiesa nascente, la Pace Costantiniana, il Cattolicismo di S. Agostino e quest'ultimo volume, costituisce non soltanto una trattazione generale delle origini e dello sviluppo del cattolicesimo, ma uno studio accurato della costituzione ecclesiastica e del suo sviluppo. Non sempre, dato il carattere e lo scopo della trattazione, i più gravi problemi che nel tema della gerarchia ecclesiastica si affacciano, sono considerati espressamente, nè le lacune che la storia di tali rapporti presenta tuttora possono essere colmate, ma nondimeno l'opera del Batiffol è anche sotto questo aspetto assai pregevole e per la vasta e sicura conoscenza delle fonti e della letteratura e per l'indipendenza ed obiettività di giudizio. Naturalmente quest'ultimo volume concerne particolarmente la posizione ed i diritti della Sede Apostolica, ma con giusto criterio il Batiffol esaminando i rapporti della Sede romana con l'Occidente, l'Affrica e l'Oriente, i tre gruppi della cattolicità, considera altresì la costituzione interna di ciascun gruppo e di ciascuna grande regione, perchè soltanto una conoscenza sicura di questa ci permette di comprendere quelli e gli atteggiamenti di Roma dovevano necessariamente tener conto delle condizioni e dei poteri costituiti in ogni regione, della gerarchia che vi si era formata. Di qui

(1) P. BATIFFOL, *Le Siège apostolique* (359-451). Paris 1924.

lo studio dell'ordinamento territoriale e delle circoscrizioni ecclesiastiche in Occidente, lo studio della particolare posizione della Chiesa Affricana, già fatto nel Cattolicesimo di S. Agostino e qui riassunto, quello della posizione del vescovo di Tessalonica e finalmente dell'Oriente. I due capitoli relativi a questa provincia della cattolicità sono integrati da un Excursus circa i diritti della Chiesa romana secondo Socrate e Sozomene: si tratta di un punto essenziale circa i rapporti della chiesa romana con l'Oriente e di qui conviene prendere le mosse per l'esame di un tema che aveva già richiamato la nostra attenzione.

In una nostra nota precedente, infatti, prima che fosse possibile aver conoscenza del volume di Batiffol, noi abbiamo cercato di dimostrare che nell'età del Concilio di Calcedonia, di fronte alla manifesta pretesa della Chiesa Costantinopolitana di affermare un suo diritto di primato sopra l'Oriente in condizione di sostanziale parità con Roma, la Sede Apostolica non risponde con la rivendicazione di un primato giurisdizionale esclusivo per tutto il mondo cattolico, ma si richiama invece al famoso canone 6 del Concilio di Nicea, il quale riconosce anche alle chiese d'Alessandria e di Antiochia una posizione preminente sulla cristianità, pari a quella di Roma. Per quel tempo era l'arma più efficace che potesse impugnare la Chiesa Romana, di fronte alle ambizioni ed alle tentate usurpazioni della Chiesa di Costantinopoli: rimanere sul terreno del Concilio Niceno e dei privilegi delle Sedi Apostoliche, tener fermi inoltre i diritti sanzionati nel Concilio di Costantinopoli del 381 per le diocesi di Asia, di Ponto, di Tracia contro la pretesa costantinopolitana di ordinare i metropoliti. Naturalmente qui si parla di primato giurisdizionale, e cioè del diritto di giudicare in sede d'appello le cause dei Vescovi, di convocare e ratificare le decisioni dei sinodi, non del primato onorifico e del governo in materia di fede, perchè di fronte a questo s'inchina anche la Chiesa d'Oriente, come si inchina la Chiesa Affricana, pur così restia a riconoscere il diritto di appello al Pontefice e così gelosa della sua autonomia in materia di disciplina. Come S. Agostino e prima di lui, S. Basilio proclama questa posizione preminente della sede romana. E pure qui è tuttavia visibile una diversità di atteggiamento che ha radice nella diversa posizione delle Chiese rispetto a Roma: per S. Agostino la sede romana è l'autorità sovrana in materia di fede, e quando la sede romana ha par-

lato, non v'ha ricorso ad alcun'altra autorità, a nessun concilio plenario: causa finita est (1). Per S. Basilio la chiesa di Oriente deve chiedere a Roma il giudizio in materia di fede ed attenersi alla sua decisione; ma egli lascia comprendere che l'Oriente stimerebbe grande ventura poter fare da solo, senza il concorso dell'Occidente (2). La superiorità di Roma è, in fondo, una necessità che la chiesa d'Oriente riconosce (3), ma questo primato di fatto non trascende il campo della fede: un primato giurisdizionale in confronto dell'Oriente non era ancora nei tempi del Leone nè dalla chiesa d'Oriente riconosciuto, nè dalla sede romana rivendicato.

Questa nostra tesi può sembrare scossa dalla esposizione del Batiffol, il quale già nell'età anteriore a Leone Magno, esaminando il caso del vescovo di Smirne accusato dinanzi al vescovo di Costantinopoli e da questi assolto con sentenza confermata da Roma in seguito all'appello degli accusatori, riconosce appunto alla Sede Apostolica questo diritto di decidere le controversie come giudice supremo, anche in confronto dell'Oriente (4). Socrate e Sozomene che appartengono alla stessa epoca riconoscono come legge ecclesiastica non controversa, che un concilio generale d'Oriente non può essere convocato senza che il vescovo di Roma vi sia invitato e nessuna decisione può pronunciare in forma definitiva senza la conferma di questi: i due scrittori ecclesiastici fanno riferimento ai tempi di papa Giulio e del Concilio di Sardica, ma è chiaro, secondo il Batiffol, che la formula da essi adottata rivela un regime più recente, quello che gli storici accertano in vigore per i tempi in cui vivono e che rappresenterà tutta la sua parte nel concilio di Calcedonia. Primato adunque giurisdizionale della Sede Romana anche in confronto dell'Oriente; e questa condizione dei rapporti con le grandi provincie del mondo cattolico, spianerà la via all'opera di Leone, da cui può

(1) Batiffol: *Le catholicisme de S. Augustin* Paris 1920 pag. 392. *Siège apostolique* pag. 238.

(2) *Siège apostolique* pag. 108.

(3) Cfr. su questo punto, per i tempi di Damaso: Langen: *Geschichte di röm. Kirche bis zum Leo I*, Bonn. 1881 pag. 515 sg.

(4) Altre prove sono indicate dal Batiffol nel dotto articolo: *Le recours à Rome en Orient avant le concile de Chalcédoine* in Revue d'histoire ecclesiastique 1925 pag. 6 e seg. L'articolo costituisce un altro Excursus per il volume dedicato alla Sede apostolica.

dirsi incominciata la monarchia papale, come aveva scritto il Beet (1). Il grande pontefice infatti, mentre potrà riaffermare pienamente i diritti di Roma in confronto di Aquileia, di Ravenna, di Milano, della Gallia, si gioverá del silenzio del primato di Cartagine dopo l'invasione dei Vandali per esercitare estesa autorità sull'Affrica, sostituendosi al concilio affricano, sì geloso in passato della propria autonomia ed applicando integralmente i contestati canoni di Sardica. Ma in confronto dell'Oriente? il riconoscimento del primato giurisdizionale del Pontefice sarebbe in modo sicuro comprovato dall'appello interposto a Roma dai vescovi condannati ad Efeso, dalla lettera di Valentiniano III° a Teodosio II° del 450, da quella contemporanea di Galla Placidia e finalmente dall'affermazione solenne dell'imperatore Marciano assunto al trono dopo la morte di Teodosio II° e che dirigendosi al pontefice parla del « principatus » di questi « in episcopatu divinae fidei », formula corrispondente al « principatus sacerdotii » di Valentiniano ed al « principatus episcopatus » di Galla Placidia. Ma queste prove sono davvero conclusive?

Incominciamo dai famosi canoni di Sardica: se questi avessero stabilito un vero diritto giurisdizionale del Pontefice in sede di appello l'importanza loro sarebbe notevole anche nei rispetti dell'Oriente, almeno indirettamente, come espressione del pensiero del Pontefice, avendone questi fatta integrale applicazione nei confronti dell'Affrica. Ma in quale forma i canoni di Sardica erano accolti e difesi da Roma nella prima metà del sec. V°? il punto vero della controversia è qui, perchè quei famosi canoni sono stati assoggettati a si gravi alterazioni più gravi appunto nel tema dell'intervento giurisdizionale del pontefice (2), che non gioverebbe un esame del vivo dibattito che essi hanno sollevato e che dura tuttora. Orbene, proprio nel 418 il commonitorio affidato dal pontefice Zosimo al vescovo Faustino ed agli altri due legati che dovevano rappresentare la Sede Pontificia nel Concilio di Cartagine (3), espone il contenuto del canone VII di Sardica attribuendolo al con-

(1) BEET, *The rise of the Papacy* London 1910 pag. 304.

(2) HANKIEWICZ, *Die kanones von Sardika. Ihre echtheit u. ursprüngliche gestalt*, *in* Zeitschrift d. S. St. für Rechtsgeschichte Kan. abt. 1912 t. 39 pag. 63 e sg.

(3) MANSI, *Concilia IV* col 403. Per questo passo di Zosimo e la contesa relativa Cfr. *Chatolicisme de S. Augustin* 443 sg.

cilio di Nicea: ma, ripetiamo, in quale forma? Il testo del commonitorium recita: se un vescovo è condannato e deposto dai vescovi comprovinciali e si appella al Pontefice, perchè sia rinnovato il giudizio, il Pontefice può ordinare un nuovo esame della causa ai vescovi della provincia finitima e può inoltre, se crede, inviare anche un proprio legato perchè, investito dell'autorità di lui, partecipi al giudizio: che se il Pontefice ritiene che bastino i vescovi « faciet quod sapientissimo consilio suo iudicaverit ». Ora qui si tratta evidentemente soltanto della facoltà nel Pontefice di provocare un secondo giudizio a mezzo dei vescovi della provincia finitima; nel testo greco invece si ammette un giudizio di terza istanza da parte del Pontefice, nel caso che il vescovo sia stato condannato anche nel secondo giudizio e con ciò si riconosce nel Pontefice una podestà giurisdizionale superiore, tanto più che il Pontefice può giudicare in terza istanza personalmente, se ciò crede conveniente (1). Questa diversità riceve inoltre maggior luce dalla circostanza che Zosimo si è limitato a tale commonitorium senza richiamare i canoni 3 e 4 di Sardica i quali parlavano di un secondo giudizio ordinato dal Pontefice (c. 3) e di un terzo dinanzi al Pontefice stesso (c. 4 « nisi causa fuerit in iudicio episcopi Romani determinata ») (2) dopo che si erano pronunciati i vescovi della provincia finitima. Con ciò la Sede Romana veniva ad attuare una limitazione assai notevole nel campo delle podestà che il concilio di Sardica le aveva riconosciute, e almeno per quanto concerne la prima metà del secolo V° si deve ammettere che la parte rimasta viva dei canoni stessi attraverso una confusione coi canoni Niceni, non sanzionasse una podestà giurisdizionale diretta del Pontefice, ma piuttosto un diritto di revisione per accertare se la procedura seguita nel primo giudizio era stata regolare (3).

---

(1) HANKIEWICZ, *Op. cit.* pag. 67 e sg. ELLA HECKRODT, *Die Kanones von Sardika*, Bonn., 1917, pag. 42.

(2) MANSI, *Concilia*, III col. 7 (testo greco e versione dell'Herveto).

(3) E' noto come questa sia l'interpretazione che dei canoni Sardicensi hanno dato molti autori, anche per l'epoca in cui i canoni sono stati emanati LÖNING, *Geschichte d. deutschen Kirchenrechts* I. Strasburgo 1878 pag. 452 sg. - HINSCHIUS, *System d. Katholischen Kirchenrechts* IV, Berlin 1888 - pag. 773 sg. TURMEL: *Histoire du dogme de la Papauté* Paris 1908 pag. 255 e lo stesso BATIFFOL: *Paix costantinienne* Paris 1914 pag. 443 sg., ma tale interpretazione non sembra accettabile; essa invece è vera per la prima metà del sec. V.

Conclusioni precise circa una podestà giurisdizionale del Pontefice nei confronti con l'Oriente, non potrebbero nemmeno essere tratte dagli altri fatti citati dal Batiffol, chè l'appello dei vescovi condannati nel concilio di Efeso o scongiura Leone di convocare un sinodo generale, d'Oriente e d'Occidente, per proclamare la fede comune e ristabilire la regola dei padri contro le inique decisioni adottate ad Efeso (libellus appellationis di Flaviano, vescovo di Costantinopoli) o si richiama alla tutela generale che la Sede apostolica esplica in favore delle vittime delle violenze e delle fazioni, come quella che è animata dalla pura fede di Cristo e da una carità sincera verso tutti i cristiani (Eusebio di Dorilea (1) o, infine, esalta bensì, in termini generici, il primato di Roma ed invoca l'intervento della Sede apostolica, ma sopratutto perché esamini tutta la condotta passata dell'appellante (Teodoreto) e giudichi se egli debba o no sottomettersi all'iniqua deposizione pronunciata dal concilio di Efeso. Intervento adunque della Sede apostolica nel campo dell'unità e purezza della fede e per giudicare se la sentenza di Efeso debba essere rispettata, dove condanna la tesi delle due nature in Cristo e depone i vescovi che la sostengono. Non mi pare che tale intervento autorizzi ad estendere la podestà giurisdizionale di Roma a tutti i casi di condanna dei vescovi: potrebbe essere un sintomo od un argomento di presunzione se fosse confortato da altre allegazioni e non contraddetto da un diverso atteggiamento del Pontefice. Ora mentre mancano altre prove dirette di una podestà giurisdizionale rivendicata dal Pontefice nei confronti con l'Oriente (2), tale diversità di atteggiamento appare chiara nelle fonti. Valentiniano III nella lettera a Teodosio, invoca che il vescovo di Roma « cui principatum sacerdotii super omnes antiquitas contulit » abbia la possibilità di giudicare della fede e dei sacerdoti e sià perciò convocato un concilio generale « propter contentionem quae orta est de fide (3) » formula ben lontana dalla precisa affermazione con-

(1) Entrambi pubblicati dal Mommsen in *Neues Archiv* t. XI (1886) pag. 361 e sg.; di questo appello e degli altri di Eusebio e Teodoreto da' ampio cenno il Batiffol op. cit. 514 e sg.

(2) Nè, per i tempi di Leone, sono indicate dal Batiffol nell'articolo: *Le recours à Rome en Orient avant le concile de Chalcédoine* cit.

(3) Batiffol op. cit. 521 sg.

tenuta nella precedente lettera dello stesso imperatore diretta all'Occidente (ciò che sancisce la sede apostolica abbia valore di legge; il vescovo chiamato al giudizio di Roma che vi si rifiuta, vi sia costretto dal Rettore della provincia) (1), ma comunque, Teodosio risponde chiamando Leone patriarca. Quanto al successore Marciano, se è vero che scrivendo al Pontefice, gli riconosce il « principatum in episcopatu divinae fidei », è vero altresì che rimane nel campo della dichiarazione della fede e della definizione delle regole ecclesiastiche, dove la podestà suprema del Pontefice non potrebbe essere seriamente contestata anche nei confronti con l'Oriente (2).

Passiamo invece all'esame del concetto che intorno ai rapporti della Sede Romana con l'Oriente e sopratutto intorno alla costituzione ecclesiastica in generale, ci rivela il grande Pontefice nelle sue lettere.

Giá nella nota precedente abbiamo ricordato la lettera all'imperatore Marciano dove è detto solennemente che i privilegi delle chiese istituiti dai padri e sanciti nei decreti di Nicea non possono essere scossi e violati (3) ma ve ne sono altre parecchie che chiaramente rivelano quali fossero, nella mente del Pontefice, la natura ed il carattere dei rapporti intercedenti fra le Chiese maggiori e fra queste e le ordinarie sedi metropolitiche. E noto il processo di differenziazione nell'ordinamento ecclesiastico sviluppatosi lungo il corso del III e IV secolo: ma non sarà inutile accennarvi a titolo di premessa. La tradizione della predicazione apostolica aveva, già nei primi secoli, attribuito particolare dignità ad alcune sedi: Roma (predicazione di Pietro), Alessandria (id.), Antiochia (predicazione di Marco); probabilmente, per quanto le fonti non ci offranò dati sicuri in argomento, queste sedi dalla loro posizione di preminenza onorifica svilupparono già nel III sec. una preminenza giuridica, acquistando il diritto alla convocazione di sinodi, alla istituzione e rimozione dei vescovi. Nello

---

(1) Ed. in MIRBT: *Quellen zur geschichte der Papstthum* Tubingen u. Leipzig 1901 n. 131.

(2) . . . . i vescovi « quae Christianorum religioni atque catholicae fidei prosint, sicut sanctitas tua secundum ecclesiasticas regulas definiverit, sua dispositione declarent » (nelle *Opera omnia* di LEONE MAGNO curate dal QUESNEL I pag. 279).

3) *Il canone 6 del concilio di Nicea*, in questi *Rendiconti* 1924, pag. 661.

stesso tempo l'ordinamento territoriale dello stato romano con la sua divisione Dioclezianea in prefetture, ciascuna prefettura in diocesi, ciascuna diocesi in provincie doveva necessariamente determinare un' influenza notevolissima anche sulla costituzione ecclesiastica: anche le città capoluogo di provincie come erano centri di direzione amministrativa, militare e civile, così divennero centri direttivi nell' ordinamento ecclesiastico ed i vescovi dei capoluoghi detti appunto metropoliti acquistarono una preminenza giuridica sui vescovi delle città della provincia rispettiva, col diritto di conferma per i vescovi che fossero ordinati nelle città.

Questa sembra la condizione giuridica regolata dal canone 6 del grande Concilio di Nicea del 325, condizione che doveva essere in seguito modificata sotto l'impulso di due diverse correnti: una prima che mirava ad estendere ad altre città sedi delle diocesi (diocesi nel senso romano della parola, cioè vicariati secondo la costituzione dioclezianea) i privilegi delle sedi maggiori od apostoliche, una seconda che mirava ad accrescere i poteri dei metropoliti. Da un lato cioè non soltanto Roma, Alessandria, Antiochia, ma Cesarea nel Ponto, Efeso nell' Asia, Costantinopoli nella Tracia, Gerusalemme (città già soggetta a Cesarea, ma dotata di onori particolari trasformati poi in diritti di preminenza giuridica) conseguirono la podestà di convocare i sinodi, di istituire e rimuovere i vescovi, dall' altro anche i metropoliti poterono arrogarsi il diritto di convocare e presiedere il sinodo provinciale ed il diritto, non più di semplice conferma, ma di ordinazione dei vescovi. Queste nuove podestà metropolitiche sono già in parte riconosciute nel concilio di Antiochia del 341 che sancisce l' obbligatorietà del concilio provinciale due volte l'anno, l' ordinazione dei vescovi dinanzi al sinodo ed al metropolita ed al metropolita attribuisce il diritto di convocare altri giudici dalla vicina provincia perchè procedano insieme coi vescovi comprovinciali ad un nuovo esame della causa del vescovo condannato, quando non si fosse raggiunta l' unanimità nella sentenza. Il progressivo sviluppo della costituzione ecclesiastica potè consolidare i diritti dei metropoliti ed il concilio di Calcedonia attribuirà esclusivamente a questi la facoltà di ordinare i vescovi. Con ciò le sedi metropolitiche avevano conseguita una posizione di preminenza che le avvicinava alle grandi sedi apostoliche ed alle altre sviluppatesi sul modello di queste. Ora di fronte a tale stato di cose diverso fu il contegno delle due Chiese costituite

nelle città capitali dell'impero: Costantinopoli, posta al centro della regione dove la costituzione metropolitica aveva avuto più largo sviluppo, mirò ad estendere innanzi tutto il suo diritto di preminenza alle diocesi più vicine di Asia e Ponto, ed ottenne nel concilio di Calcedonia che le fosse riconosciuta la podestà di ordinare i metropoliti di Asia Ponto e Tracia (can. 28) podestà esercitata per consuetudine da molto tempo: in secondo luogo Costantinopoli, sulla base del primato onorifico per l'oriente sanzionato dal can. V del concilio costantinopolitano, mirò ed ottenne di conseguire la giurisdizione su tutte le sedi metropolitiche dell'oriente (can. 9 di Calcedonia). Contro siffatto atteggiamento, che non era se non un aspetto di una più vasta politica mirante alla rivendicazione di una parità nei confronti con Roma, la sede apostolica doveva nenecessariamente reagire: ma in che modo? Non era evidentemente possibile qui, dinanzi ad una sede in così eminente posizione politica come Costantinopoli, pretendere di sovrapporre senz'altro la propria autorità e ridurre la Sede orientale alla subordinazione verso Roma. — Certo v'era in regione finitima, quasi a cavaliere fra oriente ed occidente, un esempio siffatto e ne tratta egregiamente il Batiffol (1): nella penisola balcanica la costituzione metropolitica si era pienamente sviluppata, ma al disopra del potere dei dieci metropoliti il vescovo di Tessalonica aveva la cura di tutte le provincie con facoltà di ordinare i vescovi, di giudicarli e presiedeva il concilio dei metropoliti con poteri straordinari, delegati dal Pontefice. Il vescovo di Tessalonica era un vero vicario del Pontefice e la sua podestà sulle provincie era un'afiermazione giuridica del primato romano, condizione di cose evidentemente non applicabile in confronto di Costantinopoli. Ed allora?

Allora Leone Magno ritorna ad un concetto già chiaramente espresso da papa Bonifacio nella lettera ai vescovi di tutto l'Illirico: la base della costituzione ecclesiastica nel rapporto fra le grandi sedi della Cristianità sta nel concilio di Nicea, che attribuisce a Roma il primo posto, ad Alessandria ed Antiochia il secondo ed il terzo. Ma Leone precisa meglio questo concetto, mettendo in particolare rilievo la podestà giuridica dei metropoliti. Nella lettera a Proterio vescovo

(1) *Siège apostolique* 245 e sg. Sull'origine e la natura del vicariato di Tessalonica. Cfr. lo studio di Streichhan in *Zeit. d. Sav. Stiftung für* RG. 1922 tom. 43 p. 330 ss.

di Alessandria (1) egli afferma di aver difeso la validitá giuridica degli antichi privilegi, volendo che rimanesse illesa la dignità dei metropoliti. L'osservanza dei canoni niceni è necessaria per la pace della Chiesa (2): ma che vuole il vescovo di Costantinopoli? per dare vigore ad un'unica podestà il vescovo di Costantinopoli vuole impugnare il primato dei metropoliti e perturbare la quiete delle provincie, disciplinata dal santo sinodo di Nicea. Egli cerca di infrangere i canoni niceni, come se Alessandria avesse perduto il privilegio del secondo posto, Antiochia del terzo e tentando di assogettare queste sedi al proprio governo, vuole spogliare delle loro prerogative tutti i vescovi metropolitani (3). Ed ancora nella sua esortazione ad Anatolio vescovo di Costantinopoli, lo ammonisce di non attentare ai diritti dei primati provinciali e di non defraudare i metropoliti dei privilegi istituiti « ab antiquo »: nulla sia diminuito della dignità della sede alessandrina e la sede Antiochena possa rimanere « in paternae constitutionis ordine » (4).

Il pensiero del Pontefice appare dunque con sufficiente chiarezza; al disopra delle ordinarie sedi episcopali v'ha un solo potere investito di una preminenza giuridica, quello dei metropoliti. Il vescovo di Alessandria è un metropolita che per antica consuetudine esercita il primato sui vescovi comprovinciali (5) e può convocarli, in tempi determinati e quando occorra, per decidere insieme delle questioni inerenti all'interesse della chiesa. Ma tanto Alessandria che Antiochia se, sotto il riguardo strettamente giuridico, sono sedi metropoliche, emergono nondimeno sopra le altre per un « privilegium honoris et dignitatis » che loro deriva dal fatto di essere state, in antico, sedi di predicazione apostolica e che aveva ottenuto la sanzione dei concili. Di fronte al progresso dei poteri dei metropoliti il pontefice adotta il sapiente disegno di riconoscere

(1) MANSI. — *Concilia* VI col. 271 ep. 129 a. 454 e MIGNE. *Patrol. lat.* 54 col. 1075 (JAFFÈ I² 505)

(2) MANSI. — Ibid. VI col. 195 ep. 105 a 452 MIGNE Ibid. 54 col. 997 (JAFFÈ I² 482).

(3) MANSI. — Ibidem VI, col. 198 ep. 106 a 452. MIGNE Ibid. 54 col. 1001 (JAFFE I² 483).

(4) Ep. 106 cit.

(5) Ep. 129 cit.: Proterio « teneat suorum consuetudines decessorum et comprovinciales suos episcopos, qui Alessandrinae sedi antiqua constitutione subiecti sunt, congrua sibi auctoritate contineat ».

lo stato di fatto creato dalle circostanze e di sanzionarlo con l'autorità della Sede apostolica; in pari tempo esso attribuisce alle sedi di Alessandria e di Antiochia non più una preminenza che aveva destato l'emulazione e di poi provocato le usurpazioni di Costantinopoli ma un semplice primato morale ed onorifico. Sopratutto primato morale, nel senso che queste sedi, già elette da Pietro e da Marco per la predicazione apostolica, dovevano costituire un modello per le altre chiese, vigilare sulla condotta di queste in materia di fede, mantenere la comunione dell'Oriente con Roma. Roma, come sede di Pietro, teneva il primo posto e verso di essa Alessandria e Antiochia erano vincolate dalla subordinazione gerarchica in materia di fede. Preminenza morale anche qui: il Pontefice non avrebbe potuto andare più in là, dal momento che intendeva opporsi risolutamente alle pretese della Chiesa di Costantinopoli.

Le lettere che abbiamo ricordate sono state scritte dal Pontefice dopo il Concilio di Calcedonia, che aveva sanzionato, malgrado gli sforzi dei delegati romani, una sostanziale parità anche nell'ordine ecclesiastico fra le due capitali dell'impero. Per allontanare il pericolo di tale manifesta usurpazione, il Pontefice si era appellato agli antichi privilegi della Chiesa Alessandrina e dell'Antiochena, ma non poteva evidentemente rivendicare un primato giurisdizionale sopra di queste, senza indebolire la posizione di Roma ed avvantaggiare l'ingiustificata pretesa di Costantinopoli. Comunque non v'ha cenno nelle lettere di Leone di una tale rivendicazione. E questo silenzio apparirà anche più eloquente se vorremo metterlo in raffronto con la chiara manifestazione del pensiero del Pontefice a proposito delle provincie dell'Illirico: i vescovi provinciali dipendono dai metropoliti, questi dall'esarca o vicario del Pontefice che ha sede a Tessalonica. L'esarca consacra i metropoliti ed ha il compito di informare la sede apostolica di ciò che avviene nell'ordine ecclesiastico: le cause più gravi e gli appelli sono demandati alla sede Pontificia (1). Nulla di tutto ciò per Alessandria ed Antiochia: il contrasto di atteggiamento del Pontefice non può essere senza significato.

(1) MANSI. — V col. 1230 Ep. 5 a. 444. MIGNE 54 pag. 614 (JAFFÈ I² 403).

DI ALCUNI FENOMENI CHE SI OSSERVANO IN UN CAMPO ELETTRICO PRODOTTO DA UN CONDUTTORE ISOLATO, ELETTRIZZATO AD ALTO POTENZIALE.

Nota del prof. GUSTAVO LAURO.

(Adunanza del 28 maggio 1925)

In una nota letta nella seduta del 12 marzo u. s. al R. Istituto Lombardo, ho riferito alcuni fenomeni che si verificano in un campo elettrico prodotto da un conduttore elettrizzato ad alto potenziale, che si possono riassumere così:

I) Un ago metallico isolato, sospeso per il suo centro di gravità, messo davanti ad un conduttore, per esempio una sfera, elettrizzato ad alto potenziale, che nella mia esperienza ho fatto variare dai 90 ai 120 mila volts, ad una distanza dai 4 ai 10 centimetri, dopo aver compiuto una serie di oscillazioni sempre più ampie, finisce per assumere un movimento di rotazione.

II) Un lungo ago metallico, quello da me adottato era del diametro di circa 8/10 di mm. e della lunghezza di circa 250, sostenuto nel mezzo con manico di paraffina, messo per qualche istante davanti al conduttore, nella direzione di una linea di forza in modo che la punta disti dalla superficie del conduttore da 3 a 10 cm., portato fuori dal campo, si trova carico di elettricità omonima al conduttore; tenuto invece normalmente alle linee di forza e portato fuori del campo, si trova elettrizzato di nome contrario.

III) Un dielettrico tenuto per qualche tempo davanti al solito conduttore alla distanza da 10 fino a 30 cm. circa, e poi portato fuori dal campo, si trova elettrizzato di nome contrario all'inducente, qualunque sia la natura del dielettrico, che anzi quelli che per strofinio assumono una elettricità vitrea,

se eccitati prima per confricazione, posti poi davanti al conduttore carico positivamente, perdono subito la loro carica e poi si elettrizzano negativamente; similmente quelli che per strofinio si caricano di elettricità resinosa, perdono subito questa loro carica negativa appena messi davanti alla sfera induttrice, se questa è negativa, e poi si carica positivamente. Per spiegare questa carica permanente del coibente non si può pensare ad un trasporto di cariche operate dalle molecole dell'aria respinte dal conduttore, perchè in ogni caso esse caricherebbero il dielettrico della stessa elettricità e non di nome contrario del conduttore: è noto infatti che accentuando la corrente di aria col munire il conduttore di una punta (soffio elettrico), tutti i corpi nelle vicinanze si caricano di elettricità dello stesso segno del conduttore.

Siccome le esperienze ora ricordate furono fatte presentando semplicemente i corpi, tolti dal campo elettrico, alla sferetta di un elettroscopio e questo metodo può lasciare adito a qualche dubbio sul valore dei risultati, ho creduto bene di ripeterli in modo rigoroso, adoperando il conduttore cavo di Faraday: difatti un elettroscopio metallicamente congiunto con esso accusa in ogni caso la somma algebrica delle cariche introdotte nel cavo, di guisa che quando si tratta di una lastra di coibente tolta all'azione del conduttore elettrizzato, se una carica prevale sull'altra, non può più rimanere alcun dubbio sul risultato e, quando si introduce il filo metallico della esperienza II, è possibile scaricarlo completamente mettendolo in contatto con la superfice interna della cavità e, ripetendo parecchie volte l'operazione, l'elettroscopio si carica in maniera così visibile da torre ogni dubbio che il filo posto lungo il diametro della sfera si elettrizzi omonimamente al corpo inducente: posto normalmente si elettrizzi di nome contrario, come si è detto.

Per spiegare questa elettrizzazione permanente del filo metallico, sembra che basti ricorrere alle note leggi dell'influenza e al potere delle punte. Difatti nel primo caso, quando cioè il filo è posto secondo il prolungamento di un diametro della sfera, secondo cioè una linea di forza, entrambe le elettricità destate per influenza sfuggono dalle punte (potere delle punte): ma prevale l'effetto sulla punta più vicina ossia si scarica in prevalenza l'elettricità di nome contrario all'inducente e quindi il filo resta elettrizzato omonimamente a questo. Nel secondo caso, quando cioè il filo è tenuto nella

direzione normale alle linee di forza, l'elettricità dello stesso nome sfugge da entrambe le punte che sono le più lontane dal conduttore e resta la carica di nome contrario nella parte media la più vicina. Così anche la rotazione dell'ago trova una logica spiegazione.

Una spiegazione così semplice però non si può applicare al fatto più interessante della elettrizzazione della lastra coibente di nome contrario all'inducente. Difatti i dielettrici trasmettono la forza elettrica, come è noto, polarizzandosi. Ora la polarizzazione porta che le due facce della lastra debbano avere cariche opposte ed equivalenti, così che portate entro il conduttore cavo, l' elettroscopio non dovrebbe dare alcun segno di elettrizzazione; invece, come si è detto, si ottengono sempre dall'elettroscopio segni certi di elettrizzazione di nome contrario all'inducente.

Si potrebbe affacciare il sospetto che le lastre sottoposte a sperimento non fossero perfettamente coibenti e che quindi una certa quantità di elettricità omonima al corpo inducente potesse disperdersi lentamente sul suolo. Ma questo dubbio non è possibile perchè ho avuto cura di assicurarmi del perfetto isolamento delle lastre sottoposte alla prova interponendole fra un elettroscopio e la terra: la carica dell'elettroscopio non si disperdeva che con estrema lentezza.

Nonostante ciò quelle di vetro sono state verniciate con gomma lacca per garantirsi dall'umidità. Durante la esposizione davanti al corpo inducente, che è durata da pochi secondi a qualche minuto, le lastre sono state sostenute da colonnette di buon vetro isolante le quali, per maggior precauzione, poggiavano su un grosso blocco di paraffina dello spessore di circa sette centimetri (*).

La prima idea che si presenta a spiegare il fenomeno è la produzione, molto verosimile, di ioni per urto nel campo sufficentemente intenso interposto fra la sfera e il dielettrico.

(*) Prima di sottoporre le lastre a nuova prova, si aveva cura di scaricarle ogni volta di ogni traccia di elettricità che avessero potuto conservare, passandole sopra una fiamma a spirito e assicurandosi che effettivamente erano diselettrizzate introducendole nel conduttore cavo di Faraday.

In tal caso però dovrebbe verificarsi una doppia corrente di ioni moventesi prossimamente secondo le linee di forza del campo: quelli di nome contrario verso la sfera induttrice e quelli dello stesso segno verso la lastra, cosicchè, in ultima analisi, si dovrebbe verificare un apporto di cariche operate dalla corrente di ioni e la lastra dovrebbe caricarsi per tale effetto omonimamente e non di segno contrario all'induttore. Non resta quindi altra ipotesi che supporre una ragione di jonizzazione anche dietro alla lastra: in tal caso i joni dello stesso nome dell'induttore si allontanerebbero seguendo sempre prossimamente le linee di forza e quelli di nome contrario cadrebbero sulla lastra, neutralizzando in parte la carica omonima dovuta alla polarizzazione.

Milano, Laboratorio di fisica del R. I. T. Carlo Cattaneo.

ELIA LATTES.

Cenni commemorativi del Presidente prof. LUIGI BERZOLARI,

del M. E. prof. CARLO PASCAL

e dei SS. CC. PAOLO BELLEZZA e ARISTIDE CALDERINI.

(Adunanza del 4 giugno 1925)

con aggiunto un Elenco delle Sue pubblicazioni.

Il Presidente dell'Istituto prof. LUIGI BERZOLARI, aperta la seduta, pronuncia le seguenti parole:

Ai gravi e numerosi lutti ond'è stato colpito in quest'anno l'Istituto, un altro se n'è aggiunto dei più dolorosi, con la morte del M. E. prof. ELIA LATTES, avvenuta in Milano il 1° del mese corrente. Il compianto collega, nominato Socio Corrispondente nel 1868, Membro Effettivo nel 1872, era infatti il decano della Classe di lettere, scienze morali e storiche, ed a Lui si rivolgeva la devota, affettuosa nostra ammirazione, come ad uno dei più apprezzati e benemeriti rappresentanti dell'alta cultura nel nostro paese.

Nato a Venezia nel 1843, dal governo austriaco era stato costretto ad abbandonar la città ed a rifugiarsi a Torino, dove con lo studio tenace pose i fondamenti di quel vasto e profondo sapere, di cui diede ben presto saggi preziosi e che rese poi sempre tanto efficace l'azione sua d'insegnante.

La serie delle sue pubblicazioni, che sommano a non meno di 170, ha principio nel 1861, e per un decennio circa si riferisce prevalentemente a questioni varie di archeologia civile e storia antica, nonchè a ricerche storiche, critiche, statistiche, sulla riforma del credito fondiario, sul contratto d'enfiteusi, sulla libertà delle banche a Venezia dal secolo XIII al XVII. Ma dove Egli si rivelò ingegno forte e ardimentoso fu negli studi, iniziati nel 1868 e proseguiti con fervore non mai esausto per oltre mezzo secolo, sul poderoso e affascinante problema della lingua etrusca, la cui soluzione affatica da secoli le

menti dei ricercatori di ogni nazione. Il primo lavoro pubblicato dal LATTES sull'argomento è inserito nelle Memorie del nostro Istituto, e ad esso altri numerosi ne seguirono, tutti notevoli per l'ampiezza dell'indagine, il rigore del metodo, l'acume e la scrupolosità della critica. Queste ricerche, che in patria e fuori lo fecero riconoscere come uno dei più autorevoli studiosi dell'arduo problema, ebbero il loro coronamento nel *Saggio di un indice lessicale etrusco*, che, pubblicato dal 1908 al 1918 nelle Memorie della R. Accademia di Archeol. Lett. e Belle Arti di Napoli e nelle Memorie del nostro Istituto, rimarrà il maggior monumento della sua dottrina, e fonte copiosissima per gli studiosi dell'idioma etrusco.

Insegnò per molti anni Antichità civili greche e romane in questa R. Accademia scientifico-letteraria; e sono ancor vivi nei ricordi degli allievi superstiti così l'entusiasmo con il quale svolgeva le sue lezioni, semplici di forma ma dense di dottrina, come la paterna bontà e liberalità con la quale seguiva e incoraggiava i progressi de' suoi discepoli.

E non soltanto con le indagini erudite e con il coscienzioso insegnamento il LATTES ha validamente contribuito all'elevazione e alla diffusione della cultura. Poichè con atti di sapiente munificenza promosse altresì e favorì nei modi più svariati l'incremento degli studi: sia accordando premi cospicui agli autori delle migliori dissertazioni di laurea nella Facoltà di Lettere e Filosofia dell'Università di Padova e in questa Accademia scientifico-letteraria; sia concorrendo con forti somme all'acquisto di papiri e alla loro pubblicazione a Roma, a Firenze, a Milano, alla pubblicazione del *Repertorio Visconteo* per cura della Società storica lombarda, alla *Raccolta Vinciana*, agli scavi italiani in Creta, al restauro del Castello Sforzesco; e sia ancora con larghe donazioni ai musei dello stesso Castello, alla Biblioteca Ambrosiana e a questa di Brera, al Circolo Filologico, al nostro Istituto.

Uomo d'antica tempra, egualmente insigne nel campo degli studi e in quello della beneficenza, ELIA LATTES lascia indelebile ricordo di sè e de' suoi meriti in quanti ebbero la fortuna di conoscerlo; ma sopratutto lascia un memorabile esempio di quanto possano, insieme riunite, l'altezza della mente e la bontà del cuore.

Al fratello suo Alessandro, professore nella Facoltà di Giurisprudenza dell'Università di Genova e nostro Socio Corrispondente, invio, anche a nome dei colleghi, le più sentite condoglianze per la grave perdita subita.

*
* *

Il M. E. prof. Carlo Pascal dice:

Sia concesso anche a me, legato ad Elia Lattes da un'amicizia di più che 35 anni, mandare un commosso saluto alla sua nobile memoria. Egli, col venerando suo amico e nostro consocio Ettore De Ruggiero, era stato nella lontana giovinezza scolaro di Teodoro Mommsen, ed a quella scuola severa di metodo e di scienza aveva appreso il rigore della ricerca, corroborata da una larga preparazione, e illuminata da un vivo amore per gli studi della classica antichità. Proseguendo in cotali studii egli s'imbattè ben presto nel problema etrusco, che di lì in poi assorbì la maggior parte dell'attività sua. Per affrontare tale problema e trattarlo da par suo, egli fece tesoro della sua vasta dottrina glottologica, e del senso acuto che gli faceva scorgere rapporti tra gli elementi dell'etrusco e quelli dei linguaggi indoeuropei, rapporti prima inopinati, ma che una volta da lui enunciati e illustrati apparivano spesso evidenti. Gli giovarono in tal campo i consigli del nostro grande glottologo Isaia Ascoli; e quanto questi avesse in pregio gli studii del Lattes, si può argomentare pur solo da ciò che l'Ascoli, così prudente nell'enunciare teorie circa le parentele dei linguaggi, non esitò punto ad accogliere nei *Supplementi* del suo *Archivio* qualche studio del Lattes, che partiva appunto dal presupposto della italicità dell'etrusco. Tale teoria trova ora, in Italia e all'estero, increduli o avversarii i più: la diuturna fatica del nostro venerato amico non è stata coronata da incontrastata vittoria: nè io vorrei arrogarmi di dare un giudizio; pur consentitemi di dire che quando le opere del nostro grande collega saranno meglio studiate e conosciute, vi si troveranno, specialmente per quanto riguarda l'onomastica delle persone, e i nomi degli dèi, e il linguaggio tecnico augurale e sacrale, tesori di verità, che solo aspettano di essere raccolti ed usufruiti per gettare fasci di luce su tutte le antichità italiche.

Ora il buon vecchio ci ha lasciato per sempre: non lo vedremo più, mite e modesto, al suo scrittoio, innanzi a una pila di volumi, proseguire intento il suo sogno di studioso, e in pari tempo interessarsi ad ogni manifestazione dello spirito e dell'intelletto, illuminarsi di un sorriso ad ogni opera e ad ogni fatto, che sembrasse promettere gloria e prosperità alla patria. Ma rimarrà perenne in noi la ricordanza e l'affetto

per l'uomo insigne che pregiò l'essere e non il parere, e che passò la vita, solitario ed austero, incoraggiando e compiendo opere nobili e degne.

***

Il M. E. senatore Luigi Mangiagalli dichiara di associarsi al lutto dell'Istituto, riserbandosi di commemorare, nella sua qualità di Sindaco di Milano, il prof. Elia Lattes in una prossima seduta del Consiglio Comunale.

***

Il S. C. prof. Paolo Bellezza pronunzia le seguenti parole:

Non certo per aggiunger nulla a ciò che con tanta autorità e nobiltà di sentire hanno detto gli illustri che mi hanno preceduto ho chiesto la parola: ma per soddisfare — se me lo consentono — a un dovere anzi a un bisogno del cuore.

Io sono qui tra i pochissimi — due o tre, credo — che ebbero Elia Lattes a maestro nel senso scolastico della parola. Chi lo ha conosciuto solo in questi ultimi anni non saprebbe immaginare che efficace e suggestivo e intensivo insegnamento fosse il suo. Nulla di accademico nelle sue lezioni: un parlare a scatti, nervoso, incisivo, che legava, imponeva l'attenzione anche dei meno volonterosi. Egli ci metteva tutto sè medesimo: ma reclamava lo stesso da parte nostra. Lezioni laboriose per lui come per noi, ma dense di nozioni, di dati, di preziosi riferimenti bibliografici e d'altro genere: un magistero che non si esauriva nell'ambito della scuola. ma continuava fuori; perchè eravamo spronati a integrarlo per conto nostro, a casa o in biblioteca, sulla scorta degli additamenti e delle indicazioni che ci forniva nella lezione: sia che in questa ci avesse intrattenuto indagando, nelle loro origini e nei loro sviluppi, i gloriosi istituti e magistrati di Roma e di Atene, o iniziandoci alla conoscenza del vasto dominio della epigrafia classica, o facendoci delibare di quel che si può ben dire era il suo quotidiano alimento spirituale, quegli studi etruschi cioè, in cui doveva segnare una traccia così profonda, anzi — non è troppo affermare — imperitura.

E invero, comunque si possa giudicare delle direttive e dei metodi da lui praticati, degli intenti perseguiti, delle teorie

propugnate, qualunque sia per essere, in un avvenire prossimo o remoto, la soluzione del problema etrusco, l'opera di lui rimane un monumento insigne di indagine infaticata, coscienziosa, paziente, sapiente, e il nome di lui perennemente legato alla storia del secolare problema.

Ma nè questo è il momento nè io ho autorità di parlare di Elia Lattes come studioso e scienziato. Secondo una nobile consuetudine del nostro Istituto se ne parlerà qui ampiamente, e certo con maggior competenza che io non possa fare.

Solo mi consentano di rilevare una benemerenza di carattere vorrei dire pregiudiziale, anzi fondamentale che a lui si vuol riconoscere di fronte alla scienza: cioè la scelta stessa del campo in cui si esercitò la sua lunga attività di studioso.

Avviene solitamente nel lavoro dello spirito, dell'intelletto ciò che nel lavoro manuale: che i frutti sono in proporzione della fatica sudata: tanto si lavora, altrettanto si raccoglie. Ma non è sempre così. Vi sono campi che chiamerei ingrati, se ingrato si potesse dire di ciò che spetta al dominio delle nostre più alte facoltà: in essi questa proporzione tra lavoro e rendimento non si verifica, anzi la scarsezza dei frutti è talvolta in singolare contrasto col travaglio sostenuto, il tempo impiegato, l'energia spesa.

Onore agli uomini — ed Elia Lattes fu ben uno di essi — che a queste discipline si rivolgono e ne fanno unico e continuo argomento delle loro fatiche, pur sapendo che a tali fatiche non sarà pari il compenso, anzi appunto perchè sanno che il terreno è irto di sterpi, che bisognerà dissodare prima di seminare utilmente, e che di questa sementa non essi, ma altri, faranno il raccolto — onore ad essi che per libera elezione si addossano l'aspro e men glorioso compito di saggiare e sgombrare il terreno. Nel disinteresse, nell'abnegazione che li determinano e li mantengono in quella scelta, vi è qualcosa di assai somigliante al coraggio e all'eroismo di tutti i precursori, di tutti i pionieri, in qualunque campo dell'attività e del pensiero umano. Se non fosse per altra ragione, l'opera del Lattes rimarrà come un memorabile esempio di disciplina e di laboriosità scientifica.

Io vorrei dir loro dell'uomo, dell'uomo che sotto certe asprezze e angolosità e scontrosità di carattere, celava — la frase è abusata, ma qui risponde al vero — tesori di bontà, di benevola indulgenza e tolleranza, di generosità inesausta. Nessuno saprà mai — e ben poco ne seppero gli stessi intimi suoi — quanto abbia largito in segreto quella mano: dal povero che

gli si faceva incontro sulla via allo studente che non aveva di che pagare una tassa scolastica o acquistare un libro costoso e necessario a' suoi studi. Vorrei dir loro dell'amico, difficile certo e guardingo nel concedersi come tale; nel conferire e nell'accettare un così raro titolo, ma fedele, costante, tenace amico quando aveva fatto la sua scelta, e sollecito e attivo partecipe delle gioie e dei dolori di coloro sui quali quella scelta era caduta. Partecipava il Lattes ai dolori degli amici con una intensità di simpatia, con finezze così squisitamente delicate di parola e di tratto, come di sentire, che chi non ebbe intima consuetudine con lui non immagina nè potrebbe immaginare.

Ma per far questo, dovrei rievocare appunto antichi e recenti ricordi, che troppo tumultuosamente mi si affollano al pensiero — ricordi che vanno ininterrotti, oso dire giorno per giorno, dai lontani tempi della scuola fino alla fine; fino a pochissimi giorni or sono, allorchè, dal letto donde non doveva più levarsi, stremato di forze, il viso diafano, l'esile corpo contratto e già quasi moribondo, trovava ancora la lena di chiedermi, colla consueta paterna bontà, notizie delle mie occupazioni e della mia salute!

Un solo episodio ricorderò, non perchè sia il più saliente ma perchè non ha nulla di personale, se non forse la confidenza che egli me ne fece a suo tempo, impegnandomi io a tacerlo. Ora, pur troppo quell'impegno

ha disciolto colei che tutto scioglie.

Volgevano le settimane di Caporetto, ci si trovava allora anche più spesso del solito, persino più volte al giorno: sentivamo il bisogno di scambiarci speranze e conforti nelle ansie angosciose che tutti ricordiamo; la prossimità della nostre abitazioni, quasi immeditamente contigue, rendeva agevoli così frequenti convegni. Una mattina mi venne incontro col viso sereno, quasi allegro. « Legga, legga qui », mi disse ponendomi in mano due lettere. Corsi alle firme: erano di Paolo Boselli e di Giovanni Giolitti. Li aveva avuti compagni di scuola a Torino, e in quei giorni di passione, in cui s'invocava la concordia dei partiti per render più valida la resistenza al nemico che minacciava entro i confini della Patria, egli si era rivolto a loro, esprimendo, come amico e come cittadino, la speranza di quella concordia. Le risposte erano affettuose, cordiali, espansive, e facevano onore non meno a chi le aveva dettate che a chi le aveva ricevute.

Se, come ha cantato il poeta lombardo, « quella è vera fama — d'uom che lasciar può qui — lunga ancor di sè brama — dopo l'ultimo dì », la fama di Elia Lattes è affidata sicuramente al ricordo riverente e devoto di quelli che ebbero l'alta ventura di conoscerlo.

Il S. C. prof. Aristide Calderini soggiunge:

L'aggiungere alle commemorazioni fatte dall'illustre Presidente e dai Colleghi anche una parola in omaggio di Elia Lattes nell'odierna adunanza, ritengo da parte mia un imprescindibile dovere: e non solo perchè il caso vuole che oggi io occupi come professore di ruolo in attività di servizio, solo fra gli studiosi di questa scienza, intesa nel suo complesso, una cattedra nella Università Italiana della materia già professata da Elia Lattes nella Acc. Scient. Lett. di Milano, ma anche perchè come cultore della scienza dei papiri debbo esprimere la riconoscenza di quanti non hanno dimenticato che la munificenza di Elia Lattes ha permesso all'Italia di affermarsi per la prima volta dopo il Peyron nell'edizione di questi documenti colla raccolta così detta dei Papiri Fiorentini; e ancora perchè appartengo alla categoria assai numerosa di coloro che, beneficati in una prima fatica da un premio che portava il nome di Elia Lattes, si sentirono incoraggiati a proseguire nel cammino intrapreso e debbono quindi anche per questo in parte a Lui se riuscirono a raggiungere qualche non ignobile meta; me lo impone infine, se mi permettete di ricordarlo, la personale benevolenza di cui il prof. Lattes da molti anni mi onorava, e di cui serbo preziosa la memoria non per esaltare la mia modesta persona, ma per apprezzare soprattutto la sua bontà. Dei suoi meriti scientifici già hanno detto coloro che mi hanno preceduto e anche più ampiamente si indugerà su di essi colui che, succedendogli tra i Membri Effettivi, ne tesserà l'elogio secondo le consuetudini accademiche; mi sia solo consentito di notare che egli, creato da Ruggero Bonghi insieme con Ettore De Ruggiero ad una cattedra di antichità civili greche e romane, come il De Ruggiero a Roma, rappresentò fra noi quella disciplina, che attraverso lo studio del diritto, delle istituzioni, del costume tende a ricostruire la vita antica per così dire in azione, e che ricca di tradizioni italiane e straniere venne poi in Italia sostituita dalle discipline così dette archeo-

logiche ed artistiche antiche, mentre ora ritorna a fiorire dalle cattedre di Firenze, di Bologna, di Roma, imposta fra l'altro dalle stesse necessità pratiche dell'insegnamento professionale.

Campo vasto necessariamente questo delle antichità classiche, che abbracciando discipline molteplici, pur tutte convergenti ad un fine, aveva richiesto da parte di Elia Lattes severa ed assidua preparazione, di cui si servì non solo per redigere gli scritti della sua giovinezza quali quelli sul colonato romano, sulla dottrina giuridica dell'enfiteusi secondo i giuristi classici, sul bilancio passivo ed attivo di Roma antica, sulla costituzione del senato di Roma, sul nome proprio romano, sulla riforma di Clistene, ma anche per guidare alle ricerche scientifiche i suoi discepoli numerosi e valenti, e basti notare fra essi a titolo di onore Attilio De Marchi e Bartolomeo Nogara.

Come e quanto egli in seguito, e specialmente dopo che per motivi di salute si fu rititirato dall'insegnamento, coltivasse sopratutto l'etruscologia, fino a cimentarsi con ardore sempre rinnovato intorno al mistero di quella lingua ignota, altri ha già detto e ripetuto prima di me. Mi limiterò a ricordare quanto a noi giovani dell'ultima schiera fosse sembrato fin da principio bella e significativa anche per la nostra formazione scientifica la figura di questo vecchio dalla salute malferma che ci insegnava coll'esempio come si possa e si debba tentare le vie più ardue della ricerca scientifica con tenacia, con ardore, con fede immutabile e immutata.

Ma per noi anche altro rappresentava Elia Lattes fin da quegli anni più lontani, egli già maturo di esperienze e già illustre fra i suoi pari, noi nella primavera dei nostri propositi e delle nostre speranze. Egli cioè rappresentava per noi l'entusiasta meditativo di tutte le intraprese di coltura e di studio; e nessuno può dire adeguatamente quanto sia il bene che fanno ai giovani questi vecchi maestri, che hanno una parola e un incoraggiamento (e nel caso del Lattes l'incoraggiamento era oltre che morale spesse volte materiale) per ogni tentativo e per ogni fede scientifica, anche e soprattutto perchè vi vedono il riflesso e l'ardore della loro medesima fede.

Così si spiega perchè quando poco dopo il 1900 Pasquale Villari faceva sua la proposta di dotare l'Italia di una raccolta di papiri greci e latini, che continuasse la tradizione Peyroniana, trovò subito nel Lattes un illuminato e generosissimo oblatore sicchè ben a ragione poteva scrivere il Vitelli, parlando del Lattes e del Villari, che ad essi soprattutto fu dovuto quanto l'Italia ebbe allora in fatto di papiri greco-egizi.

Ma anche per un altro titolo noi amammo ed amiamo Elia Lattes, questo maestro dei nostri maestri, che ci fu ancora concesso di conoscere e di seguire fino a questo suo tardo tramonto, perchè egli cioè rappresenta per noi la vecchia scuola di scienza e di vita, modesta nel titolo e nelle manifestazioni esteriori ma nella quale e per la quale davano l'opera loro l'Ascoli, l'Inama, Elia Lattes, quelli che abbiamo noi stessi amato e ammirato in gran parte attraverso l'ammirazione e l'amore dei nostri maestri. Elia Lattes era dunque per noi il simbolo vivente di questa vecchia scuola sopravvissuta a se stessa, e intorno a lui ed in lui noi abbiamo venerato con intelletto d'amore la antica tradizione, convinti come siamo che una scuola e una scienza, che non ha il culto delle sue tradizioni, non è una scienza e soprattutto non può essere scuola.

Per tutti quelli che serbano cotesta poesia del sentimento anche nelle aule severe dello studio Elia Lattes era l'imagine pura e nobile e insieme quasi famigliare di una tale tradizione, fatta di amore e di venerazione profonda.

Venerazione che ricerca al di là dello scienziato l'uomo, l'uomo buono, l'uomo modesto, l'uomo nobile di sentimento e di pensiero, l'uomo semplice e austero, in una parola l'uomo.

Salutiamo dunque in lui con amore e con riconoscenza profonda, salutiamo noi giovani in lui una parte, non indegna, dei nostri sogni giovanili, dei nostri ideali, delle nostre speranze più care.

Il Presidente comunica di aver ricevute parecchie lettere e telegrammi da Accademie e da Colleghi lontani, che ricordano l'illustre Estinto e s'uniscono al lutto del nostro Istituto. Legge, a titolo d'onore, la lettera collettiva inviata dai senatori Vittorio Scialoia e Ignazio Guidi, il primo presidente, il secondo segretario della Classe di scienze morali, storiche e filologiche della R. Accademia dei Lincei, Enrico d'Ovidio, della R. Accademia delle Scienze di Torino, Francesco Torraca, della R. Accademia di Archeologia Lettere e Belle arti di Napoli, Pio Rajna e Guido Mazzoni, della R. Accademia della Crusca, Girolamo Vitelli, presidente della Società papirologica italiana

e direttore degli Studi sui "Papiri fiorentini", e MICHELE SCHERILLO, nostro M. E. e già Preside-rettore della R. Accademia Scientifico-Letteraria. Essa dice:

« La notizia della morte di Elia Lattes, da tanti anni ritrattosi dalla cattedra universitaria per consacrare tutte le singolari sue energie d'ingegno e tutti i tesori della squisita sua cultura allo studio appassionato d'uno dei più ardui e inespugnabili problemi della scienza linguistica, ci giunge mentre ci troviamo radunati in quest'Aula senatoria, alla quale è mancato l'onore d'ospitare l'insigne collega scomparso; e profondamente ci accora.

Alla venerata a intemerata memoria dell'illustre scienziato e dell'uomo altamente benefico e nobilmente munifico, mandiamo per suo mezzo, signor Presidente di codesto Istituto di cui lo scomparso fu invidiato decoro, un reverente e commosso saluto.

Roma, 3 giugno 1925.

MICHELE SCHERILLO — IGNAZIO GUIDI
FRANCESCO ed ENRICO D'OVIDIO
FRANCESCO TORRACA — GIROLAMO VITELLI
VITTORIO SCIALOJA — PIO REJNA
GUIDO MAZZONI ».

E il Presidente fa dare altresì lettura della seguente lettera del M. E. prof. REMIGIO SABBADINI.

« Sono dolente di non poter onorare con la mia presenza la memoria del glorioso collega ELIA LATTES, e le invio quest'epigramma:

Eliae vivo etrusca est vix lingua locuta.
Elia extincto cui quaeat illa loqui?

A Elia vivente
L'etrusco favellò stentatamente.
Morto ora Elia,
A chi l'etrusco favellar potria? »

Elenco delle pubblicazioni del prof. Elia Lattes

1861. « Alcune considerazioni sul talmudismo ». *Parole, leggende e pensieri, raccolti dai libri talmudici dei primi cinque secoli dell'era volgare e tradotti dal prof. Giuseppe Levi di Vercelli. Firenze Le Monnier*, 1861. Recensione. (Effemeride della Pubbl. Istr. del 24 giugno 1861, N. 40).

1862. « Il Tucidide, del comm. Amedeo Peyron ». (Rivista italiana di scienze, lettere ed arti, colle Effemeridi della Pubbl. Istr. Anno 3, N. 75-77, Torino, 1862).

1863. « Le origini del colonato romano ». Dissertazione e tesi presentate a pubblica discussione da Elia Lattes da Venezia per essere dichiarato dottore in leggi, 11 agosto 1863. Torino, 1863, Tip. Favale.

1863. « Pier Luigi Albini », necrologio (Rivista ital. di sc., lett. ed arti, Anno 4, N. 133, Torino, 1863).

1865. « I. Del furto nel diritto romano antichissimo e nella legislazione decemvirale. II. Formazione della dottrina giuridica dell'enfiteusi sotto i giuristi classici. Sua trasformazione nel diritto romano medievale ». Dissertazioni e tesi presentate da Elia Lattes, veneziano, dottore in leggi, pel concorso d'aggregazione che avrà luogo nella R. Univ. di Torino il dì 20 aprile 1865. Torino, 1865.

1866. « Cenni sopra la storia ed il metodo dell'archeologia civile greca e romana ». (*Il Politecnico*, genn. 1866, pag. 67).

1866. « Appunti di archeologia civile ». (Il Monitore della Pubbl. Istr. Milano, 10 aprile 1866, Anno 1, N. 32).

1867. « Del bilancio attivo e passivo di Roma antica ». Note: *a*) La censura prima della lex Æmilia. - *b*) Il tributum temerarium. - *c*) Delle banche veneziane dal XII al XVII secolo (*Il Politecnico*, nov. 1866, marzo-maggio 1867. Milano, Zanetti, 1867.

1868. « Il credito fondiario in Italia dopo la legge 14 giugno 1866 ». (In : Bank-Zeitung.: Gazette des Banques, N. 17, Zurigo, 25 aprile 1868).

1868. « I banchieri privati e pubblici della Grecia antica ». (*Il Politecnico*, parte letteraria, Serie 5, Vol. 5, fasc. 5, Milano, Zanetti, 1868).

1868. « Note di archeologia civile e storia antica ». (I. Manceps; manubiae; praes, praedium; res mancipi. - II. Le curae e le lectiones di Ottaviano Augusto). (Rendic. Ist. Lomb. 1868. Milano, Bernardoni, 1868).

e direttore degli Studi sui " Papiri fiorentini „, e MICHELE SCHERILLO, nostro M. E. e già Preside-rettore della R. Accademia Scientifico-Letteraria. Essa dice:

« La notizia della morte di Elia Lattes, da tanti anni ritrattosi dalla cattedra universitaria per consacrare tutte le singolari sue energie d'ingegno e tutti i tesori della squisita sua cultura allo studio appassionato d'uno dei più ardui e inespugnabili problemi della scienza linguistica, ci giunge mentre ci troviamo radunati in quest'Aula senatoria, alla quale è mancato l'onore d'ospitare l'insigne collega scomparso; e profondamente ci accora.

Alla venerata a intemerata memoria dell'illustre scienziato e dell'uomo altamente benefico e nobilmente munifico, mandiamo per suo mezzo, signor Presidente di codesto Istituto di cui lo scomparso fu invidiato decoro, un reverente e commosso saluto.

Roma, 3 giugno 1925.

MICHELE SCHERILLO — IGNAZIO GUIDI
FRANCESCO ed ENRICO D'OVIDIO
FRANCESCO TORRACA — GIROLAMO VITELLI
VITTORIO SCIALOJA — PIO REJNA
GUIDO MAZZONI ».

E il Presidente fa dare altresì lettura della seguente lettera del M. E. prof. REMIGIO SABBADINI.

« Sono dolente di non poter onorare con la mia presenza la memoria del glorioso collega ELIA LATTES, e le invio quest'epigramma:

Eliae vivo etrusca est vix lingua locuta.
Elia extincto cui quaeat illa loqui?

A Elia vivente
L'etrusco favellò stentatamente.
Morto ora Elia,
A chi l'etrusco favellar potria? »

Elenco delle pubblicazioni del prof. Elia Lattes

1861. « Alcune considerazioni sul talmudismo ». *Parole, leggende e pensieri, raccolti dai libri talmudici dei primi cinque secoli dell'era volgare e tradotti dal prof. Giuseppe Levi di Vercelli. Firenze Le Monnier*, 1861. Recensione. (Effemeride della Pubbl. Istr. del 24 giugno 1861, N. 40).

1862. « Il Tucidide, del comm. Amedeo Peyron ». (Rivista italiana di scienze, lettere ed arti, colle Effemeridi della Pubbl. Istr. Anno 3, N. 75-77, Torino, 1862).

1863. « Le origini del colonato romano ». Dissertazione e tesi presentate a pubblica discussione da Elia Lattes da Venezia per essere dichiarato dottore in leggi, 11 agosto 1863. Torino, 1863, Tip. Favale.

1863. « Pier Luigi Albini », necrologio (Rivista ital. di sc., lett. ed arti, Anno 4, N. 133, Torino, 1863).

1865. « I. Del furto nel diritto romano antichissimo e nella legislazione decemvirale. II. Formazione della dottrina giuridica dell'enfiteusi sotto i giuristi classici. Sua trasformazione nel diritto romano medievale ». Dissertazioni e tesi presentate da Elia Lattes, veneziano, dottore in leggi, pel concorso d'aggregazione che avrà luogo nella R. Univ. di Torino il dì 20 aprile 1865. Torino, 1865.

1866. « Cenni sopra la storia ed il metodo dell'archeologia civile greca e romana ». (*Il Politecnico*, genn. 1866, pag. 67).

1866. « Appunti di archeologia civile ». (Il Monitore della Pubbl. Istr. Milano, 10 aprile 1866, Anno 1, N. 32).

1867. « Del bilancio attivo e passivo di Roma antica ». Note: *a*) La censura prima della lex Æmilia. - *b*) Il tributum temerarium. - *c*) Delle banche veneziane dal XII al XVII secolo (*Il Politecnico*, nov. 1866, marzo-maggio 1867. Milano, Zanetti, 1867.

1868. « Il credito fondiario in Italia dopo la legge 14 giugno 1866 ». (In: Bank-Zeitung.: Gazette des Banques, N. 17, Zurigo, 25 aprile 1868).

1868. « I banchieri privati e pubblici della Grecia antica ». (*Il Politecnico*, parte letteraria, Serie 5, Vol. 5, fasc. 5. Milano, Zanetti, 1868).

1868. « Note di archeologia civile e storia antica ». (I. Manceps; manubiae; praes, praedium; res mancipi. - II. Le curae e le lectiones di Ottaviano Augusto). (Rendic. Ist. Lomb. 1868. Milano, Bernardoni, 1868).

1868. Della composizione del Senato Romano nell'età regia e di alcuni punti controversi sopra la sua composizione nel periodo repubblicano. (Rend. Ist. Lomb. 1868; Mem. Cl. lett. Serie 3, Vol. 11, N. 3).

1868. « Studi critici e statistici sopra il miglior modo di ordinare il credito fondiario, con documenti nuovi legislativi e statistici sopra le banche fondiarie della Svizzera, dell'Inghilterra, dell'Olanda, dell'Austria, della Prussia, della Russia, ecc. negli anni 1850-67 ». (Memoria premiata dal R. Istituto Lombardo). Milano, Tip. Zanetti, 1868.

1868. « Studi storici sopra il contratto d'enfiteusi nelle sue relazioni col colonato, ossia: Dell'influenza del contratto enfiteutico sopra i progressi dell'agricoltura e sopra la libertà personale degli agricoltori, massime in Italia ». (Memoria premiata dalla R. Accademia delle scienze di Torino), Torino, Stamperia Reale, 1868.

1868. « Osservazioni sulla relazione del prof. Biondelli: Di un nuovo sepolcreto romano testè scoperto a Vittuone ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 1, pp. 228, 274, Milano).

1868. « I riti nuziali degli ebrei antichi (frammenti) ». Per le nozze Giacomo Lumbroso-Maria Todros. Milano, Tip. Zanetti, 1868.

1869. « Osservazioni sopra alcune iscrizioni etrusche ». (Memorie Ist. Lomb. Cl. lett. Serie 3, Vol. 11, N. 9).

1869. « Note di archeologia civile e storia antica: vi ebbero a Roma due senati? » (Rend. Ist. Lomb. Vol. 2, pp. 172, 268, 280, 350).

1869. « Intorno alla forma originaria ed al primitivo fondamento storico-giuridico del nome proprio, specialmente presso i Romani ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 2, pp. 678, 703, 772).

1869. « La libertà delle banche a Venezia nel sec. XIII al XVII, secondo i documenti inediti del R. Archivio dei Frari ». Milano, 1869.

1869. « Lettera sul credito fondiario del 16 aprile a proposito d'altra lettera del dr. Ugo Botti, ivi 12 aprile, promossa dal giudizio di Michel Chevalier ». (Gazzetta di Venezia).

1871. « Storia del diritto. La riforma di Kleisthene ed il giudizio di Erodoto ». (Archivio Giuridico). Bologna, 1871.

1871. « Osservazioni sopra le iscrizioni bilingui etrusco-latine ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 4, p. 621). Milano.

1871. « Osservazioni intorno alle epigrafi etrusche fiorentine del tipo dell'undecima bilingue » (Rend. Ist. Lomb. Vol. 4, p. 755).

1872. « Intorno alle epigrafi etrusche (Fab. 334-397) del tipo dell'undecima bilingue, e intorno ad altre unilingui comprese fra' numeri (Fab. 73-231) ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 5, p. 86).

1872. « Intorno ai tipi delle epigrafi latine dell'Etruria, confrontati con quelli delle epigrafi etrusche ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 5, p. 324).

1872. « Intorno alle unilingui etrusche (Fab. 402-462 ter) del tipo dell'undecima bilingue ed intorno alle varietà di quel tipo ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 5, pp. 341, 1012).

1872. « Intorno ai tipi delle unilingui etrusche trinomie col metronimico in *-al*, diversi da quello dell'undecima bilingue e delle sue varietà. - I suffissi etruschi di nazionalità ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 5, p. 1019).

1872. « Osservazioni paleografiche e grammaticali intorno alle iscrizioni della tomba etrusca detta dell' Orco, e intorno all'epigrafe del gran cippo di Perugia ». (Mem. Ist. Lomb. Serie 3, Cl. lett. Vol. 12, p. 261).

1873. « Appunti per l'indice paleografico delle iscrizioni etrusche A. C. ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 6, pp. 68, 105, 133, 251, 355, 546).

1873. « Osservazioni intorno ad alcune voci etrusche ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 6, p. 95, 164, 367; Vol. 7, p. 513, 605, 643), 1873-74.

1873-74. « Studj per l'*index verborum* delle iscrizioni etrusche ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 6, p. 597; Vol. 7, p. 481).

1875. « Un'iscrizione etrusca in val Ganna. - Iscrizione messapica sopra un elmo dell' Armeria del nob. Giacomo Poldi-Pezzoli ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 8, p. 13).

1884. « Appunti etruscologici ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 17, pag. 487).

1884. « Per le nozze Ascoli-Vivante. L'ambasciata dei Romani per le XII tavole ». Milano, Tip. Bernardoni, 1884.

1885. « Urna e specchi letterati etruschi del Museo Fol a Ginevra ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 18, p. 567).

1890. « L'iscrizione etrusca della tazza vaticana di Cere ». (Arch. Glott. suppl. I, p. 12-52).

1890. « Epigrafia etrusca: VH per F ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 23, p. 630).

1890. « Epigrafia etrusca. Altre osservazioni intorno al VH ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 23, p. 766).

1890. « Epigrafia etrusca. Iscrizione metrologica di un'anfora proveniente dalle demolizioni all'angolo di via Ratti e via Orefici in Milano ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 23, p. 772).

1891. « Epigrafia etrusca. Ancora del VH ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 24, p. 114).

1891. « Epigrafia etrusca. Di due epigrafi etrusche contenenti la parola *eχu*; etr. *n* per *nn* da *mn*, paleoit. *t* per *tt* da *ct*; i nominativi etruschi *Nus'unus'* e *Kaninis'*; l'aggettivo locale *kihaχ*; etr. *iχuni* . . . ed *iχna-c*, *eca*, *sren*, *s'srenac*, *tva tavi θui tui*, *θrasce*, *θuf* (*ulθas'*) *-arce* ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 24, p. 358).

1891. « La nuova iscrizione sabellica ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 24, p. 155).

1891. « La grande iscrizione etrusca del cippo di Perugia, tradotta ed illustrata ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 24, pag. 548).

1891. Idem. (Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino).

1891. « Un'iscrizione etrusca alla Trivulziana ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 24, p. 553).

1891. « L'interpunzione congiuntiva nelle iscrizioni paleovenete ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 24, p. 933).

1892. « Note di epigrafia etrusca: Di alcuni criteri estrinseci per l'interpretazione del cippo di Perugia ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 25, p. 117).

1892. « Note di epigrafia etrusca: II. Di alcune partizioni preliminari della grande iscrizione perugina ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 25, p. 212).

1892. « Prima e seconda comunicazione intorno al testo etrusco della mummia di Agram ». (Giornale « La Perseveranza », 26 marzo e 5 ottobre 1892).

1892. « Postilla all'iscrizione etrusca del somisse romano di Arezzo ». (Rivista ital. di numismatica Vol. 1).

1892. « Il testo etrusco della mummia di Agram. Appunti ermeneutici ». Torino (Atti R. Accad. Vol. 27, 3 aprile 1892).

1892. « Note di epigrafia etrusca: III. L'inciso finale della grande iscrizione perugina. (Rend. Ist. Lomb. Vol. 25, p. 362).

1892. « Note di epigrafia etrusca: IV. Intorno all'inciso introduttivo del cippo di Perugia. - Le tre classi dei liberti etruschi e le loro analogie latine ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 25, pag. 409).

1892. « Il nuovo testo etrusco scritto sopra le fascie di una mummia egiziana del museo di Agram ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 25, p. 508).

1892. « Note di epigrafia etrusca: V. Interpretazione delle tre linee introduttive della grande epigrafe perugina ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 25, pag. 511).

1892. « Nuovi appunti per l'interpretazione del testo etrusco della mummia di Agram ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 25, p. 1087).

1892. « Le iscrizioni paleolatine dei fittili e dei bronzi di provenienza etrusca ». (Mem. Ist. Lomb. Cl. lett. Vol. 19, N. 1).

1893. « Una nuova epigrafe preromana di Mesocco ». (Boll. storico della Svizzera ital. XV).

1893. « Saggi e appunti intorno alla iscrizione etrusca della mummia ». (Mem. Ist. Lomb. Cl. lett. Vol. 19, pag. 133).

1893. « La parola « *vinum* » nell'iscrizione etrusca della mummia ». Torino, 1893. (Atti della R. Accad. delle Sc. Vol. 38, adunanza 2 luglio 1893).

1893. « Zu Malacia ». (Archiv für lat. Lexikogr. Band 8, heft 3).

1893. « Etruskische Analogieen zu lateinischen Africismen ». Saeturnus (Archiv, idem c. s. Band 8, heft 4).
1894. « Metro o ritmo nell'iscrizione etrusca della mummia e in altre etrusche epigrafi ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 27, p. 389).
1894. « L'iscrizione etrusca della mummia e il nuovo libro del Pauli intorno alle iscrizioni tirrene di Lenno ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 27, pp. 613, 627).
1894. « Naharci, Falisci ed Etruschi ». (Studi italiani di filologia classici, Vol. III, p. 225-245). Firenze, 1894.
1894. « Umbr. Naharkum Naharcer, ital. Narce ». (Miscellen. Ermann Rau in Bonn, 5 april 1894).
1894. « Di due nuove iscrizioni preromane trovate presso Pesaro in relazione cogli ultimi studi intorno alla questiono tirreno-pelasgica ». Roma. (Rend. della R. Accademia dei Lincei 1894).
1894. « L'ultima colonna della iscrizione etrusca della mummia ». (Memor. Acc. Sc. Torino, Vol. 44).
1894. « La composizione metrica del testo etrusco della mummia ». (« Perseveranza », 17 aprile 1894).
1894. Elia Lattes e Alessandro. « Un precursore milanese della Corte di Cassazione ». (Rivista ital. per le scienze giuridiche, Vol. 17, fasc. 1-2). Città di Castello, 1894.
1895. « I tre primi fascicoli del Corpus inscriptionum etruscarum ». (Studi ital. di filologia classica, Vol. 4).
1895. « Noterelle etruscologiche ». (Rend. Accad. di Napoli, fasc. aprile e giugno).
1895. « Studi metrici intorno all'iscrizione etrusca della mummia ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 28, p. 579; Mem. Cl. lett. Vol. 20, N. 1).
1895. « Recensioni del Cordenons: Un po' più di luce sulle origini, idioma e sistema di scrittura degli euganei-veneti ». Venezia, 1894. (Rivista di filologia XXIII, 2 p. 227-229).
1895. « Etr. ΦVI, FVIMV per lat. FUI, FUIMUS ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 28, p. 708).
1895. « L'italianità nella lingua etrusca ». (Nuova Antologia, Vol. 56, Serie 3, Roma, 1 aprile 1895, p. 416). Milano, 1895.
1895. « I giudizi dello Stolz e del Thurneysen contro l'italianità dell'etrusco, in relazione colle fasce della mummia colla pietra di Lenno e specialmente coi nuovissimi fittili di Narce ». Torino, 1895. (Rivista di filologia e d'istr. classica. Vol. 1. fasc. 4. Vol. 2, fasc. 1).
1895. « Hirquitallus ». (Archiv für lat. Lexikogr. Band 9, heft 3).
1896. « Faluppas ». (Archiv, c. s. Band 9, heft 4).
1896. « Vibenna, Vivenna ». (Archiv, c. s. Band 10, heft 1).
1896. « Ergenna ». (Archiv, c. s. Band 10, heft 2).

1896. « Di un nuovo esempio di verbo etrusco finito attivo in *-ce* coll'accusativo in *-m*, e del nuovo numerale etrusco *tii*, e di altre assai notevoli particolarità offerte da alcune epigrafi etrusche e latino-etrusche scoperte negli ultimi tre anni ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 29, pagg. 975, 1102).

1896. « Recensione del Corpus inscriptionum etruscarum ». (Rivista di filol. 1896, pp. 412-420).

1896. « Ueber das Alphabet und die Sprache der inschriften von Novilara ». (Hermes; Zeitschrift für Classische Philologie, Vol. 31, Berlin, 1896).

1896. « Le iscrizioni latine col matronimico di provenienza etrusca ». (Atti dell'Accad. di archeol., lett. e belle arti di Napoli, Vol. 18, parte 1ª, Napoli 1896).

1896. « I documenti epigrafici della signoria etrusca in Campania e i nomi delle maschere atellane ». (Rivista di storia antica e scienze affini, Anno II, 2, p. 5-26. Messina, 1896).

1897. « I fascicoli quarto e quinto del nuovo Corpus inscriptionum etruscarum ». (Studi ital. di filologia classica, Vol. 5).

1898. « Presentazione della memoria di C. Giambelli: *Il Licini forum e gli Orumbovii* (Rend. Ist. Lomb. Vol. 31, p. 725).

1899. « Di una iscrizione etrusca trovata a Cartagine ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 32, p. 659).

1899. « Di due antichissime iscrizioni etrusche testè scoperte a Barbarano di Sutri ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 32, p. 693).

1899. « L'iscrizione anteromana di Poggio Sommavilla ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 32, p. 823)

1899. « I fascicoli sesto, settimo, ottavo del nuovo Corpus inscriptionum etruscarum ». (Studi ital. di filologia classica, Vol. 7).

1899. « Il numerale etrusco ΘU, le sue alterazioni, i suoi composti e derivati ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 32, p. 1357).

1900. « Primi appunti sulla grande iscrizione etrusca trovata a S. Maria di Capua ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 33, pgg. 345, 541).

1900. « Materi mater(e) ». (Miscellen. Archiv für lateinische Lexikographie und Grammatik, mit eins. des Alteren Mittellateins. Als ergänzung zu dem Thesaurus linguae latinae, herausg. von E. Wölfflin, Vol. 12, N. 1. Leipzig, 1900).

1900. « Di alcune concordanze paleografiche fra l'iscr. arcaica del Foro romano e la grande iscr. di S. Maria di Capua, ecc. (« Atene e Roma », Anno III, n. 18).

1900. « Vasi greci dipinti del Museo Civico di Bologna ». (« Atene e Roma ». Anno III, pag. 170).

1901. « Iscrizioni inedite venete ed etrusche dell'Italia settentrionale ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 34, p. 1131).

1901. « Le prime parole della grande epigrafe campano-etrusca ». (Beiträgen zur Kunde der indogermanischen Sprachen, Band 26, Göttingen).

1901. « Bemerkungen zu etruskischen inschriften ». (come sopra).

1902. « Zu den etruskischen Monatsnamen und Zahlwörtern ». (Miscellen. L. Radermacher in Bonn. 19 märz 1902).

1902. « Ab und Caitho ». (Archiv für lateinischen Lexikografie, Vol. 12, N. 4, Leipzig, 1902).

1902. « L'iscrizione etrusca della paletta di Padova ». (Studi ital. di filologia classica, Vol. 10, Firenze, 1902).

1902. « Qualche appunto intorno alla precedenza della donna nell'antichità ». (Atene e Roma, Anno V, n. 40, 1902).

1903. Recensione del Torp Etr. Beiträge I in Wochenschrift für Klass. Philol. n. 9, pag. 228-237.

1903. « Contro il valore unitario attribuito dal Torp al numerale etrusco θU ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 36, p. 229).

1903-04. « Etruskisch - lateinische oder etruskisierende Wörter und Wortformen des lateinischen Inschriften. I-VI ». (Archiv für lateinische Lexikografie, Vol. 13, N. 1-4, Leipzig, 1902-04).

1904. « Di un'iscrizione anteromana trovata a Carcegna sul lago d'Orta ». (Atti dell'Acc. delle sc. di Torino, Vol. 39, Torino, 1904).

1904. « Recensione del Torp (vol. 1903) ». (Wochenschrift für Klass. Philol. N. 1, p. 14-23).

1904. « Per la sincerità e l'interpretazione della grande epigrafe etrusca di S. Maria di Capua ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 37, pag. 703).

1904. « Gli etruschi in Sicilia ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 37, pag. 619).

1904. « Correzioni, giunte, postille al Corpus inscriptionum etruscarum ».

1906. « L'anello etrusco inscritto nel museo padovano ». (Padova, Soc. Coop. Tipografica, 1906).

1907. « Nuovi appunti intorno alle grande iscrizione etrusca di S. Maria di Capua ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 40, p. 737).

1907. « Nuovi studi intorno alle iscrizioni preelleniche o tirreno-etrusche di Lenno ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 40, p. 815, 856).

1907. « Le *Annotazioni* del Torp alla grande iscrizione etrusca di S. Maria di Capua ». (Atti della R. Accad. di archeol., lettere e belle arti di Napoli, Vol. 26).

1908. « Vicende fonetiche dell'alfabeto etrusco ». Milano.

1908. « Necrologia di Fr. Bücheler ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 41, p. 645).

1908. « Saggio di un indice fonetico delle iscrizioni etrusche A, E, I ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 41, pgg. 364, 508, 827).

1908. « Saggio di un indice lessicale etrusco ». (Memorie della R. Accad. di arch., lett. e belle arti di Napoli, Vol. 1).

1909. « Saggio di un indice fonetico etrusco ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 42, p. 787).

1909. « Seguito del Saggio di un indice lessicale etrusco ». (Memorie della R. Acc. di arch., lettere e belle arti di Napoli, Vol. 1, 1908). Napoli, 1909.

1909. « I. La compagna dell'iscrizione di Novilara » — « II. Lat. *dossennus maccus persona* ». (Glotta; Zeitschrift für griechische und lateinische Sprache. Band II, Göttingen).

1910. « Ancora dei numerali e dei nomi di mese etruschi ». (Rhein. Museum, Band 65, 1910, p. 637).

1910. « Etr. *varnalisla alfnalisle* e simili. — Ancora etr. *φersu*, lat. *persona* (Glotta II, 270) ». (Glotta; Zeitschrift für griechische und lateinische Sprache, Band III, heft 1, Göttingen).

1910. « Vi sono in etrusco veri genitivi in *al-* e *-ia -aia -eia*? » (Glotta idem, Band III, heft 2).

1910. « I. Vi ebbero in etrusco verbi in *-sa* e nomi in *-s* plurali? — II. L'accusativo sg. etrusco uscì forse in *-m* o *-n*? — III. Etr. *suθi* e *lena*, *-al -ale -aia*, *aisna hinθu*. — IV. Ancora di alcune voci etrusche in *-m* o *-n* ». (Glotta, c. s. Band V, heft 3).

1910. « Recensione del Daniellson. Zu den Venetischen und Lepontischen Inschriften ». (Deutsche Literaturzeitung, N. 33, col. 2070-2072).

1910. « A che punto siamo colla questione della lingua etrusca? » (Rend. Ist. Lomb. Vol. 43, p. 157).

1910. « Di un grave e frequente errore intorno alla donna ed alla famiglia etrusca ». (Atene e Roma, Bullettino della Soc. it. per la diffusione e l'incoraggiamento degli studi classici. Anno 13, 1910, N. 133-134, pag. 1, Firenze, 1910).

1910. « A che punto siamo colla questione della lingua etrusca? » I. (Atene e Roma, idem, anno 13, 1910, N. 139-140, p. 201, Firenze).

1910. Idem. II. (Atene e Roma, idem, anno 13, 1910, N. 141-142, p. 257, Firenze).

1911. Idem. III. (Atene e Roma, idem, anno 14, 1911, N. 154-155, p. 289, Firenze).

1911. « Di alcune vere od apparenti somiglianze fra lingua etrusca e le lituslave ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 44, p. 276).

1911. « Saggio di un indice fonetico etrusco (T, TH e D) ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 44, p. 450).

1911. « Le più antiche formole onomastiche dell'epigrafia etrusca ». (« *Miscellanea di studi* » pubblicata pel cinquantenario della R. Acc. scientifico-letteraria di Milano).

1911. « Secondo seguito del Saggio di un indice lessicale etrusco ». (Memorie della R. Accad. di arch., lett. e belle arti, Vol. 2, 1911, Napoli, 1911).

1911. « L'etrusca enclitica copulativa *-c* o *-χ* ». (Symbolae litterariae in honorem Julii De Petra). Napoli, A. Pierro, 1911.

1912. « Per la storica estimazione delle concordanze onomastiche latino-etrusche ». (Klio; Beiträge zur alten Geschichte, Band 12, heft 3, Leipzig, 1912).

1912. « Appunti per l'indice lessicale etrusco (D, E) E. ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 45, pp. 303, 351, 412).

1912. » Saggio di un indice morfologico etrusco. A) Le parole etrusche ordinate per finali ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 45, p. 846).

1912. « La così detta scoperta dell'etrusco da parte del prof. Giulio Martha ». Roma, *La Tribuna*, 4 marzo 1912, N. 64).

1912. « Saggio di un indice fonetico etrusco (S' e S, Z) ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 46, p. 355).

1912. « Saggio dell' indice lessicale etrusco per finali C. E. ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 46, pp. 137, 222).

1913. « Un'iscrizione di alfabeto nordetrusco luganese testè trovata a Vergiate ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 46, p. 414).

1913. « A che punto siamo coll'interpretazione del testo etrusco della mummia? ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 46, p. 467).

1913. « L'epitaffio etrusco del *claruχies'* e le bende tolemaiche di Agram ». (Archiv für Papyrusforschung und verwandte Gebiete, Band 6, heft 1-2, pag. 24, Leipzig, 1913).

1913. « Per l'interpretazione del testo etrusco di Agram ». (Hermes, Zeitschrift für Classische Philologie. Vol. 48, 1913, pp. 481-493).

1914. Idem. II. (idem Vol. 49, 1914, pg. 296).

1914. « A che punto siamo coll'interpretazione dei testi etruschi? » (Rheinisches Museum für Philologie, Neue Folge, Band 69, p. 464).

1914. « Saggio di un indice lessicale etrusco ». (Memorie Cl. lett. Ist. Lomb. Vol. 23, fasc. 1).

1914. « Ancora dell'iscrizione lepontina di Vergiate ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 47, p. 918).

1914. « Intorno ai magistrati etruschi del Rosenberg ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 47, p. 945).

1914. « Per l'interpretazione del testo etrusco di Agram. III ». (Hermes, Zeitsch. für Classische Philologie, Band 50, 1914, p. 225).

1914. « Singolari dimenticanze di un novissimo libro sulla lingua etrusca ». (*Il Marzocco*, 5 aprile 1914, Anno XIX, num. 14).

1916. « I testi etruschi contenenti la voce *θes* ». (Rivista indo-greca-italica di filologia-lingua-antichità. Napoli, Anno 1, fasc. 1, 1916).

1917. « Ancora *θes* ». (Rivista, idem, Anno 1, fasc. 2, 1916, Napoli, 1917).

1917. « La sfinge impallidita ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 50, p. 337).

1917. « Di alcune voci verbali etrusche ». (« Athenaeum »; Studi periodici di letter. e storia. Anno 5, fasc. 2, aprile, 1917, Pavia).

1918. « Terzo seguito del Saggio di un indice lessicale etrusco ». (Memorie della R. Accad. di arch., lett. e belle arti, Napoli, Vol. 3, p. 139).

1919. « Tosco etrusco e tosco albanese ». (« *Il Marzocco* », Anno 24, N. 1, 5 gennaio 1919, Firenze).

1919. « Novissime obiezioni alle parentele italiche dell'etrusco ». (Atti della R. Accad. delle sc. di Torino, Vol. 54, 1918-19, pag. 335).

1919. « Verità e pregiudizi intorno alla questione etrusca ». (Rivista d'Italia, 1919, Vol. I, fasc. 3, Milano).

1919. « L'enigma etrusco ». (« Scientia »; Rivista di scienza, Vol. 25, Anno 13, 1919, N. 84-4, aprile 1919).

1919. « Saggio di traduzione delle bende etrusche di Agram ». (Rendiconti Accad. Lincei Vol. 28, pag. 69, Roma 1919).

1919. « Ancora delle novissime obiezioni alle parentele etrusco-italiche. Nota II. (Atti della R. Accad. delle sc. di Torino, Vol. 54, adun. 30 marzo 1919).

1919. « Le novissime dubitazioni contro la etruscità delle due iscrizioni preelleniche di Lemno ». (Riv. di filol. e istruz. class. Torino, 1919, An. 47, p. 321).

1919. « Per la soluzione dell'enimma etrusco ». (« Scientia », Rivista di scienza, Vol. 26, Anno 13, 1919, N. 91-11, novembre 1919, Bologna).

1920. « Il nome d'Italia ». Conferenza detta il 25 maggio 1920. (Pubblic. dell'« Atene e Roma », Sezione di Milano, 1920).

1920. « Obiezioni generali del Meillet e d'altri contro le parentele italiche dell'etrusco ». (Atti R. Acc. delle sc. di Torino, Vol. 55, pag. 621, adun. 20 giugno 1920).

1920. « La sfinge impallidita » III. (Rend. Ist. Lomb. Vol. 52, p. 289).

1920. « Ancora poche parole per l'etruscità delle due iscrizioni preelleniche di Lemno ». (Rivista di filologia e di istruz. classica, Anno 48, pag. 378. Torino 1920).

1920. « Per l'interpretazione dei testi etruschi maggiori e per la possibile parentela dell'etrusco coll'hetheo e col lidio, oltre che col latino ». (« Atene e Roma », Bullettino della Soc. it. per la diff. e l'incor. degli studi class. Nuova serie, N. 4-9, 1920).

1920. « Nuovi appunti per l'indice lessicale etrusco ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 53, pag. 379).

1920. « De quelques objections contre les parentés italiques de l'étrusque ». (« Scientia », Bologna, Vol. 27).

1921. « Saggio di traduzione delle bende etrusche di Agram » II. (Rend. Acc. Lincei, Vol. 30).

1921. « Nuovi appunti per l'indice lessicale etrusco » II. (Rend. Ist. Lomb. Vol. 54, pag. 130).

1921. « La sfinge impallidita » IV. (Rend. Ist. Lomb. Vol. 54, pag. 313).

1921. « Disegno d'un libro intorno all'italicità della lingua etrusca ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 54, pag. 395).

1921. « Ancora dei cleruchi etruschi in Egitto ». (Aegyptus, Milano, Anno 2, pag. 276).

1922. « Nuovi appunti per l'indice lessicale etrusco. III. (L) ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 55, pag. 167).

1922. « Appunti intorno alle voci etrusche Lar, Laran, Laras', Larc, Larca, ecc. ». (Rend. Ist. Lomb. Vol. 55, pag. 445).

IL METODO DIALETTOLOGICO NELLA GLOTTOLOGIA INDO-EUROPEA

Nota del dott. GIACOMO DEVOTO

(Adunanza del 4 giugno 1925)

L'espressione « dialetti indo-europei » non rappresenta soltanto lo studio delle varietà dialettali che dobbiamo supporre nella lingua originaria per giustificare le divergenze delle lingue attestate, ma definisce una particolare forma mentis nel considerare i problemi della grammatica comparata ide. nel loro complesso. Essi dovrebbero apparire sotto questa nuova luce meno lontani e meno artificiosi, come esige l'affinamento del senso critico, comune a tutte le ricerche scientifiche dei nostri giorni. In che rapporti queste nuove dottrine si trovino con quelle più antiche; quali ulteriori integrazioni siano desiderabili, è compito di questa nota di riassumere brevemente, cercando per di più di mostrare come, nonostante le divergenze e i contrasti talvolta clamorosi, è uno solo il filo conduttore che accompagna le diverse fasi del pensiero linguistico negli ultimi 100 anni. Non è possibile naturalmente dare a ciascuno degli studiosi la parte che gli spetta nella elaborazione dei concetti più generali e remoti, e questa esposizione si prefigge di rappresentare più il contrasto delle idee che il contributo degli uomini. Tuttavia vanno qui citati per le loro affermazioni più aperte sul problema dei dialetti ide. i nomi di Antoine Meillet, che ne ha dato anche un'esposizione diffusa nel suo lavoro « Les dialectes indo-européens » (Paris, 1907), di Eduard Hermann e di B. A. Terracini che hanno trattato la parte teorica, rispettivamente nella *Kuhn's Zeitshrift* (« Ueber das Rekonstruieren » XLI, 1 sgg.) e in *Atene e Roma* (« Questioni di metodo nella linguistica storica » 1921, 31 sgg. 99 sgg.).

***

La dimostrazione della parentela delle lingue ide., mettendo a disposizione degli uomini un nuovo mezzo di indagine là dove nessuna tradizione storica, nessuna opera letteraria, nessun avanzo archeologico avevano mai fatto sospettare una antica comunanza, ha avuto non solo una grande portata scientifica, ma anche un effetto sentimentale. Nell'entusiasmo dei primi successi, la comparazione delle lingue non si è limitata a esser scienza di lingue, ma è diventata volta a volta mitologia, archeologia, etnografia, filosofia del diritto. All'interno del dominio linguistico, il concetto di lingua comune ide. si è associato facilmente a quello di lingua rudimentale, di lingua-madre di tutte le lingue, al problema dell'origine del linguaggio. Ma uno stato sentimentale oscilla fra i due poli opposti del piacere e del dolore, dell'entusiasmo e della diffidenza; e gli studiosi che, di fronte all'entusiasmo interiore, hanno bisogno di una conferma esteriore alle loro induzioni, non potendo raggiungerla mai nel groviglio dei problemi ricostruttivi, hanno trovato poco a poco maggior compenso al loro sforzo, non nell'affermare o nel negare legami preistorici, ma nel trattare problemi della storia delle singole lingue che permettevano una reale dimostrazione delle affermazioni fatte. Così nel recente lavoro di Hans Sperber « Einführung in die Bedeutungslehre », p. 54 si legge: « compito di un manuale è il mostrare che la scienza del linguaggio prima di avventurarsi nelle ipotesi di un remoto passato deve imparare a comprendere il presente e il passato più vicino ». Se questa affermazione interpreta autorevolmente lo stato d'animo prevalente ai nostri giorni, essa non deve far credere però che ci si possa adagiare ormai nell'immobilità di una perfezione — che non è stata raggiunta.

Alla trasformazione dello stato sentimentale fa riscontro una serie di concetti fondamentali che successivamente hanno predominato nei varî periodi della storia linguistica e hanno variamente influito sulle ricerche. Nel periodo delle origini predominava il problema della dimostrazione della parentela. I tentativi di spiegazione di Franz Bopp non si fondavano su una esatta nozione di due termini da confrontare, ma riposavano in gran parte sopra teorie astratte: per esempio per spiegare i futuri indiani in *-sya-* (e i lituani in *-siu-*) egli ricorreva allo radice *es* del verbo essere, associata, secondo la teoria

della così detta agglutinazione, in formazione perifrastica con una qualsiasi radice verbale. Ma nei limiti della dimostrazione della parentela, la comparazione ide. non si allontana sempre da quella neolatina. Il confronto di lat. *pater* e di gr. *πατήρ* corrisponde esattamente a quello di it. *casa* e sp. *casa*. Il ragionamento diventa un poco più complesso quando si confronta *pater* col got. *fadar*, perchè, in luogo di una quasi completa identità, si ha una differenza, sia pure attenuata dalla formula: « a una parola latina che comincia con *p*- corrisponde una parola gotica che comincia con *f*- ». Ma il sistema corrisponde a quello in cui s'inquadra la corrispondenza di it. *casa* e di francese *chez*, di it. *ca*- e di frc. *še*-. Solo nel caso di lat. *pater* e di arm. *hayr* si deve integrare il confronto con un lavoro di ricostruzione: bisogna riconoscere il simbolo **patēr*, appartenente alla lingua originaria, che, dopo esser stato giustificato esso stesso, giustifichi a sua volta la propria alterazione subita nel territorio armeno.

Nel periodo successivo, quello di Schleicher, prende invece corpo il concetto della lingua comune e compito della comparazione ide. diventa la sua ricostruzione. Si usa sorridere oggi del tentativo dello Schleicher di darci un testo continuato in lingua ide.: ma la sua impossibilità metodica non può essere affermata a priori contro di lui, bensì solo dopo avere eliminato i concetti fondamentali sopra i quali la sua opera ricostruttiva si fondava. Si pensava allora la lingua comune:

come una lingua arcaica, primitiva e insieme perfetta;
come una lingua poco lontana dal sanscrito;
come un'unità linguistica ben definita nel tempo.

È stato il tramonto di questi concetti che ha segnato la decadenza della passione ricostruttiva e non solo la debolezza del concetto di ricostruzione preso in sè stesso (che è stato adoperato anche dai romanisti nel postulare forme volgari latine). Ed ecco alcuni esempi. Il profano che sente leggere poche righe di sanscrito rimane colpito dalla prevalenza del suono *a*, e in effetto *a* sanscrito corrisponde tanto ad *a*, quanto ad *e* e *o* delle lingue ide. estranee al gruppo indo-iranico. Lo studioso d'allora non poteva non riconoscere in questa uniformità un carattere primitivo così del sanscrito come della lingua originaria, dalla quale le altre lingue erano come figlie degeneri. Solo più tardi la corrispondenza di lat. *quod* = ai *kad*, lat. *que* = ai *ca* ha provato che nella alterazione subita da *k*- in *ca* si nascondeva una più antica differenza nel timbro della vocale e ha

contribuito a mostrare che il sanscrito non sempre fornisce testimonianze decisive e che i caratteri « primitivi » della lingua comune potevano essere messe in dubbio. Ancora: le varie forme con cui le radici appaiono, p. es.:

gr. *λείπω, λέλοιπα, ἔλιπον*; scr. *rinakti, rireca, arāikṣam* non sono innovazioni di una singola lingua, ma rispecchiano un sistema, vitale in ide. quasi irrigidito nelle lingue attestate, che presuppone un succedersi di condizioni morfologiche e accentuative di varia natura, cioè tolgono la possibilità di considerare l'ide. come un'unità irriducibile nel senso del tempo. L'applicazione conseguente del ragionamento comparativo porterebbe dunque a parlare di un antico, di un medio, di un neo-indeuropeo; e se questo non è avvenuto, lo si deve a un ritegno ancora una volta di natura sentimentale. Le ricostruzioni più lontane sono state relegate, senza un preciso criterio di scelta, fra i problemi « glottogonici »: non mancava, nell'impiego di questo termine, un leggero senso dispregiativo.

Divenuta un concetto impreciso, la ricostruzione non poteva essere piu il motivo centrale delle ricerche nel periodo successivo, quello di Karl Brugmann. Essa vien sostituita dal principio delle leggi fonetiche che, formulato per la prima volta nella prefazione al 1° votume delle « Morphologische Untersuchungen » nel 1878 ha raccolto intorno a sè tutte le discussioni. Legge fonetica vuol dire « meccanicità » dell'evoluzione dei suoni: in date circostanze di tempo e di luogo, in date condizioni fonetiche e morfologiche, un dato suono o gruppo di suoni subisce le stesse alterazioni in tutte le parole in cui è rappresentato. Dal punto di vista obbiettivo, è ovvio che l'imagine di una forza misteriosa che colpisce a un dato momento simultaneamente determinati bersagli fonetici, non è che un'apparenza; la legge fonetica non può apparire, anche ai suoi fautori più estremi, che come una formula. Ma dal punto di vista contingente, l'universale accettazione del principio ha avuto, come osserva A. Meillet nella prefazione alla recente ristampa dei suoi « Dialectes indo-européens », il merito di incanalare le ricerche verso direzioni prestabilite, verso risultati che possono essere non definitivi, ma sono almeno apprezzabili, quando, senza quell'aiuto, non si avrebbe che il caos. È perciò naturale che molti, pur non accettando in teoria il principio delle leggi fonetiche, gli siano rimasti fedeli in pratica, come per difendersi dall' arbitrio e dal disordine, (cf. Terracini *Atene e Roma* 1921 p. 43).

Inoltre, accanto al concetto di lingua comune, acquista importanza il periodo intermedio tra l'ide. e lingue attestate, come unità storica ben definita. Le idee sull'attendibilità delle ricostruzioni perdono di chiarezza come Hermann (*Kuhn's Zeitchrift* XLI 2 - 7) ha mostrato, confrontando le espressioni, spesse volte contraddittorie, dei maggiori studiosi. Non si considera più il processo logico dell'unità che si scompone in unità minori subordinate, ma quello soltanto storico che lega due fatti analoghi, separati dal tempo. I concetti metaforici di progresso e di decadenza del linguaggio vengono abbandonati. In questo senso il periodo delle leggi fonetiche lascia un'orma definitiva.

* * *

Le leggi fonetiche venivano determinate nello spazio per mezzo del concetto di « lingua ». Tutti avevano coscienza di una individualità indiana piuttosto che greca o latina e attribuire una corrispondenza fonetica all'una o all'altra lingua non costituiva una difficoltà. Ma il diverso grado di affinità che legava ciascuna di queste lingue poneva il problema della formazione di queste individualità: e al problema sono state date due soluzioni. La teoria di Schleicher dei rami di un albero considerava la differenziazione delle lingue come fatto unitario, dal quale discendevano le singole mutazioni fonetiche. Quella delle onde di Johannes Schmidt sosteneva un rapporto inverso: dall'intreccio delle innovazioni linguistiche che si diffondevano in modo vario sorgeva più o meno distinto, il concetto di *una* lingua. Sopra una carta si possono tracciare linee isofoniche o isomorfiche, non linee isoglottiche. A questo principio la scuola dielettologica moderna ne ha aggiunto un secondo: non esistono suoni ma parole. Non basta cioè sostituire al concetto di confine di lingue quello di confine di fatti fonetici: bisogna rintracciare nella storia di ogni parola gli elementi caratteristici che la individuano di fronte alle altre. È il passaggio che si compie, quando, a proposito delle così dette manifestazioni dell'accento preistorico latino, si considera _hostis_ < _*hosti-potis_ da un punto di vista diverso da _pōno_ < _*po-sino_ o da _caldus_ rispetto a _calidus_; o quando si studiano problemi come la sostituzione di un tema _poplo-_ al tema _toutā-_ « popolo » nelle lingue italiche o la differenza di formazione tra il lat. _fructus_ e l'osco _fruktatiuf_, tra il lat. _sacellum_ e l'osco _sakaraklum_. È quanto ha fornito materia all'« _Abeille_ » dello Gilliéron.

Schleicher, Johannes Schmidt, Gilliéron segnano dunque le tre tappe che l'indagine linguistica ha percorso per approfondire i suoi concetti sulla natura delle varietà dialettali. Ma non tutti i domini linguistici si prestano in modo eguale alle idee estreme della Gilliéron: e la scienza deve proporsi di raggiungiere non una perfezione in senso assoluto ma il massimo compatibile coi mezzi a sua disposizione. Ora nell'ambito della comparazione ide. il metodo dialettale se ha presentato dei vantaggi, ha avuto anche delle esigenze che non potevano essere soddisfatte. Il concetto di lingua comune è passato in seconda linea nella dialettologia romanza e la dialettologia ide. doveva certo apprezzare un metodo che non imponeva continuamente il confronto con una forma comune da ricostruire. Ma dalla parte opposta, la trattazione analitica dei fatti neolatini era stata resa possibile dalla sostituzione del materiale delle uniformi lingue letterarie con quello delle infinite varietà dialettali parlate: e in questo senso la glottologia ide. si è trovata invece più lontana dal nuovo sistema. Le lingue ide. sono attestate nella maggior parte come lingue letterarie e ci mancano tutte le fasi che, al disotto di quelle, sarebbero come i gradi di passaggio fra due tipi irrigiditi. Nel mondo neolatino una distinzione delle lingue in base alla presenza e all'estensione della dittongazione sarebbe oggi artificiale: nel mondo ide. il sanscrito rimane in modo troppo appariscente la lingua a vocalismo *a*, il greco e il latino a vocalismo *a*, *e*, *o*, il germanico e il balto slavo a tipo *e*, *o* (*a*). Il metodo Gilliéron è applicabile solo nei territori singoli della glottologia ide.: sia che si tratti di lingue parlate ancora oggi come le lingue baltiche, sia che, morte, ci siano attestate con grande ricchezza di materiale e di varietà dialettali come il greco. Se viceversa si prende il territorio ide. nel suo complesso, bisogna limitarsi ai concetti di Johannes Schmidt; e i risultati che se ne possono attendere non sono trascurabili.

La parola che indica « lupo » appare nel sanscrito *vṛkaḥ*, gotico *wulfs*, lituano *vilkas*, antico slavo *vlŭkŭ* ed è uno degli esempi che si citano più comunemente nel trattare il problema delle sonanti. Lo studioso « ricostruttore » che si preoccupa sopratutto di stabilire la forma ide. dà una importanza preminente alla forma sanscrita che conserva la funzione vocalica della sonante integralmente, e una importanza ridotta alle forme gotica, lituana e slava che gli appaiono come degeneri. Lo studioso fedele alle leggi fonetiche si preoccupa di stabilire delle corrispondenze fra la forma comune e la forma di ciascuna delle

lingue attestate, senza fare apprezzamenti sulla fedeltà dell'una o la attività innovatrice dell'altra. Lo studioso « dialettale » che non dà particolare importanza al fatto della sonante *r* preso in sè stesso, si preoccupa di stabilire il diverso grado di intensità con cui la disgregazione della categoria delle sonanti si è manifestata nelle varie zone. Egli osserva che in gotico in lituano in slavo antico, la sonante antica si è appoggiata a un suono vocalico, tratto però da un'altra antica sonante quale *i*, (*u*) alternante nel periodo comune con *y*, (*w*). La parola che indica « cuore » gli mostra invece le forme del greco *καρδία*, del latino *cor* di fronte al lituano *szirdis* e al got. *hairto* in cui la vocale sussidiaria è tratta non dalle antiche sonanti, ma dalle vocali in senso stretto, cioè quelle che conservano sempre il valore sillabico. Da queste differenze egli deduce non una forma unica, ma la triplice opposizione di una zona orientale in cui l'individualità di *r* era massima, una settentrionale in cui era media, una occidentale in cui era minima.

L'impiego di un determinato concetto per designare l'« uomo » fornisce un altro esempio, citato da A. Meillet a proposito di alcuni caratteri comuni al vocabolario delle lingue ide. dell'occidente e del settentrione. Tra le diverse denominazioni *homo*, *vir*, *ἀνήρ*, *ἄνθρωπος* lo studioso « ricostruttore » si sforzerebbe di trovare, probabilmente invano, quale rappresenta più fedelmente la denominazione ide. A. Meillet si limita a illustrare la diffusione dei due concetti di « creatura terrena » e di « creatura mortale » che sono attestati, da una parte, dal lat. *homo* (legato a *humus*) got. *guma*, lit. *žmū*, dall'altra dal scr. *martyah*, dall'avestico *marəta*, dall'armeno *mard*: intermedio, il greco presenta tanto *ἐπιχθόνιος* quanto *βροτός*. Ognuno può apprezzare come si riesca a penetrare meglio la realtà dei fatti con l'illustrazione di questi contrasti piuttosto che con la ricerca di una ipotetica unità d'espressione primitiva.

Il concetto di ide. viene così ad assumere un aspetto notevolmente diverso. Si era considerato una volta l'ide. come punto di partenza: successivamente si era considerato sopratutto il tratto intermedio tra l'unico punto di partenza e la realtà attestata dei molteplici punti d'arrivo: ora l'interesse si concentra sopratutto su questi punti d'arrivo, e sui loro immediati presupposti preistorici. È quello che E. Hermann invitò ad applicare con la sua proposta, forse troppo radicale, di estendere sempre più l'impiego dei termini « preindiano, pregreco, preitalico, etc. » a spese del termine unico « indo-europeo » (*l. c.* p. 16). Ma non è sufficente limitare la ricostruzione nel tempo, se essa può

servire a complicate astrazioni anche nell'ambito di una sola lingua: occorre una limitazione nell'interno dello stesso concetto: *perchè essa possa mantenere il suo diritto di cittadinanza nelle ricerche scientifiche bisogna che venga considerata come gli ibridi del mondo organico, cioè incapace di dar vita ad altre ricostruzioni.* La teoria dei dittonghi a primo elemento lungo, formulata da studiosi lontani da ogni fantasticheria come Johannes Schmidt e Wilhelm Schulze è logica e attendibile. Non si può dire lo stesso delle deduzioni che ne ha tratto come da dati di fatto attestati lo stesso Johannes Schmidt a proposito dei verbi greci in -*ίσκω* (*Kuhn's Zeitschrift* XXXVIII, 1 sgg).

Se si è dimostrato che il metodo dialettologico rappresenta una evoluzione del metodo ricostruttivo e comparativo precedente, e contiene perció gli stessi elementi che hanno affinato successivamente l'indagine in tutto il tempo della storia linguistica — rimane da valutare in quanta parte esso debba venire approfondito e integrato perchè *tutti* i germi di sviluppo che si ricontrano nel passato, abbiano uno sviluppo corrispondente e una parte attiva nelle ricerche scientifiche d'oggi. In tutti i tempi si riscontrano così degli sforzi, sia pure incompiuti, delle aspirazioni, sia pure imprecise, per arrivare a una visione « generale » dell'evoluzione linguistica. Nel periodo della ricostruzione lo sforzo di generalizzazione di Schleicher prendeva a modello sopratutto le scienze naturali; quello di Carlo Cattaneo le scienze dello spirito, di cui la linguistica veniva a costituire un capitolo (Corso di Filosofia in « *Scritti editi ed inediti* Vol. VII pag. 273-311 « La linguistica ».) Nel periodo delle leggi fonetiche, venuta meno la tendenza a ricercare parallelismi extralinguistici, è stata affermata in astratto la necessità di leggi linguistiche generali sopratutto da Ferdinand de Saussure e dalla sua scuola. Le manifestazioni che più o meno direttamente ne sono discese sono di due tipi: dato un fenomeno, si è tentato di stabilire le condizioni che lo determinano in tutte le lingue — es. *La Dissimilation consonantique* di Maurice Grammont (1895) — oppure data una lingua, si è tentato di ricondurne tutte le manifestazioni a un principio unico — es. *Dominance et resistance dans la phonétique latine* di A. C. Juret (1913), o anche *Der innere Zusammenhang in der Entwicklung der romanischen Sprachen* di Elise Richter (1911). L'opera successiva di Maurice

Grammont, per quanto consacrata sempre alla teoria generale del linguaggio, è venuta però a sua volta cambiando natura. Nei lavori più recenti come in quello sull'« Assimilation » (*Bulletin de la Societé de Linguistique* XXIV 1-107) egli si limita a illustrare il concetto più che a stabilire meccanicamente le leggi che ne determinano le manifestazioni. Essa ci permette perciò di definire il carattere e la funzione dei concetti generali nella ricerca dialettologica di oggi.

Nel sottolineare le differenze caratteristiche di alcune zone dialettali non è sempre possibile porle tutte sullo stesso piano; alcune si rivelano come innovazioni derivate dalle altre, mentre le ultime non possono invece venir ricondotte alle prime. Da questo deriva una conseguenza importantissima: o si trova una formula che giustifichi una differenza dialettale non solo nel fatto in sè, ma anche nell'importanza delle sue opposte manifestazioni, oppure si ricade nel periodo ricostruttivo in cui si dava come elemento fondamentale lo stato unitario della lingua originaria. Alcuni esempi possono illustrare efficacemente questa difficoltà fondamentale del metodo dialettologico. Una divisione assai antica delle lingue ide. è quella di lingue *kentum* e *satəm*: dal punto di vista ricostruttivo era necessario stabilire lo stato delle gutturali ide; dal punto di vista delle leggi fonetiche si è supposta per comodità una serie di tre gutturali (k^w, k, $\widehat{k}$) perchè diversamente non si arrivava a definire delle corrispondenze costanti fra le lingue attestate; la distinzione dialettale *kentum* e *satəm*, mentre rappresenta un progresso perchè si astiene da ricostruzioni, commette l'errore di trascurare i casi particolari in cui anche nelle lingue satəm si hanno traccie superstiti di *k*- cioè dello stato *kentum*. Così di fronte al pres. latino *dicit* (-*k*-) si ha il sanscrito *diśáti*, di fronte al perfetto *dixit* si ha l'aoristo sanscrito *adikṣat*. La differenza dialettale deve perciò apparire non tanto nella sua manifestazione esterna, che non cambia valore si tratti di *k*, si tratti di *s*, ma nella intensità maggiore o minore con cui si sono prodotte le differenziazioni: e poichè manca il confronto dell'ide. ha bisogno di un criterio di scelta che aiuti a distinguere innovazioni maggiori e minori.

Un altro lato del problema ci è offerto dallo studio sui prefissi compiuto da A. Meillet (*Indogermanische Forschungen* XXXI pag. 339 sgg.), il quale conduce a stabilire un'affinità fra la zona indiana e quella latina che accentano il prefisso

davanti al verbo e quella greca, germanica, celtica in cui il prefisso si presenta in stato di atonia. Le osservazioni da fare sono parecchie. *a*) È noto che l'accentuazione del verbo greco presuppone, secondo la dimostrazione di Jakob Wackernagel, l'atonia originaria: dunque anche la forma atonica del prefisso non può esser primitiva, ma solo acquisita come innovazione particolare al greco. *b*) Dato che l'atonia del prefisso nelle zone celtica e germanica è indubbia, si ha un esempio di caratteri comuni, svoltisi spontaneamente e indipendentemente, che non possono dar luogo perciò a conclusioni di natura dialettale. Sono i fenomeni di sviluppo parallelo che A. Meillet ha illustrato da parecchi anni nella sua « Note sur une difficulté générale de la grammaire comparée » (in *Linguistique historique et Linguistique générale* pag. 32), ma che sono stati intuiti da C. Cattaneo con la sua felice espressione di « corrispondenza delle età » (*Scritti* etc. Vol. I pag. 157). *c*) Il grado variabile di unità che si viene a costituire fra il prefisso e il verbo non solo dal punto di vista fonetico ma anche da quello morfologico fa sì che la parola « prefisso » acquisti in ciascuna zona un significato diverso. Nella zona celtica, come in quella germanica, il prefisso è ancora una parola a sè, ma senza accento autonomo, senza possibilità di agire sul verbo che viene a determinare. In latino si fonde col verbo, perde ogni indipendenza, ma nella nuova parola così formata costituisce l'elemento prevalente, che subordina e altera la parte radicale del verbo.

Il concetto di « parola » non è più così qualche cosa di assoluto, ma deve essere precisato, adattato alle circostanze.

Se il periodo delle leggi fonetiche considerava il « suono » come unità fondamentale e la scuola geografica neolatina parte invece dalla parola singola, la scuola dialettale ide. deve liberarsi da ogni vincolo, riconoscere l'esistenza non di una ma di molte unità. Già la fonetica sperimentale ha mostrato che il suono non è irriducibile ma è composto di numerosissime vibrazioni che possiamo fissare in un tracciato fonografico. Dalla parte opposta la parola corrisponde sì a un concetto isolato, ma compie una funzione determinata che ha maggiore o minore risalto nella frase; distingue al suo interno elementi morfologicamente stabili e instabili, il predominio di un accento, la successione di unità fisiologiche autonome come le sillabe. Ogni carattere dialettale deve essere perciò valutato non solo dal punto di vista storico — differenza di elementi

ereditati, differenza nel processo di evoluzione — ma anche dal punto di vista interno — contrasto di funzione sintattica, di rappresentazione morfologica, di costituzione fonetica della parola, della sillaba, dei suoni isolati. *Dal contrapposto di queste unità si potrà osservare in ogni fatto o una tendenza ad accentuarne i limiti — processi di differenziazione — o una tendenza ad attenuarli — processi di adattamento — o una stabilità più o meno duratura — manifestazioni di equilibrio.*

Quando si considerano le manifestazioni di sandi sintattico, p. es. *asīt* isolato ma *asīdrājā* davanti a una parola che comincia con un elemento « sonoro » da una parte, dall'altra **tad* (provato ad es. dalla desinenza latina analoga *-d* in *quod*) ma *tatphalam* davanti a una parola che comincia con un elemento sordo e *tat* isolato; si hanno tre ordini di questioni. *a*) Delimitazione delle zone in cui si ha un diverso trattamento della parola in uscita assoluta e davanti ad altre parole. *b*) Ricerca degli elementi ereditati e di quelli innovati nel sistema del sandi sintattico in India: vi sono traccie di una tendenza a renderlo più rigoroso dal periodo vedico a quello classico, (Wackernagel, *Altindische Grammatik* I 280) e quindi una parte minore di elementi ereditati. *c*) Ricerca degli elementi in contrasto che determinano queste manifestazioni: maggior grado di individualità della parola isolata, grado infinitamente minore di individualità della parola in una successione sintattica.

Quando si tratta il problema di *-ə-* nell'interno di parola si possono già trovare i due primi problemi risolti nei *Dialectes indo-européens* di A. Meillet (p. 62 sgg.) Ma la caduta di una vocale interna non è sufficiente a definire un fatto linguistico: può essere un contrasto di elementi morfologici come di elementi fonetici: la determinazione geografica della sua conservazione data dal sanscrito *duhitā*, dal greco *θυγάτηρ* in confronto del lituano *duktė̃*, del gotico *daúhtar*, dell'armeno *dustr* si associa con la maggior resistenza delle radici bisillabiche. Caduta dell'elemento più debole di queste radici vuol dire rafforzamento, concentrazione del significato nella sillaba superstite; vuol dire contrapposizione più netta dell'elemento radicale e di quello suffissale.

Così nella serie latina *conficio*, *confectus*, *coactus* si hanno tre gradi diversi di resistenza alla prevalenza fonetica dell'« accento »: nel primo massima riduzione del timbro vocalico, nel secondo riduzione media, nell'ultimo equilibrio. Se è giusta

l'interpretazione di *cinis* < **cenis*, si ha un esempio opposto di adattamento della prima sillaba alla successiva. Così nella semplificazione dei gruppi consonantici nelle lingue slave si ha la prevalenza della vocale come elemento finale della sillaba sulle consonanti che seguono e che ostacolano la diffusione del tipo prevalente di sillaba aperta. Così nella caduta delle consonanti intervocaliche si ha l'azione delle vocali come suoni autonomi a danno della consonante intermedia.

Ma queste differenze di valore non sono insite nelle unità che vengono a trovarsi in contrasto. Esse sono determinate caso per caso nello spirito dei parlanti: la nostra indagine può tendere a individuare quelle unità, non a ricercare l'insussistente « necessità » dei loro rapporti. Dai concetti fondamentali di M. Grammont si passa così, senza netta opposizione, a quelli di Karl Vossler e Giulio Bertoni, di tanto più profondi e critici, anche se, nelle lingue ide, finora inapplicati.

***

In stretta relazione con l'approfondimento dei problemi della grammatica tradizionale, stanno le restrizioni che queste considerazioni impongono all'eccessiva libertà, all'eccessivo amore delle grandi linee, proprio della linguistica generale. Lo studio dei fenomeni linguistici, anche nella forma attenuata degli ultimi lavori del Grammont, fa ancora troppo appello a una forza astratta, come quella dell'assimilazione e della dissimilazione. Non esiste una forza assimilatrice e una forza dissimilatrice, ma tanti processi di adattamento, tanti processi di differenziazione, tante manifestazioni di equilibrio quante sono le unità fonetiche che si vengono a trovare in contatto.

Lo studio sintetico di una lingua, nell'intento di ricondurre l'evoluzione a un punto di vista unico, o almeno a forze che si coordinano internamente non ci può nemmeno più sodisfare. Non esiste *a priori* la lingua: esistono dei fatti che potranno trasformarsi in modo vario, che potranno diffondersi o scomparire senza traccia. Si possono fare dei confronti fra due lingue, per vedere quali unità di misura prevalgono nell'una, quali nell'altra, quali processi risolvono questi contrasti nell'una e nell'altra. Non si può valutare una lingua sola, perchè essa non è una creazione organica, ma è un risultato, una conseguenza, la massa di quelle innovazioni che hanno avuto una consacrazione sociale, dopo che altre, molto più numerose, si son perdute senza traccia.

L'innovazione capitale del metodo dialettologico è stato la considerazione dei contrasti, là dove prima s'era avuto il feticismo di un'armonia universale. La sua integrazione deve condurci a rispondere a quesiti più profondi: « che cosa s'è prodotto perchè il sanscrito sia divenuto sanscrito e il greco greco; quali processi si sono compiuti, quali elementi hanno prevalso, quali soggiaciuto ». Se non intervengono nuove scoperte di documenti, le sue conclusioni non potranno spingersi più lontano: ma possono fin d'ora diventare più profonde, più critiche, allo stesso modo che in meccanica si può aumentare il rendimento di una macchina, quando un aumento di potenza non è più raggiungibile. È in questo suo aspetto di autocritica e di autoeducazione, che la storia del pensiero linguistico può avere interesse anche per gli studiosi di altre discipline. E se il nostro riconoscimento deve andare, al di là delle idee, agli uomini che le hanno propugnate, è giusto che non dimentichi nemmeno quegli studiosi che, in ogni tempo, hanno difeso le idee più antiche, hanno custodito con tutte le forze il patrimonio ereditato. Si deve alle loro parole oneste e ammonitrici, se i giovani vanno oggi incontro all'avvenire e lottano per idee nuove — fiduciosi, ma non ciechi.

LOCALITÀ DELL'OSSIRINCHITE (EGITTO) DEL MEDESIMO NOME (PSŌBTHIS)

Nota del S. C. prof. ARISTIDE CALDERINI

(Adunanza del 28 maggio 1925)

Quanto importi studiare la toponomastica sui documenti dell'Egitto greco-romano, e con quale metodo debba essere studiata ho esposto già in una nota presentata al recente Congresso Geografico del Cairo, che ha provocato da parte del Congresso stesso un o. d. g. in cui si raccoglie il mio appello e si fanno voti che il mio progetto sia presto tradotto in realtà. Nell'intento di sollecitare osservazioni e consigli in proposito e di richiamare intorno all'impresa l'attenzione e l'interesse degli studiosi ho pubblicato da poche settimane un saggio di ricerca, quale io vagheggio, ed ora do qui un altro breve contributo.

Già notavo nella mia citata comunicazione le coincidenze di parecchie omonimie in località diverse anche del medesimo distretto e citavo fra le altre quelle di *Ψῶβθις* che intendo qui di illustrare.

Secondo 218-221p POxy. $1659_{48 \cdot 106 \cdot 117}$ esistono almeno due villaggi di tal nome rispettivamente nella *ἀπηλιώτου* e nella *κάτω τοπαρχία*; secondo IIIp POxy. $1285_{22 \cdot 94 \cdot 115 \cdot 133}$ ne esistono almeno tre, cioè oltre i primi due, un altro nelle *μέση*; nè il numero è ancora completo, chè per mezzo di due altri papiri (99p POxy. 343; 107-8p POxy. 1434_{28}) il numero sale a quattro, essendovi un'altra *Ψωβθις* nell'*ἄνω τοπαρχία*, mentre il 178p POxy. 485 ricorda una *Ψωβθις* come *μητρόπολις τῆς μικρας 'Οάσεως*, che si può considerare come annessa all'Ossirinchite.

Secondo il sistema che ho altrove proposto, studio qui a parte le caratteristiche di ciascuna località (1).

I. *Ψῶβθις ἄνω τοπαρχίας* — [99p POxy. 343; 107-8p POxy. 1434_{23}].

1. *Località vicine o nominate accanto a queste*: Ἰδυ... (107-8p POxy. 1434_{28}) cfr. n. 3.

2. *Luoghi ed edifici nominati*:

terreni: t. catecico nel *κλῆρος* di *Θεόδοτος* presso Ψ. di 2 $\frac{1}{4}$ arure (99p POxy. 343).

: forse *ὑπόλογον*, appartenente a *Γαῖος Ἰούλιος υἱὸς Γαίου Ἰουλίου Θέωνος γενόμενος ἀρχιερεὺς καὶ ὑπομνηματογράφος ἐν τῷδε τῷ νομῷ* (Ossirinchite) *ἱερᾶς Ἴσιδος Ταποσειριάδος* (107-8p POxy. 1434_{28}).

3. *Magistrature e autorità superiori o locali*:
κωμογραμματεὺς Μονέμου ἐποικίου καὶ ἄλλων κωμῶν τῆς ἄνω τοπαρχίας; fra queste *κῶμαι* c'è anche *Ψῶβθις*: rimette le tasse a un proprietario fra l'altro di terre di Ψ. (107-8p POxy. 1434_{23}).

4. *Tasse e pagamenti varî*:
di ipoteca su terreni (99p POxy. 343).
remissione di tasse (107-8p POxy. 1434_{23}).

5. *Contratti*:
ipotecario v. n. 4.

6. *Prosopografia*:
Γαῖος Ἰούλιος v. n. 2.

II. *Ψῶβθις — ἀπηλιώτου τοπαρχίας* — [101p POxy. $510_{2\text{-}11\text{-}16}$; IIp POxy. $504_{10\text{-}42}$; 218-221p POxy. 1659_{48}; IIIp POxy. 1285_{94}; III-IVp POxy. 1747_{31}].

---

(1) La forma grammaticale è *Ψώβθεως* (gen.) *passim*; [in 107-8p POxy. 1434_{23} correggo [*Ψώ*]*βθιος*) in [*Ψώ*]*βθ*(*εως*).

Ψώβθει (dat.) 101p POxy. $510_{10\text{-}16}$; IIIp POxy. 1064_5.
Ψῶβθιν (acc.) 116p POxy. 74_{21}; 203p POxy. 1113 II_5; cfr. IIp POxy. $504_{10\text{-}42}$.

1. *Località vicine o nominate accanto a queste:*
'*Αδαίου* (III-IVp POxy. 1747_{81});
Ταaμπέμου (218-221p POxy. 1659_{18} cfr. III-IVp POxy. 1747_{81}).

2. *Luoghi ed edifici nominati:*
case e cortili: 3 *οἰκίαι* in parte di *Διονύσιος* (101p POxy. 510_{11}).
1 *αὐλή* in parte dello stesso (ibid.).
1 casa e 1 atrio prima di *Κλαύδιος Θέων*, poi di *Διονύσιος* (ibid.) già ipotecate.

terreni: *ψειλοὶ τόποι* in parte di *Διονύσιος* (101p POxy. 510_{10}) già ipotecati.

: terreno catecico di 6 $\frac{2}{3}$ arure *περὶ Ψ. ἐκ τοῦ Πτολεμαίου τοῦ Θεδότ[ου τοῦ.... 'Αρτέμωνος]* *προσθέματος*, proprietà di *'Αφροδιτοῦς ἡ καὶ Δημαροῦς ἀπελευθέρα 'Επικράτους 'Επικράτους τοῦ 'Ηρακλείδου* di Ossirinco, moglie di *'Αδραστος*; questo terreno è venduto a *Φλ. 'Απίων* (IIp POxy. 504).

3. *Altre proprietà varie:*
denari: restituiti (101p POxy. 510).

4. *Tasse e pagamenti:* v. n. 3.
aurum coronarium: (218-221p POxy. $1659_{48\cdot106\cdot118}$).
pagamenti forse di altre tasse (IIIp POxy. 1285_{94}).

5. *Contratti*:
ipoteca (101p POxy. 510).
restituzione di un mutuo (ibid.).
vendita di terreno (IIp POxy. 504).

6. *Prosopografia*:
'Αδραστος, v. n. 2.
'Αφροδιτοῦς ἡ καὶ Δημαροῦς ἀπελευθέρα v. n. 2.
Διονύσιος, marito di x. figlio di y. *μητρὸς Ταυσείριος* v. n. 2.
Κιάλης Πολυδεύκους (III-IVp POxy. 1747 II_{81}).
Κλ. Θέων v. n. 2.

III. *Ψῶβθις κάτω τοπαρχίας* (66p POxy. 239_4: *κώμη*; 109p POxy. III 482 *verso* (1); 211-2p POxy. 1259_7: *τόποι*; 218-221p

(1) Correggo *Ψώβθεως κά(τοικοι?)* degli editori in *Ψ. κά(τω)*.

Secondo il sistema che ho altrove proposto, studio qui a parte le caratteristiche di ciascuna località (1).

I. *Ψῶβθις ἄνω τοπαρχίας* — [99p POxy. 343; 107-8p POxy. 1434_{23}].

1. *Località vicine o nominate accanto a queste*: *'Ιδυ...* (107-8p POxy. 1434_{28}) cfr. n. 3.

2. *Luoghi ed edifici nominati*:

terreni: t. catecico nel *κλῆρος* di *Θεόδοτος* presso *Ψ*. di 2 $\frac{1}{4}$ arure (99p POxy. 343).

: forse *ὑπόλογον*, appartenente a *Γαῖος 'Ιούλιος υἱὸς Γαίου 'Ιουλίου Θέωνος γενόμενος ἀρχιερεὺς καὶ ὑπομνηματογράφος ἐν τῷδε τῷ νομῷ* (Ossirinchite) *ἱερᾶς 'Ισιδος Ταποσειριάδος* (107-8p POxy. 1434_{28}).

3. *Magistrature e autorità superiori o locali*:
κωμογραμματεὺς Μονέμου ἐποικίου καὶ ἄλλων κωμῶν τῆς ἄνω τοπαρχίας; fra queste *κῶμαι* c'è anche *Ψῶβθις*: rimette le tasse a un proprietario fra l'altro di terre di *Ψ*. (107-8p POxy. 1434_{23}).

4. *Tasse e pagamenti varî*:
di ipoteca su terreni (99p POxy. 343).
remissione di tasse (107-8p POxy. 1434_{23}).

5. *Contratti*:
ipotecario v. n. 4.

6. *Prosopografia*:
Γαῖος 'Ιούλιος v. n. 2.

II. *Ψῶβθις* — *ἀπηλιώτου τοπαρχίας* — [101p POxy. $510_{2\cdot11\cdot16}$; IIp POxy. $504_{10\cdot42}$; 218-221p POxy. 1659_{48}; IIIp POxy. 1285_{94}; III-IVp POxy. 1747_{31}].

---

(1) La forma grammaticale è *Ψώβθεως* (gen.) *passim*; [in 107-8p POxy. 1434_{23} correggo [*Ψώ*]*βθ*(*ιος*) in [*Ψώ*]*βθ*(*εως*).

Ψώβθει (dat.) 101p POxy. $510_{10\cdot16}$; IIIp POxy. 1064_5.
Ψῶβθιν (acc.) 116p POxy. 74_{21}; 203p POxy. 1113 II_5; cfr. IIp POxy. $504_{10\cdot42}$.

1. *Località vicine o nominate accanto a queste:*
'Αδαίου (III-IVp POxy. 1747_{31});
Ταaμπέμου (218-221p POxy. 1659_{18} cfr. III-IVp POxy. 1747_{31}).

2. *Luoghi ed edifici nominati:*
case e cortili: 3 οἰκίαι in parte di Διονύσιος (101p POxy. 510_{11}).
1 αὐλή in parte dello stesso (ibid.).
1 casa e 1 atrio prima di Κλαύδιος Θέων, poi di Διονύσιος (ibid.) già ipotecate.

terreni: ψειλοὶ τόποι in parte di Διονύσιος (101p POxy. 510_{10}) già ipotecati.

: terreno catecico di 6 $\frac{2}{3}$ arure περὶ Ψ. ἐκ τοῦ Πτολεμαίου τοῦ Θεδότ[ου τοῦ.... 'Αρτέμωνος]| προσθέματος, proprietà di 'Αφροδιτοῦς ἡ καὶ Δημαροῦς ἀπελευθέρα 'Επικράτους 'Επικράτους τοῦ 'Ηρακλείδου di Ossirinco, moglie di 'Αδραστος; questo terreno è venduto a Φλ. 'Απίων (IIp POxy. 504).

3. *Altre proprietà varie:*
denari: restituiti (101p POxy. 510).

4. *Tasse e pagamenti:* v. n. 3.
aurum coronarium: (218-221p POxy. $1659_{48\cdot106\cdot113}$).
pagamenti forse di altre tasse (IIIp POxy. 1285_{94}).

5. *Contratti:*
ipoteca (101p POxy. 510).
restituzione di un mutuo (ibid.).
vendita di terreno (IIp POxy. 504).

6. *Prosopografia:*
'Αδραστος, v. n. 2.
'Αφροδιτοῦς ἡ καὶ Δημαροῦς ἀπελευθέρα v. n. 2.
Διονύσιος, marito di x. figlio di y. μητρὸς Ταυσείριος v. n. 2.
Κιάλης Πολυδεύκους (III-IVp POxy. 1747 II_{31}).
Κλ. Θέων v. n. 2.

III. Ψῶβθις κάτω τοπαρχίας (66p POxy. 239_4: κώμη; 109p POxy. III 482 *verso* (1); 211-2p POxy. 1259_7: τόποι; 218-221p

(1) Correggo Ψώβθεως κά(τοικοι?) degli editori in Ψ. κά(τω).

POxy. $1659_{106,118}$; III^p POxy. 1285_{131}; III^p POxy. 1529_{8}; III^p POxy. 1652 (a) I.; aggiungi probabilmente III^p POxy. 1064_{5}; IV^p PGin. 115 (villaggio del IX pago di Ox.).

1. *Località vicine o nominate accanto a queste*:

   Θώλθις (218-221^p POxy. 1659_{106});

   'Ισίου Τρύφωνος (218-221^p POxy. 1659_{118}; IV^p PGiss. 115);

   Κόβα (III^p POxy. 1529_{8};

   Κουφβεμ? (IV^p PGiss. 115);

   Ταλαώ (218-221^p POxy. 1659_{106});

   Τακόνα (III^p POxy. 1529_{8}; 1652 (a) I; 1064_{5}; quest'ultima è una lettera dal cui contesto si apprende la vicinanza dei due villaggi).

2. *Magistrature e autorità*:

   γράφων τὸν 'Οξυρυγχίτην al quale presta giuramento un esattore di *Ψ*. (66^p POxy. 239_{4}).

   σιτολόγοι κάτω τοπαρχίας Ψώβθεως τόπων (1): *Διόσκορος 'Οννώφριος καὶ Δίδυμος Παυρσείριος* (211-2^p POxy. 1259_{7}) conseguano grano a un *ναύκληρος*.

   esattore di tasse (66^p POxy. 239_{4}).

   ἐρημοφυλακία (III^p POxy. 1652 (a)).

3. *Lavoranti ed esercenti*:

   ναύκληρος della organizzazione portuale di *Νέα Πόλις*: *Ποσιδώνιος ὁ καὶ Τριάδελφος* (211-2^p POxy. 1259_{7}) cfr. III^p POxy. 1652 $(a)_{1}$.

4. *Animali*:

   dromedari (III^p POxy. 1652 $(a)_{1}$).

5. *Vegetali*: v. n. 6.

   trasporto grano ad Alessandria (211-2^p POxy. 1259) dai granai locali per nave.

6. *Tasse e pagamenti varî*: cfr. n. 2.

   aurum coronarium (218-221^p POxy. 1659).

   incerti: (III^p POxy. $1285_{22,91,115,133}$).

   pagamento in grano (III^p POxy. 1529_{8}).

---

(1) Su questa denominazione di *σιτολόγοι* nell'Ossirinchite vedi CALDERINI, *Θησαυροί* p. 73.

7. *Contratti e documenti varî*:
ricevute da un *ναύκληρος* (211-2p POxy. 1259_7).

8. *Giuramento*:
di un esattore di tasse (66p POxy. 239_4).

9. *Lettere*:
spedita da x. a *Ψ*. (IIIp POxy. 1064).

10. *Prosografia*:
Διδυμᾶς temporaneamente a *Ψ*. (IIIp POxy. 1064_5).
Δίδυμος Πανρσείριος v. n. 2.
Διόσκορος Ὀννώφριος v. n. 2.
Ἐπίμαχος Πανσίριος τοῦ Πτολεμαίου μητρὸς Ἡρακλείας τῆς Ἐπιμάχου τῶν ἀπὸ κώμης Ψ. τῆς κάτω τοπαρχίας (66p POxy. 239_4).
Ποσιδώνιος ὁ καὶ Τριάδελφος v. n. 3.
Una lista di nomi, forse contribuenti all'erario di *Ψ. κάτω*, secondo ho supposto, è segnalata ma non riportata in 109p POxy. 482 *verso*.

IV. *Ψωβθις μέσης τοπαρχίας* [103-4p POxy. 639; 116p POxy. 74_{10}; 203p POxy. 1113 II_5: *κώμη*; 222-3p POxy. 1526_8: *τόποι*; IIIp POxy. $1286_{22\text{-}115}$].

1. *Località vicine o nominate con esso*:
Σιντώ (203p POxy. 1113 II_5).

2. *Luoghi ed edifici nominati*:
ἐλαιωπαράδεισος, ἐν ᾧ φοίνεικες καὶ ἕτερα ἀκρόδρυα (103-4p POxy. 639) affittato da *Σαραπίων* ed *Ἐξάκων* e dalla madre *Caecilia Polla* ad *Ὧρος Πέρσης τ. ἐπιγ.*
terreno di 4 $\frac{1}{12}$ arure presso *Ψ*. di *ἄβροχος γῆ* prima di *Ἀ..... νυπτᾶτος*. (203p POxy. 1113 II_5).

3. *Magistrature e autorità*:
γυμνασιάρχης di Oxyr. a cui si denunciano terreni non irrigati (203p POxy. 1113 II_5 v. n. 9.
στρατηγός dell'Oxyr. a cui si denunciano pecore e capre (116p POxy. $74_{10\text{-}21}$).
σιτολόγοι μέσης τοπαρχίας Ψώβθ(εως) τόπων: *Διο. Θέων* e x.

ὁ καὶ Δημητρίων; sono denunciati pagamenti di grano (222-3^{p} POxy. 1526_3).
Πέρσης τ. ἐπιγονῆς v. n. 2.
ἄρχων v. n. 9.
βουλευτής v. n. 14.

4. *Lavoranti*:
γεωργός v. n. 9.

5. *Animali*:
denuncia di pecore (πρόβατα, ἄρνες) e capre (αἶξ) annuale in numero di 26 e 17 (116^{p} POxy. 74); la denuncia è fatta da Σαραπίων Ἡρώδου τοῦ Ἐξοκῶντος ἀπ' Ὀξ. πόλεως.

6. *Vegetali*:
φοίνικες e ἀγρόδρυα v. n. 2.
grano v. n. 3.

7. *Tasse e pagamenti varî*:
pagam. di villaggi (III^{p} POxy. 1585_{22-115}).

8. *Contratti e altri documenti*:
affitto di un orto a olivi (103-4^{p} POxy. 639).
denuncia di animali (116^{p} POxy. 74_{10-21}).
denuncia di terreno (203^{p} POxy. 1113 II_5).
denuncia di σιτολόγοι a x (222-3^{p} POxy. 1526_3).

9. *Prosopografia*:
Ἐξάχων v. n. 2.
Ἡράκλειδος γεωργός (222-3^{p} POxy. 1256_9),
Αὐρ. Θέων σιτολ. v. n. 3.
Καικίλια Πόλλα v. n. 2.
Μάρκοι Αὐρήλιοι Ἡράκλιος Βαυθλᾶτος
Πέκυλλος ὁ καὶ Θέων γυμνασιαρχήσας
Διογένης ὁ καὶ Ἑρμαγένης ἄρχων
Σαραπίων Ἀλεξάνδρου βουλευτής (222-3^{p} POxy. 1526).
Σαραπίων Ἡρώδου v. n. 5 e n. 2.
Ὦρος v. n. 2.
x. ὁ καὶ Δημητρίων σιτολ. v. n. 3.

V. Ψῶβθις μητρόπολις τῆς μικρᾶς Ὀάσεως.

1. *Magistrati*:
στρατηγός dell'Oxyr. (178^{p} POxy. 845).

2. *Proprietà varia*:
denari e 1 schiava (178p POxy. 485).

3. *Contratti* ecc.
notizia allo stratego (ibid.) di restituzione di un prestito.

4. *Prosopografia*:
Σερῆνος ἀπελεύθερος Ἀπολλωνιανοῦ Σαραπίωνος ἀπ' Ὀξ. πόλεως (ibid.).
Σαραπιᾶς Πόθωνος τοῦ Ὥρου μητρὸς Θαήσιος ἀπὸ Ψώβθεως (ibid.).

VI. Ψῶβθις senza indicazione del τόπος [Ip POxy. 348; 130p POxy. 517_8; 170p POxy. 905_2: κώμη; IIIp PGiss. 101_4; Vp POxy. 2004_1: Ψ. κάστρον; 504p POxy. 1883_2: Ψ. κάστρον].
1. *Località vicine*:
Σισάχ (Ip POxy. 348); Σενέπτα - Σιγκ/ (τόπ.) (130p POxy. 517).

2. *Luoghi ed edifici*:
terreno catecico di 40 arure, di cui fu pagata tassa di ipoteca; il terreno è presso Ψ. nel κλῆρος di Olimpiodoro (Ip POxy. 348).

3. *Magistrati*:
ἀγορανόμοι (Ip POxy. 348).
φροντιστής Ψ: Κολλοῦθος (IIIp PGiss. 101_4).
κορνικολάριος κάστρου Ψώβθεως: Ἀπφοῦς (Vp POxy. 2004).
ἐπιμελητὴς Εὐλόγιον (Vp POxy. 2004).
ἀπονονμεράριος Θεόδωρος (Vp POxy. 2004).
σχολαστικὸς ἔνδικος di Oxy. Φλ. Ἑρμίας (504p POxy. 1883).
οὐικάριος (βικάριος) κάστρου Ψ. da Oxy. Φλ. Ἄλα (504p POxy. 1883).

4. *Lavoranti*:
sellaio: σαγματοράπτης: Μηνᾶς da Oxyr. (504p POxy. 1883_2).

5. *Vegetali*:
grano (?) (103p POxy. 517_1).
orzo (Vp POxy. 2004).

6. *Tasse e pagamenti varî*:
ricevute di pagamenti in natura (130p POxy. 517_1).

conti di azienda forse privata (IIIp PGiss. 101).
ricevute di consegna di orzo (Vp POxy. 2004).

7. *Contratti*:
notifica ad agoranomi di terreno (Ip POxy. 348).
di matrimonio (170p POxy. 905).
petizione di un *vicarius* del castro di *Ψ.* a un *defensor* di Oxyr. (504p POxy. 1883) per un debito.

8. *Prosopografia*:
Ἀπολλώνιος Ἡρακλέους, lo sposo di cui vedi sotto *Μηνόδωρος*.
Ἀπφοῦς v. n. 3.
Εὐλόγιος v. n. 3.
Ἡρακλῆς Μώρου μητρὸς Ἀπολλωνίας di *Ψ.* padre dello sposo di cui s. *Μηνόδωρος*.
Θεόδωρος v. n. 3.
Κολλοῦθος v. n. 3.
Μηνᾶς v. n. 4.
Μηνόδωρος Ὥρου μητρὸς Τακαλλίππου ἀπὸ κωμ. Ψώβθεως sposa la figlia *Θατρῆς μητρὸς Θατρῆτος* ad *Ἀπολλώνιος Ἡρακλέους μητρὸς Ταυσοράπιος* del medes. vill. (170p POxy. 905).
Φλ. Ἄλα v. n. 4.
Φλ. Ἑρμίας v. n. 4.

SVERNAMENTO DEL *GYMNOSPORANGIUM CLAVARIIFORME* (Jacq). Rees SOPRA IL *CRATAEGUS OXYACANTHA* L.

Nota del S. C. prof. Luigi Montemartini

(Adunanza del 4 giugno 1925)

Da parecchi anni alcune siepi di *Crataegus Oxyacantha* a Montubeccaria (prov. di Pavia) si presentano sempre attaccate, in primavera, dalla forma ecidiosporica (*Roestelia lacerata* Mer.) del *Gymnosporangium clavariiforme* (Jacq.) Rees la cui frequenza in quella plaga è in contrasto colla mancanza di ginepri coltivati o spontanei, quali si trovano soltanto alla distanza di alcuni chilometri, sul vicino Appennino.

Avendo osservato che gli attacchi del parassita si manistano ogni anno sempre sulle medesime piante e quasi sui medesimi rami, pensai che essi sieno dovuti a micelio perennante nelle gemme della pianta ospite.

Per assicurarmene, segnai l'anno scorso, in primavera, alcuni dei rami più infetti, e ne colsi, durante l'inverno successivo, alla fine del passato dicembre, le estremità che piantai tosto, a guisa di boture, in sabbia umida e in serra temperata. A marzo le gemme, che prima apparivano un po' irregolari e ingrossate, cominciarono ad aprirsi e mi fu facile trovare, tra le loro scaglie e tra le più tenere foglioline ancora chiuse, un micelio sottilissimo, simile a quello che presenta poi la *Roestelia*.

Le boture non si svilupparono ulteriormente e non mi fu possibile seguire lo sviluppo di tale micelio fino alla formazione di spermogenii e di ecidii; però sulle foglie che si svilupparono più tardi dagli altri rami segnati e rimasti sulla pianta, si presentarono assai presto, ai primi di aprile (e cioè

prima dell'epoca indicata nei trattati per la disseminazione degli sporidii) (1) le chiazze che ora sono coperte di ecidii.

Queste osservazioni, aggiunte al fatto, già ricordato, che la malattia si presenta sempre sulle medesime piante e che mancano nelle vicinanze piante di ginepro, confermano nell'opinione che il micelio della *R. lacerata* possa svernare in forma perennante nelle gemme della pianta ospite.

Lo svernamento del micelio delle Uredinee sulle piante ospiti della loro forma ecidiosporica non è un fatto nuovo: è noto che le forme ecidiosporiche (*Peridermium Strobi e P. corticola*) dei *Cronartium* (*Cr. ribicola* (2) Dietr. e *Cr. aschepiadeum* - Willd. - Fr.) svernano allo stato di micelio nei rami dei pini; che si comporta in tal modo anche la forma ecidiosporica (*Caeoma pinitorquum*) della *Melampsora pinitorqua* Rostr., e che anche l'*Aecidium elatinum* (forma ecidiosporica della *Melampsorella caryophyllacearum* - D. C. - Schoet., e causa degli *scopazzi* degli abeti) è perennante nei rami delle Conifere.

Per i *Gymnosporangium* la possibilità di svernare allo stato di micelio della forma ecidiosporica è stata già ammessa dal Bourcart (3) e dal Laubert (4) per il *G. Sabinae* (*Roestelia cancellata* Rebent. dei peri) e dall'Eriksson (5) per il *G. tremelloides* Kleb. (*R. penicillata* Fr. dei meli). Non era ancora stata ammessa per il *G. clavariiforme* (Jacq.) Rees (*R. lacerata* Mer.).

Pavia, giugno 1925

---

(1) K. F. v. Tubeuf (*Pflanzenkrankheiten durch kryptogame Parasiten verursacht*, Berlin, 1895) e R. Laubert (*Die Rostpilze* in *Sorauer's Handb d. Pflanzenkrankh*, IV Aufl., Bd III, Berlin, 1923) dicono che la disseminazione degli sporidii provenienti dalla germinazione delle teleutospore avviene in aprile e maggio.

(2) Il *Cronartium ribicola* può svernare anche in forma di uredospore sulle foglie dei ribes. Veggansi in proposito: H. H. York e P. Spaulding, *The overwintering of* Cronartium ribicola *on ribes* (Phytopathology, 1918, Vol. VIII); e W. W. Taylor, *The overwintering of* Cronartium ribicola *on ribes* (Phytopathology, 1919, Vol. IX).

(3) G. Bourcart, *Les maladies des plantes*. Paris, 1910.

(4) R. Laubert, *Die Rospilze*, loc. cit.

(5) J. Eriksson, *Die schwedischen Gymnosporangien, ihr Wirtswechsel und ihre Spezialisierung nebst Bemerkungen über die entsprechenden Forman anderer Länder*. Stockholm, 1919.

MEZZO SECOLO DI ESPERIENZA NELLA CURA DEI FIBROMI UTERINI

Nota del M. E. prof. senat. Luigi Mangiagalli

(Adunanza del 18 giugno 1925)

Fu precisamente nel 1875, che, assistente nel Comparto Ostetrico Ginecologico dell' Ospedale Maggiore di Milano, diretto dal prof. Emilio Valsuani, ebbi occasione di osservare un certo numero di fibromi dell' utero. Erano allora i primi albori della chirurgia dei fibromi uterini, e d'altra parte il comparto aveva un indirizzo puramente medico. Qui come altrove, la cura era emostatica, rappresentata dalla segale cornuta e dai suoi derivati, alternata o meno colle cure iodiche. Il porto nel quale si voleva condurre l'ammalata era la menopausa perchè l'esperienza aveva dimostrato che in un certo numero di casi non solo l'emorragia cessava, ma il tumore diminuiva e talvolta la diminuzione era tale da poterne affermare la scomparsa. Ma in quali casi ed in quale proporzione si osservava tale benefico effetto? Dopo lunghi anni di attesa e di cure continue l'azione benefica della menopausa la osservai nel 50 circa % dei casi, negli altri la sindrome emorragica continuava e si complicava con altre sindromi più minacciose dovute a degenerazioni benigne o maligne del tumore. L' osservazione clinica mi permetteva di affermare che erano i tumori interstiziali quelli che beneficavano meglio sia della cura emostatica che della menopausa. Tanto più il tumore era circondato da uno strato di tessuto muscolare tanto più il pronostico pareva favorevole.

La cura chirurgica si limitava ai polipi fibrosi discesi nella cavità cervicale o in vagina, la preoccupazione del peduncolo era eccessiva, e vi era un arsenale intiero di lacci e di portalacci per assicurarne l'emostasi all'atto della escisione. L'espe-

rienza mi dimostrò ben tosto che una pinza robusta di presa e una forbice erano sufficienti a superare le difficoltà. Ma contro un'altra serie di tumori si era provata la chirurgia, contro i fibromi cioè che, pur non essendo peduncolati, protrudevano con larga base nella cavità uterina. Si incideva la capsula e si snucleava il tumore per via vaginale. Ma nel 1886 Gusserow ne riuniva 154 casi con una mortalità del 33,1 %. E intanto un maggiore ardimento spingeva il chirurgo ad esportare utero e tumore per via addominale, ma lo stesso Gusserow nello stesso anno raccoglieva una statistica di 533 casi con una mortalità del 34,8 %.

Di fronte a tale enorme mortalità, sorgeva nel campo chirurgico un'altra operazione che si proponeva colla castrazione ovarica la cura indiretta dei fibromi uterini. L'ablazione delle ovarie sane che già da Blundell nel 1822 era stata proposta per rimediare a determinate condizioni morbose del sistema nervoso, era stata praticata nel 1872, ad insaputa l'uno dall'altro, da Hegar il 27 Luglio, da Lawson Tait il 1 Agosto, da Battey il 17 Agosto per nevralgie locali o per turbe mestruali o per turbe nervose generali. La estensione alla cura dei fibromi venne data da Trenholme e da Hegar, che pure ad insaputa l'uno dall'altro, la praticarono nel gennaio 1876; Hegar dice espressamente per anticipare il climaterio. Era da aspettarsi quindi che i risultati nella castrazione fossero quelli che già si erano osservati colla menopausa fisiologica, buoni quindi nei tumori di medio volume ed interstiziali, nei quali era facile la ricerca e la esportazione delle ovaie. Io la praticai, seguendo tale criterio 39 volte con un solo decesso, e l'esperienza mi permetteva di enunciare una proposizione fondamentale: è *nei fibromi interstiziali di medio volume che la cura emostatica coi derivati della segale cornuta, la menopausa fisiologica, la menopausa anticipata colla castrazione ovarica, contano i loro maggiori successi.*

Vedremo più avanti come tale legge possa applicarsi alla terapia fisica.

Troppi casi sfuggivano alla indicazione della castrazione ovarica. La ricerca dell'ovaio aderente, sepolto tra le masse fibrose o nello spazio del Douglas era in molti casi difficile, indaginosa, impossibile. Non era efficace in una serie intiera di casi, nei fibromi molto voluminosi, in quelli alimentati da aderenze vascolari, nei fibromi sottosierosi nei fibromi intraligamentari, nei fibromi associati a complicanze, nei fibromi dege-

nerati. La diminuzione progressiva della mortalità nella cura radicale, esportazione parziale o totale dell'utero coi fibromi per via addominale o per via vaginale, permetteva di far fronte a tutte le eventualità e divenne il metodo di elezione di tutti i chirurgi.

Praticai la prima laparomiomectomia nel 1878 e da allora al 31 dicembre 1924 la ripetei 1598 volte, colla mortalità complessiva del 10 %, calcoláta quindi in quasi mezzo secolo, e compreso il periodo nel quale, come dissi, le cifre di Gusserow davano una mortalità del 34 %. La mortalità andò per tutti gli operatori decrescendo. Ebbi una serie di 120 casi con un solo caso di morte. La mortalità complessiva delle ultime centurie è del 5 %, ma qui bisogna distinguere. Ci sono fibromi puri senza complicanze, e fibromi con complicazioni gravi, suppurazioni delle ovaie e delle trombe, vizii cardiaci, degenerazione dei tumori, volume enorme, sviluppo infraligamentario dei tumori con compressione dell'uretere e profonde alterazioni renali. Il volume che fino a un certo punto non è elemento apprezzabile di pronostico lo diventa quando esso è enorme, ma a nessun chirurgo si presenterà ora l'occasione di esportare tumori di 22 e di 18 Kg. come a me avvenne. Ora la mortalità dipende dal rapporto tra casi puri e casi complicati. Questi nella clinica da me diretta sono i più numerosi. La mortalità dei casi puri può considerarsi dell'1 %, la mortalità dei casi complicati si eleva naturalmente al disopra del 5 %.

Intanto che la prognosi dell'operazione radicale andava progressivamente migliorando, la terapia fisica, che colla corrente galvanica aveva fatto le sue prove, ottenendo solo qualche modesto resultato sintomatico, entrava in lizza colla Röntgenterapia, colla cura cioè dei raggi X. E come avviene di solito dei nuovi mezzi fu considerato da taluni come una panacea, ed applicata da mani inesperte e sulla base di diagnosi errate diede luogo anche a disastri. Quale è il posto che essa deve occupare di fronte alla chirurgia? Una lunga esperienza mi consente di affermare che essa pure celebra i maggiori successi nei fibromi di volume medio a sviluppo interstiziale, come appunto la castrazione ovarica e la menopausa fisiologica. E poichè essa induce una menopausa anticipata era logico attendersi che così fosse.

I fibromi molto voluminosi, i fibromi peduncolati, i fibromi infraligamentari, i fibromi degenerati, i fibromi con torsione dell'utero o del peduncolo, i fibromi con affezioni suppurative delle ovaie o delle trombe, i fibromi con ascite, i fibromi con

compressione dell'uretere, non devono entrare nel loro campo d'azione, donde la necessità di un' accurata diagnosi e di una cauta selezione di casi. Con tali premesse i raggi X, meritano di tenere un alto posto nella terapia dei fibromi.

Ma le terapie accennate rispondono all' ideale di conservare l'organo e la funzione, nei casi in cui la donna trovasi ancora nella piena attività sessuale? Evidentemente no. Alla castrazione ovarica, i raggi X, tolgono la funzione, la cura chirurgica radicale toglie il tumore ma con esso utero e funzione. Si fece quindi strada, timidamente prima e poi più audacemente, la terapia chirurgica conservatrice, della quale fui e sono fervente sostenitore.

Il mio aiuto prof. dott. Colombino pubblicò appunto in questi giorni la mia esperienza in proposito. La terapia chirurgica conservatrice consiste nell'esportare il tumore od i tumori, lasciando l'utero e le ovaie, e si comprende come essa debba avere applicazione solo nel periodo di attività sessuale. Ne operai per via laparotomica 135 casi con una mortalità del 3,7 %. Mi spinsi ad operare non solo monofibromi ma fibromi multipli; non solo fibromi sottosierosi ma, ed in maggioranza, fibromi interstiziali ed anche fibromi cavitarii e fibromi infraligamentarii; non solo tumori piccoli ma anche fibromi che pesavano più di due Kg. Operai anche 16 volte in gravidanza ottenendo nove volte il suo regolare proseguimento. Perchè la terapia chirurgica conservatrice abbia un posto prevalente occorre soltanto una diagnosi precoce. L'avvenire è per essa. In un' altra mia comunicazione parlerò della mia opera semisecolare nella cura dei tumori maligni e verrò alla conclusione che anticipo. Mentre per i fibromi l'avvenire è alla chirurgia conservatrice per i tumori maligni, già al presente, la chirurgia vede fortemente contrastato il suo dominio dal radio.

RES ALPINAE

Nota del M. E. prof. Giovanni Oberziner

(Adunanza del 18 giugno 1925)

Molto si è discusso intorno al preciso confine geografico e storico d'Italia nella valle atesina, onde potrebbe sembrar superfluo tornare su quest'argomento. Se non che la straordinaria attività, non scevra per vero d'acredine, colla quale dotti austriaci e tedeschi (1) s'affaccendano, di questi giorni appunto, intorno a sì importante particolare, mi dà occasione di esporre alcune brevi osservazioni, colle quali spero di poter spargere un po' di maggior luce su problemi alpini per lo innanzi confusi, e perciò atti a fornire appiglio a errate conclusioni.

Le Alpi, dicono que' dotti, seguendo in ciò le traccie de' loro maggiori geografi contemporanei, come il Fischer e il Penck (2), formano, è vero, nel loro complesso, una zona di divisione fra

---

(1) È ormai generalmente noto il lavoro *Südtirol*, tradotto in italiano col titolo *Passione del Tirolo*, A. Vallardi 1920. Ad esso fu risposto col volume *Nell' Alto Adige* (Milano A. Vallardi 1921), dove è pure inserito un mio articolo « *Cenni storici della Venezia Tridentina* ». Oltremodo sguaiato e grossolanamente villano, e non certo appropriato a' scienziati seri e sereni, è il linguaggio degli articoli della rivista di Innsbruck, *Tiroler Heimat*, fasc. I-IV, Innsbruck 1922, dove ogni specie di ingiurie sono lanciate contro la nostra regione, il nostro Re, il nostro esercito e contro la scienza italiana. Non meriterebbero quindi di essere presi in considerazione, se fra gli scrittori, anzi fra i più accesi, non figurasse un Hans von Voltelini, che copre la cattedra di storia all'università viennese, e che avendo già pubblicato lavori d'una certa serietà sulla storia tirolese, maggiormente potrebbe far impressione sui lettori di quella rivista. Manifestazioni e scritti dello stesso genere continuano a circolare di là dalle Alpi; ma, non meritano davvero una speciale menzione.

(2) In confutazione della teoria del Penck cfr. il mio scritto inserito nella Rivista *La Geografia* (giugno 1917) e il lavoro di Paolo Revelli, *Il confine d' Italia al Brennero* nel vol. *Nell' Alto Adige*.

il tenere germanico e l'italico, ma che vi autorizza a ritenere che la vera linea di confine vada proprio cercata allo spartiacque centrale al Brennero, e non piuttosto alla stretta di Salorno, o meglio più giù ancora alla Chiusa di Verona? Il confine geografico al displuvio si può, in massima, ammettere per tutto il resto del circuito alpino, non già per la valle dell' Adige, che caratteristiche geologiche, unite alla fauna e alla flora, rendono più simile alle regioni transalpine, che non alle vicine terre italiche. L'attinenza di quella valle al dominio tedesco sarebbe ulteriormente provata dalla millenaria sua dipendenza dall' Impero Germanico e dall'Austria, e dalla lingua, perchè l'italiano sarebbevi penetrato solo in epoca tarda, sovrapponendosi all'originario idioma tedesco o latino.

Non è mia intenzione e non è compito mio rispondere a questi argomenti d'indole geografica, che, sebbene le mille volte confutati (1), si rimettono ora in campo come novità. I nostri geografi, con maggior competenza che non sia la mia, potranno dimostrarne, come hanno già dimostrato, l'infondatezza. Non sarà tuttavia fuor di proposito l'osservare, che, con criteri ben differenti da quelli seguiti da' sopralodati studiosi, considerarono la cosa gli scrittori dell'antichità greco romana, nonchè i più grandi nostri uomini del Medio Evo e del Rinascimento. Non già l'uniformità, ma la visibilissima differenza climatica e floreale de' due versanti alpini, non disconosciuta, del resto, dalle menti più elevate anche tedesche, fino a un Hegel e a un Heine, indusse già Filippo Cluverio, e poi più illustri nostri geografi e i più insigni fattori del nostro Risorgimento nazionale a considerare la vetta del Brennero come il vero confine geografico e quindi anche politico d'Italia, onde nessun piano, anche solo immaginario, di unificazione potè essere concepito, senza considerare le Alpi Centrali al Brennero, come il più ragionevole, anzi necessario confine della nuova creazione politica (2). Le ses-

---

(1) Cfr. a tale riguardo i miei *Cenni geografici del Trentino* e *Attraverso la storia trentina* in *Martirio del Trentino* (Milano 1919), nonchè la mia conferenza *Fra le alpi tridentine* (Milano 1918) ripubblicata col titolo *Il martirio d' un popolo* nel volume *Per la coltura magistrale* (Bologna, Zanichelli 1921), e la mia conferenza *Il carattere della storia tridentina* (Venezia tip. della R. Deputazione veneto tridentina di storia patria, 1922).

(2) Il confine del Regno Italico era segnato è vero sopra Bolzano in modo da assegnare alla Baviera l' alta Venosta e il territorio su-

santasei invasioni, o spedizioni germaniche in Italia, operate attraverso al Brennero, ed esibite, dagli storici tedeschi, come un'ulteriore prova della necessità, che quel passo, con tutto il territorio contermine, sia loro restituito, starebbe, secondo il mio debole avviso, a dimostrare tutto il contrario.

Naturalmente primo frutto delle invasioni stesse fu l'infiltrazione di elementi tedeschi nell'Alto Adige a danno della popolazione latina preesistente e ancora tenacemente ivi in vaste oasi radicata. Avendo io già affermato che scarsi furono gli invasori bavari del Medio Evo, l'illustre professore von Voltelini dell'Università di Vienna, mi domanda argutamente, se io li ho contati. Non io certo li ho contati, ma l'ultimo censimento, dal quale risulta, che, non ostante gli enormi sforzi fatti dal cessato governo austriaco, per rinforzare l'elemento tedesco nell'Alto Adige, e diffonderlo anche nel vicino territorio italiano, su 622.228 abitanti della Venezia Tridentina, solo 195.650 sono tedeschi. Inoltre gli interessi materiali di tutta quella regione la legano strettamente alla vicina pianura del Po, alla quale, più che al di là dalle Alpi, si sentivano attratti anche gli abitatori tedeschi di essa, quando l'Austria teneva il dominio del Lombardo-Veneto e velleità pangermaniste non avevano ancora turbato la mente di que' miti alpigiani. Prova palese questa che, non ostante gli alloglotti ivi stabiliti, anche tutto il bacino dell'Alto Adige, al pari della Val d'Aosta, fa parte indissolubile della regione e della nazione italica. Tutto ciò non dovette nemmeno sfuggire all'acuto sguardo del Fischer, poichè, ad onta di tutte le sue superficiali riserve intorno al confine geografico nella valle dell'Adige, per rendere completo il suo meraviglioso quadro geografico della penisola italiana, l'eminente scienziato si sentì costretto ad inserirvi un capitolo speciale per la regione atesina fino al Brennero, intitolalo: *Il Tirolo meridionale.*

Senza dubbio le Alpi non formano dovunque un'impenetrabile barriera, e in tempi remoti, come in tempi storici, potenti fiotti di migrazioni ci giunsero per quella via. Ne' passi

---

periore alla Chiusa di Bressanone; ma è noto, che Napoleone intendeva del tutto provvisoria quella linea di confine, che voleva portare poi definitivamente al Brennero, per non dire che a settentrione stava la Baviera amica e alleata del Bonaparte. Cfr. a tale riguardo i miei scritti: *Una data memorabile* in *Il Risorgimento Italiano, Riv. stor.* III fasc. 1-2, Torino 1910 e *Il confine settentrionale del Regno Italico* in giornale *Italia Bella* 25 febbraio 1915.

più importanti si vennero anche formando, su piccole parti del declivio italico, per ragioni di sconfinamento, oasi di abitatori di affine origine e coltura a quelli del versante opposto. Non deve quindi far meraviglia, che elementi illirici si riscontrino, benchè in scarsa misura, anche di quà dal Brennero, e che, all'opposto elementi italico retici siensi diffusi nell'alta valle dell'Inn e in altre valli circonvicine. Ma in massima non sono i monti, o le valli elevate ed inospiti, che attraggono genti estranee ad abitarle. Chi venne dal di là dalla barriera alpina, in cerca di una terra fertile da abitare, non si fermò alle nevose e sterili altitudini, ma procedette più oltre, lasciando tutt'al più, scarse retroguardie ne' meandri montuosi del versante meridionale. Dovunque quelle genti sieno venute, qualunque sia la loro parentela etnografica con popoli transalpini, sono rapidamente trasformate dal nuovo sole e dalla nuova terra, s'incrociano e s'assimilano con precedenti stirpi, e si vestono di una speciale loro civiltà, che le distingue visibilmente da que' loro stessi parenti abbandonati nelle regioni transalpine, e così tramutate si sospingono di nuovo verso settentrione, occupando anche que' declivi alpini, che prima potevano essere apparsi trascurabili in confronto della feracità della sottoposta pianura, alla quale in particolar modo erano rivolti gli sguardi de' migratori.

Le ricerche paletnologiche mettono fuori di dubbio, che dal mezzogiorno vennero sospinte nella valle dell'Adige, verso il Brennero, tutte le popolazioni, ch'ivi lasciarono sicure traccie di sè, limitandosi le prime alla parte più meridionale e procedendo le più recenti anche al nord verso il crinale centrale (1). Si verificano quindi in quella regione, a differenza del versante transalpino, dall'epoca neo ed eneolitica in poi, tutte le varie

(1) Credo di avere a sufficienza dimostrato nei miei lavori. *I Reti in relazione cogli antichi abitatori d'Italia*, Roma 1883 e *Le guerre di Augusto contro i popoli alpini*. Roma 1900, che la Venezia Tridentina subì dal mezzogiorno tutte le vicissitudini etnografiche della vicina pianura padana, presentando le successive stratificazioni liguri dell'età neo ed eneolitica; italica dell'età del bronzo; italica illirica della prima età del ferro con stretti legami colla necropoli di Villanova e marcati accenni reto etruschi; gallica (Cenomani); e romana.

Le condizioni preistoriche della Venezia Tridentina sono ampiamente note per gli studi d'insigni paletnologici e archeologi, de' quali mi piace ricordare Paolo Orsi, Luigi de Campi, Giacomo Roberti, Osvaldo Menghin.

stratificazioni etnografiche, che si riscontrano nella vicina pianura padana. Non si capisce come qualche dotto austriaco fra' quali emerge per il suo spirito battagliero il prof. von Voltelini, creda opporsi, in favore della sua causa, a una verità che non può essere contraddetta da quegli stessi specialisti nelle discipline paletnologiche, che pur combattono a favore del medesimo programma di riconquista. Il dott. O. Menghin infatti, riconoscendo, che ben differenti furono, ne' tempi preistorici, le condizioni etnografiche sui due diversi versanti alpini di qua e di là dal Brennero, scrive queste parole, che mi permetto di citare testualmente, perchè io fui già accusato di falsità nel riportare il giudizio di questo scienziato: *Lentamente si vennero incontro le due correnti dei colonizzatori* (quella cioè al sud del Brennero e quella transalpina). *Tra l'una e l'altra si ergeva ampio e terribile il massiccio delle Alpi Centrali. Com'è naturale, durante questo intero periodo* (neolitico e del bronzo) *la parte Nord* (cioè la parte transalpina) *del paese* (cioè del Tirolo concepito nella sua integrità in senso austriaco) *con la Baviera e la zona danubiana, e la parte meridionale* (cioè la Venezia Tridentina) *con la valle padana, costituiscono due zone distinte, ciascuna con caratteri propri di civiltà* (1).

Tutto ciò s'accorda perfettamente con quanto io stesso, e non da ieri, ho sempre cercato e creduto doveroso dimostrare. Che la compagine etnica si era venuta formando per correnti ed elementi differenti, indipendentemente svoltisi al nord ed al sud del Brennero, aveva pur affermato, in termini non meno recisi, il prof. Fr. Stolz (2), quantunque fosse un non tiepido sostenitore dei diritti austriaci sulla valle dell'Adige.

I Galli sovrapponendosi nella pianura del Po ai Liguri e ai Tirreni, incuranti degli sterili declivi alpini più riposti, abbandonarono, pare, alla lor sorte le ultime tribù settentrionali di quelle popolazioni, onde Catone, nelle sue *Origines* (3), ri-

---

(1) *Passione del Tirolo* p. 13.

(2) *Die Urbevölkerung Tirols.* Dopo aver esposto le vetuste condizioni etnografiche del Tirolo a settentrione del Brennero dice: *Anders in Süden des Landes* (p. 65) cioè nell' Alto Adige e nel Trentino. Egli fa pure una chiara distinzione fra i Celti del Tirolo, che appartengono a una migrazione ben differente da quella gallica a sud delle Alpi, dove l'elemento gallico deriva dalla pianura padana.

(3) In Plin., *n. h.* III, 20.

scontrava ancora Taurisci liguri a occidente del Ticino, nelle valli dell'Ossola e d'Aosta, e Reti etruschi nei monti che stanno sopra Como e Verona. Per quanto l'infiltrazione gallica sia visibile ne' monumenti e nella toponomastica anche in tutto quanto il tenere italico alpino, è però certo, che ancora al tempo di Livio (1) la popolazione alpina conservava l'antico carattere etrusco, visibile specialmente nella parlata, ancorchè già molto corrotta. È però assai difficile stabilire con tutta sicurezza quali fossero i confini fra il tenere gallico transpadano e quello de' popoli sospinti su' declivi italici alpini, fino dal primo stabilirsi de' Galli in Italia, nè tali confini probabilmente rimasero sempre inalterati. È certo che non solo i Veneti, dall'oriente, coglievano tutte le occasioni per invadere il territorio gallico, come, per attestazione di Polibio (2), fecero allorquando tutti gli uomini s'erano spinti a mezzodì e avevano incendiato Roma, onde furono costretti a sospendere la loro impresa per correre a difesa de' loro paesi. Ma anche gli abitatori dei declivi alpini, come riferisce lo stesso scrittore (3), li assalivano spesso, facendo delle leghe fra loro, poichè mettevano a confronto il loro misero stato colla prosperità di quelli. È tuttavia fuor di dubbio che tutte le città, poste al lembo estremo meridionale delle Alpi, passarono in dominio de' Galli, ai quali Giustino (4) ascrive la fondazione non solo di Milano, Como, Bergamo, Brescia, ma altresì di Verona, Trento e Vicenza, per le quali par debbasi piuttosto pensare a una conquista che a una vera fondazione, ascrivendo Plinio (5), che probabilmente, anche in questo particolare, segue Catone, la fondazione di Verona ai Reti ed Euganei, quella di Trento e Feltre ai Reti, e quella di Vicenza e Belluno ai Veneti. Fin dove però si stendesse precisamente il tenere gallico, dentro i declivi alpini, non è detto dagli scrittori e possiamo solo arguirlo dal procedere della conquista romana e dalle successive imprese contro i popoli alpini.

Che non tutto il territorio dal Po alle sommità delle Alpi fu subito sottomesso dai Romani lo dice esplicitamente Po-

(1) Liv., V, 33.

(2) Polib. II, 18, 3.

(3) II, 18, 4 *ἔνιοι δὲ καὶ τῶν τὰς Ἄλπεις κατοικούντων ὁρμὰς ἐποιοῦντο καὶ συνηθροίζοντο πολλάκις ἐπ' αὐτούς, θεωροῦντες ἐκ παραθέσεως τὴν παραγεγενημένην αὐτοῖς εὐδαιμονίαν.*

(4) XX, 5.

(5) III, 19.

libio (1), che esclude dalla conquista *alcuni luoghi posti sotto le Alpi*. Si capisce facilmente che quei popoli alpini, ch'erano soliti assalire i Galli della pianura, e che durante l'impresa contro i Galli, non possono aver assunto un contegno ostile ai Romani, al pari de' Veneti e de' Cenomani, che, quali alleati avevano somministrato ai Romani stessi ventimila combattenti (2), non furono travolti dalla generale rovina. Ma non si può nemmeno ammettere, che i Romani, accorti strateghi quali erano, non si fossero assicurati contro ulteriori assalti di que' popoli, verso la pianura ora di loro proprietà, inducendoli a patti tali, che permettessero a loro di considerare tutto il crinale alpino come una sicura barriera di confine. Pochi anni dopo la sottomissione gallica, avendo dodicimila barbari transalpini (183 a. C.) passato le Alpi Carniche, per fondare un villaggio nella località, dove poi, per opera de' Romani, sorse Aquileia, furono dal senato costretti a ritornarsene a' loro paesi coll'ingiunzione ai legati romani, incaricati di accompagnarli di là da' monti, di intimare ai Galli di trattenere in casa propria *multitudinem suam*, aggiungendo: *Alpes prope inexuperabilem finem in medio esse: non utique eis melius fore quam qui eas primi pervias fecissent* (3). Non è quindi esatto quanto afferma l'illustre storico dell'università viennese, che a questa determinazione venne il senato, perchè il villaggio barbaro avrebbe potuto danneggiare la vicina colonia di Aquileia, che non esisteva ancora, ma per proclamare solennemente, che il crinale alpino era da lui considerato come un baluardo da non doversi sorpassare dalle genti, ch'erano fuori d'Italia. Livio soggiunge, che ciò compresero ed ammisero i barbari transalpini stessi, a' quali era stata mandata l'ambasceria, e che deplorarono le temerarietà di quella schiera de' loro, che era partita senza il consentimento de' reggitori, i quali caricarono di doni i messi romani. Non credo improbabile che, fin da quest'epoca, fossero intervenuti già patti di amicizia ed alleanza coi Norici, di cui si fa parola, come di cosa esistente, nel 113 a. C., quando il console Gneo Papirio Carbone erasi accampato presso Noreia contro i Cimbri.

Era questa un'accorta politica del senato, perseguita, in seguito, senza interruzione, fino all'epoca di Augusto, che la pose a fondamento del suo programma d'assestamento alpino,

(1) II, 35, 4. *πλὴν ὀλίγων τόπων τῶν ὑπ' αὐτὰς τὰς Ἄλπεις.*
(2) Polib., II, 24, 7.
(3) Liv., XXXIX, 54, 12.

di assicurarsi tutto il declivio settentrionale con un processo di alleanze e di conquiste, che gli assicurarono il confine d'Italia. Nel mentre quindi ad oriente i Romani andavano conquistando l'Istria (177 a. C.), ed estendevano i loro possessi in Dalmazia (155 a. C.) e nelle sovrapposte regioni illiriche, ad occidente agivano al di là dall'Alpi contro gli Allobrogi (154 a. C.) e fondavano la provincia narbonese (121 a. C.).

Nel tempo stesso però non cessavano dal volgere la loro attività contro gli abitatori delle Prealpi italiche, i quali continuavano le loro scorrerie a' danni della sottostante pianura. Già nel 143 a. C. Appio Claudio Palcro (1) iniziò quella serie di spedizioni contro i Salassi della Val d'Aosta, che continuarono, a varie riprese, fino all'epoca di Augusto. Nel 118 a. C. il proconsole Q. Marcio Rege trionfò sugli Stoni (2), popolazione euganea dell'alta valle del Chiese e della valle del Sarca. Nel 115 a. C., Marco Emilio Scauro sottomise i Carni del Friuli (3).

Dalle notizie frammentarie, che possediamo intorno ai rivolgimenti alpini di quest'epoca, nulla ci è riferito di speciali spedizioni fatte contro i Reti dell'alta valle dell'Adige, onde pare che essi si fossero, fino a questo tempo, mantenuti fedeli a' patti di sudditanza precedentemente intervenuti. Ciò risulta specialmente dal fatto, che, quando, nel 101 a. C., i Cimbri s'appressarono alle Alpi Tridentine per scendere in Italia, i Romani si dimostrano liberi de' loro movimenti strategici in tutta quella regione. Gli storici romani e greci dell'epoca augustea e imperiale, per narrare questi avvenimenti, avevano a loro dispozizione documenti contemporanei d'incalcolabile valore, potendo servirsi de' commentari di Silla, delle memorie stesse di Q. Lutazio Catulo, dell'autobiografia di M. Emilio Scauro, ch'ebbe un figlio a combattere all'Adige nell'esercito di Catulo, e del poema che Archia scrisse su tali eventi, e che egli offrì a C. Mario, che lo accolse con benevolenza, quantunque, come dice Cicerone (4), poco fosse portato a tali studi.

---

(1) Liv., *Epit.* 53, Strab., II, 6; Vell. Pat., I, 15.

(2) Liv., *Epit.* 62; Oros., V, 14. Si vuol trovare traccie del loro nome in Vestone, in Stenico, Storo.

(3) Aur. Vitt., *De vir. ill.* VII, 2; Cfr. Oberziner, *Le guerre di Aug.*, p. 3 n.10.

(4) *Pro Archia*, 9, 11, *Nam et Cimbricas res adolescens attigit* (Archias) *et ipsi illi Mario, qui durior ad haec studia videbatur, iucundus fuit.*

Ora da tutte le narrazioni di quella guerra appare che Catulo, senza preoccuparsi d'alcun pericolo, che potesse derivargli dalla poca fedeltà degli abitatori, s' era da prima posto col suo esercito alle sommità delle Alpi (1). Perchè ivi fu respinto dai Cimbri, come risulta dagli scrittori latini, e anche perchè s'accorse, come dice Plutarco, che, volendo insistere a tenere que' passi, avrebbe dovuto dividere il suo esercito in più parti, al Brennero cioè, e alla origini dell'Adige, e si sarebbe così trovato in istato d' inferiorità rispetto agli invasori, discese in fretta in Italia, al fiume Adige (2), ne' monti tridentini (3). Neppur ivi gli fu possibile sostenersi, onde passò col suo esercito nella sottostante pianura.

I Germani venivano in Italia per l'unico scopo di procurarsi buone terre da abitare. Quello stesso pericolo quindi, che incombeva a tutti gli altri abitatori d'Italia, doveva anche tenere in soggiezione i popoli alpini, che potevano credersi non meno minacciati. Non abbiamo perciò memorie di scorrerie, che durante questo periodo fossero da loro state intraprese. Ma pare che non molto dopo avessero ripreso il loro costume di invadere le città sottostanti, il che indusse il senato a man-

---

(1) Liv., *Epit.* LXVIII. *Cimbri cum repulso ab Alpibus fugatoque Q. Catulo procos. qui fauces Alpium obsidebat.* Frontin., *Strat.*, I, 5, 3, *Q. Lutatius Catulus cum a Cimbris pulsus.* Plut. *Mar.*, 23 *'Ο γὰρ δὴ Κάτλος ἀντικαθήμενος τοῖς Κίβροις, τὰς μὲν ὑπερβολὰς τῶν Ἄλπεων ἀπέγνω φυλάσσειν, μή, κατὰ πολλὰ τὴν δύναμιν μέρη διαιρεῖν ἀναγκαζόμενος, ἀσθενὴς γένοιτο.* Si vuol trovare contraddizione fra la narrazione di Plutarco e quella degli scrittori latini (cf. C. Peter, *Geschichte Roms*, II p. 66 e H. Peter, *Veterum Histor. rom. reliquiae* p. cclxx n. 1). È certo che sarebbe stata una stoltezza, se solo dopo che Catulo s'era posto, in attesa dei nemici, col suo esercito, ai passi delle Alpi Centrali, si fosse accorto dello stato d'inferiorità in cui veniva a trovarsi rispetto ai nemici, e solo dopo ciò, abbandonando le già prese posizioni, fosse sceso all'Adige. Probabilmente Plutarco, che sebbene indirettamente, seguiva per questo particolare le memorie di Catulo, vela con frasi ambigue, come fa anche poi per la sconfitta all'Adige, il primo incontro infelice di Catulo coi Cimbri.

(2) Liv., *Epil.*, LXVIII [*ad*] *flumen Athesim castellum editum insederat*: Flor. III, 3, *Athesim flumen... transiluere*; Val. Mass., III, 84 *apud Athesim flumen*; Plut l. c. *καταβὰς εὐθὺς εἰς Ἰταλίαν καὶ τὸν Ἀτισῶνα ποταμὸν λαβὼν πρὸ αὐτοῦ κ. τ. λ.*

(3) Frontin, *Strat.*, IV, 1. 13 *in saltu tridentino*; Floro III, 3 (*Cimbri*) *Tridentinis iugis in Italiam provoluti*: Ampelio, XXII, 4.

dare, nel 95 a. C., contro loro, il console L. Licinio Crasso, che percorse in lungo e in largo le Prealpi, sottomettendone gli abitanti e rendendosi così degno di un trionfo minore. Ma quanto poco vantaggio aveva portato la sua impresa, lo dimostra il fatto, che proprio subito l'anno dopo (94 a. C.), i Reti Vennoneti della Valtellina, portarono tale sterminio a Como da indurre Pompeo Strabone, padre di Pompeo Magno, a ricostruire quasi dalle fondamenta la città, che godette poi i vantaggi arrecatile da un Caio Scipione e finalmente da Giulio Cesare (1).

Aveva questi stretti legami di gratitudine verso i Transpadani, che, di fronte al tiepido contegno degli Italici, erano stati il principale suo sostegno al conseguimento della suprema posizione, alla quale aspirava. Li remunerò convertendo il diritto latino, già concesso nell'89 a. C., alle loro città da Pompeo Strabone, nella piena cittadinanza romana colla legge Roscia del 49 a. C. (2). Se il tragico e rapido suo tramonto non glielo avesse impedito, avrebbe probabilmente compito l'opera, estendendo il territorio transpadano sino alle somme creste delle Alpi, aggregando ai finitimi municipi le valli d'incerta sudditanza del tenere prealpino.

L'opera iniziata dal senato fin dal 183 a. C. fu invece condotta gloriosamente a termine da Augusto (3). In quattro distinte spedizioni, una contro i Salassi della Valle d'Aosta (25 a. C.), una seconda contro i Camunni e Vennoneti della Valtellina e delle soggiacenti valli Camonica e Trompia (16 a. C.), una terza contro i Reti dell'Alto Adige e le popolazioni d'oltrebrennero (15 a. C.), e un'ultima contro i Liguri delle Alpi Marittime (14 a. C.), ridusse all'obbedienza non solo i popoli di tutte le Prealpi italiche, ma sottomise altresì tutte le popolazioni transalpine, e a difesa del confine d'Italia circondò all'esterno tutta la cerchia delle Alpi di una catena non interrotta di provincie, portando nel tempo stesso il confine dell'antica Transpadana, tramutata, nella nuova organizzazione

---

(1) Strab., V, 1, 6.

(2) CIL, I² 600 Cf. Mommsen in *Hermes* 16, 24 ss (*Ges. Schr.* I, 175 ss), e Bruns-Gradenwitz, *Fontes iuris ant. Romani*⁷ p. 101; Dione 41, 36, 4. Sulle controversie intorno alle leggiere varietà di tempo cf. Ed. Meyer, *Caesars Monarchie*² p. 354 n. 3.

(3) Per tutta l'attività di Augusto nelle Alpi cf. il mio lavoro *Le guerre di Augusto*.

augustea, nella decima regione italica, *Venetia et Histria*, e nell'undicesima, *Transpadana*, fino alle somme vette alpine e ascrivendo le vallate, ora definitivamente dome, ai finitimi municipi (1). Il trofeo delle Alpi, innalzato alla Turbia ad eterna memoria del grande avvenimento, portava i nomi di tutte le popolazioni vinte, e Plinio (2), che ne riporta l'iscrizione, finisce con essa la sua descrizione delle regioni d'Italia, per la quale ebbe di guida, come egli stesso ci attesta (3), la *Discriptio Italiae totius in regiones XI* di Augusto.

Quasi presago delle recenti ingiurie, così egli, rievocando l'antico decreto del senato sull'intangibilità del confine alpino, chiude la sua narrazione: *Questa è l'Italia sacra agli dei, queste le sue genti, i popoli e le città: Questa è l'Italia, che già sotto il consolato di Lucio Emilio Paolo e C. Attilio Regolo, all'annunzio del gallico scompiglio, sola, senza alcun esterno aiuto, e allora anche senza la Transpadana, seppe mettere in armi ottanta mila cavalieri e settecento mila fanti, l'Italia che per abbondanza d'ogni ricchezza non la cede a nessun altra terra, intangibile tuttavia, perchè per antico decreto del senato si sentenziò, che nessuno potesse mai porre le mani su di essa.*

---

(1) Sebbene la descrizione di Plinio, *n. h.* III, 5 ss e quella di Strabone IV, 6, 7 apparentemente discordino in qualche particolare, pure nel complesso vanno pienamente d'accordo. Strabone fa delle Alpi un quadro a parte dall'Italia, ma nel tempo stesso, fa continuamente distinzione dei popoli che sono a settentrione del crinale, e di quelli che stanno sul declivio italico (p. c. IV, 6, 6 *ἐπὶ δὲ θάτερα μέρη τὰ πρὸς Ἰταλίαν κεκλιμένα*; così pure IV, 6, 8 ecc.). Plinio invaso dal concetto augusteo, pur riconoscendo come italico solo il versante meridionale, alle volte considera tutte le regioni alpine, anche nel versante settentrionale, come una zona nel suo insieme proprie dell'Italia. Strabone, Plinio e Tolomeo sussidiati dal materiale epigrafico, ci autorizzano ad assegnare all'Italia, dopo le conquiste di Augusto, tutto il declivio centrale meridionale, aggruppando i Salassi intorno ad *Augusta Praetoria* (Aosta) e ascrivendoli all'XI regione (Transpadana). Alla stessa regione (municipio di Novara) sono ascritti i Leponzi e i Vennoneti della Valtellina (municipio di Como); alla X regione (*Venetia et Histria*) i Camuni, i Trumplini e gli Stoni (municipio di Brescia), i Carni (ad Aquileia) e i Tridentini (municipio di Trento).

(2) PLIN., *n. h.* III, 20; CIL., V, 2 n. 7817.

(3) III, 5, 46.

Con queste belle parole vorrei por termine anch'io a queste brevi note, se intorno al confine romano nella valle atesina, da parte di alcuni dotti tedeschi non fossero state fatte delle affermazioni, che sono in aperta contraddizione con quanto sono venuto fin qui esponendo. Potrei anche non occuparmene, parendomi esse dettate da egoistiche ire momentanee o da ingorde, non celate aspirazioni future, ma come, per il giusto credito di serietà, che gode in generale la scienza germanica, le vedo, in alcuni particolari, accolte anche da qualche nostro studioso, credo necessario dedicare ancora poche righe al loro esame.

Non mi trattengo sulla vecchia affermazione dello Zumpt (1) che la *splendidissima colonia della Rezia*, di cui fa cenno Tacito (2), fosse Trento, ch'essendo così ritenuta non solo parte, ma luogo principale della provincia retica, avrebbe appartenuto, nell'antichità, a un corpo politico diverso dell'Italia. Già il Mommsen (3), con prove irrefragabili, ebbe a dimostrare che il giudizio dello Zumpt era *non solo perverso, ma senz'altro inconcepibile* (*nicht bloss pervers, sondern überhaupt nicht eimal denkbar*). Egli invece sussidiato da quella profonda conoscenza di tutto il materiale epigrafico, numismatico e letterario, che gli era propria, non si perita di ritenere che Trento, benchè d'origine retica, già entrata nel dominio de' Cenomani, passasse con tutto il resto de' Galli Transpadani, de' Cenomani e de' Veneti, fin dal 222 a. C., sotto il dominio romano, e che come tutte l'altre città di quella regione ottenesse il diritto latino per opera di Pompeo Strabone, e il diritto romano per opera di Giulio Cesare.

Abbiamo già osservato infatti che Trento, benchè fondata dalla popolazione retica, passò sotto il dominio de' Cenomani, ai quali appunto la ascrivono Giustino (4) e Tolomeo (5), e deve aver quindi seguito le sorti di quella popolazione, che troviamo alleata coi Veneti a vantaggio de' Romani, durante la guerra contro i Galli Cisalpini, e ben tosto unita anche po-

---

(1) Comm. epigr. 1, 403.
(2) Germ., 41.
(3) Hermes, 4, 110 n. 4.
(4) XX, 5, 8.
(5) III, 1, 27.

liticamente coi Romani. Strabone (1) e Plinio (2) pongono i Tridentini in Italia, e in Italia ponevano il loro territorio le fonti alle quali direttamente o indirettamente attinse Plutarco (3) per la narrazione dell'impresa di Catulo contro i Cimbri, e *città d' Italia* è detta Trento da Flegone di Tralle (4). Nessun particolare potrebbe quindi essere suffragato da maggior numero di testimonianze antiche (5).

Naturalmente il territorio, che stava sopra alla città, come avvenne per quello soprastante a Brescia e a Como, abitato da popolazioni barbariche, retiche o euganee, come si chiamavano, e che s'erano, dopo la conquista della pianura, trovate, mi giova ripeterlo, in uno stato di forzata e incerta sudditanza ai Romani, s'era dato a compiere scorrerie ai danni delle fertili regioni vicine. E i Romani, anche qui, furono costretti a far valere la ragione delle armi, estendendo sempre più a settentrione i termini del vero e indiscusso loro dominio. Una di tali spedizioni è forse quella di Munazio Planco ricordata dai fasti (6). Ma chi, anche nella valle atesina, pose un termine definitivo a quello stato di cronica inquietudine fu Augusto, che mandò da prima il suo legato M. Appuleio (24 a. C.) a riattare le fortificazioni di Trento (7), danneggiate forse dai Reti, e poi per opera de' suoi figliastri Druso e Tiberio, domò gli alpini del-

(1) IV, 6, 6 *Τριδεντῖνοι, καὶ Στόνοι καὶ ἄλλα πλείω μικρὰ ἔθνη κατέχοντα τὴν 'Ιταλίαν, ἐν τοῖς πρόσθεν χρόνοις λῃστρικὰ καὶ ἄπορα.* I testi pongono la virgola dopo *χρόνοις*; ma con grande confusione di senso, mentre tutto s'appiana collo spostamento della virgola dopo *'Ιταλίαν.* Che cosa significherebbe infatti che i Tridentini e gli Stoni erano in Italia ne' tempi passati? È invece ovvio che l'autore voleva dire popoli posti in Italia e ne' tempi andati poveri e predatori. il che corrisponde infatti con quanto dice lo stesso autore subito dopo ed é confermato da DIONE CASSIO LIV, 22.

(2) *n. h.*, III, 19, 130.

(3) *Mario*, 23 *καταβὰς....εἰς 'Ιταλίαν* dice di Catulo disceso ne' monti tridentini.

(4) fr. 53 Muell.

(5) Io fui da lunga data acerbamente accusato dai dotti austriaci di aver voluto artificiosamente creare, per il bacino tridentino, una romanità non esistente. E perchè non muovono piuttosto la loro accusa ai documenti antichi e ai migliori scrittori, anche tedeschi, moderni, come un Mommsen e un Nissen?

(6) Cf. OBERZINER, *Le guerre di Augusto* p. 93.

(7) CIL., V, I, n. 5027.

l'Alto Adige e de' contermini territori transalpini (1) e diede una stabile organizzazione al paese, aggregando alla pertica di Trento tutta la regione fino a Parcines nell'alta valle Venosta e a Sabiona alla Chiusa di Bressanone, e aggiudicando, per comodità fiscali, alla nuova provincia retica, pare, i pochi chilometri montagnosi sovrastanti a quelle due strette (2). Un fatto simile, ma in più ampia misura, si rivela riguardo al confine delle provincie occidentali delle Alpi Marittime e delle Alpi Cozie, dove il declivio italico fu aggregato a quelle provincie. Nè ciò fa meraviglia quando si pensi, che le provincie stesse formavano una zona di confine. È noto che da Diocleziano in poi anche il confine doganale d' Italia fu portato al Danubio, e che la provincia retica, divisa nelle due nuove regioni *Raetia prima* e *Raetia secunda*, fu aggregata all'Italia. Però anche prima di questa annessione il crinale alpino al Brennero era considerato come confine geografico e, alcuna volta, sorpassando su quel piccolo lembo meridionale, anche politico (3).

---

(1) Dione Cassio LIV, 72.

(2) Si ritiene in base a un cippo con iscrizione (CIL., V, 5090) conservato nel museo di Innsbruck e che dicesi proveniente da Thöll, descritto già dal Giovanelli, *Ara Dianae*, Bolzano 1824, che a Maia fosse stata la *Statio Maiensis* per la riscossione della *quadragesima Galliarum*, cioè che ivi fosse la stazione daziale di confine. Convien però notare che le notizie intorno alla vera località donde deriva questa pietra, trovata nel 1552 sono alquanto malsicure. Anche il Mommsen, *Die Schweiz in römischer Zeit*, *Ges. Schriften*, II, p. 360 sta in dubbio se si tratti di Maienfeld nella valle del Reno, anzichè di Maia presso Merano. Alla Chiusa di Bressanone si pone da alcuni il confine retico, perchè ivi presso era il confine dell'antico vescovado di Sabiona (poi Bressanone). Ingenuino di Sabiona si firmava vescovo *Secundae Raetiae*.

(3) Strab., IV, 6, 8 *οἱ δὲ Οὐινδολικοὶ καὶ Νωρικοὶ τὴν ἐκτὸς παρώρειαν κατέχουσι τὸ πλέον μετὰ Βρεύνων καὶ Γεναύνων*; Plin., *n. h.*, III, 20, dopo aver accennato ai Reti e ai Vindelici prosegue: *verso deide Italiam pectore*; Velleio Patercolo, II, 109, 2 *Nec securam incrementi sui patiebatur esse Italiam, quippe cum a summis Alpium iugis quae finem Italiae terminant*; Tolomeo, II, 12 dice la Rezia confinata a mezzodì *τοῖς ἐντεῦθεν ὑπὲρ τὴν Ἰταλίαν ὄρεσιν*. Queste Alpi da Tolomeo sono chiamate *Penine*, che si vogliono identificare con *τό Ἀπέννινον ὄρος* (corretto da alcuni in *Ποινινὸν ὄρος*) di Strabone IV, 6, 9 che ritiensi il nome antico del Brennero, che mettesi anche in rapporto coi Breuni o Breoni abitanti ivi presso. Anche il *Pennino* o *Apennino* di Dante (*tra Garda e Val Camonica, Apennino*) pare si riferisca al Brennero e alle diramazioni contermini. È quindi una goffa mistifica-

Però il prof. von Voltelini fa osservare, il che sarebbe in contraddizione con quanto venni fin qui affermando, che gli abitanti della Val di Non, ch' egli ritiene essere i *Genaunes* del trofeo delle Alpi (1), furono soltanto sottomessi da Augusto nel 15 a. C. ,e che avendo essi ottenuto la cittadinanza romana nel 46 d. C., per effetto dell'editto di Claudio, non si può ammettere, che Trento e il suo territorio avessero condiviso la sorte dei Transpadani, che tale cittadinanza avevano ottenuto tanto tempo prima.

Non sono necessarie tante parole a questo riguardo.

Già da più di mezzo secolo è patrimonio indiscusso della scienza, che nulla a fare hanno gli *Anauni* della Val di Non (2) coi *Genaunes* abitatori dei declivi settentrionali delle Alpi nell'attuale Tirolo (3).

Persone poi anche men che mediocremente addentro ne' problemi dell' antichità classica sanno, che quei diritti, che sono concessi alle città non sono egualmente riconosciuti alle vallate vicine, come crede l'illustre professore di storia dell' ateneo viennese. In genere anzi, come avverte il Mommsen, anche nella profonda illustrazione ch' egli fa di questo stesso editto di Claudio (4), quando una città ottiene il diritto o latino o romano, le popolazioni del territorio attribuito ad essa, si trovavano in un gradino d'inferiorità, ed erano passibili di dazio verso la città (*erant in reditu pecuniario*) (5). Come risulta dalla tavola dello Polcevera, gli abitanti di quella valle erano *peregrini* in rapporto a Genova. Tali saranno stati gli abitatori del contado, quando le città Transpadane ottennero il diritto latino, e quando poi ebbero da Cesare il diritto romano, le vallate furono probabilmente considerate, elevandosi anche esse di un gradino, *latini iuris*, come erano i Camuni, i Trumplini e le trentaquattro *civitates* euganee rispetto a Brescia e

---

zione mettere tal nome in rapporto col tedesco *brennen*. Intorno ai confini d'Italia da questa parte cf. Nissen, *Italische Landeskunde* I, 80, 82, 86, 166 ecc.

(1) CIL, V, 2, n. 7817. Convien però confessare che non di scienza propria, ma sulla fede di Alfonso Huber, il professor von Voltelini identifica gli abitatori della Val di Non (*Nonsberger*) coi *Genaunes*.

(2) CIL, V, p. 559.

(3) Strab., IV, 8 p. 206. Cf. Oberziner, *Le guerre di Augusto*. p. 56.

(4) *Edict des Claudius* in Hermes IV, 99-131.

(5) Henzen 7168.

altre città vicine (1). Non è detto quindi, che, se gli Anauni ottennero, nel 49 d. C., come speciale privilegio e come addetti allo *splendido municipio di Trento, e per non fare offesa ad esso* il diritto di cittadinanza romana, che, già prima, si arrogavano abusivamente, solo allora dovesse aver ottenuto quel diritto, col resto della regione, anche la città di Trento. Nello stesso editto si ricorda che anche i Bergalei, abitatori della valle Bregalia si trovavano dal più al meno nello stesso stato di incertezza rispetto a Como, eppure è fuor di dubbio che Como non solo aveva passato tutte le vicende delle altre città Transpadane, ma era stata innalzata da Cesare al grado di colonia *civium romanorum*, sebbene, in seguito, anche quella città, come tutte le altre vicine, fosse denominata soltanto *municipium*.

L'editto di Claudio, non che distruggere, conferma anzi, come del resto dimostrò già il Mommsen, tutto quanto io ho già detto intorno alle vicende italiche di Trento e della Venezia tridentina nell'antichità, e spero che lo stesso signor Hans von Voltelini non si offenderà, se, fra lui e il Mommsen, dichiari di stare con quest'ultimo (2).

---

(1) Plin., *n. h.*, III, 20, *Latini iuris Euganeae gentes. Ex iis Trumplini... dein Camunni, compluresque similes finitimis attributi municipiis.*

(2) Il Sig. von Voltelini mi addebita altre inesattezze, che non credo di aver commesso, e non meritano di essere rilevate. Ingiustamente afferma anche che al *castrum Teriolis* della *Notitia dignitatum* io assegno un compito differente da quello attribuitogli da tutti gli studiosi imparziali. A tale riguardo mi pare che lo storico tirolese avrebbe dovuto prendere in seria considerazione l'opinione da lui trascurata, benchè non priva di verisimiglianza, del suo collega Menghin, che il Tirolo della *Notitia dignitatum* non abbia nulla da fare col successivo *Tirali* o castel Tirolo presso Merano, ma vada cercato a Zirl di là dal Brennero, dove pure ora credo vada cercata l'altra località, *Foctibus*, ricordata dalla stessa *Notitia*, che coll'opinione comune, anch'io collocai già nell'Alto Adige (*Le guerre d'Aug.* p. 83, 90, 103).

NUOVI TIPI DI ONDE PERIODICHE PERMANENTI E IRROTAZIONALI

Nota dell'ing. ARNALDO MASOTTI

(Adunanza del 18 giugno 1925)

---

1. La presente nota ha lo scopo di mostrare una applicazione dell'artificio di Lord Rayleigh alla determinazione di un nuovo tipo di onde permanenti irrotazionali approssimate, notevoli veramente sotto diversi punti di vista.

La ricerca di onde permanenti irrotazionali approssimate non è un problema che oggi ha perduto la sua importanza, perquanto si possegga finalmente la soluzione rigorosa dell'equazione funzionale caratteristica ([1]); di più, le onde che formano oggetto di questa nota presentano così singolari somiglianze (e differenze) da una parte colle onde irrotazionali cnoidali, studiate da Korteweg e de Vries ([2]), dall'altra con un tipo di onde rotazionali studiate da Cisotti ([3]), che ritengo non inopportuno di richiamare su di esse l'attenzione degli studiosi.

2. In un canale scoperto, a fondo orizzontale, e a sponde verticali, si propaghino onde permanenti con velocità c; il movimento del liquido avvenga per piani paralleli tra loro e alle sponde, sia cioè un moto piano. Fissato, in uno di questi piani,

---

([1]) V. LEVI-CIVITA, Détermination rigoureuse des ondes permanentes d'ampleur finie (Math. Ann. vol. 93, pag. 264). In questa recente Memoria, l'illustre Autore dimostra l'esistenza di onde rigorose irrotazionali di tipo periodico, in canali infinitamente profondi; indica anche l'algoritmo costruttivo della soluzione. L'estensione del principio di esistenza alle onde dei canali di profondità finita è stata fatta dallo Struik (Sur les ondes irrotationnelles dans les canaux. Rend. Acc. dei Lincei, fascicolo 7° dell'anno corrente 1925).

([2]) V. LAMB, Hydrodynamics, pag. 402 (3ª ed.).

([3]) V. CISOTTI, Nuovi tipi di onde permanenti periodiche e rotazionali. (Rendiconti della R. Accademia del Lincei, vol. XXIII, pag. 556 e vol. XXIV, pag. 129).

un sistema cartesiano con l' asse x sul fondo e diretto in senso opposto al moto delle onde, con l'asse y verticale ascendente, e mobile anch'esso con velocità c, è noto che rispetto ad esso il moto è permanente; ammessa anche la irrotazionalità, esistono un potenziale complesso: $f = \varphi + i\psi$, una velocità complessa: $w = u - iv$, funzioni della variabile complessa $z = x + iy$, legate dalla relazione

$$w = \frac{df}{dz};$$

φ è il potenziale cinetico, ψ è la funzione di corrente, u e v sono le componenti della velocità relativa.

Le condizioni al contorno si esauriscono esprimendo che il fondo e il pelo libero sono linee di corrente, e che quest'ultimo è anche linea isobara:

$$\text{sul fondo:} \qquad \psi = 0; \tag{1}$$

$$\text{sul pelo libero:} \begin{cases} \psi = q, & (2) \\ V^2 + 2gy = H. & (3) \end{cases}$$

Le costanti H e q sono positive: quest'ultima ha il significato di portata apparente.

La determinazione di una funzione $f(z)$, regolare nel campo del moto, che divenga infinita all'infinito come z [1], e che soddisfaccia alle condizioni al contorno, costituisce lo scopo del problema del moto ondoso.

3. Si consideri la funzione

$$f(x + iy) = \varphi + i\psi \tag{4}$$

come funzione della sola x, interpretando iy come incremento di x: si sviluppi allora $f(x + iy)$ in serie di Taylor:

$$f(x + iy) = f(x) + iyf'(x) - \frac{y^2}{2} f''(x) - \frac{iy^3}{6} f'''(x) + \dots \tag{5}$$

Ammettiamo che f sia simbolo di funzione reale (ciò che verificheremo a posteriori): allora dal confronto delle (4) e (5) nasce che

$$\varphi(x, y) = f(x) - \frac{y^2}{2} f''(x) + \dots. \tag{6}$$

$$\psi(x, y) = y f'(x) - \frac{y^3}{6} f'''(x) + \dots. \tag{7}$$

[1] V. Levi-Civita, Questioni di meccanica classica e relativista, pag. 61, oppure l. c. pag. 273.

Questi sviluppi si prestano a trattazioni approssimate di moti piani. Si trascurino, infatti, negli sviluppi scritti, tutti i termini contenenti derivate di $f(x)$ superiori ad un certo ordine: si avranno così due espressioni approssimate di φ e ψ le quali (come è facile verificare) nei limiti dell' approssimazione soddisfanno ancora ambedue le condizioni di monogeneità e quindi sono atte a definire un moto piano. Da questa osservazione appare un procedimento costruttivo pei moti ondosi di cui ci occupiamo, paragonabile (in un certo senso) ad un procedimento di successive approssimazioni. In prima approssimazione, quando cioè si trascurino le derivate di $f(x)$ successive alla prima, si cade nella traslazione uniforme. In seconda approssimazione, trascurando le derivate di $f(x)$ successive alla seconda, si hanno quelle onde di tipo cnoidale che sono l' oggetto di questa comunicazione [1].

4. Assumiamo, dunque,

$$\varphi(x, y) = f(x) - \frac{y^2}{2} f''(x), \tag{7'}$$

$$\psi(x, y) = y f'(x). \tag{8}$$

Dal punto di vista fisico, il trascurare $f'''(x)$ conduce ad ammettere le seguenti espressioni per u e v:

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = f'(x) \ , \qquad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = - y f''(x) \ ; \tag{9}$$

ossia: la componente orizzontale della velocità è costante lungo una verticale e quella verticale varia proporzionalmente ad y: condizione di cose, questa, che non è affatto repugnante al senso fisico. Dal punto di vista analitico, bisognerà imporre a posteriori alla $f'''(x)$ di essere una quantità piccola: poichè si trascurano anche le derivate successive, $f'''(x)$ dovrà essere poco variabile con y. Su questo si ritornerà più avanti.

La (3), coll'introduzione delle (9), e la (2), tenendo conto della (8), divengono:

$$\left.\begin{aligned} f'^2(x) + y^2 f''^2(x) + 2gy = \mathrm{H}, \\ y f'(x) = q \ , \end{aligned}\right\} \text{ sopra il pelo libero;}$$

[1] Dalle (6) e (7) si possono ottenere sviluppi approssimati di φ e ψ con altro criterio: trascurando, cioè, le potenze di y superiori all' n-esima; le espressioni approssimate di φ e ψ che ne risultano soddisfano, però, una sola condizione di monogeneità; la prima o la seconda di queste, a seconda che n è dispari oppure pari.

eliminando $f(x)$ tra queste due relazioni si ha l'equazione differenziale del pelo libero:

$$\frac{q^2}{y^2}(1+y'^2) = \mathrm{H} - 2gy. \tag{10}$$

Si ponga:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{H} &= c^2 + 2gh \quad , \quad (h > 0) \; , \\ h_1 &= \frac{c^2}{4g}\left(\sqrt{1+\frac{8gh}{c^2}}+1\right) > 0 \; , \\ h_2 &= \frac{c^2}{4g}\left(\sqrt{1+\frac{8gh}{c^2}}-1\right) > 0 \; ; \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

l'equazione (10) si può scrivere allora sotto la forma:

$$y'^2 = \frac{2g}{c^2 h^2}(y-h)(h_1-y)(y+h_2). \tag{12}$$

È evidente che alle ordinate $y=h$ e $y=h_1$ si hanno dei massimi o dei minimi; per la realità di y' dovrà poi esserè o $h \leq y \leq h_1$ oppure $h \geq y \geq h_1$ a seconda che $h < h_1$ oppure $h > h_1$. Introducendo il rapporto

$$\varrho = \frac{c^2}{gh} \tag{13}$$

si può esprimere la condizione di realità di y' sotto altra forma:

$$\begin{aligned} &\text{se} \quad \varrho > 1 \quad \text{è} \quad h \leq y \leq h_1 \, , \\ &\text{se} \quad \varrho < 1 \quad \text{è} \quad h_1 \leq y \leq h \, . \end{aligned}$$

Nel primo caso il profilo è tutto al disopra dell'orizzontale $y=h$ e l'onda si dirà positiva. Nel secondo caso l'onda si dirà negativa. Le onde positive hanno velocità maggiore di quella lagrangiana $(c=\sqrt{gh})$, le altre velocità minore.

5. L'integrazione della (12) si riporta immediatamente a quella di una equazione già studiata; basta porre

$$\left.\begin{aligned} \eta &= \frac{y}{h} \quad , \quad \xi = \frac{x}{h} \; , \\ k &= \frac{h_1}{h} = \frac{1}{4}\varrho\left(\sqrt{1+\frac{8}{\varrho}}+1\right) , \\ k' &= \frac{h_2}{h} = \frac{1}{4}\varrho\left(\sqrt{1+\frac{8}{\varrho}}-1\right) , \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

per ottenere l'equazione

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2 = \frac{2}{\varrho}(\eta - 1)(k - \eta)(\eta + k') , \tag{15}$$

che è già stata integrata da Cisotti (l. c. pag. 129). Ecco i risultati.

L'integrale della (15) è

$$\eta = \frac{p\xi + \alpha}{p\xi + \beta} , \tag{16}$$

dove α e β sono due costanti dipendenti da ϱ:

$$\alpha = \frac{5\varrho - 2}{12\varrho} , \quad \beta = \frac{4 - \varrho}{12\varrho} , \tag{17}$$

e la $p\xi$ è quella funzione ellittica di Weierstrass le cui radici sono definite dalle eguaglianze:

$$-\frac{\beta k - \alpha}{k - 1} = e_1 ; \; -\beta = \begin{cases} e_2 \text{ se } \varrho > 1 \\ e_3 \text{ se } \varrho < 1 \end{cases} ; \; -\frac{\beta k' + \alpha}{k' + 1} = \begin{cases} e_3 \text{ se } \varrho > 1 \\ e_2 \text{ se } \varrho < 1 \end{cases} . \tag{18}$$

Risulta

$$e_1 > e_2 > e_3 , \tag{19}$$

e i periodi sono:

$$2\omega_1 = \int_{-e_1}^{\infty} \frac{dp}{\sqrt{(p-e_1)(p-e_2)(p-e_3)}} , \quad 2\omega_3 = i\int_{-e_3}^{\infty} \frac{dp}{\sqrt{(p-e_1)(p-e_2)(p-e_3)}} . \tag{20}$$

L'equazione del pelo libero è dunque:

$$y = h \frac{p\left(\frac{x}{h}\right) + \alpha}{p\left(\frac{x}{h}\right) + \beta} . \tag{21}$$

Questa integrazione esclude che sia $\varrho = 1$. In questo caso si ha la traslazione uniforme e il problema perde ogni interesse.

È interessante rilevare che il profilo di queste onde irrotazionali (a parità di h e di ϱ) è identico a quello delle onde rotazionali più semplici, messe in luce da Cisotti nella Memoria citata. La somiglianza dei due tipi di onde si arresta qui, perchè il moto del liquido è, nei due casi, essenzialmente diverso.

6. Le onde trovate si prestano ad un utile confronto con quelle irrotazionali, trovate da Korteweg e de Vries, dette « onde cnoidali ». Si eseguisca la sostituzione

$$y = Y \ , \quad x = X + \omega_1 h \ , \tag{22}$$

e si ponga:

$$Y = h + \varepsilon \quad \text{per} \quad X = 0 \ . \tag{23}$$

Risulta evidentemente:

$$\varepsilon = h \frac{\alpha - \beta}{e_1 + \beta} = h (k - 1) \ . \tag{24}$$

L'equazione del profilo è allora:

$$Y = h + \varepsilon \frac{e_1 + \beta}{p\left(\frac{X}{h} + \omega_1\right) + \beta} \ . \tag{25}$$

Se $\varrho > 1$ è $\beta = - e_2$; applicando una nota identità relativa alla p si deduce facilmente:

$$Y = h + \varepsilon \, cn^2 \sqrt{e_1 - e_3} \frac{X}{h} \ , \quad \left[\text{mod} \sqrt{\frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3}}\right] \ , \tag{26}$$

e anche, tenendo presenti le espressioni di e_1 ed e_3 (18):

$$Y = h + \varepsilon \, cn^2 \frac{1}{2} \sqrt[4]{1 + \frac{8}{\varrho}} \frac{X}{h} \ , \quad \left[\text{mod} \sqrt{\frac{k-1}{k+k'}}\right] \ . \tag{27}$$

Se $\varrho < 1$ è $\beta = - e_3$; si deduce allora:

$$Y = h + \varepsilon \frac{cn^2 \sqrt{e_1 - e_3} \frac{X}{h}}{dn^2 \sqrt{e_1 - e_3} \frac{X}{h}} \ , \quad \left[\text{mod} \sqrt{\frac{e_2 - e_3}{e_1 - e_3}}\right] \ , \tag{28}$$

o anche:

$$Y = h + \varepsilon \frac{cn^2 \sqrt{\frac{1+k'}{2\varrho}} \frac{X}{h}}{dn^2 \sqrt{\frac{1+k'}{2\varrho}} \frac{X}{h}} \ , \quad \left[\text{mod} \sqrt{\frac{1-k}{1+k'}}\right] \ . \tag{29}$$

Le onde positive sono dunque di tipo cnoidale (diverse però, sia per il modulo che per il valore e il significato delle costanti, da quelle di Korteweg e de Vries); le onde negative non sono cnoidali; esse rappresentano un tipo nuovo di onde ellittiche.

7. L'equazione (21):

$$y = h \frac{p\left(\frac{x}{h}\right) + \alpha}{p\left(\frac{x}{h}\right) + \beta} \tag{21}$$

rappresenta un pelo libero periodico con periodo $2\omega_1 h$. Lo studio delle derivate prova che nei punti

$$x = 0, \ \pm 2\omega_1 h, \ \pm 4\omega_1 h, \ldots$$
$$x = \pm \omega_1 h, \ \pm 3\omega_1 h, \ \pm 5\omega_1 h, \ldots$$

si hanno massimi e minimi: se $\varrho > 1$ i primi sono minimi e i secondi massimi, se $\varrho < 1$ viceversa. In ambo i casi l'onda è simmetrica rispetto alle verticali dei massimi e dei minimi.

L'equazione differenziale del profilo:

$$y'^2 = \frac{y^2}{q^2} (\mathrm{H} - 2gy) - 1 \ , \tag{30}$$

derivando a. i. m. rispetto ad x e dividendo per y' fornisce subito:

$$y'' = \frac{y}{q^2} (\mathrm{H} - 3gy) \, . \tag{31}$$

Dalle (30) e (31) è allora immediata la deduzione della curvatura:

$$\mathrm{C} = \left| \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} \right| = q \frac{|\,\mathrm{H} - 3gy\,|}{y^2 (\mathrm{H} - 2gy)^{\frac{3}{2}}} \, . \tag{32}$$

Questa espressione ci dice che nei punti

$$y = \frac{\mathrm{H}}{3g} = \frac{c^2}{3g} + \frac{2}{3} h \tag{33}$$

vi sono dei flessi: una breve discussione della (33) conduce alla conclusione che tali punti sono compresi nella striscia $y = h$ e $y = h_1$ (come doveva essere) e che in ogni caso (sia per $\varrho > 1$ che per $\varrho < 1$) sono più vicini all'orizzontale $y = h$ che non all'altra. Questa circostanza permette di avvicinare le attuali onde positive alle onde rigorose di Levi-Civita, che godono della stessa proprietà [1]. Se ne può inferire che le nostre onde positive hanno, rispetto a quelle sinusoidali di Airy, una maggior approssimazione.

---

[1] V. Levi-Civita, Détermination etc. (l. c. pag. 312).

Dalla relazione (8), scritta per il pelo libero:

$$y\, f''(x) = q \ , \tag{34}$$

si deduce:

$$f'''(x) = -\, q\left(\frac{y''}{y^2} - 2\,\frac{y'^2}{y^3}\right), \tag{35}$$

ossia, tenendo conto delle (30) e (31):

$$f'''(x) = -\,\frac{g}{q^2} + \frac{\mathrm{H}}{q\,y} - \frac{2\,q}{y^3}\,. \tag{36}$$

Questa relazione ci permette di fissare in quali condizioni i nostri risultati sono attendibili. Infatti, poichè si trascurano $f^{\mathrm{IV}}(x)$ e le derivate successive, è chiaro che $f'''(x)$ deve potersi ritenere quasi costante: ciò esige che l'oscillazione di y, espressa da

$$|\, h_1 - h \,|$$

sia abbastanza piccola, ossia le onde sieno di piccola altezza. Il valore di $f'''(x)$ sarà sensibilmente costante, cioè non si discosterà molto dal valore assunto per $y = h$ che è

$$f_0''' = \frac{g}{q}\,(1 - \varrho)\,.$$

Poichè questo viene trascurato, dovrà essere ϱ prossimo all'unità: questa condizione congloba la precedente, così che si conclude che le onde attuali devono classificarsi nella categoria dei piccoli moti ondosi.

8. Constatata la regolarità del profilo, controlliamo l'andamento del moto nell'interno. La deduzione di $w(z)$ è immediata: basta osservare che

$$w(z) = f'(z) = [f'(x)]_{x=z}$$

per dedurre:

$$w(z) = \frac{q}{h}\,\frac{p\left(\dfrac{z}{h}\right) + \beta}{p\left(\dfrac{z}{h}\right) + \alpha}\,. \tag{37}$$

Per la discussione dei valori di $w(z)$ è comodo scindere la parte reale da quella imaginaria; ciò, nei limiti d'approssimazione concessi, si fa usando le (9):

$$u = \frac{q}{y}\,, \quad v = \frac{q}{y}\,y'.$$

Il rapporto q/y è sempre positivo, finito e non nullo; dunque la u è ovunque regolare. Dalla (21) si ha:

$$y' = \frac{\beta - \alpha}{(p + \beta)^2} p';$$

il denominatore non è mai nullo, perchè ciò esigerebbe:

$$p\left(\frac{x}{h}\right) = -\beta = \begin{cases} e_2 \text{ se } \varrho > 1 \\ e_3 \text{ se } \varrho < 1 \end{cases},$$

eguaglianza assurda perchè x/h è sempre reale. Quindi y' non può divenire infinito se non quando lo è p', ossia nei punti

$$x = 0, \pm 2\omega h, \ldots.;$$

ma allora lo diviene anche il denominatore; mentre p' ha in questi punti dei poli di 3° ordine, $(p + \beta)^2$ ha dei poli di 4° ordine, cosicchè y' risulta nullo. È dunque chiaro che anche la componente v è ovunque regolare (annullandosi solo sulle verticali $x = 0, \pm \omega h, \pm 2\omega h \ldots.$).

9. Data la profondità del canale h e la massima sopraelevazione ε risulta determinata la velocità di traslazione di queste onde. Se nella (30) si pone

$$y = h + \varepsilon, \quad y' = 0,$$

si deduce:

$$c^2 = g(h + \varepsilon) \frac{2(h + \varepsilon)}{2h + \varepsilon}. \qquad (38)$$

Se del rapporto ε/h sono trascurabili le potenze superiori alla prima si ha:

$$c = \sqrt{gh}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{\varepsilon}{h}\right).$$

10. È noto che la funzione cn degenera, quando il modulo diventi unitario, nella funzione Sech. Parrebbe quindi naturale asserire che nella (26) è inclusa, in particolare, l'onda solitaria di Lord Rayleigh [1]; basta, per trovarla, passare al limite quando ω_1 è infinito. Questo passaggio è però molto delicato, tanto che ho preferito di rifarmi addirittura dall'equazione differenziale (10) per studiare sotto quali condizioni essa diventa l'equazione differenziale dell'onda solitaria, che è:

---

(1) V. LAMB, l. c. pag. 398.

$$y'^2 = \frac{4}{a^2}(y-h)^2\left(1 - \frac{y-h}{\varepsilon}\right), \tag{39}$$

quando l'equazione dell'onda stessa sia:

$$y = h + \varepsilon \operatorname{Sech}^2 \frac{x}{a}. \tag{40}$$

Una indagine un po' accurata mi ha dimostrato che le equazioni (10) e (39) sono incompatibili, cioè non possono mai, per nessun valore delle costanti, avere lo stesso integrale (40); per cui mi pare lecito concludere che l'onda solitaria di Rayleigh non si possa far rientrare nella presente trattazione [1].

Milano, Gabinetto Matematico del R. Politecnico.
Maggio, 1925.

---

[1] L'equazione (10) è priva del termine in y, mentre tale termine compare nell'equazione (39): una trasformazione lineare $y = \bar{y} + \lambda$, eseguita nell'equazione (10) allo scopo di determinare opportunamente le costanti in modo che le equazioni (10) e (39) coincidano, conduce ad un sistema di 4 equazioni a 4 incognite (λ, H, q, a) che non è soddisfatto da valori reali di queste, come esigerebbe il significato fisico delle costanti stesse.

Dalle onde cnoidali di Korteweg e de' Vries, rappresentate dall'equazione differenziale

$$y'^2 = \frac{3g}{c^2 h^2}(y-l)(h_1-y)(y-h_2),$$

l'onda solitaria discende molto naturalmente ponendo $h_2 = h = l$. (v. Lamb, l. c. pag. 402). In questo diverso comportamento al limite sta un nuovo importante carattere differenziale dei due tipi di onde cnoidali.

VESUVIANITE DI ANTRONAPIANA

Nota del M. E. Ettore Artini

(Adunanza del 18 giugno 1925)

In una mia nota pubblicata due anni or sono (1), ho illustrato brevemente un nuovo giacimento minerale scoperto nella serpentina sopra Antronapiana nell'Ossola, facendone rilevare le analogie con altri giacimenti simili delle Alpi Occidentali e della zona di Voltri nell'Appennino ligure. Ai minerali descritti allora, *epidoto*, *pirosseno*, *granato*, *clorite*, *magnetite*, *titanite e zircone*, posso aggiungerne ora un altro, pure caratteristico di queste formazioni, e non osservato prima nel nostro giacimento: la *vesuvianite*.

I primi cristalli di questo minerale furono qui osservati dall' ing. Codara, quale accessorio rarissimo negli esemplari ricchi di epidoto, dal quale non è sempre facile distinguerlo, a prima vista, dove gli individui siano imperfetti ed aggregati. Una seconda escursione fatta sul posto, e favorita anche dall'aiuto gentilmente concessomi dal Sig. Giròla, imprenditore di lavori, il quale mise a mia disposizione due minatori, mi permise di trovare delle masse molto più ricche di vesuvianite, anzi composte essenzialmente da un impasto di minuti granuli di questo minerale, con calcite, diopside ed epidoto. Cristalli distinti si trovano nei litoclasi, dei quali tappezzano le pareti, insieme a poco diopside biancastro, o azzurro verdognolo pallido, a grossi individui molto imperfetti di epidoto di color giallo miele, e a molta calcite spatica, che oblitera le cavità, e può facilmente essere eliminata mediante acido cloridrico diluito.

Le dimensioni dei cristallini di vesuvianite sono piccole: lo spessore è in generale contenuto fra 1 e 2 mm., e raramente

---

(1) E. Artini. — *Eine neue Minerallagerstätte im Serpentin von Antronapiana in der Val d'Ossola.* — Zeitschrift für Krystallographie, LVIII, 1923, pag. 596.

supera 3 mm.; la lunghezza è di solito poco maggiore, ma può arrivare anche ad un centimetro. Il colore, costante e caratteristico, è un verde-pisello brillante.

***

Le forme osservate sono le seguenti:

{001}, {100}, {110}, {210}, {101}, {201}, {331}, {221}, {10.10.9} * ?, {111}, {112}, {5.5.12} * ?, {211}, {311}, {312}, {313}, {521} *, {321} * ?, {30.3.10} * ?.

Alcune di queste forme sono presenti e bene sviluppate in tutti i cristalli, e sono: {100}, {110}, {210}, {101} {111}; altre sono frequentissime, e spesso ampiamente sviluppate, come {001}, {331}, {311}, {211}; un poco meno comuni, ma non rare, e spesso a facce abbastanza grandi, sono {201}, {312}, {313}. Le facce di queste forme sono per lo più brillanti, e si prestano abbastanza bene alla misura; striate verticalmente, al solito, quelle dei prismi; appannate non di rado quelle della base, e talvolta anche quelle di {101}.

La {112} si osserva frequentemente, ma con faccettine lineari, e sempre curve, come una smussatura dello spigolo [111 . 001]; il valore dell'angolo sulla base fu trovato sempre molto inferiore al calcolato per il simbolo {112}; ma non mi è sembrato opportuno calcolare dei simboli di facce vicinali, i quali non avrebbero alcun valore, data la larghezza e la poca nitidezza delle immagini riflesse al goniometro. Ho creduto necessario invece di tenere distinte due faccettine, che mi hanno fornito, con immagini un poco più nitide, due valori molto distaccati da quelli di {112}, e abbastanza concordanti fra loro. Dal valore medio = 17° 30′ dell'angolo con la base ho calcolato per queste due faccette il simbolo {5.5.12}, che sarebbe nuovo per la vesuvianite, ma che credo prudente dar solo come dubbio, quantunque al calcolo risponda benissimo.

La {221} è rara, ma nitidissima, e talora anche ampia. Tra questa forma e la {111} ho trovato una sola volta una netta vicinale di quest'ultima, rispondente al simbolo, nuovo, e da ritenersi come dubbio, {10.10.9}.

Con una sola faccettina per una, sopra uno stesso cristallo, in zona fra {331} e {010}, furono osservate anche le due forme {321} e {30.3.10}, brillanti, ma lineari e strettissime. Al calcolo, il simbolo {321}, che sarebbe di forma nuova per la vesuvia-

nite, risponde abbastanza male; molto meglio tornerebbe un simbolo {54.35.18}, che tuttavia sarebbe poco serio accogliere, anche come dubbio, per una forma determinata nelle condizioni sopra esposte.

Molto più degno di fede è invece il simbolo {521}, determinato per una sola faccettina, osservata sopra il migliore dei cristalli studiati, molto piccola, ma brillante, in zona fra {311} e {210}.

Degno di speciale menzione è l'abito che presentano molto spesso questi cristalli, e che costituisce veramente il fatto più interessante, su cui mi preme richiamare l'attenzione del lettore.

In un certo numero dei cristalli studiati l'abito è, come di solito nella vesuvianite, prismatico tozzo; uno dei più ricchi e perfetti di tali cristalli è rappresentato, ridotto a modello, e projettato sulla base, nella fig. 1.

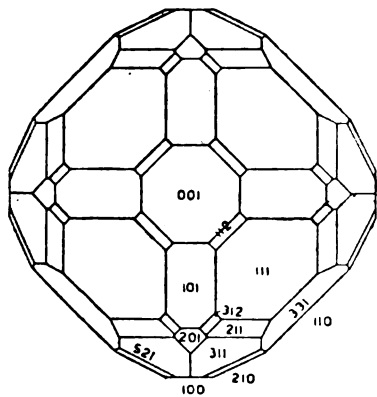



Fig. 1.

Ma nella maggior parte dei cristalli si osserva una sproporzione di sviluppo assolutamente insolita e caratteristica, la quale impartisce loro un abito ch' io non ricordo di aver mai prima osservato, nè ho visto ricordato da altri in questo minerale.

Alcuni di questi cristalli, i più frequenti, sono alquanto appiattiti secondo due facce parallele di {100}; contemporaneamente, due facce adiacenti di {111} e quella, tra esse compresa, di {101} assumono sviluppo prevalentissimo; ampiamente sviluppate sono pure due facce di {311}, in zona con le tre precedenti, le due di {331} rivolte dalla stessa parte, e le altre due di {311} comprese in zona tra queste ultime. La base manca di solito completamente; le altre faccette di {111} e {101} sono ridotte assai; e solo affatto subordinatamente si osservano alre forme, sempre con distribuzione nettamente monosimmetrica. Le facce alle due estremità dell' asse verticale si

corrispondono perfettamente, così che ad una faccia più sviluppata dell'estremità superiore ne è parallela un'altra, ugualmente sviluppata, alla estremità inferiore. Di questo tipo di sviluppo danno un'idea fedele le due figure 2 e 3, la seconda delle quali è in projezione sulla base. Evidentissimo è in entrambe l'abito spiccatamente monoclino; in alcuni cristalli, come nella fig. 2, è prevalente l'allungamento secondo [111.010]; in altri sono più sviluppate {311} e {331}, fino a determinare un deciso allungamento secondo [311.010].

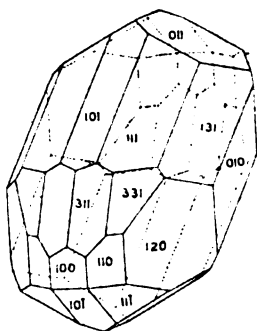



Fig. 2.

In altri cristalli, un poco meno abbondanti, l'abito è pure distintamente monosimmetrico, ma l'appiattimento laterale avviene secondo due facce tra loro parallele di {110}; due facce parallele di {111}, e due, pure tra loro parallele, di {331} assumono poi sviluppo predominante, tanto che i cristalli presentano un abito allungato secondo [111.Ī10], un poco tabulare secondo (111), quale è quello rappresentato dalle due figg. 4 e 5. Anche qui manca del tutto, normalmente, la {001}.

È notevole che in alcuni litoclasi, nei quali i cristalli di vesuvianite presentano allungamento grossolanamente perpendicolare alle pareti del litoclase stesso, tale allungamento, in tutti, o quasi, gli individui cristallini, è parallelo ad una di queste due direzioni, cioè allo spigolo [111.010], oppure a [111.1Ī0], e a stento vi si possono osservare cristalli a sviluppo normale, con abito veramente tetragonale. Anche nei gruppi, frequentissimi, di due o più individui casualmente aggruppati, non in posizione di geminazione, accade di vedere che questi hanno in comune l'una o l'altra direzione di allungamento, presso a poco parallela nei diversi individui formanti il gruppetto.

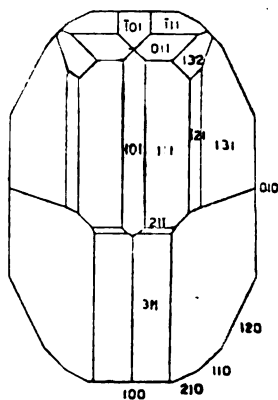



Fig. 3.

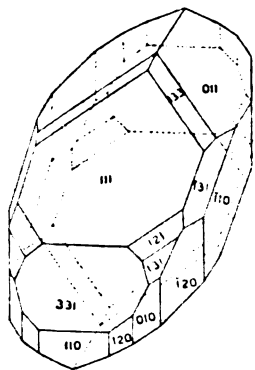
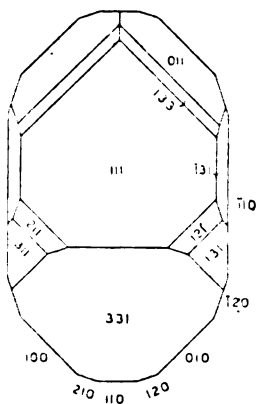
Uno sviluppo così frequentemente, distintamente e tipicamente monoclino (il fenomeno è talora in realtà anche più spiccato ed esagerato di quello che risulta dalle figure, le quali danno l'idea del tipo medio, più comune) è un fatto tanto singolare, che ho voluto verificare se dal punto di vista ottico, o da quello geometrico, esso fosse accompagnato da anomalie o da particolarità insolite.

Fig. 4.

Otticamente non ho trovato differenza alcuna tra i cristalli così sproporzionati e quelli con abito prismatico normale; parecchie sezioni, così parallele come normali alla base, mi hanno mostrato che nella vesuvianite di Antronapiana si comportano in modo perfettamente uguale così i cristalli di un tipo come quelli dell'altro. Le sezioni parallele all'asse verticale mostrano la ben nota debole birifrazione, che nelle sezioni sottili porta a colori di interferenza azzurro-cupi, caratteristici; l'estinzione, salvo piccole chiazze anomale, dipendenti da fratture o da inclusioni estranee, è rigorosamente parallela all'asse verticale.

Nelle sezioni normali a questo ultimo si osserva che il minerale è uniassico, negativo, con qualche chiazza biassica, della quale è facile anche qui constatare la dipendenza da cause locali, determinanti una mancanza di omogeneità; il comportamento dei due tipi di cristalli è lo stesso.

Fig. 5.

Per vedere se le cause che hanno determinato una così generale e caratteristica sproporzione di sviluppo avessero potuto agire anche sulla giacitura delle facce, e sui valori degli angoli da esse fatti, se, in altre parole, i cristalli fossero monoclini goniometricamente, ho scelto uno dei più belli e perfetti tra quelli del tipo della fig. 2,

ben terminato dalle due parti, e ne ho calcolato le costanti, successivamente e indipendentemente per le due estremità A e B dell'asse quaternario, *nella ipotesi monoclina*, partendo, per ognuna delle due estremità, da tre angoli scelti fra quelli misurati con la maggior precisione. Ecco i risultati ottenuti.

Estremità A.

$$(100).(110) = 45°.1'$$
$$(100).(111) = 64.38$$
$$(111).(1\bar{1}1) = 50.40$$
$$a:b:c = 1.00058:1:0.53764$$
$$\beta = 89°.56'.40''.$$

Estremità B.

$$(100).(110) = 44°.57'$$
$$(101).(111) = 25.26$$
$$(100).(101) = 61.42$$
$$a:b:c = 0.99826:1:0.54010$$
$$\beta = 90°.8'.57''.$$

Emerge chiaro da questi risultati che le deviazioni dalla simmetria tetragonale sono di un ordine di grandezza perfettamente compatibile con quello dei probabili errori d'osservazione; ma sopra tutto mi pare significativo il fatto che la differenza da 90° del valore calcolato di β è, alle due estremità, di segno contrario, corrispondendo il β acuto dell'uno al β ottuso dell'altro. Resta in tal modo, a mio parere, nettamente escluso che alla regolarità della sproporzione di sviluppo corrisponda una regolarità di deviazione dalla simmetria tetragonale, in senso monoclino.

Per il calcolo della costante ho ritenuto opportuno seguire un metodo adottato già dallo Strüver (1). Nel cristallo più perfetto, quello rappresentato nella fig. 1, scelsi tra le misure degli angoli formati tra le facce di {001}, {101} e {111}, che sono le più ampie e perfette, quelle di maggior precisione, e ne feci le medie: poi, da ognuno dei valori così ottenuti cal-

(1) G. Strüver. — *Ulteriori osservazioni sui giacimenti minerali di Val d'Ala in Piemonte. II. L'idocrasio del banco d'idocrasio.* Mem. R. Accad. dei Lincei, 1888, serie IV, Vol. V, p. 305.

colai quello dell'angolo (101).(001) scelto come fondamentale; fatta la media dei valori così dedotti e di quelli misurati direttamente per detto angolo, tenendo conto naturalmente del numero delle osservazioni, ottenni:

$$(101).(001) = 28^\circ.14'.41''$$
$$a : c = 0.53720.$$

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	Limiti	N.	Medie	
(101).(001)	28°.12′ — 28°.14′	3	28°.13′.—	28°.14′.41″
(111).(001)	37.11 — 37.17	4	37.13.45″	37.13.28
(101).(111)	25.17 — 25.23	6	25.19.40	25.19.31
(101).(011)	39. 5 — 39. 9	2	39. 7.—	39. 6.—
(111).(1$\bar{1}$1)	—	1	50.41.—	50.39. 2

Il calcolo dell'errore medio dà $\mu = 60''$: risultato che non deve apparire troppo cattivo, il valore di μ essendo uguale all'approssimazione con la quale si ritenne opportuno fare le misure. Il valore della costante è abbastanza vicino a quello calcolato da Zepharovich per i cristalli verdi dell'Alpe della Mussa in Val d'Ala (1):

$$(101).(001) = 28^\circ.15'.36''$$
$$a : c = 1 : 0.53754;$$

è anzi a questo un poco più prossimo che non a quello calcolato da Strüver (2) per sei cristalli scelti della stessa località:

$$(101).(001) = 28^\circ.15'.59''$$
$$a : c = 1 : 0.53769.$$

Il risultato concorda bene anche con quello che si otterrebbe partendo dall'angolo (101).(001), media delle misure su

(1) V. v. Zepharovich. — *Krystallographische Studien über den Idocras.* Sitzb. der Math. Naturwiss. Classe der K. Akademie der Wissenschaften. Wien, 1864, XLIX, pag. 6.

(2) Loco cit. pag. 322.

tutti i miei cristalli, angolo che per la minore imperfezione delle facce, e per la relativa ristrettezza dei limiti tra le osservazioni, sarebbe certo da considerarsi il più attendibile, e il più adatto al calcolo della costante:

$$(101).(001) = 28°.14'.9''$$
$$a:c = 1:0.53700.$$

***

Nella tabella che segue sono esposti i risultati delle osservazioni goniometriche fatte su tutti i cristalli, poste a riscontro coi valori calcolati dalla costante adottata:

$$a:c = 1:0.5372.$$

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	Limiti	N.	Medie	
(210).(100)	26°.9' — 27°.4'	14	26°.32'	26°.34'
(210).(110)	17.32 — 18.54	14	18.27	18.26
(101).(001)	28. 7 — 28.24	15	28.14	28.15
(101).(100)	61.35 — 62. 3	12	61.49	61.45
(101).(110)	70.25 — 70.47	5	70.33	70.27
(101).(111)	24.55 — 25.27	33	25.18	25.19½
(011).(1$\bar{1}$1)	60. 1 — 60. 4	2	60.2½	60. 4
(101).(011)	38.44 — 39.16	7	39. 4	39. 6
(201).(001)	—	1	47. 5	47. 3
(201).(100)	—	1	42.55	42.57
(201).(211)	20. 7 — 20. 8	2	20.7½	20. 6
(201).(311)	19.11 — 19.19	3	19.15	19.15
(111).(001)	36.57 — 37.28	18	37.12	37.13½
(111).(110)	52.35 — 53. 7	8	52.47	52.46½
(111).(100)	64.32 — 64.57	17	64.43	64.40½
(111).(210)	54.52 — 55. 1	2	54.56	54.59

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	Limiti	N.	Medie	
$(111).(1\bar{1}1)$	50.40 — 50.47	3	50.43	50.39
$(111).(\bar{1}\bar{1}1)$	—	1	74.30	74.27
(331).(110)	23.12 — 24. 7	21	23.39	23.41
(331).(111)	28.57 — 29.17	19	29. 8	29. 5
(331).(100)	49.30 — 49.47	9	49.40	49.39
(331).(101)	—	1	48.46	48.40
(331).(210)	29.37 — 29.39	2	29.38	29.41
$(331).(3\bar{3}1)$	80.31 — 80.52	3	80.43	80.43
$(331).(1\bar{1}1)$	71.24 — 71.33	2	71.28	$71.20^{1}/_{2}$
(221).(111)	19. 1 — 19.36	3	19.20	$19.25^{1}/_{2}$
(221).(331)	9.31 — 9.43	4	9.36	9.40
$(221).(2\bar{2}1)$	—	1	72.15	$72.24^{1}/_{2}$
(221).(311)	22.32 — 22.47	2	22.39	22.40
(112).(001)	19.11 — 20.23	5	19.54	20.48
(112).(101)	19.15 — 20. 9	4	19.37	19.33
(112).(111)	16.49 — 17.22	3	17. 5	$16.25^{1}/_{2}$
(5.5.12).(001)	17.24 — 17.35	2	17.30	17.34
(10.10.9).(111)	—	1	2.38	2.57
(311).(100)	34.58 — 35.24	15	35. 8	$35. 9^{1}/_{2}$
(311).(010)	74. 6 — 74.17	2	$74.11^{1}/_{2}$	74.11
(311).(110)	39.27 — 39.38	3	39.33	$39.34^{1}/_{2}$
$(311).(1\bar{1}0)$	67.11 — 67.13	2	67.12	67.20
(311).(210)	—	1	31.22	31.27
(311).(101)	33.31 — 33.36	2	$33.33^{1}/_{2}$	33.31
(311).(111)	29.16 — 29.37	11	29.29	29.31

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	Limiti	N.	Medie	
(311).(3̄11)	31.29 — 31.51	6	31.41	31.38
(311).(131)	—	1	45.18	45.20
(311).(11̄1)	50.23 — 50.35	4	50.30	50.25 $^1/_2$
(311).(331)	24.12 — 24.34	13	24.29	24.32 $^1/_2$
(31̄1).(331)	56.12 — 56.29	3	56.18	56.10
(211).(111)	18. 1 — 18.15	13	18. 8	18. 6
(211).(100)	—	1	46.36	46.34 $^1/_2$
(211).(010)	69.46 — 69.56	2	69.51	69.54
(211).(001)	50.13 — 50.16	2	50.14 $^1/_2$	50.13
(211).(110)	42.54 — 43.24	8	43. 5	43.11
(211).(210)	39.43 — 39.47	2	39.45	39.47
(211).(101)	27.18 — 27.29	2	27.23 $^1/_2$	27.16
(211).(11̄1)	—	1	49.39	48.58
(211).(311)	11.20 — 11.32	11	11.26	11.25
(211).(331)	—	1	23. 4	22.22
(211).(121)	—	1	28. 5	28. 8
(312).(001)	40.21 — 40.25	2	40.23	40.21
(312).(010)	—	1	78. 4	78.11
(312).(110)	—	1	54. 9	54.37
(312).(101)	15.47 — 16. 8	7	15.55	15.50
(312).(111)	16.44 — 16.55	9	16.50	16.50
(312).(201)	14. 5 — 14.44	5	14.26	14.20 $^1/_2$
(312).(311)	19. 8 — 19.10	2	19. 9	19.10
(312).(31̄1)	33.24 — 33.32	2	33.28	33.36
(312).(211)	11.24 — 11.28	5	11.26	11.26

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	Limiti	N.	Medie	
(313).(111)	16.17 — 16.53	4	16.30	16.22
(313).(101)	—	2	8.57	8.58
(313).(211)	21.12 — 21.51	2	21.31 1/2.	21.19
(313).(133)	—	1	25.31	25.28
(521).(210)	—	1	20. 3	19.38
(521).(311)	—	1	11.25	11.49
(321).(331)	—	1	11.31	10.49 1/2
(30.3.10).(831)	—	1	35.46	35.30

Milano, giugno 1925.

« DICTYONEMA » ED « ARCHAEOCYATHUS » DELL' ORDOVICIANO SARDO

Nota di P. Vinassa de Regny

(Adunanza del 2 luglio 1925)

In seguito alle nuove raccolte e ricerche, in modo speciale da parte dell'Ing. Taricco, che mi è grato ringraziare anche pubblicamente, la quantità del materiale ordoviciano sardo che ho attualmente in istudio va ognora crescendo, e pertanto la pubblicazione della sua illustrazione subisce un ritardo non indifferente dopo la comparsa della mia nota preventiva del 1919 (1).

Credo perciò interessante esporre frattanto i risultati a cui son giunto rispetto a due fossili, la cui determinazione ha un certo valore per la cronologia di questi sedimenti; poichè se essi appartenessero effettivamente ai generi ed alla specie cui comunemente vengono ascritti nelle collezioni che ho potuto studiare, si avrebbe un notevolissimo invecchiamento degli strati, o viceversa verrebbero a passare nel Caradoc forme ritenute esclusive di terreni assai più antichi.

Alludo al *Dictyonema* (?) *corniculum* Menegh. ed all'*Archaeocyathus concentricus* Bornem.

Del sedicente *Dictyonema* sono zeppi alcuni straterelli del Caradoc con *Orthis patera* Salt. in Menegh. (2) di tutto il Flu-

---

(1) L'Ordoviciano del Portixeddu presso Flumini maggiore. — *Riv. it. di Paleontologia*, XXIV, fasc. 3, 4.

(2) in Lamarmora: Voyage en Sardaigne, Torino, Bocca 1857 III partie, Géologie, vol. 2, pag. 124, tav. A fig. 12. — Credo bene di chiamare dal nome dalla *Orthis patera* questi strati del Caradoc sardo essendo essa di gran lunga predominate per numero e varietà di individui in confronto della *Or. Actoniae.* E voglio, come ho già fatto altra volta

minese, di Sedda de s' ortu ecc., tanto che si potrebbe parlare di un vero e proprio orizzonte a *Dictyonema*. Ciò che potrebbe indurre ad erronee conclusioni essendo appunto i Dictyonema-beds caratteristici del Siluriano inferiorissimo.

Anche il Gortani (3) ad es. parla di uno strato ad impronte dictyonemoidi presso Gonnesa che egli, con dubbio, ritiene corrispondente ad un orizzonte dell' ordoviciano medio, inferiore cioè agli strati con *Or. patera* caradociani. Non so a qual forma il Gortani abbia alluso. Ma se, com'è probabile, l' osservazione si riferisce ai cosidetti *Dictyonema* del Portixeddu, di Sedda de s' ortu ecc. non può trattarsi di un orizzonte inferiore. Invece credo che ci si trovi in presenza di una particolare stazione di questi organismi, come avviene anche per altri. Ad esempio a Piolanas e a Caminenda, presso Caput aquas, trovansi quasi esclusivamente cistidee e più che altro crinoidi. Ma la presenza di pochi esemplari di brachiopodi del tipico Caradoc basta a dimostrare che non si tratta di diversità cronologica.

Il Meneghini (4) descrive la forma sarda come *Dictyonema* (?) *corniculum*, ma molto giustamente pone un interrogativo alla determinazione generica, e nella descrizione esprime pure i suoi dubbi sulla natura dictionemoide del fossile da lui nominato. Con la consueta accuratezza del sommo paleontologo la specie sarda è descritta punto per punto. Il Meneghini fa notare come le maglie di essa siano irregolari e come l' anastomosi avvenga per contatto di due rami della dicotomia e assai più di rado mediante sepimenti trasversali. Caratteristica della forma è l'avere delle denticolazioni marginali (da cui il nome specifico), che corrispondono ad aperture, che in tal modo risultano in

---

aggiungere il nome del Meneghini a quello del Salter, poichè il nome dato alla specie dal paleontologo inglese era solo manoscritto e il Meneghini, sempre coscienzioso, volle mantenerlo. Ma sta il fatto che la *Or. patera* venne figurata e descritta per la prima volta dal Meneghini. La monografia del Davidson è posteriore.

(3) Osservazioni sul Paleozoico della Sardegna. *Boll. Soc. geol. it.* Vol. 41 (1922), pag. 364.

(4) Nuovi fossili siluriani della Sardegna. *Mem. R. Acc. Lincei. Serie* 3ª vol. 5. — Sed. 7 marzo 1880, pag. 10, tavola, fig. 6, 7.

doppia serie. Forse la porzione liscia figurata dal MENEGHINI nella fig. 6 b corrisponde al lato non porifero dell'animale. Si tratta in sostanza di una forma ad alberello, irregolarmente anastomosata, a maglie irregolari più o meno larghe, con lato non porifero probabilmente semplice, tondeggiante e lato porifero con due serie di pori su per giù alternanti; pori circondati da un piccolo cercine e situati così marginalmente che il rametto in loro corrispondenza viene un poco rigonfiato e si espande anche a forma di cornetto. Questi caratteri, che ho riscontrato esattissimi anche nei miei numerosi esemplari, sono tipici dei briozoi e specialmente del genere *Fenestella*.

La specie sarda descritta dal MENEGHINI ha qualche analogia di forma generale colla *Fen.* (*Reteporina*) *carnica* VINAS. (5); la quale insieme alla specie del MENEGHINI ed alla *Fen. reticulata* HISING. (6), (ma questa in modo meno spiccato) appartiene ad un gruppo di *Fenestella* a maglie irregolari. La forma sarda si distingue però subito da quella carnica per la presenza di quei piccoli cornetti marginali in rispondenza delle aperture porifere, i quali le hanno valso il nome.

Era dunque giustificato il dubbio del MENEGHINI sulla determinazione generica di questa specie e pertanto il gen. *Dictyonema* va cancellato da quelli presenti nel Caradoc sardo. La specie sarda dovrà chiamarsi *Fenestella* (s. l.) *corniculum* MENEGH. sp.

***

Un altro fossile è frequentemente determinato nelle varie collezioni da me viste col nome di *Archaeocyathus* ed anche specificamente di *Ar. concentricus* BORN. (7). Anche questo è fossile assai più antico del Caradoc e la sua presenza mi sembrò subito strana in questi strati. D'altra parte non si poteva negare una grande somiglianza di forma tra gli esemplari del Caradoc sardo e le figure almeno dell'*Archaeocyathus concentricus* del BORNEMANN. Solamente il ricchissimo materiale da

---

(5) Fossili Ordoviciani del Nucleo centrale carnico. — *Mem. Acc. Gioenia Sc. nat.*, serie 5ª vol. III, pog. 17, tav. II, fig. 12-14.

(6) HENNIG, — Gotlads Silur-Bryozoer. *Arch. för. Zoology. K. svensk. Vetensk. Ak.*, III, 10, pag. 2, tav. I, fig. 1, 2.

(7) Die Versteinerungen des Cambrischen Schichtensystems des Insel Sardinia. — *Nuova Acta Leop. Carol. Akad. der Naturforsch.*, Bnd. LI, 1. Halle 1886, pag. 55, Taf. XI, fig. 1-5; Taf. XII, fig. 2, 3.

me raccolto al Portixeddu ed altro che mi è stato inviato da cortesi corrispondenti, tra cui mi è grato ringraziare in modo speciale l'Ing. RODRIGUEZ, o che ho trovato nelle collezioni pavesi raccolto dal TARAMELLI, mi hanno permesso uno studio accurato in base a cui son giunto ad un risultato di un certo interesse. Il cosidetto « *Archaeocyathus concentricus* » (Auct. non Born.) del Caradoc sardo altro non è se non la epiteca concentricamente rugosa di briozoi appartenenti altresì a generi e specie diverse.

Alcuni esemplari ad epiteca sottile e quasi perfettamente circolare, concentricamente striata, ma di rado però sino ad essere rugosa, appartengono ad una nuova forma di briozoo che verrà ulteriormente descritta. Questi tipi però non hanno così spiccate somiglianze cogli esemplari del BORNEMANN come quelli riferibili alle *Berenicea* ed a taluni Treptostomi.

Le forme di *Berenicea* prossime alla *B. gigantea* del Caradoc carnico (8) quando siano di individui non infundibuliformi ma schiacciati o a forma di coppa depressa hanno la loro epiteca perfettamente simile a quell'esemplare di *Archaeocyathus concentricus* figurato dal BORNEMANN nella fig. 2 della tav. XI. In questa *Berenicea* non solamente si hanno striature concentriche ma vere e proprie rugosità ed anche talvolta quella specie di picciuolo che appare appunto nelle figure del BORNEMANN.

Ma più caratteristiche e somiglianti sono le forme di Treptostomidi, in maggior parte appartenenti, a quanto pare, a *Monotrypidae*, che si trovano frequenti nel materiale da me studiato. Quando l'epiteca è compiutamente liberata dai poliperiti che son caduti o sono stati asportati, oppure quando essa si presenti dalla parte inferiore e quando, come di frequente avviene, il Treptostomide sia anche circolare alla sua base è indubitato che l'apparenza è sommamente ingannevole e a prima vista non si saprebbe come distinguere esemplari siffatti dal vero *Archaeocyathus concentricus* BORN. Si danno poi casi di anche maggior somiglianza. Accade talvolta che sopra all'epiteca rugosa restino qua e là aderenti dei minuti tubetti o che ne resti la traccia ben visibile e che altresì i poliperiti marginali, schiacciati nella fossilizzazione, si irraggino dal margine fuori dell'epiteca: ne risulta così perfettamente il tipo dell'esemplare

(8) Nucleo centr. carnico. *Loc. cit.*, pag. 16, tav. II, fig. 15, 16.

figurato dal Bornemann nella fig. 3 della Tav. XI, nel quale si notano appunto tali prolungamenti quasi filiformi, che, secondo il Bornemann, sono i setti del suo *Archaeocyathus concentricus*.

Nè vi può esser dubbio che si tratti proprio di una epiteca quando si abbia a disposizione parecchio materiale. Infatti si hanno esemplari forniti di tutti i poliperiti che hanno una forma a calotta sferica con base un poco incavata. Se si tolgono i poliperiti o se per effetto di fossilizzazione questi sono in tutto o in parte asportati si vede apparire l'epiteca rugosa dall'apparenza di *Archaeocyathus*.

La presenza dell'*Archaeocyathus concentricus* Born. ed anzi di ogni e qualunque specie di *Archaeocyathus* nel Caradoc della Sardegna va dunque esclusa. Gli esemplari, che in parecchie collezioni sono così catalogati, sono invece Briozoi, ed appartengono a generi e specie diverse.

Sulla vera natura poi dell'*Archaeocyathus concentricus* del Bornemann credo del resto che ci sia ancora da discutere.

Pavia, Istituto geologico della R. Università, maggio 1925.

MISURA DI UN INSIEME E PROBABILITÀ

Nota del prof. Ugo Broggi

(Adunanza del 2 luglio 1925)

1. — Sia E un insieme di punti di n F un insieme di punti di m dimensioni. S'introduce nella presente nota il concetto di « insieme combinato degli insiemi E ed F » definito come l'insieme di $m + n$ dimensioni di cui sono elementi i punti $(x_1, x_2 .... x_n, y_1, y_2 .... y_m)$ corrispondenti a sistemi di valori $(x_1, x_2 .... x_n)$, $(y_1, y_2 .... y_m)$ definenti elementi di E rispettivamente di F. E si dimostra che se E ed F sono misurabili, lo è pure il loro insieme combinato (E, F), e che la misura del terzo insieme (uguale alla misura di (F, E)) è data dal prodotto delle misure dei primi due.

La nozione di insieme combinato ed il teorema concernente la sua misura appaiono necessarî ove si voglia introdurre (come di fatto si è introdotto) il concetto di misura nella teoria delle probabilità.

Sia m la misura di un insieme misurabile E, m_1 quella di un insieme parziale E_1 di E, ($E_1 \leq E$), supposto pure misurabile. Ove si definisca come probabilità $p\ (E_1)$, che un elemento scelto a caso in E appartenga ad E_1 il quoziente $\frac{m_1}{m}$ delle due misure, vale evidentemente il teorema delle probabilità totali: se $E_1, E_2 ....$ sono insiemi parziali di E, senza elementi comuni, la probabilità che un elemento di E appartenga all'insieme somma $E_1 + E_2 + ...$ di $E_1, E_2 ....$ è uguale a $p\ (E_1) + p\ (E_2) + ...$

Il teorema formulato, concernente la misura dell'insieme combinato degli insiemi E ed F, permette di affermare che vale altresì il teorema delle probabilità composte. È infatti evidente che il coverificarsi degli eventi che scelto un elemento di E, esso appartenga ad $E_1 \leq E$, e scelto un elemento di F esso appartenga a $F_1 \leq F$, coincide col verificarsi dell'evento

che scelto un elemento dell'insieme (E, F) esso appartenga a (E_1, F_1). È, se E, E_1, F, F_1 sono misurabili

$$\frac{m\,(E_1, F_1)}{m\,(E, F)} = \frac{m\,E_1}{m\,E} \cdot \frac{m\,F_1}{m\,F}:$$

la probabilità del coverificarsi di due eventi è uguale al prodotto delle loro probabilità.

2. — Nella dimostrazione del teorema ricordato se ne utilizza un altro, di cui pare utile premettere la formulazione e la dimostrazione.

E ed $E_1 < E$ siano misurabili e tali che $m\,E_1 < m\,E$. Dato un numero arbitrario m' dell'intervallo $(m\,E_1, m\,E)$ esiste per lo meno un E' contenente E_1 e contenuto in E misurabile e di misura m'.

Osserviamo infatti che dato un insieme misurabile E esistono un insieme chiuso $K < E$ ed un insieme aperto $H > E$ di misura $m\,E$, e che il complemento $C\,K$ di un insieme chiuso K è aperto. E ricordiamo che un insieme aperto è la somma di dominî rettangolari, che possono immaginarsi non sovrapposti.

A E e ad E_1 corrispondano gli insiemi chiusi $K < E$ di misura $m\,E$, $K_1 < E_1$ di misura $m\,E_1$. Se dal sistema di dominî componenti $C\,K_1$ togliamo dominî, o parti rettangolari di dominî non appartenenti a $C\,K$, e formiamo il complemento (misurabile) dell'insieme misurabile così ottenuto, abbiamo un E'' contenente K_1 e contenuto in E_1 di misura uguale a quella dell'insieme E', contenente E_1 e contenuto in E, somma di E'' e di $E_1 - K_1$.

Ma può evidentemente ottenersi, che sia

$$m\,E' = m\,E'' = m'.$$

3. — Sia E un insieme lineare misurabile, appartenente all'intervallo (0, 1): è pure misurabile l'insieme L dei punti (x, y) ai quali corrispondono i valori di x che definiscono gli elementi di E mentre y assume tutti i valori dell'intervallo (0, 1), $(0 \leq y \leq 1)$. Di fatto le misure esterne ed interne e pertanto le misure di E e di L coincidono.

È analogamente misurabile l'insieme M dei punti (x, y) ai quali corrispondono i valori di y che definiscono gli elementi di un insieme misurabile F, appartenente all'intervallo (0, 1) mentre x assume tutti i valori dello stesso intervallo.

Per un noto teorema è misurabile l'insieme **L M** dei punti comuni a **L** ed a **M**. L'insieme, cioè, dei punti (x, y) corrispondenti ai valori di x, che definiscono gli elementi di E ed ai valori di y, che definiscono gli elementi di F. Così come è misurabile, e della stessa misura, l'insieme dei punti (x, y) definiti dai valori di x che corrispondono agli elementi di F e dai valori di y, che corrispondono agli elementi di E.

Come « insieme combinato (E, F) degli insiemi E ed F » definiamo il primo dei due insiemi di punti (x, y).

È poi evidente che la misurabilità dell'insieme (E, F) è indipendente dell'ipotesi di linearità di E e di F e dalle lunghezze dei lati dei dominî rettangolari a cui essi appartengono.

4. — Vogliamo ora dimostrare che se E ed F sono misurabili, la misura di (E, F) è uguale al prodotto delle loro misure.

Si ha intanto:

a). Se la misura di E è nulla, lo è pure quella di (E, F).

Se gli insiemi E ed F sono lineari e appartenenti il primo a un intervallo (a, b) il secondo a un intervallo (c, d) e immaginiamo sia nullo il limite inferiore della somma di intervalli non sovrapposti tali che ogni punto di E appartiene ad uno di essi (misura esterna m_e E di E) sarà nullo pure il prodotto di tale limite per $d - c$ ed a maggior ragione m_e (E, F).

Ma ove E ed F non siano lineari, basterà sostituire agli intervalli considerati dominî rettangolari. Se è $d - c$ il lato maggiore del dominio rettangolare contenente F, supposto di m dimensioni, se è nullo m_e E è nullo pure $(d - c)^m\, m_e$ E ed a maggior ragione m_e (E, F).

b). Se è $E_1 E_2 = 0$ è pure:

$$m\,(E_1 + E_2, F) = m\,(E_1, F) + m\,(E_2, F).$$

La misura di m (E, F) non può crescere ove non cresca quella di E. A un valore di m E corrisponde un valore di m (E, F). E poichè analogamente a un valore di F corrisponde un valore di m (E, F), si potrà porre, ove sia:

$$m\,E = x\ ,\quad m\,F = y\ ,\quad m\,(E, F) = f(x, y)$$
$$f(x_1 + x_2, y) = f(x_1, y) + f(x_2, y)$$
$$f(x, y_1 + y_2) = f(x, y_1) + f(x, y_2).$$

Per un noto teorema di Darboux è

$$f(x) = cx$$

dove c è una costante, la sola soluzione dell'equazione funzionale

$$f(u+v)=f(u)+f(v) \tag{A}$$

non negativa (o non positiva) in tutti i punti di un intervallo arbitrario. La misura di un insieme essendo appunto un numero non negativo, e, per il teorema dimostrato nel n. 2 la equazione funzionale (A) dovendo valere per tutti i punti dell'intervallo $(0, x)$, se ne potrà dedurre

$$f(x, y) = c\,x\,y$$

dove $c > 0$. Che debba poi essere $c = 1$

$$f(x, y) = x\,y$$

è un'immediata conseguenza del fatto che **E** ed **F** possono essere intervalli, o dominî rettangolari.

Maggio 1925.

RIFLESSIONI
SULLE RECENTI ESPERIENZE DEL PROF. D. C. MILLER
ATTINENTI ALLA TEORIA DELLA RELATIVITÀ

Nota del S. C. prof. GIAN ANTONIO MAGGI

(Adunanza del 2 luglio 1925)

Il risultato positivo ottenuto dal prof. D. C. Miller della Università di Cleveland, ripetendo, all'altitudine dell'Osservatorio del Monte Wilson, l'esperienza di Michelson, richiama dal mondo scientifico tutta l'attenzione dovuta ad un fatto che tende a ristabilire, nel campo della conoscenza, il dominio della dottrina newtoniana dello spazio e del movimento assuluto, contesole, in questi ultimi anni, con sempre crescente successo, dalla teoria einsteiniana della relatività. La perizia e la probità dello sperimentatore, i nuovi accorgimenti, che si affermano da lui immaginati e adoperati allo scopo, sembrano non consentire dubbio sui fatti annunciati; per quanto si aspettino sempre i particolari del procedimento sperimentale e del calcolo, unica fonte di notizie pubblicate restando finora, per quanto mi consta, un articolo breve e sommario del prof. L. Silberstein, dal titolo « D. C. Miller's Recent Experiments, and the Relativity Theory », nel numero del 23 dello scorso maggio di « Nature », dal quale il risultato in discorso apparisce tanto più significativo, per la ragione che, oltre la rivelazione di una velocità di traslazione del Globo Terrestre, della grandezza di dieci chilometri al secondo, la direzione ne risulta, ad ogni epoca dell'anno, composta di quella che appartiene al movimento annuo del Globo, intorno al Sole, e di quella che, secondo le recenti osservazioni del D. Stromberg e di altri, appartiene al movimento del Sole nel Cielo.

Questo risultato trova la sua più naturale spiegazione nell'ipotesi dell'esistenza del mezzo di propagazione delle onde elettro-magnetiche, il così detto etere cosmico, che la teoria della relatività avrebbe oramai eliminato, coll'aggiunta di quella di un trascinamento dello stesso mezzo, da parte del Globo Terrestre, completo al contorno dello stesso Globo, ossia in prossimità del livello del mare, e minore, di mano in mano, col crescere dell'altitudine, sino a scomparire del tutto, e ritrovarsi l'etere imperturbato. Ipotesi alla quale si trova, da lungo tempo, opposta l'altra di Fresnel, dell'etere imperturbato dal movimento del Globo, che, ultimamente, servì di base alla teoria della relatività. È ben noto che ragione principale della preferenza accordata a quest'ultima ipotesi è che si presta alla spiegazione del fenomeno dell'aberrazione siderale assai più spontaneamente di quella del trascinamento del mezzo, la quale fornisce bensì la più naturale spiegazione del risultato negativo dell'esperienza di Michelson, in prossimità del livello del mare, ma, assai meno adatta, da una parte, a render conto della aberrazione, mancava, d'altra parte, delle prove del comportamento dell'etere a maggiori altitudini, fornite appunto dalle esperienze del Miller.

Rimessa in vigore da queste prove la suddetta ipotesi dell'esistenza dell'etere e del suo trascinamento, da parte del Globo Terrestre, si affaccia nuovamente, per spiegare il fenomeno dell'aberrazione siderale, la teoria dello Stokes (1), che la relatività sembrava aver fatto mettere definitivamente in disparte.

Ora il prof. A. S. Eddington, uno dei più autorevoli campioni della dottrina einsteiniana, nel numero del 6 giugno ora scorso di « Nature », dal titolo « Ether Drift and the Relativity Theory », oppone a questa teoria alcune radicali obbiezioni, tendenti ad infirmarne l'applicazione, alle quali mi sembra di poter replicare colle brevi considerazioni seguenti.

La prima obbiezione è che l'etere, in conseguenza di una velocità, relativa al Globo Terrestre, nulla, in prossimità del livello del mare, e di dieci chilometri al secondo, all'altezza del Monte Wilson, possiederà un rapido movimento rotazionale, mentre lo Stokes dimostrò che il movimento dell'etere deve essere irrotazionale. Ora, propriamente, lo Stokes postula il

---

(1) G. G. Stokes. On the Aberration of Light. Phil. Pag. 27 (1848). Mathematical and Physical Papers, I, pag. 134.

H. A. Lorentz. The Theory of Electrons (Leipzig, Teubner 1909). § 147.

movimento irrotazionale, per dedurre la sua formola, e ne sorge la difficoltà, rilevata, a suo tempo, dal Lorentz, di conciliare questa ipotesi, quella di un trascinamento completo dell'etere al contorno del Globo Terrestre, concepito come sferico, e l'incompressibilità dell'etere, risultando dalla prima e dalla terza ipotesi, colla sola condizione del componente normale della velocità, relativa al Globo Terrestre, nullo al contorno del Globo, il movimento dell'etere interamente determinato, e non nullo, in ogni punto del contorno, il componente tangenziale della stessa velocità relativa. Che se a questo si traduce, come parrebbe, la suddetta obbiezione dell'Eddington, l'autore del ricordato articolo di « Nature » vi risponde in precedenza, richiamando l'ipotesi del Planck, a cui recò egli stesso alcuni complementi, della condensazione dell'etere al contorno del Globo (1). Aggiungo che, restando coll'ipotesi dell'etere incompressibile, c'è ancora dell'altro, che, si direbbe, non fu preso in considerazione dai suddetti autori. Lo scorrimento, massimo nei punti del contorno della sfera, equidistanti dagli estremi del diametro avente la direzione del supposto suo movimento traslatorio, risulta nullo in questi estremi, e il tempo occorrente ad un elemento del fluido, per descrivere il tratto compreso fra uno di questi punti e un punto, a distanza finita, del contorno della sfera, risulta infinito (2). Ne viene, di fatto, che ogni semicerchio del contorno della sfera, terminato a quei punti, risulta, in sostanza, costantemente occupato dagli stessi elementi del fluido, circostanza in manifesto accordo coll'ipotesi della mancanza di strisciamento, e non così col fatto dell'esistenza del medesimo, per annullarsi però nei punti suddetti. Così, il comportamento del fluido, al contorno della sfera, offre un problema da risolvere, piuttosto che fornire la soluzione di un problema.

La seconda e più grave obbiezione dell'Eddington è che dalla formola dello Stokes segue una variazione della aberrazione

---

(1) H. A. Lorentz. Stoke's Theory of the Aberration in the supposition of a variable density of the Aether.

Amsterdam Proceedings, 1898-99, p. 443.

L. Silberstein. The recent Eclipse results and Stokes-Planck's Aether. Phil-Mag. (6) 39 (1920).

(2) G. Kirchhoff. Mechanik, 18te Vorl. § 2.

E il mio libro: Principii della Teoria Matematica del Movimento dei Corpi (Milano, Hoepli, 1896), § 557.

coll'altitudine, in contraddizione colle più elementari nozioni dell'astronomia. E a questo proposito io osservo che la formola dello Stokes fornisce la effettiva deviazione, rispetto al Globo Terrestre, della luce mandatavi da una stella, dalla quale va dedotta, ad ogni altitudine, l'aberrazione — cioè la direzione della visuale della stella, quale apparisce, veduta dal cannocchiale — tenendo conto del grado di trascinamento dell'etere, all'altitudine medesima. Io non credo di ingannarmi, deducendo da quella formola che l'aberrazione deve risultare la stessa, al cannocchiale trasportato dal movimento del Globo, a livello del mare, e a quell'altitudine a cui cessa il trascinamento dell'etere: per la ragione che, a livello del mare, è nullo il movimento dell'etere, rispetto al Globo, e l'aberrazione è rappresentata dalla suddetta deviazione effettiva, e dove cessa il trascinamento dell'etere, e la deviazione effettiva diventa nulla, riprende vigore il noto ragionamento, con cui si spiega l'aberrazione, fondandosi sull'ipotesi dell'etere imperturbato dal movimento del Globo. Tra i due limiti, è possibile che l'aberrazione risulti invariata, ad ogni altitudine, in conseguenza di un compenso fra la decrescente deviazione effettiva, rispetto al Globo, e il decrescente trascinamento, cioè il crescente movimento dell'etere, relativo al Globo.

Mi riserbo di tornare su questo punto, per arrivare, se è possibile, a più precise conclusioni. Non ho però creduto di tardare ad esporre queste riflessioni, che, per quanto sommarie, non mi sembrano prive di valore, anche col desiderio di mettere, senza indugio, l'Istituto a parte di un recente, quasi inatteso, risultato, d'importanza, non solo per la fisica, ma per gli stessi concetti generali della conoscenza, veramente eccezionale.

SULLE CURVE DI CONVERGENZA DELLE SERIE DI POLINOMI

Nota di G. BELARDINELLI

(Adunanza del 2 luglio 1925)

1. Data una successione di polinomi:

$$P_1(x), \quad P_2(x), \ldots, \quad P_n(x), \ldots \tag{1}$$

del grado indicato dall' indice, sia, ponendo in evidenza le radici:

$$P_{n+1}(x) = (x - a_{0,n})(x - a_{1,n-1}) \ldots (x - a_{n,0}),$$

a ciascuna radice abbiamo dato due indici per modo che le radici del polinomio di grado $n+1$ hanno una somma degli indici uguale ad n; così diremo che le radici del polinomio $P_{n+1}(x)$ sono di peso n.

Evidentemente alcune delle radici del polinomio di grado $n+1$ potrebbero essere uguali a quelle di qualche polinomio di grado inferiore.

L'insieme A delle radici abbia due punti limiti a e b (ci limitiamo al caso di due punti limiti, per semplicità di scrittura, immediatamente si estenderebbero le considerazioni seguenti al caso di un numero finito di punti limiti a distanza finita).

E supponiamo che in ciascun polinomio della successione (1) si trovino radici tanto dell'insieme che ha per limite a quanto di quello che ha per limite b.

Circondiamo i punti a e b di due cerchi (a_1) e (b_1) esterni l'uno all'altro, e sia r_1 il peso dell' elemento d'indice massimo dell'aggregato A esterno ai due cerchi, indichiamo con $a_1(n)$ e $b_1(n)$, $(n > r_1)$ il numero delle radici di peso uguale ad n interne rispettivamente ai cerchi (a_1) e (b_1) e supponiamo che sia:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{a_1(n)}{n} = \alpha \quad , \quad \lim_{n \to \infty} \frac{b_1(n)}{n} = \beta .$$

La serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \, P_n(x) \tag{2}$$

avrà in questo caso, per frontiera del suo campo di convergenza la cassinoide generalizzata

$$| x - a |^{\alpha} \; | x - b |^{\beta} = r \,,$$

r sarà chiamata costante di convergenza.

2. Teorema I. — « Se per $x = y$ la serie (2) è convergente « è convergente assolutamente per ogni x tale che soddisfi alla « disuguaglianza

$$| x - a |^{\alpha} \; | x - b |^{\beta} < | y - a |^{\alpha} \; | y - b |^{\beta} \; ».$$

Descriviamo due cerchi (a_2), (b_2) di centro a e b rispettivamente e concentrici ad (a_1) e (b_1), sia r_2 il peso dell'elemento di A di peso massimo esterno ai due cerchi e determiniamo $a_2(n)$ e $b_2(n)$, $(n > r_2)$, avremo che:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{a_2(n)}{n} = \alpha \;, \quad \text{e} \quad \lim_{n \to \infty} \frac{b_2(n)}{n} = \beta.$$

Esisteranno allora dei cerchi (a_p) e (b_p), costruiti analogamente ad (a_1), (b_1), (a_2), (b_2) tali che per essi e per quelli seguenti (a_r), (b_r) $(r > p)$ determinati $a_p(n)$, $b_p(n)$, $(n > r_p)$, si abbia effettivamente:

$$\frac{| x - u |^{a_p(n)} \; | x - v |^{b_p(n)}}{| y - u' |^{a_p(n)} \; | y - v' |^{b_p(n)}} < \varepsilon^n < 1,$$

essendo u, u', elementi generici dell'aggregato A interni ad (a_p), e v, v' elementi generici dello stesso aggregato interni a (b_p).

Ora, sia N un numero positivo minore del modulo di ciascun termine della serie convergente $\sum_{n=0}^{\infty} c_n \, P_n(y)$, si avrà:

$$\sum_{n=0}^{\infty} | c_n \, P_n(x) | < N \sum_{n=0}^{\infty} \left| \frac{P_n(x)}{P_n(y)} \right| .$$

Potendosi determinare degli elementi dell'aggregato A, elementi che indichiamo con h ed h' interni ad (a_p) e k e k' interni a (b_p) tali che

$$\left| \frac{P_{n+1}(x)}{P_{n+1}(y)} \right| < \frac{| x - h |^{a_p(n)} \; | x - k |^{b_p(n)}}{| y - h' |^{a_p(n)} \; | y - k' |^{b_p(n)}} ,$$

si ottiene che:

$$\sum_{n=r_p+2}^{\infty} \frac{P_n(x)}{P_n(y)} < \sum_{n=r_p+2}^{\infty} \varepsilon^n ,$$

cioè: la serie (2) è assolutamente convergente per

$$| x - a |^{\alpha} \, | x - b |^{\beta} < | y - a |^{\alpha} \, | y - b |^{\beta}.$$

Il teorema mostra che a ciascuna serie (2), nelle ipotesi ammesse, corrisponde un numero reale r tale che la serie è convergente se è:

$$| x - a |^{\alpha} \, | x - b |^{\beta} < r,$$

e che non è convergente se

$$| x - a |^{\alpha} \, | x - b |^{\beta} > r,$$

sulla curva $| x - a |^{\alpha} \, | x - b |^{\beta} = r$ vi sarà dubbio circa la convergenza.

Teorema II. — « La serie (2) è convergente uniformemente « nel campo definito da

$$| x - a |^{\alpha} \, | x - b |^{\beta} \leqq r_1 = | x_1 - a |^{\alpha} \, | x_1 - b |^{\beta},$$

« essendo r_1 minore della costante di convergenza ».

Infatti si prenda x_2 tale che

$$| x_2 - a |^{\alpha} \, | x_2 - b |^{\beta} = r_2 ,$$

essendo $r_1 < r_2 < r$.

Si avrà, essendo m un numero positivo maggiore del modulo di ciascun termine della serie convergente $\sum_{n=0}^{\infty} | c_n P_n(x_2) |$

$$| c_n P_n(x) | < m \left| \frac{P_n(x_1)}{P_n(x_2)} \right| ,$$

da cui si ha immediatamente che la serie è uniformemente convergente per

$$| x - a |^{\alpha} \, | x - b |^{\beta} \leqq r_1 < r.$$

3. Potremo concludere che la serie (2), nelle ipotesi ammesse è una funzione analitica regolare per tutti i valori di x interni al campo di convergenza qualora questo sia connesso, ma se non è connesso, (cassinoidi a due ovali) la serie può rappresentare due funzioni analitiche regolari entro le ovali.

4. Da quanto precede si possono dedurre, come casi particolari, i campi di convergenza delle serie d'interpolazione di Newton generalizzate

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n (x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_n),$$

serie studiate da Peano per $\alpha_{2n}=a$, $\alpha_{2n+1}=b$ [1], da Frobenius [2] per $\lim_{n\to\infty}\alpha_n=0$, da Bendixson [3] $\lim_{n\to\infty}\alpha_n=a$, da Pincherle [4] per $p_n(x)=p_{n-1}\{(x-\alpha_n)(x-\beta_n)\}$ essendo $\lim_{n\to\infty}\alpha_n=a$ e $\lim_{n\to\infty}\beta_n=\beta$, dall'autore [5] nel caso che l'aggregato dei numeri $\alpha_1, \alpha_2,\ldots, \alpha_n,\ldots$ abbia un numero finito di punti limiti, ecc. Così, possono ottenersi i campi di convergenza delle serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^{m_p}(x-b)^{p_n}, \qquad (m_n+p_n=n)$$

e naturalmente nelle serie (2) rientrano le serie potenze colle quali le (2) nelle ipotesi ammesse presentano una interessante analogia.

Cagliari, maggio 1925.

---

(1) G. Peano: Sulle funzioni interpolari. Atti Acc. di Torino, V. XVIII (1883).

(2) G. Frobenius, Uber die Entwicklung ecc. Journal de Crelle V. 73, (1871).

(3) I. Bendixson: Sur une extension à l'infini de la formule d'intérpolation de Newton, Acta Math. V. IX (1886).

(4) S. Pincherle: Sui sistemi ricorrenti ecc. Rend. Accad. Lincei t. V. fasc. 1 e 5 (1889).

(5) G. Belardinelli: Su alcune serie di funzioni razionali. Rend. Circ. Mat. Palermo V. 67 (1923); Sull'interpolazione ecc. Note e Mem. Circ. Mat. Catania T. II (1923).

NUOVO METODO
PER LA DETERMINAZIONE DEI PUNTI DI FUSIONE
CON L'IMPIEGO DI PICCOLE QUANTITÀ DI SOSTANZA.

Nota del dott. LUIGI PIATTI

(Adunanza del 2 luglio 1925)

Nel corso di un lavoro (1), al quale ebbi a collaborare per la parte sperimentale, mi trovai nella necessità di eseguire numerose determinazioni di punti di fusione, — dirette a controllare il grado di purezza delle sostanze impiegate, — operando con quantità minime delle sostanze stesse.

In tale occasione, e posteriormente, ebbi così agio di porre praticamente a confronto i varii metodi ideati in passato per la determinazione dei punti di fusione con piccole quantità di sostanza, tenendo conto non solo della precisione da tali metodi consentita, come già fece Landolt (2) nella sua ben nota memoria, ma altresì della comodità e praticità dei metodi stessi, in quanto applicabili alle misure correnti di laboratorio. Risultato del mio esame fu la convinzione, che nessuno dei metodi in uso soddisfi a quel complesso di requisiti, cui pur dovrebbe soddisfare, per meritare la nostra fiducia; e cioè sufficiente precisione dei valori forniti, rapidità, sicurezza e comodità d'impiego, campo d'applicabilità per quanto possibile vasto.

Esaminiamo infatti rapidamente i metodi fin qui seguiti. Sarà così facile discernere gli incovenienti a ciascuno di essi imputabili.

1.° Metodo del tubicino capillare. — Consiste, come è noto, nell'introdurre un granello della sostanza in esame nell'interno di un tubicino di vetro a pareti sottilissime del diametro in-

(1) ODDO B. e PIATTI L., *Sulla capacità di formazione dei fenilidrazoni*. Gazzetta Chimica Italiana anno LII. P. II. p. 333.

(2) LANDOLT: *Ueber die genaue Bestimmung des Schmeltz-punktes ecc.* Zeits. f. Physik. Chemie Bd. IV. 1889 p. 349.

terno solitamente compreso fra 0,5 e 3 mm., lievemente conico e chiuso dalla banda del vertice. Il granello della sostanza in esame deve essere di tali dimensioni, da rimanere sospeso per effetto della conicità del tubicino, a qualche distanza dall'estremo chiuso. Il tubicino viene applicato, — per es. con una legatura, — ad un termometro, colla parte aperta verso l'altro e in modo che il punto, ove è la sostanza da fondere, sia a contatto col bulbo. Termometro e tubicino vengono poi introdotti in un conveniente bagno, il quale, mentre è opportunamente agitato, viene riscaldato lentamente, fino a fargli raggiungere la temperatura di fusione della sostanza studiata. Non appena tale temperatura è raggiunta, la sostanza si fa fluida, diventa diafana (o più diafana che allo stato solido) e, — se il tubetto non è troppo stretto —, scorre anche scendendo verso il fondo. È appunto il manifestarsi di questo complesso di fenomeni, che ci avverte che si è toccata la temperatura di fusione ricercata, la quale è allora fornita dalla lettura del termometro, colle correzioni del caso.

Questo metodo richiede dunque l'impiego di bagni trasparenti, perchè l'occhio possa osservare la sostanza posta a cimento.

Tale condizione crea anzitutto una notevole limitazione del campo d'utilizzazione del metodo, sia verso la base che verso le alte temperature. In secondo luogo, — se si voglia raggiungere una notevole precisione —, il metodo richiede l'intervento di due osservatori, l'uno al cannocchiale per la lettura del termometro, l'altro all'osservazione dell'apparecchio per la segnalazione della fusione. Il metodo consente misure di rimarchevole esattezza, come risulta dalle citate ricerche di Landolt, e da quelle, di cui io darò conto più sotto. Però tale esattezza va grandemente scemando, quando si salga verso le alte temperature, sopratutto perchè il calore irraggiante dall'apparecchio e i movimenti del fluido costituente il bagno affaticano l'occhio dell'osservatore, il quale riesce per ciò a stento ad afferrare l'istante, in cui l'aspetto della sostanza osservata manifesta, modificandosi, l'inizio della fusione.

A quest'ultimo difetto si è tentato di ovviare con vari artifizi, tali da rendere più nettamente rilevabile l'inizio della fusione. Di essi merita considerazione quello, su cui si fonda il

2.° **Metodo del tubicino di Piccard** (1). — Piccard impiegò un tubicino della forma indicata nella fig. 1, costituito cioè da una parte imbutiforme L, comunicante attraverso a un collo A con una piccola ampolla M, unita al tubicino H K, del diametro interno di circa 1-2 mm. aperto all'estremo K, e piegato ad u. Per l'impiego si introduce nel tubicino attraverso A un granello della sostanza da esaminare, e, scaldando, lo si fonde avendo cura che la gocciolina così ottenuta si raccolga in B, là dove il capillare è piegato ad U. In seguito si fa risolidificare la gocciolina. Avremo allora in B un tampone, che separa l'ampolla M dal tratto B K del capillare. Occorre che questo tampone sia perfettamente compatto e aderente alle pareti del capillare. Se non si è ben sicuri di ciò, si versa attraverso A una piccolissima goccia di mercurio, la quale, trattenuta dal tampone solido, effettuerà la buona chiusura dell'ampolla, di cui il metodo abbisogna. Ciò fatto, si salda alla lampada in A l'ampolla stessa, si applica il piccolo apparecchio a un termometro, mettendo il punto B a contatto col bulbo, si introduce nel bagno di riscaldamento, e si opera come col metodo del comune tubicino. Col riscaldamento la pressione dell'aria racchiusa in M va crescendo. Appena raggiunta la temperatura di fusione, la parte superficiale del tampone B diventa fluida e la sovrapressione dell'aria rinchiusa in M determina uno scorrimento del tampone stesso; scorrimento tanto più rapido e netto, quanto più elevato è il dislivello fra la temperatura dell'aria in M all'atto della saldatura dell'ampolla, e la temperatura cui essa viene portata per la fusione della sostanza cimentata. Ora, poichè per la saldatura l'ampolla è necessariamente non poco riscaldata, e poichè il metodo non dà buoni risultati, se non quando il sopradetto dislivello di temperatura sia abbastanza notevole, così si vede che questo metodo, pur buono, ha un campo di applicabilità, piuttosto ristretto, sopratutto tenendo conto delle altre condizioni, che rendono non semplice e comodo l'usarlo a temperature molto elevate; la

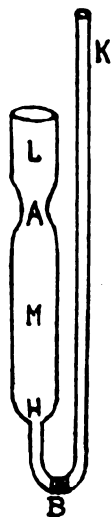



Fig. 1

(1) PICCARD: *Berichte der Deutschen Chemis. Ges.* Bd. 8 pag. 687 (1875).

necessità cioè della trasparenza del bagno riscaldante e la necessità, — che spessissimo si incontra —, di dover sopperire alla mancanza di compattezza del tampone solido coll'introduzione di una goccia di mercurio, o di una lega facilmente fusibile.

Allo stesso risultato, cui mira il metodo di Piccard, si può tendere in modo più semplice, usando un comune tubicino a fondo chiuso, formando nel suo interno a qualche distanza del fondo (per fusione e risolidificazione) un minuscolo tampone della sostanza in esame e caricando questo con una gocciolina di mercurio. Si può anche adoperare un tubicino aperto ai due estremi, ed esercitare sul tamponcino una pressione attraverso uno degli estremi stessi, per l'intermediario di un gas e coll'ausilio di un qualunque apparecchio di compressione. Ma nessuno di questi dispositivi ha dato i risultati, che da essi i loro autori si ripromettevano (1).

3.° **Metodo del contatto elettrico.** — Questo metodo, ideato da J. Löwe (2) e perfezionato nei particolari da Ch. Wolff (3) e da Krüss (4), è fondato sul seguente principio. Sia F (vedi fig. 2) un sottile filo di platino, di cui un estremo, piegato a C, è ricoperto da un leggero stratto di una sostanza solida coibente, e il secondo estremo è connesso attraverso una suoneria S ad un polo di una pila P, della quale l'altro polo è in comunicazione col mercurio di una vaschetta V. Se l'estremo ricoperto del filo F viene immerso nel mercurio della vaschetta V, il circuito della pila rimane aperto sempre e fin tanto che lo strato isolante, di cui è rivestito, rimanga aderente al filo e lo separi dal mercurio. Ma se, riscaldando lentamente il mercurio, portiamo la sostanza isolante alla fusione, il liquido, che se ne origina, sale istantaneamente alla superficie del mercurio, il filo si scopre, il circuito della pila si chiude e la suoneria squilla. In quell'istante leggiamo il termetro T, ricavandone la temperatura di fusione della sostanza in esame.

Questo metodo, indubbiamente ingegnoso, non è applicabile che alle sostanze coibenti, che possono aversi, — per fusione e

(1) Vedi l'esposizione di questi ed altri dispositivi nel caso speciale della fusione dei grassi, in Reihnard: Fresenius Zeitsc. Bd. 25 pag. 11.

(2) Löwe J. Dingler Polit. Journ. 201 pap. 250.

(3) Ch. Wolff. Fresenius Zeitsch. Bd. 15 pag. 472.

(4) Krüss. Zeitsch. f. Instrumentenkunde 4 - pag. 73.

risolidificazione, — in strati sottili senza discontinuità e ben coerenti. Tali condizioni limitano già molto il campo di utilizzazione del metodo. Ma esso è anche risultato nella pratica (v. la citata memoria di Landolt e i dati delle mie esperienze) scarsamente preciso, per cause varie non tutte ancora ben sceverate, specialmente alle alte temperature. Nè migliore è il risultato, che si ottiene col seguente dispositivo, derivato da quello di Löwe. Al filo F è sostituito un tubo di vetro H (fig. 3), di cui un estremo è tirato a punta capillare, la quale viene occlusa mediante un tamponcino K della sostanza da studiare. Sopra il detto tamponcino si versa una colonnina di mercurio, e la punta capillare è immersa nel mercurio della

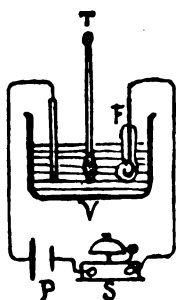
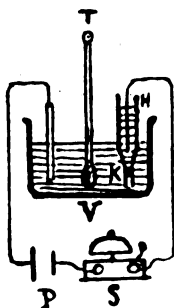



fig 2 fig 3

vaschetta V. Il circuito della pila P è aperto sempre e fin tanto che il tamponcino K non impedisca al mercurio del tubo H di venire in contatto con quello della vaschetta V. Non appena il tampone fonde, il contatto si stabilisce e la suoneria squilla.

4.° **Metodo di De Thierry** (1). — Anche questo metodo fornisce una segnalazione acustica del punto di fusione, ottenuta mediante la chiusura di un circuito elettrico. Il bulbo di un sensibile termometro di precisione contiene una piccola concamerazione cilindrica a pareti di vetro sottili sul cui fondo vi è un punta smussata di rame, comunicante con un polo di una pila pel tramite di un filo di platino saldato al fondo della concamerazione. Attraverso il tappo, che chiude tale concame-

(1) Archives des sciences physiques et naturelles T. 20 1905 pag. 59.

razione, passa a frizione dolce una bacchetta pure di rame terminante in un bottone dello stesso metallo e collegata, attraverso a una suoneria, all'altro polo della pila. Quando non vi è nulla nell'apparecchio, punta e bottone si toccano. il circuito è chiuso e la suoneria squilla. Se fra la punta e il bottone si pone una sottile scaglia della sostanza da esaminare, e se questa è isolante, il circuito rimane aperto finchè la sostanza è solida: si chiude, facendo squillare la suoneria, non appena essa, riscaldata coll'apparecchio in un bagno a ciò idoneo, si sia fusa. Allora si legge il termometro. Quando la sostanza esaminata sia conduttrice, si sostituisce alla bacchetta di rame un tubo di vetro sottile, di cui l'estremità inferiore è tirata a punta ed aperta. In esso si pone un piccolo cilindro del corpo da studiare. Il ristringimento inferiore del tubicino impedisce al cilindro di venire in contatto colla sottostante punta di rame e di chiudere così il circuito della pila, a' cui due poli punta e cilindro sono rispettivamente collegati. Ma non appena il cilindro sarà fuso, la sostanza conduttrice, fluendo per la punta del tubicino, chiuderà il circuito e provocherà la solita segnalazione. Questo metodo serve generalmente anche applicando la concamerazione, destinata a contenere la sostanza in esame, a fianco del bulbo del termometro, esternamente ad esso. Però è da notare che spesso un velo della sostanza coibente fusa, coll'intromettersi tra la punta e il bastoncino di rame, può impedire un buon contatto e rendere malsicura la segnalazione dell'avvenuta fusione. A ciò si può ovviare sostituendo uno strato di mercurio alla punta di rame. Ma allora diventa difficile mantenere a posto la scaglia isolante fra il bottone di rame e la superficie di mercurio. Il metodo non fa in questo caso che aggiungere un nuovo inconveniente a quelli, che si lamentano nel metodo di Löwe, col quale viene sostanzialmente a confondersi. Anche più incerto è l'impiego del metodo di De Thierry nel caso di sostanze conduttrici, perchè, se la quantità di sostanza disponibile è molta piccola, il tubetto, in cui vien posta, deve essere mantenuto assai stretto e la punta, in cui è fatto terminare, molto sottile. L'intervento delle forze capillari turba allora il funzionamento dell'apparecchio, e può anche impedirlo. Per ciò dopo qualche prova questo metodo si è escluso dai confronti col metodo nuovo, di cui dirò tosto.

Il nuovo metodo.

Le considerazioni qui sopra accennate, confortate dai dati della mia diretta esperienza, mi dimostrarono dunque l'opportunità di escogitare un nuovo metodo per la determinazione dei punti di fusione con piccole quantità di sostanze (1), che, senza sacrificare nulla della desiderabile precisione, fosse d'uso più generale di quelli sopradescritti; tale da adattarsi ugualmente bene alle sostanze coibenti come alle conduttrici, alle più friabili come alle più coerenti, e da servire in un amplissimo campo di temperature.

L'indirizzo, che io seguì, fu il seguente: sia A (fig. 4) un piano rigido e sopra esso sia posto un granulo C della sostanza da esaminare. Appoggiamo sopra C un estremo D di una sbarra metallica D H K E, piegata due volte a squadra in H e K e disponiamo sotto l'altro estremo E una lastrina metallica B, in modo che la distanza fra E e B sia minore di quella tra D ed A. In queste condizioni il circuito di una pila P, di cui un polo comunichi metallicamente con la sbarra D H K E, e l'altro, attraverso una suoneria S, con la lamina B, rimane aperto. Ma se scaldiamo l'interno di C fino alla temperatura di fusione della sostanza in esame, la sbarra, non più sostenuta dal blocchetto solido, scenderà per il proprio peso, il suo estremo E toccherà B, il circuito della pila si chiuderà, e la suoneria squillerà. Un termometro opportunamente disposto ci permetterà di leggere a tal segnale la temperatura.

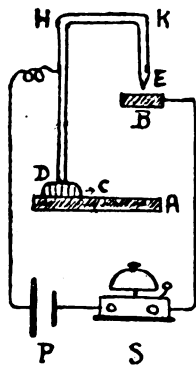
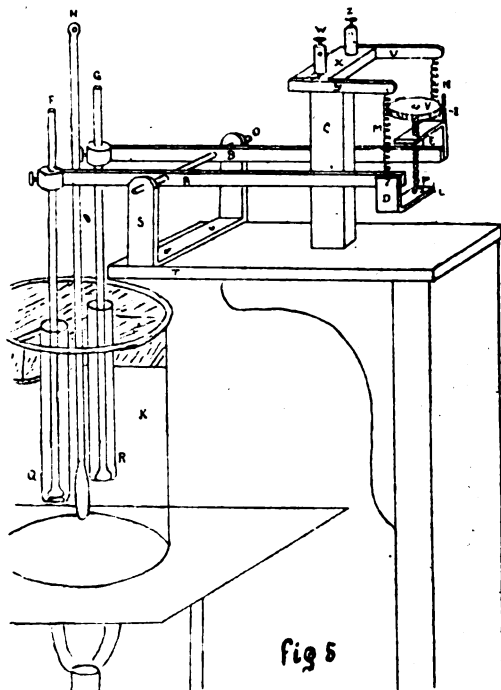



fig 4

(1) Circa il quantitativo minimo di una data sostanza necessario per poter applicare utilmente il metodo generale, consistente nella costruzione delle curve di riscaldamento e di raffreddamento della sostanza stessa attraverso i processi di fusione e di solidificazione con termometro direttamente immerso, esso dipende, oltre che dalla natura della sostanza, dalla prontezza dell'apparecchio termometrico. Secondo Landolt, usando il termometro a mercurio, occorrono sempre alcuni grammi della sostanza cimentata; usando una coppia termoelettrica si può rilevare, secondo Le Chatelier e Boudouard, (Mesure des temperatures élevées 137), la temperatura stazionaria di fusione, per

Su questa traccia feci costruire diversi apparecchi, che, pur avendo dato risultati abbastanza soddisfacenti, misero in evidenza la necessità di creare un sistema tale, che la distanza tra la punta E e il piano B, destinati a venire in contatto per effetto della fusione, si mantenesse per quanto possibile invariata malgrado le variazioni delle dimensioni delle singole parti dell'apparecchio, conseguenti inevitabilmente alla dilata-

zione termica, dato che nel corso delle esperienze la temperatura può anche variare di molte centinaia di gradi.

Questo scopo è raggiunto dall'apparecchio definitivo rappresentato schematicamente dalla fig. 5. Esso è costituito da

---

es. nel caso dell'oro, anche con un centigrammo del metallo. Ma per raggiungere tale risultato occorre realizzare perfette condizioni sperimentali, e sicura pratica da parte dell'osservatore. In ogni caso però, quando la quantità di sostanza utilizzabile è molta piccola, questo metodo perde la sua netta superiorità sui metodi speciali, da noi descritti, e, mentre diventa sperimentalmente più laborioso e complesso, la sua precisione e sicurezza non sono più tali, da farlo preferire ai migliori dei metodi suddetti.

due sbarre di ottone A e B, perfettamente uguali disposte in piani paralleli l'una a fianco dell'altra, in modo da costituire i lati di un rettangolo, di cui il lato maggiore (lunghezza di ciascuna sbarra) misura cm. 36 e il lato minore (distanza tra le sbarre) cm. 1,4. Le due aste possono ruotare l'una indipendentemente dall'altra intorno ad un asse orizzontale O, normale ad entrambe, sostenuto da una forchetta d'ottone S. L'asse divide ciascuna sbarra in due parti, di cui le lunghezze stanno fra loro nel rapporto $^1/_2$. Gli estremi delle due sbarre, che sono più prossimi all'asse, portano due espansioni, sempre d'ottone, munite di fori, nei quali si possono infilare e fissare mediante viti di pressione le due asticciole cilindriche uguali F e G, nel modo che è chiaramente illustrato dalla figura. Gli altri due estremi delle sbarre A e B portano invece due squadrette di ottone D ed E, fissate in tal maniera, che ciascuna sia elettricamente isolata dalla rispettiva sbarra. Le squadrette sono contrapposte, come risulta dal disegno, e quella superiore è attraversata dalla vite di ottone V del passo di mezzo mm., munita di una punta P di platino, e di una testa graduata, le cui rotazioni si misurano con riferimento all'indice I, saldato alla stessa squadretta E. Sulla squadretta D è saldato un dischetto di platino L, che riesce contrapposto alla punta P della vite già descritta. Una colonna di legno C, normale alla tavoletta T, cui è anche fissata la forchetta S, regge una traversa X di fibra, su cui sono montati i due serrafili W e Z connessi metallicamente ai bracci Y ed U. Questi sono situati nei piani, nei quali possono ruotare le sbarre A e B rispettivamente. Sulle sbarre A e B sono distribuite delle masse addizionali, in modo che il centro di gravità di ciascuno dei due sistemi costituiti da una sbarra e dalle parti connessevi, venga a trovarsi nelle condizioni dell'esperienza sopra l'asse O.

Tra le squadrette D ed E ed i bracci Y e U sono tese due molle elicoidali M ed N di sottile filo d'acciaio fra loro uguali. La loro lunghezza, quando non sono assoggettate a trazione o compressione alcuna, è tale che, se la tavoletta T, fissata a un opportuno sostegno, è disposta orizzontalmente, le sbarre A e B, sono leggermente inclinate e hanno nella posizione più elevata gli estremi portanti le squadrette. Ne segue che, qualora si agisca sopra gli estremi inferiori delle aste F e G, e, spostandoli verso l'alto, si portino le sbarre A e B ad essere orizzontali, le molle M e N entrano in tensione, e le basi delle aste F e G esercitano una pressione sull'oggetto, che le mantiene

nella nuova posizione. La forza premente è il doppio della tensione delle molle, e quindi variabile colle caratteristiche di queste. Per lo scopo, che noi ci proponiamo, è bene che tale forza sia molto piccola, di pochi grammi. Pensiamo ora che gli oggetti, da cui le basi delle F e G sono mantenute sollevate, siano i fondi piani di due provette di vetro sottile Q e R, di lunghezza sensibilmente uguale, mantenute nell'interno di un bicchiere K per mezzo di conveniente montatura in sughero.

Gli assi delle due provette sono paralleli e distano fra loro come gli assi delle due aste F e G. È dunque facile infilare tali aste nelle provette, e realizzare le condizioni, che più sopra abbiamo supposto raggiunte.

Dobbiamo anche pensare che, mentre l'asta G preme direttamente sul fondo della provetta R, l'asta F eserciti la sua pressione sopra un sottile strato della sostanza, di cui si vuol conoscere il punto di fusione, strato che noi abbiamo preliminarmente disposto sul fondo della provetta Q e che, — alla temperatura attuale di un conveniente liquido messo come bagno nel bicchiere K —, trovasi allo stato solido. Nel bagno, tra le provette, è disposto un termometro K col bulbo all'altezza della sostanza da cimentare, e il liquido può essere agitato con uno dei soliti dispositivi.

Così disposte le cose, colleghiamo uno dei due morsetti W e Z a un polo di una pila. l'altro morsetto all'altro polo per il tramite di una suoneria. Poichè le molle M e N costituiscono coi bracci Y ed U un legame conduttore fra i morsetti e le squadrette D e E, e poichè queste sono elettricamente isolate dal resto dell'apparecchio, il circuito della pila sarà chiuso e la suoneria squillerà quando la punta P della vite V sia a contatto colla piastrina di platino L.

Se noi dunque, dopo gli aggiustamenti dell'apparecchio già precisati, disporremo la vite in modo che la sua punta P disti dalla lastrina L per es. d'un tratto uguale allo spessore dello strato da fondere posto in Q, basterà che questo strato fonda per una metà del suo spessore, e che l'asta F, sotto l'azione della molla M, s'abbassi d'altrettanto, perchè L e P si tocchino e il campanello squilli. Con una distanza minore tra P e L, la fusione sarà segnalata, anche quando interessi uno spessore minore dello strato interposto tra F e Q.

Inoltre è chiaro che, poichè il riscaldamento avviene in modo perfettamente uguale per le due parti Q F A D e R G B E del sistema, e le sbarre A e B sono inizialmente

parallele, la dilatazione termica di queste parti non farà variare sensibilmente la distanza tra P ed L, e quindi non turberà il funzionamento dell' apparecchio.

Non abbiamo dunque ora che da riscaldare il bagno lentamente, agitando. Quando squillerà la suoneria, leggendo il termometro, e apportando alla lettura la correzione del caso, avremo il punto di fusione ricercato.

Questo è nelle linee generali l'andamento della misura. In quanto ai particolari, — sopratutto alla scelta del bagno —, essi dipenderanno in modo preminente dalla temperatura, alla quale la fusione avviene.

Come bagno io ho impiegato, nei vari casi, di cui più sotto è reso conto, alcool etilico, olio di vaselina, lega di Wood. Quando occorra, in luogo di un bagno semplice si potrà usare un bagno doppio o triplo, ciascuno con un sistema proprio di agitazione. La lentezza e l'uniformità del riscaldamento sono i fattori preminenti per la buona riuscita delle misure.

Occorre anche rilevare, che nell' impiego pratico dell' apparecchio le aste F e G non s'appoggiano direttamente la prima sulla sostanza da fondere la seconda sul fondo della provetta R, ma che ciascuna di esse è infilata in un tubetto (premitore) di vetro terminante in una espansione chiusa e appiattita. È questa espansione appiattita dei tubetti di vetro, che s'appoggia e preme da un lato sulla sostanza da fondere, dall'altra sul fondo della provetta vuota. La disposizione appare chiara dal disegno qui a lato.

fig 6

La lunghezza delle provette e dei relativi premitori è in nostro arbitrio. Per misure di qualche precisione, sopratutto a temperature elevate, è bene che essa consenta di tenere il termometro immerso fino in grande vicinanza della graduazione corrispondente alla temperatura di fusione, quale ci può essere fornita da una più grossolana misura preliminare. Ciò rende possibile l' evitare la correzione relativa alla colonna di mercurio emergente, correzione che dà sempre adito ad incertezze.

Il diametro interno delle provette da me usate era di circa mm. 6; la distanza fra gli assi delle due provette affiancate di circa mm. 12. L'espansione piana, in cui terminano i premitori, ha base circolare e il diametro di mm. 5 circa.

Quando si lavori con sostanze molto friabili, l' esperienza mi ha mostrato essere opportuno che tale base, anzichè piana, sia leggermente concava.

E sempre indispensabile per il successo, che le provette siano montate saldamente nel bicchiere del bagno più interno, e che tutto il sistema dei bagni abbia una struttura e un ap-

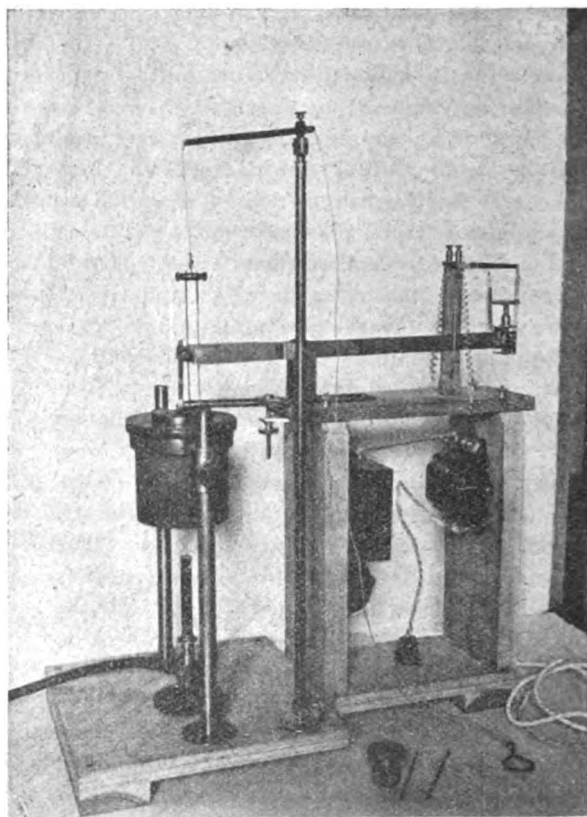



Fig. 7.

poggio così stabili, da non dar luogo nel corso della esperienza a movimenti d'assestamento. Tali condizioni si realizzano perfettamente col dispositivo illustrato dalla fotografia dell' apparecchio, qui riprodotta.

Quando l'apparecchio debba servire per determinare punti di fusione molto elevati, al termometro è conveniente sostituire una coppia termoelettrica platino-platino rodiato. Le provette

di vetro possono in tal caso essere sostituite con uguali tubi metallici a fondo chiuso, e i premitori di vetro con premitori di quarzo. La saldatura della coppia da scaldare si introduce, dopo averla assai appiattita, nella stessa provetta che contiene la sostanza da fondere, interponendola tra la sostanza e la provetta. Io ho trovato però conveniente sostituire al bagno ed alle due provette un blocchetto di ferro con due fori ad assi paralleli profondi un paio di centimetri al posto delle provette. I fori possono, se necessario, essere rivestiti di platino. Fra di essi è praticato un forellino più stretto, ma ugualmente profondo, dove si alloggia una saldatura della coppia.

Il riscaldamento, che, come si è detto, deve essere per quanto è possibile lento ed uniforme, potrà ottenersi con quei mezzi che si giudicheranno meglio adatti all'insieme del dispositivo utilizzato per accogliere la sostanza. Io ho adoperato a seconda dei casi la fiamma Bunsen o la stufa elettrica.

Quando il punto di fusione sia molto basso, il bagno si potrà costituire con un miscuglio di anidride carbonica solida ed etere posto in un vaso di Dewar. Io ho constatato che si può utilmente adoperare (per temperature fino a — 100) un bagno di alcool etilico introdotto nel vaso di Dewar dopo sufficiente refrigerazione. Con questo dispositivo io fornivo calore al bagno colla voluta gradualità, assumendo come veicolo un filo metallico, di cui un estremo era immerso nel bagno stesso e l'altro veniva all'esterno opportunamente riscaldato.

I dati, che qui sotto sono riferiti, danno i risultati delle prove da me eseguite per giudicare della bontà del nuovo metodo. Di queste prove una parte vennero effettuate allo scopo di stabilire: 1° - Se il metodo fornisca dati costanti, quando si ripeta un certo numero di volte la stessa misura; 2° - Se sotto questo aspetto il metodo presenti vantaggi o svantaggi in confronto a quelli precedentemente in uso: 3° - Se le medie delle misure così effettuate coi vari metodi presentino fra loro scarti notevoli.

Per tali misure le correzioni dei vari eventuali errori dovuti al termometro e al suo modo d'impiego hanno minore interesse, purchè si siano prese sufficienti precauzioni affinchè, essendo lo stesso termometro usato in identiche condizioni coi diversi metodi, quegli errori eventuali abbiano a essere in ogni misura sensibilmente gli stessi. Misure di siffatto genere sono quelle contrassegnate colla lettera *a*). Le sostanze impiegate in queste esperienze non furono preliminarmente purificate, non avendosi di mira il confronto dei valori ottenuti con quelli forniti da altri autori.

Altre prove furono invece propriamente rivolte a determinare la precisione del nuovo metodo, assumendosi come dati di confronto quelli forniti dalle fusioni di grandi masse di sostanza. La via seguita in queste esperienze fu quella tracciata dal Landolt nella memoria più volte citata, e la sostanza usata il benzofenone. I risultati sono raccolti più avanti sotto la lettera *b*.

Finalmente si effettuarono non poche determinazioni con sostanze campione accuratamente purificate (naftalina - zolfo) in modo da poter giudicare della precisione dei valori forniti dal nuovo metodo, per confronto coi valori trovati da altri sperimentatori con altri metodi. In tutte queste esperienze (benzofenone - naftalina - zolfo) oltre a impiegare sostanze purissime, si tenne rigorosamente conto degli errori imputabili ai termometri impiegati, determinandone le correzioni con un accurato controllo preliminare.

I termometri impiegati, di vecchia costruzione francese (Baudin e Alvergnat) o tedesca, (Fuess, Müller) erano graduati in decimi di grado o in mezzo grado per le temperature fino a 150°; in gradi per le temperature superiori. La lettura dei termometri si effettuava col solito mezzo di un cannocchiale, a distanza, ed è da rilevare come il nuovo metodo consenta ad un solo osservatore di eseguire con comodità le letture al termometro, senza doversi preoccupare dell'apparecchio. L'agitazione può essere esercitata dallo stesso osservatore col sussidio di funicelle, o essere ottenuta con mezzi meccanici. Il riscaldamento nelle mie esperienze veniva regolato in maniera, che a partire da una temperatura di circa 10° gradi più bassa di quella di fusione (già grosso modo misurata) facesse inalzare la temperatura di non più di un grado in ogni minuto. Sicchè per una buona determinazione può occorrere in media una ventina di minuti.

Lo strato di sostanza disposto sul fondo della provetta Q in generale veniva prima fuso e poi fatto risolidificare, in modo che si presentasse per quanto possibile piano e compatto.

Si può però anche usare la sostanza allo stato di suddivisione intasandone i granuli con lo stesso premitore, che dovrà esservi sovrapposto. Questo esercita poi una pressione in ogni caso tanto piccola, che la sua influenza sul punto di fusione da determinare non è certo sensibile.

Lo spessore dello strato impiegato variava da 1 a 2 mm. circa: la quantità di sostanza occorrente è quindi di qualche centigrammo. Restringendo le provette verso il fondo possono

tuttavia bastare quantità minori. Tra la punta P e la lastrina L si mantenne in generale una distanza di circa $^1/_2$ mm. L'esperienza ha dimostrato che, quando il riscaldamento è convenientemente lento, è inaprezzabile la variazione dei valori ottenuti per il punto di fusione facendo variare entro limiti abbastanza estesi sia lo spessore dello strato da fondere (da 1 a 2 mm.), sia la distanza tra P e L (da $^1/_2$ a 1 mm. nelle nostre esperienze).

Per le misure effettuate col sussidio della coppia platino-platino-rodiato vennero usati metalli, quali sono forniti dalle migliori case colla qualifica di puri. La graduazione della coppia fu eseguito colle dovute cure, assumendo come punti fondamentali i seguenti: punto di fusione del benzofenone, ebollizione dell'acqua, ebollizione della naftalina, ebollizione del benzofenone, ebollizione dello zolfo. Per i punti di ebollizione si impiegò il dispositivo di Barus (Le Chatelier e Boudouard: libro citato pag. 134).

Si deve rilevare, prima di esporre i dati delle misure effettuate, che, se l'apparecchio non è ben montato, qualche volta la punta P e la lastrina L possono venire intempestivamente a contatto per effetto di movimenti di assestamento dell'apparecchio. Questo caso si può distinguere spesso da quello, in cui la suoneria indica l'incipiente fusione, perchè, svitando di pochissimo la vite, quando si sia trattato di un piccolo movimento d'assestamento la segnalazione acustica cessa subito, mentre se si tratta di fusione incipiente la squadretta D segue la vite nel suo movimento ascendente e la suoneria seguita a squillare. Questo inconveniente si può però con un po' di pratica e con una accurata montatura completamente evitare.

Gli unici insuccessi non eliminabili si incontrano con quelle sostanze, che rammolliscono prima di fondere. Il metodo non è dunque applicabile ai grassi e a tutte le sostanze, che hanno comportamento più o meno prossimo a quello dei grassi. Ma è da notarsi che per esse anche i metodi del tubicino, di Löwe, e di De Thierry non danno risultati migliori, e che in molti casi la definizione stessa di punto di fusione viene per tali corpi ad essere in difetto.

Riveleremo a tal proposito che l'apparecchio qui descritto può con poche trasformazioni prestarsi utilmente allo studio del rammollimento progressivo, che precede la fusione dei grassi e di altre sostanze classificabili fra i corpi amorfi vetrosi. Tale ricerca potrà essere eventualmente oggetto di altro lavoro.

Altre prove furono invece propriamente rivolte a *determinare la precisione* del nuovo metodo, assumendosi come dati di confronto quelli forniti dalle fusioni di grandi masse di sostanza. La via seguita in queste esperienze fu quella tracciata dal Landolt nella memoria più volte citata, e la sostanza usata il benzofenone. I risultati sono raccolti più avanti sotto la lettera *b*.

Finalmente si effettuarono non poche determinazioni con sostanze campione accuratamente purificate (naftalina - zolfo) in modo da poter giudicare della precisione dei valori forniti dal nuovo metodo, per confronto coi valori trovati da altri sperimentatori con altri metodi. In tutte queste esperienze (benzofenone - naftalina - zolfo) oltre a impiegare sostanze purissime, si tenne rigorosamente conto degli errori imputabili ai termometri impiegati, determinandone le correzioni con un accurato controllo preliminare.

I termometri impiegati, di vecchia costruzione francese (Baudin e Alvergnat) o tedesca, (Fuess, Müller) erano graduati in decimi di grado o in mezzo grado per le temperature fino a 150°; in gradi per le temperature superiori. La lettura dei termometri si effettuava col solito mezzo di un cannocchiale, a distanza, ed è da rilevare come il nuovo metodo consenta ad un solo osservatore di eseguire con comodità le letture al termometro, senza doversi preoccupare dell'apparecchio. L'agitazione può essere esercitata dallo stesso osservatore col sussidio di funicelle, o essere ottenuta con mezzi meccanici. Il riscaldamento nelle mie esperienze veniva regolato in maniera, che a partire da una temperatura di circa 10° gradi più bassa di quella di fusione (già grosso modo misurata) facesse inalzare la temperatura di non più di un grado in ogni minuto. Sicchè per una buona determinazione può occorrere in media una ventina di minuti.

Lo strato di sostanza disposto sul fondo della provetta Q in generale veniva prima fuso e poi fatto risolidificare, in modo che si presentasse per quanto possibile piano e compatto.

Si può però anche usare la sostanza allo stato di suddivisione intasandone i granuli con lo stesso premitore, che dovrà esservi sovrapposto. Questo esercita poi una pressione in ogni caso tanto piccola, che la sua influenza sul punto di fusione da determinare non è certo sensibile.

Lo spessore dello strato impiegato variava da 1 a 2 mm. circa: la quantità di sostanza occorrente è quindi di qualche centigrammo. Restringendo le provette verso il fondo possono

tuttavia bastare quantità minori. Tra la punta P e la lastrina L si mantenne in generale una distanza di circa $^1/_2$ mm. L'esperienza ha dimostrato che, quando il riscaldamento è convenientemente lento, è inaprezzabile la variazione dei valori ottenuti per il punto di fusione facendo variare entro limiti abbastanza estesi sia lo spessore dello strato da fondere (da 1 a 2 mm.), sia la distanza tra P e L (da $^1/_2$ a 1 mm. nelle nostre esperienze).

Per le misure effettuate col sussidio della coppia platino-platino-rodiato vennero usati metalli, quali sono forniti dalle migliori case colla qualifica di puri. La graduazione della coppia fu eseguito colle dovute cure, assumendo come punti fondamentali i seguenti: punto di fusione del benzofenone, ebollizione dell'acqua, ebollizione della naftalina, ebollizione del benzofenone, ebollizione dello zolfo. Per i punti di ebollizione si impiegò il dispositivo di Barus (Le Chatelier e Boudouard: libro citato pag. 134).

Si deve rilevare, prima di esporre i dati delle misure effettuate, che, se l'apparecchio non è ben montato, qualche volta la punta P e la lastrina L possono venire intempestivamente a contatto per effetto di movimenti di assestamento dell'apparecchio. Questo caso si può distinguere spesso da quello, in cui la suoneria indica l'incipiente fusione, perchè, svitando di pochissimo la vite, quando si sia trattato di un piccolo movimento d'assestamento la segnalazione acustica cessa subito, mentre se si tratta di fusione incipiente la squadretta D segue la vite nel suo movimento ascendente e la suoneria seguita a squillare. Questo inconveniente si può però con un po' di pratica e con una accurata montatura completamente evitare.

Gli unici insuccessi non eliminabili si incontrano con quelle sostanze, che rammolliscono prima di fondere. Il metodo non è dunque applicabile ai grassi e a tutte le sostanze, che hanno comportamento più o meno prossimo a quello dei grassi. Ma è da notarsi che per esse anche i metodi del tubicino, di Löwe, e di De Thierry non danno risultati migliori, e che in molti casi la definizione stessa di punto di fusione viene per tali corpi ad essere in difetto.

Riveleremo a tal proposito che l'apparecchio qui descritto può con poche trasformazioni prestarsi utilmente allo studio del rammollimento progressivo, che precede la fusione dei grassi e di altre sostanze classificabili fra i corpi amorfi vetrosi. Tale ricerca potrà essere eventualmente oggetto di altro lavoro.

DATI SPERIMENTALI

a) *Risultati delle esperienze per il confronto dei vari metodi.*

Difenil amina (del commercio)

	Col Nuovo Metodo	Col Metodo del tubicino	Col Metodo di Löwe
Temperature lette	53°	53°,2	53°,2
" "	53°	52°,5	53°,1
" "	53°,1	52°,8	53°
" "	53°,2	52°,9	53°,1
" "	53°	52°,9	53°
Media	53°,06	52°,86	53°,08
Scarto massimo fra le letture	0°,2	0°,7	0°,2

Acido benzoico (del commercio)

Temperature lette	120°,6	120°,4	120°,2
" "	120°,4	120°,3	120°,5
" "	120°,7	120°,7	120°,7
" "	120°,3	120°,5	120°,7
" "	120°,6	120°,4	120°,4
Media	120°,52	120°,46	120°,50
Scarto massimo	0°,4	0°,4	0°,5

Paranitranilina (del commercio)

Temperature lette	146°,5	146°,7	146°,9
" "	146°,3	146°,5	146°,9
" "	146°,2	146°,4	146°,5
" "	146°,5	146°,4	147°,2
" "	146°,2	146°,3	146°,8
Media	146°,34	146°,46	146°,86
Scarto massimo	0°,3	0°,4	0°,7

Mannite (del commercio)

	Col Nuovo metodo	Col Metodo del tubicino	Col Metodo di Löwe
Temperature lette	165°,5	165°,4	165°,20
" "	165°,6	165°,8	166°,20
" "	165°,8	165°,7	165°,20
" "	165°,8	165°,5	165°,60
" "	165°,7	165°,7	165°,40
Media	165°,68	165°,62	165°,52
Scarto massimo	0°,3	0°,4	1°,—

b) *Risultati delle esperienze rivolte a determinare la precisione del nuovo metodo, in confronto con quelli del tubicino di Löwe e della fusione in grande masse.*

Benzofenone (purissimo)

Temperature corrette	47°,8	47°,8	47°,8
" "	47°,8	47°,8	48°,3
" "	47°,8	47°,8	48°,0
" "	47°,8	47°,9	48°,1
" "	48°,0	47°,9	48°,2
" "	47°,9	47°,9	48°,0
Media	47°,85	47°,85	48°,06
Scarto massimo	0°,2	0°,1	0°,5

Fusione di 40 grammi di benzofenone in una grande provetta del diametro di mm. 30: agitatore di vetro; bagno d'olio di vaselina.

Tempo	Temp. corretta	Tempo	Temp. corretta
0′	22°,5	35′	47°,9
6′	24°	39′	47°,9
12′	30°,5	41′	47°,9
21′	40°,2	45′	47°,9
26′	44°,5	49′	47°,9
30′	46°,2	50′	48°
32′	47°	51′	49°,6
34′	47°,5	52′	50°,9

Temperatura di fusione 47°,90

Solidificazione (40 gr. di benzofenone in provetta del diametro di mm. 30 in doppio bagno d'aria).

Tempo	Temp. corrette	Tempo	Temp. corrette
0'	52°	15'	47°,9
4'	49°,5	18'	47°,9
6'	46°,5	21'	47°,9
8'	45° (*)	24'	47°,5
10'	47°,9	27'	47°,3
12'	47°,9	30'	47°
13'	47°,9	35'	46°
14'	47°,9		

Temperatura di solidificazione 47°,9.

Naftalina (bisublimata).

	Col Nuovo Metodo	Col Metodo del tubicino	Col Metodo di Löwe
Temperatura corretta	79°,8	79°,5	79°,9
" "	80°,1	79°,7	79°,8
" "	79°,8	79°,8	79°,9
" "	79°,8	79°,6	80°
" "	80°,1	80°	79°,8
Media	79°,92	79°,72	79°,88
Scarto massimo fra le misure	0°,3	0°,5	0°,2

(Landolt da per la naftalina nella memoria citata le seguenti medie: 1° *fusione e solidificazione in grandi masse*: 80°,03; 2° - tubo capillare: 80°,17; 3° - metodo di Löwe-Wolff 80°,16).

c) *Altre misure col nuovo metodo.*

1 **Zolfo** (rombico purissimo: riscaldamento lentissimo così da consentire a + 95°,5 la completa trasformazione in monoclino).

Temp. corrette: 119°,2; 119°; 118°,8; 119°,2; 119°;
Media 119°,04;
Scarto massimo fra le letture 0°,4.

Smith e Holmes dànno per lo zolfo monoclino 119°,25 (Edin. Proc. 25 (1905) 588-592).

(*) Si introduce nella massa soprafusa un cristallino di benzofenone.

2 **Anilina** (pura, di recente distillata). Il bagno è costituito da un miscuglio di etere e di anidride carbonica solida. Riscaldamento lentissimo a mezzo di un filo metallico pescante nel bagno e immerso all'esterno in acqua bollente. Termometro Baudin ad alcool — 100 + 30 in gradi.
Temp. corrette: — 6°,2; — 6°, (Landolt e Bornstein — 6°)

3 **Antrachinone** (del commercio).
Temp. corrette: 277°; 276°,5; 276°,5
277°; 277°; 277°
Media 276°,83: Scarto massimo fra le letture 0°,5.

d) *Metalli*.

Le temperature di fusione dei metalli vennero tutte misurate colla coppia Platino-Platino-rodiato graduata nel modo più sopra indicato.

1 **Stagno** (Merk).
Temp. di fusione: 228°; 228°,6; 228°,3; 228°,5; 228°,1
Media 228°,30; Scarto massimo fra le letture 0°,6.

2 **Stagno** (Trommsdorf).
Temp. di fusione: 230°,5; 229°,7; 230°; 230°; 230°,2
Media 230°,08: Scarto massimo fra le letture 0°,8.

3 **Bismuto** (Ignota provenienza, splendidamente cristallizzato).
Temp. di fusione: 268°,5; 269°,1; 268°,6; 268°,6; 268°,7
Media 268°,70: Scarto massimo fra le letture 0°,6.

4 **Piombo** (Trommsdorf)
Temp. di fusione: 324°,6; 323°,9 324°,2; 324°,6
Media 324°,32: Scarto massimo fra le letture 0°,7.

5 **Zinco** (Ignota provenienza)
Temp. di fusione: 411°: 410°: 411°: 410°,5.
Media 410°,6: Scarto massimo fra le letture 1°.

CONCLUSIONI.

Dai dati esposti pare legittimo trarre le seguenti conclusioni:

1.° Il nuovo metodo, di cui si è reso conto, come costanza delle misure fornite e come precisione presenta qualche

Solidificazione (40 gr. di benzofenone in provetta del diametro di mm. 30 in doppio bagno d'aria).

Tempo	Temp. corrette	Tempo	Temp. corrette
0'	52°	15'	47°,9
4'	49°,5	18'	47°,9
6'	46°,5	21'	47°,9
8'	45° (*)	24'	47°,5
10'	47°,9	27'	47°,3
12'	47°,9	30'	47°
13'	47°,9	35'	46°
14'	47°,9		

Temperatura di solidificazione 47°,9.

Naftalina (bisublimata).

	Col Nuovo Metodo	Col Metodo del tubicino	Col Metodo di Löwe
Temperatura corretta	79°,8	79°,5	79°,9
" "	80°,1	79°,7	79°,8
" "	79°,8	79°,8	79°,9
" "	79°,8	79°,6	80°
" "	80°,1	80°	79°,8
Media	79°,92	79°,72	79°,88
Scarto massimo fra le misure	0°,3	0°,5	0°,2

(Landolt da per la naftalina nella memoria citata le seguenti medie: 1° *fusione e solidificazione in grandi masse*: 80°,03; 2° - tubo capillare: 80°,17; 3° - metodo di Löwe-Wolff 80°,16).

c) *Altre misure col nuovo metodo.*

1 **Zolfo** (rombico purissimo: riscaldamento lentissimo così da consentire a + 95°,5 la completa trasformazione in monoclino).

Temp. corrette: 119°,2; 119°; 118°,8; 119°,2; 119°;
Media 119°,04;
Scarto massimo fra le letture 0°,4.
Smith e Holmes dànno per lo zolfo monoclino 119°,25 (Edin. Proc. 25 (1905) 588-592).

(*) Si introduce nella massa soprafusa un cristallino di benzofenone.

2 **Anilina** (pura, di recente distillata). Il bagno è costituito da un miscuglio di etere e di anidride carbonica solida. Riscaldamento lentissimo a mezzo di un filo metallico pescante nel bagno e immerso all'esterno in acqua bollente. Termometro Baudin ad alcool — 100 + 30 in gradi.
Temp. corrette: — 6°,2; — 6°, (Landolt e Bornstein — 6°)

3 **Antrachinone** (del commercio).
Temp. corrette: 277°; 276°,5; 276°,5
277°; 277°; 277°
Media 276°,83: Scarto massimo fra le letture 0°,5.

d) *Metalli*.

Le temperature di fusione dei metalli vennero tutte misurate colla coppia Platino-Platino-rodiato graduata nel modo più sopra indicato.

1 **Stagno** (Merk).
Temp. di fusione: 228°; 228°,6; 228°,3; 228°,5; 228°,1
Media 228°,30; Scarto massimo fra le letture 0°,6.

2 **Stagno** (Trommsdorf).
Temp. di fusione: 230°,5; 229°,7; 230°; 230°; 230°,2
Media 230°,08: Scarto massimo fra le letture 0°,8.

3 **Bismuto** (Ignota provenienza, splendidamente cristallizzato).
Temp. di fusione: 268°,5; 269°,1; 268°,6; 268°,6; 268°,7
Media 268°,70: Scarto massimo fra le letture 0°,6.

4 **Piombo** (Trommsdorf)
Temp. di fusione: 324°,6; 323°,9 324°,2; 324°,6
Media 324°,32: Scarto massimo fra le letture 0°,7.

5 **Zinco** (Ignota provenienza)
Temp. di fusione: 411°: 410°: 411°: 410°,5.
Media 410°,6: Scarto massimo fra le letture 1°.

CONCLUSIONI.

Dai dati esposti pare legittimo trarre le seguenti conclusioni:

1.° Il nuovo metodo, di cui si è reso conto, come costanza delle misure fornite e come precisione presenta qualche

vantaggio sul metodo del tubicino ed è notevolmente superiore al metodo di Löwe.

2.° Come comodità e speditezza d'impiego esso è preferibile anche al metodo del tubicino.

3.° **Esso è d'impiego assai più generale che non gli altri metodi già in uso e si presta ugualmente bene alle basse come alle alte temperature, coi corpi conduttori come coi coibenti.**

4.° È da rilevarsi la facilità con cui è possibile col nuovo metodo rendere automatica la registrazione del punto di fusione, quando si faccia uso di termometri o pirometri registratori.

5.° Il nuovo metodo pare dunque meritevole di essere preferito, tutte le volte che non sia possibile o conveniente applicare il metodo generale della fusione e risolidificazione di grandi masse.

Pavia, Istituto di Fisica R. Università.

LE FORMULE DI FRENET PER LE CURVE DI UN IPERSPAZIO, OTTENUTE CON METODO VETTORIALE.

APPLICAZIONI ALLE ELICHE DI UN S_n

Nota di ANGELO PENSA

(Adunanza del 2 luglio 1925)

Retta tangente e spazi osculatori di una curva in un suo punto.

1. Una curva di un S_n, $(n \gtreqless 3)$, sia descritta dal punto P, funzione derivabile di una variabile numerica t.

Siano $P, P_1, P_2, \ldots, P_{n-1}$ n punti della curva, corrispondenti ai valori $t, t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}$ della variabile indipendente.

Consideriamo gli spazi $S_1, S_2, \ldots, S_{n-2}, S_{n-1}$, individuati rispettivamente dai gruppi di punti [1]

$$\begin{array}{l} P\,P_1 \\ P\,P_1\,P_2, \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ P\,P_1\,P_2 \ldots P_{n-2}, \\ P\,P_1\,P_2 \ldots P_{n-2}\,P_{n-1}. \end{array}$$

Facendo tendere $t_1, t_2, \ldots, t_{n-1}$ a t, i punti $P_1, P_2 \ldots P_{n-1}$ tenderanno a P, sulla curva, e gli spazi $S_1, S_2, \ldots, S_{n-2}, S_{n-1}$ tenderanno a posizioni limiti $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_{n-2}, \Sigma_{n-1}$.

Lo spazio Σ_1, limite di S_1, è la *tangente* in P alla linea considerata; gli spazi $\Sigma_2, \Sigma_3, \ldots, \Sigma_{n-1}$ sono i successivi *spazi osculatori* in P alla stessa curva.

---

(1) È noto che $k+1$ punti di un S_n $(n \geqq k)$, e quindi $k+1$ punti della curva considerata, se non sono soggetti a condizioni particolari, determinano un S_k, e non uno spazio a un minor numero di dimensioni.

Si ha, a questo proposito il seguente teorema ([2]):

Se P, *funzione derivabile della variabile numerica* t, *descrive una curva dell'* S_n, *e le prime* n — 1 *derivate di* P *non nulle, nè parallele tra loro, sono quelle degli ordini* $m_1, m_2, \ldots, m_{n-1}$, *allora*:

$$\mathrm{P}\,\mathrm{P}^{m_1} \text{ è la tangente in P (cioè è } \Sigma_1\text{);}$$
$$\mathrm{P}\,\mathrm{P}^{m_1}\,\mathrm{P}^{m_2} \text{ è il } \Sigma_2 \text{ osculatore in P;}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\mathrm{P}\,\mathrm{P}^{m_1}\,\mathrm{P}^{m_2}\ldots\mathrm{P}^{m_i} \text{ è il } \Sigma_i \text{ osculatore in P;}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\mathrm{P}\,\mathrm{P}^{m_1}\,\mathrm{P}^{m_2}\ldots\mathrm{P}^{m_{n-1}} \text{ è il } \Sigma_{n-1} \text{ osculatore in P,}$$

alla curva data ([3]).

Infatti, se il punto P_1 corrisponde al valore $t+h$ della variabile indipendente, avremo:

$$P_1 = P + \frac{h^{m_1}}{m_1!}(\mathrm{P}^{m_1} + \varepsilon_1)$$

$$P_1 = P + \frac{h^{m_1}}{m_1!}P^{m_1} + \ldots + \frac{h^{m_2}}{m_2!}(P^{m_2} + \varepsilon_2)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$P_1 = P + \frac{h^{m_1}}{m_1!}P^{m_1} + \ldots + \frac{h^{m_2}}{m_2!}P^{m_2} + \ldots + \frac{h^{m_i}}{m_i!}(P^{m_i} + \varepsilon_i)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$P_1 = P + \frac{h^{m_1}}{m_1!}P^{m_1} + \ldots + \frac{h^{m_2}}{m_2!}P^{m_2} + \ldots + \frac{h^{m_{n-1}}}{m_{n-1}!}(P^{m_{n-1}} + \varepsilon_{n-1})$$

ove $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots \varepsilon_i, \ldots \varepsilon_{n-1}$ sono vettori tendenti a zero col tendere di h a zero.

Avremo:

([2]) Cfr. per il caso $n = 3$, BURALI-FORTI, *Corso di Geometria analitico-proiettiva* (G. B. Petrini, Torino, 1912), pag. 107. — T. BOGGIO, *Calcolo differenziale* (S. Lattes, Torino, 1921), pag. 501.. . 505.

([3]) Cfr. per la def. e le proprietà dei prodotti alternati progressivi e regressivi di formazioni geometriche in un S_n euclideo: A. PENSA, *Geometria assoluta delle formazioni geometriche in un* S_n *euclideo* (Atti R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, Vol. 79, Parte 2ª, 1919-20) Nota I (pag. 275-292) e Nota II (pag. 737-761).

$$\frac{P P_1}{h^{m_1}/m_1!} = P P^{m_1} + P \varepsilon_1 \quad , \quad \frac{P P^{m_1} P_1}{h^{m_2}/m_2!} = P P^{m_1} P^{m_2} + P P^{m_1} \varepsilon_2$$

. . . .

$$\frac{P P^{m_1} P^{m_2} \dots P^{m_{i-1}} P_1}{h^{m_i}/m_i!} = P P^{m_1} P^{m_2} \dots P^{m_{i-1}} P^{m_i} + P P^{m_1} P^{m_2} \dots P^{m_{i-1}} \varepsilon_i$$

. . . .

$$\frac{P P^{m_1} P^{m_2} \dots P^{m_{n-2}} P_1}{h^{m_{n-1}}/m_{n-1}!} = P P^{m_1} P^{m_2} \dots P^{m_{n-2}} P^{m_{n-1}} + P P^{m_1} P^{m_2} \dots P^{m_{n-2}} \varepsilon_{n-1}$$

Facendo tendere h a zero le precedenti eguaglianze dimostrano il teorema.

Nei casi ordinarii si ha che

$P P'$, $P P' P''$,.... $P P' P'' \dots P^{i}$,... $P P' P'' \dots P^{n-2}$, $P P' P'' \dots P^{n-1}$

danno gli spazi Σ_1, Σ_2,..., Σ_i ,..., Σ_{n-2}, Σ_{n-1} rispettivamente.

Normali ad una curva in un suo punto, e loro derivate rispetto all' arco.

2. Poniamo, per definizione:

$$N_1 = \frac{dP}{ds} \tag{1}$$

e

$$N_2 = \frac{\dfrac{dN_1}{ds}}{\operatorname{mod} \dfrac{dN_1}{ds}} . \tag{2}$$

Sarà allora

$$N_1^2 = 1 \quad , \quad N_2^2 = 1$$

e

$$\frac{dN_1}{ds} = a_{12} N_2 \quad ; \quad \frac{dN_1}{ds} = \frac{d^2 P}{ds^2} , \tag{1'}$$

avendo indicato il mod $\dfrac{dN_1}{ds}$ con a_{12}.

Inoltre, derivando la $N_1^2 = 1$, e ricordando le (1) ed (1'), si ottiene:

$$N_2 \times N_1 = 0 \quad , \quad N_2 \times \frac{dP}{ds} = 0$$

cioè:

I vettori $\mathbf{N}_1$ *ed* $\mathbf{N}_2$ *sono unitari ed ortogonali*; $\mathbf{N}_1$ *è parallelo alla tangente in* **P** *alla curva* (*cioè è parallelo a* Σ_1); $\mathbf{N}_2$ *è parallelo allo spazio osculatore* Σ_2.

3. Con procedimento ricorrente, dando ad i successivamente i valori 3, 4,..., n, si consideri in Σ_i il vettore ([4])

$$N_i = E_i\,(N_1,\ N_2,\dots,\ N_{i-1}), \qquad (i = 3, 4,\dots, n) \tag{3}$$

unitario ed ortogonale ad N_1, $N_2,\dots$, N_{i-1}.

La n.pla di vettori relativa al punto P, costituita da N_1 ed N_2 definiti nel n. precedente, e da $N_3\dots$, N_n, ottenuti ora, è unitaria e positiva; inoltre N_h ($h = 3, 4,\dots, n$) è ortogonale a Σ_{h-1}, e quindi a $\dfrac{dP}{ds}$, $\dfrac{d^2P}{ds^2}$,..., $\dfrac{d^{h-1}P}{ds^{h-1}}$.

4. Si hanno allora le relazioni fondamentali:

$$N_i^2 = 1, \qquad (i = 1, 2,\dots, n) \tag{4}$$

$$N_i \times N_j = 0, \qquad (i \neq j;\ i, j = 1, 2,\dots, n) \tag{5}$$

$$\frac{d^k P}{ds^k} \times N_i = 0, \quad (i = 2, 3,\dots, n;\ k = 1, 2,\dots, i-1)$$

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{d^{k-1} N_1}{ds^{k-1}} \times N_i = 0, \quad (i = 3, 4,\dots, n;\ k = 2, 3,\dots, i-1) \\ &\left[a_{12}\frac{d^{k-2} N_2}{ds^{k-2}} + \binom{k-2}{1}\frac{d a_{12}}{ds}\cdot\frac{d^{k-3} N_2}{ds^{k-3}} + \dots + \right. \\ &\left. + \binom{k-2}{1}\frac{d^{k-3} a_{12}}{ds^{k-3}}\cdot\frac{dN_2}{ds} + \frac{d^{k-2} a_{12}}{ds^{k-2}}\,N_2\right] \times N_i = 0 \\ &\qquad (i = 4, 5,\dots, n;\ k = 3, 4,\dots, i-1) \end{aligned}\right. \tag{6}$$

([4]) Nella mia nota: « *Geometria assoluta dei vettori e delle omografie vettoriali in un* S_n *euclideo* » (Rendic. R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Vol. 52, pag 439,..., 453; Milano, 1919) è definita a pag. 445, la funzione $E\,(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2,\dots, \mathbf{u}_{n-1})$ degli n — 1 vettori $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2,\dots, \mathbf{u}_{n-1}$ dell'S_n; e risulta che detta funzione è un vettore normale a ciascuno dei vettori $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_2,\dots$, $\mathbf{u}_{n-1}$; ecc. Però la suddetta notazione è incompleta, perchè manca in essa l'indicazione del numero n delle dimensioni dello spazio in cui essa è definita.

Perciò qui, e nel seguito, daremo ad E come indice il numero n delle dimensioni dello spazio S_n, e scriveremo

$$E_3\,(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2),\ E_4\,(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3),\dots,\ E_n\,(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2,\dots, \mathbf{u}_{n-1})$$

secondochè l'operazione stessa è definita in un S_3, in un $S_4,\dots$, in un S_n rispettivamente. Si osservi che la $E_3\,(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ non è altro che il prodotto vettoriale $\mathbf{u}_1 \wedge \mathbf{u}_2$, valido in un S_3.

$$(7) \qquad \frac{d N_i}{d s} \times N_i = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

$$(8) \qquad \frac{d N_i}{d s} \times N_j = - \frac{d N_j}{d s} \times N_i, \quad (i \neq j;\ i, j = 1, 2, \ldots, n).$$

E in particolare:

$$(6_1) \qquad \frac{d N_i}{d s} \times N_1 = 0, \quad \frac{d N_1}{d s} \times N_i = 0, \quad (i = 3, 4, \ldots, n)$$

$$(6_2) \qquad \frac{d N_i}{d s} \times N_2 = 0, \quad \frac{d N_2}{d s} \times N_i = 0, \quad (i = 4, 5, \ldots, n).$$

Dim. - Le (4), (5), e la prima delle (6) non sono che l'espressione dell'enunciato finale del n. 3.

La seconda delle (6) deriva dalla precedente in virtù della seconda delle (1'). La terza delle (6) si ottiene dalla seconda mediante la prima delle (1').

Derivando la (4) e la (5) si hanno la (7) e la (8).

Ponendo $j = 1$ nella (8) si ottiene

$$\frac{d N_i}{d s} \times N_1 = - \frac{d N_1}{d s} \times N_i,$$

e poichè il secondo membro è nullo per la seconda delle (6), ove si ponga $k = 2$, così sarà nullo anche il primo, e ne risultano le (6_1).

Dalla terza delle (6), per $k = 3$, si ha, in virtù della (5), la seconda delle (6_2); da questa, per la (8), si ottiene la prima delle (6_2).

5. Vogliamo ora esprimere $\frac{d N_1}{d s}, \frac{d N_2}{d s}, \ldots, \frac{d N_n}{d s}$ in funzione dei vettori $N_1, N_2, \ldots, N_n$. A questo scopo poniamo, *per definizione*:

$$(9) \qquad \frac{1}{\varrho_i} = \frac{d N_i}{d s} \times N_{i+1}, \quad (i = 1, 2, \ldots, n-1).$$

Le formule cercate, estensione alle curve dell'S_n delle *formule di Frenet* [5], *sotto forma vettoriale*, note per le curve

---

[5] Cfr., per le *formule di Frenet*, sotto forma vettoriale, relative alle curve dell'S_3: G. PEANO, *Lezioni di Analisi infinitesimale* (Torino 1893), vol. II, §. 321, formula (14), e §. 325, formule (9) e (11). — C. BURALI-FORTI, loc. cit., pag. 110. — T. BOGGIO, loc. cit., pag. 559. — Usando coordinate cartesiane si ottengono, sempre per le curve

dell'S_3, sono allora le seguenti:

$$
(10)\quad \left\{
\begin{aligned}
&\frac{d N_1}{d s} = \frac{1}{\varrho_1} N_2 ,\\
&\frac{d N_h}{d s} = -\frac{1}{\varrho_{h-1}} N_{h-1} + \frac{1}{\varrho_h} N_{h+1} ,\ (h = 2, 3, \ldots, n-1)\\
&\frac{d N_n}{d s} = -\frac{1}{\varrho_{n-1}} N_{n-1} .
\end{aligned}
\right.
$$

Dim. - La dimostrazione è suddivisa in tre parti, α), β), γ):

α) Ricordando la prima delle (1'), e tenendo presente la (7), la quale dice che nella espressione di $\frac{d N_1}{d s}$ manca il termine contenente il vettore N_1, potremo scrivere provvisoriamente:

---

dell'S_3, formole corrispondenti alle precedenti, che danno le derivate dei coseni direttori delle tre direzioni principali N_1, N_2, N_3. Cfr. ad es.: L. Bianchi, *Lezioni di Geometria differenziale*, Vol. I, pag. 11. (Pisa, E. Spoerri, 1902). — G. Brunel, nella Memoria: *Sur les propriétés métriques des courbes gauches dans un espace linéaire à n dimensions*, (Math. Annalen, vol. 19; 1882; pag. 37, ..., 55) estese le suddette formole, in coordinate cartesiane, alle curve dell'S_n [cfr. loc. cit., formole (20) di pag. 46]. — Allo stesso risultato giunse, dopo, anche G. Landsberg, nei due lavori: *Zur Theorie der Krümmungen eindimensionaler, in höheren Mannigfaltigkeiten enthaltener Gebilde* [Journal für die reine und angewandte Mathematik, (Crelle), Bd. 114 (1895) pagg. 338, ..., 344]; e: *Ueber den Zusammenhang der Krümmungstheorie der Curven mit der Mechanik starrer Systeme des n — dimensionalen Raumes* [Journal für die reine und angewandte Mathematik, (Crelle), Bd. 118 (1897), pagg. 163, ..., 172]. (Le indicazioni dei lavori di G. Brunel e G. Landsberg sono dovute alla gentilezza del prof. L. Berzolari, che me le comunicò prima di presentare questa nota all'Istituto Lombardo).

Il Cesàro, nelle sue *Lezioni di Geometria intrinseca* (Napoli, 1896), ricava, per le curve dell'S_3, formole che esprimono le derivate delle coordinate di un punto della curva rispetto all'arco [cfr. loc. cit.. pag. 124, formole (3)]; ed estende queste formole all'S_n [cfr. loc. cit. pag. 229, formole (13)].

Ritornando ancora all'S_3, si veda, per le *formole di Frenet in geometria ellittica ed iperbolica*, L. Bianchi, loc. cit. pag. 455, ..., 458.

$$
(11)\quad \left\{
\begin{aligned}
\frac{dN_1}{ds} &= a_{12} N_2 \\
\frac{dN_2}{ds} &= a_{21} N_1 + a_{23} N_3 + a_{24} N_4 + \dots\dots + a_{2n} N_n \\
\frac{dN_3}{ds} &= a_{31} N_1 + a_{32} N_2 + a_{34} N_4 + \dots\dots + a_{3n} N_n \\
&\dots\dots\dots\dots \\
\frac{dN_i}{ds} &= a_{i1} N_1 + a_{i2} N_2 + a_{i3} N_3 + \dots + a_{i,i-1} N_{i-1} + a_{i,i+1} N_{i+1} + \dots + a_{in} N_n \\
&\dots\dots\dots\dots \\
\frac{dN_n}{ds} &= a_{n1} N_1 + a_{n2} N_2 + a_{n3} N_3 + \dots\dots + a_{n,n-1} N_{n-1},
\end{aligned}
\right.
$$

ove le a_{hk} sono dei coefficienti numerici, funzioni di s.

Si avrà allora, per la (8)

$$(8') \qquad a_{ij} = - a_{ji} \qquad (i \neq j;\ i, j = 1, 2, \dots, n),$$

e per le (6_1) e (6_2):

$$(6_1') \qquad a_{i1} = 0, \qquad (i = 3, 4, \dots, n),$$

$$(6_2') \qquad a_{i2} = 0,\ a_{2i} = 0, \qquad (i = 4, 5, \dots, n).$$

E con ciò la seconda delle (11) diventa:

$$(11_1) \qquad \frac{dN_2}{ds} = - a_{12} N_1 + a_{23} N_3 .$$

β) Dalle relazioni ora trovate risultano subito le seguenti:

$$(12) \qquad \frac{d^2 N_2}{ds^2} \times N_i = 0 \quad ; \quad \frac{dN_3}{ds} \times N_i = 0, \qquad (i = 5, 6, \dots, n),$$

$$(12') \qquad a_{3i} = 0, \qquad a_{i3} = 0, \qquad (i = 5, 6, \dots, n)$$

$$(11_2) \qquad \frac{dN_3}{ds} = - a_{23} N_2 + a_{34} N_4$$

E quindi, analogamente:

$$(13) \qquad \frac{d^3 N_2}{ds^3} \times N_i = 0; \quad \frac{d^2 N_3}{ds^2} \times N_i = 0; \quad \frac{dN_4}{ds} \times N_i = 0, \ (i = 6, 7, \dots, n)$$

$$(13') \qquad a_{4,i} = 0, \quad a_{i,4} = 0, \qquad (i = 6, 7, \dots, n)$$

$$(11_3) \qquad \frac{dN_4}{ds} = - a_{3,4} N_3 + a_{4,5} N_5 .$$

Infatti per la terza delle (6), ove si faccia $k = 4$, si ha:

$$\left(a_{12} \frac{d^2 N_2}{ds^2} + 2 \frac{d a_{12}}{ds} \cdot \frac{dN_2}{ds} + \frac{d^2 a_{12}}{ds^2} N_2\right) \times N_i = 0, \ (i = 5, 6, \dots, n),$$

e questa, per la seconda delle (6_2) e per la (5) dà la 1ª delle (12), cioè:

$$\frac{d^2 N_2}{d s^2} \times N_i = 0\,, \qquad (i = 5, 6, \ldots, n).$$

Da questa, per la (11_1) si ricava

$$\left(- a_{12} \frac{d N_1}{d s} - \frac{d a_{12}}{d s} N_1 + a_{23} \frac{d N_3}{d s} + \frac{d a_{23}}{d s} N_3\right) \times N_i = 0\,,$$

che, per la seconda delle (6_1) e per la (5) dà la seconda delle (12).

Le (12′) si hanno moltiplicando scalarmente $(\times)$ la terza delle (11) per N_i, $(i = 5, 6, \ldots, n)$, e ricordando la seconda delle (12) e la (8′). Allora, per le (12′), e per la $(6'_1)$, la terza delle (11) dà la (11_2).

Ponendo $k = 5$ nella terza delle (6), per $i = 5, 6, \ldots, n$, e tenendo presenti la prima delle (12), la seconda delle (6_2), e la (5), si ha la prima delle (13). Questa, per la (11_1), equivale alla seguente:

$$\left(- a_{12} \frac{d^2 N_1}{d s^2} - 2 \frac{d a_{12}}{d s} \cdot \frac{d N_1}{d s} - \frac{d^2 a_{12}}{d s^2} N_1 + a_{23} \frac{d^2 N_3}{d s^2} + \right.$$

$$\left. + 2 \frac{d a_{23}}{d s} \cdot \frac{d N_3}{d s} + \frac{d^2 a_{23}}{d s^2} \cdot N_3\right) \times N_i = 0\,.$$

In questa si tenga conto: 1°) della seconda delle (6) in cui si faccia $k = 3$; 2°) della seconda delle (6_1); 3°) della seconda delle (12); 4°) della (5). Si otterrà:

$$\frac{d^2 N_3}{d s^2} \times N_i = 0, \qquad (i = 6, 7, \ldots, n)$$

che è la seconda delle (13). Questa, per la (11_2) si trasforma in:

$$\left(- a_{23} \frac{d N_2}{d s} - \frac{d a_{23}}{d s} N_2 + a_{34} \frac{d N_4}{d s} + \frac{d a_{34}}{d s} N_4\right) \times N_i = 0,$$

che, per la seconda delle (6_2) e per la (5), dà l'ultima delle (13).

Moltiplicando scalarmente $(\times)$ la quarta delle (11) per N_i, e ricordando l'ultima delle (13) e la (8′), si ottengono le (13′). In virtù di queste, la quarta delle (11) assume la forma (11_3).

γ). Supponiamo ora di aver dimostrato vere le formole dei seguenti gruppi (14), (15), (11_4):

$$
(14)\quad \begin{cases}
\dfrac{dN_2}{ds} \times N_i = 0\,, & (i = 4, 5, \ldots, n) \\[2mm]
\dfrac{d^2 N_2}{ds^2} \times N_i = 0\,,\ \dfrac{dN_3}{ds} \times N_i = 0 & (i = 5, 6, \ldots, n) \\[2mm]
\dfrac{d^3 N_2}{ds^3} \times N_i = 0,\ \dfrac{d^2 N_3}{ds^2} \times N_i = 0,\ \dfrac{dN_4}{ds} \times N_i = 0, & (i = 6, 7, \ldots, n) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\
\dfrac{d^{h-1} N_2}{ds^{h-1}} \times N_i = 0,\ \dfrac{d^{h-2} N_3}{ds^{h-2}} \times N_i = 0, \ldots,\ \dfrac{dN_h}{ds} \times N_i = 0\,, & \\
\qquad (h < n-1\,;\ i = h+2, h+3, \ldots, n)\,; &
\end{cases}
$$

e quindi:

$$
(15)\quad \begin{cases}
a_{2i} = a_{i2} = 0\,, & (i = 4, 5, \ldots, n)\,, \\
a_{3i} = a_{i3} = 0\,, & (i = 5, 6, \ldots, n)\,, \\
a_{4i} = a_{i4} = 0\,, & (i = 6, 7, \ldots, n)\,, \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \\
a_{hi} = a_{ih} = 0, (h < n-1\,; i = h+2, h+3, \ldots, n)\,; &
\end{cases}
$$

e in conseguenza:

$$
(11_4)\quad \begin{cases}
\dfrac{dN_1}{ds} = a_{12} N_2 \\[2mm]
\dfrac{dN_2}{ds} = -a_{12} N_1 + a_{23} N_3 \\[2mm]
\dfrac{dN_3}{ds} = -a_{23} N_2 + a_{34} N_4 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\dfrac{dN_h}{ds} = -a_{h-1,h} N_{h-1} + a_{h,h+1} N_{h+1}
\end{cases}
$$

Dimostreremo che *sono vere anche le formole che si ottengono dall'ultima di ciascuno dei tre gruppi* (14), (15), (11_4), *sostituendo in esse* h + 1 *ad* h.

Infatti: poniamo $k = h + 2$ nella terza delle (6), e avremo:

$$
\left[a_{12} \frac{d^h N_2}{ds^h} + \binom{h}{1} \frac{da_{12}}{ds} \cdot \frac{d^{h-1} N_2}{ds^{h-1}} + \binom{h}{2} \frac{d^2 a_{12}}{ds^2} \cdot \frac{d^{h-2} N_2}{ds^{h-2}} + \ldots + \right.
$$

$$
\left. + \binom{h}{1} \frac{d^{h-1} a_{12}}{ds^{h-1}} \cdot \frac{dN_2}{ds} + \frac{d^h a_{12}}{ds^h} N_2 \right] \times N_i = 0.
$$

e questa, per la seconda delle (6_2) e per la (5) dà la 1ª delle (12), cioè:

$$\frac{d^2 N_2}{d s^2} \times N_i = 0\,, \qquad (i = 5, 6, \ldots, n).$$

Da questa, per la (11_1) si ricava

$$\left(- a_{12} \frac{d N_1}{d s} - \frac{d a_{12}}{d s} N_1 + a_{23} \frac{d N_3}{d s} + \frac{d a_{23}}{d s} N_3\right) \times N_i = 0\,,$$

che, per la seconda delle (6_1) e per la (5) dà la seconda delle (12).

Le (12′) si hanno moltiplicando scalarmente (×) la terza delle (11) per N_i, ($i = 5, 6, \ldots, n$), e ricordando la seconda delle (12) e la (8′). Allora, per le (12′), e per la ($6'_1$), la terza delle (11) dà la (11_2).

Ponendo $k = 5$ nella terza delle (6), per $i = 5, 6, \ldots, n$, e tenendo presenti la prima delle (12), la seconda delle (6_2), e la (5), si ha la prima delle (13). Questa, per la (11_1), equivale alla seguente:

$$\left(- a_{12} \frac{d^2 N_1}{d s^2} - 2 \frac{d a_{12}}{d s} \cdot \frac{d N_1}{d s} - \frac{d^2 a_{12}}{d s^2} N_1 + a_{23} \frac{d^2 N_3}{d s^2} + \right.$$
$$\left. + 2 \frac{d a_{23}}{d s} \cdot \frac{d N_3}{d s} + \frac{d^2 a_{23}}{d s^2} \cdot N_3\right) \times N_i = 0\,.$$

In questa si tenga conto: 1°) della seconda delle (6) in cui si faccia $k = 3$; 2°) della seconda delle (6_1); 3°) della seconda delle (12); 4°) della (5). Si otterrà:

$$\frac{d^2 N_3}{d s^2} \times N_i = 0, \qquad (i = 6, 7, \ldots, n)$$

che è la seconda delle (13). Questa, per la (11_2) si trasforma in:

$$\left(- a_{23} \frac{d N_2}{d s} - \frac{d a_{23}}{d s} N_2 + a_{34} \frac{d N_4}{d s} + \frac{d a_{34}}{d s} N_4\right) \times N_i = 0,$$

che, per la seconda delle (6_2) e per la (5), dà l'ultima delle (13).

Moltiplicando scalarmente (×) la quarta delle (11) per N_i, e ricordando l'ultima delle (13) e la (8′), si ottengono le (13′). In virtù di queste, la quarta delle (11) assume la forma (11_3).

γ). Supponiamo ora di aver dimostrato vere le formole dei seguenti gruppi (14), (15), (11_4):

$$\frac{dN_2}{ds} \times N_i = 0 \,, \qquad (i = 4, 5, \ldots, n)$$

$$(14) \quad \begin{cases} \dfrac{d^2 N_2}{ds^2} \times N_i = 0 \,, \ \dfrac{dN_3}{ds} \times N_i = 0 & (i = 5, 6, \ldots, n) \\ \dfrac{d^3 N_2}{ds^3} \times N_i = 0, \ \dfrac{d^2 N_3}{ds^2} \times N_i = 0, \ \dfrac{dN_4}{ds} \times N_i = 0, & (i = 6, 7, \ldots, n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ \dfrac{d^{h-1} N_2}{ds^{h-1}} \times N_i = 0, \ \dfrac{d^{h-2} N_3}{ds^{h-2}} \times N_i = 0, \ldots, \ \dfrac{dN_h}{ds} \times N_i = 0 \,, & \\ \qquad (h < n-1 \,; \ i = h+2, h+3, \ldots, n) \,; & \end{cases}$$

e quindi:

$$(15) \quad \begin{cases} a_{2i} = a_{i2} = 0 \,, & (i = 4, 5, \ldots, n) \,, \\ a_{3i} = a_{i3} = 0 \,, & (i = 5, 6, \ldots, n) \,, \\ a_{4i} = a_{i4} = 0 \,, & (i = 6, 7, \ldots, n) \,, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\ a_{hi} = a_{ih} = 0, (h < n-1 \,; i = h+2, h+3, \ldots, n) \,; & \end{cases}$$

e in conseguenza:

$$(11_4) \quad \begin{cases} \dfrac{dN_1}{ds} = a_{12} N_2 \\ \dfrac{dN_2}{ds} = - a_{12} N_1 + a_{23} N_3 \\ \dfrac{dN_3}{ds} = - a_{23} N_2 + a_{34} N_4 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{dN_h}{ds} = - a_{h-1,h} N_{h-1} + a_{h,h+1} N_{h+1} \end{cases}$$

Dimostreremo che *sono vere anche le formole che si ottengono dall'ultima di ciascuno dei tre gruppi* (14), (15), (11_4), *sostituendo in esse* h + 1 *ad* h.

Infatti: poniamo $k = h + 2$ nella terza delle (6), e avremo:

$$\left[a_{12} \frac{d^h N_2}{ds^h} + \binom{h}{1} \frac{d a_{12}}{ds} \cdot \frac{d^{h-1} N_2}{ds^{h-1}} + \binom{h}{2} \frac{d^2 a_{12}}{ds^2} \cdot \frac{d^{h-2} N_2}{ds^{h-2}} + \ldots + \right.$$
$$\left. + \binom{h}{1} \frac{d^{h-1} a_{12}}{ds^{h-1}} \cdot \frac{dN_2}{ds} + \frac{d^h a_{12}}{ds^h} N_2 \right] \times N_i = 0.$$

Questa, per le (14), si riduce alla seguente:

(a) $$\frac{d^h N_2}{d s^h} \times N_i = 0 \,.$$

Ricavando dalla seconda delle (11_4) l'espressione di $\frac{d^h N_2}{d s^h}$, e sostituendola in (a), si ottiene:

(b) $$\left[- a_{12} \frac{d^{h-1} N_1}{d s^{h-1}} - \binom{h-1}{1} \frac{d a_{12}}{d s} \cdot \frac{d^{h-2} N_1}{d s^{h-2}} - \dots - \right.$$
$$\left. - \binom{h-1}{1} \frac{d^{h-2} a_{12}}{d s^{h-2}} \cdot \frac{d N_1}{d s} - \frac{d^{h-1} a_{12}}{d s^{h-1}} N_1 \right] \times N_i +$$
$$+ \left[a_{23} \frac{d^{h-1} N_3}{d s^{h-1}} + \binom{h-1}{1} \frac{d a_{23}}{d s} \cdot \frac{d^{h-2} N_3}{d s^{h-2}} + \dots + \right.$$
$$\left. + \binom{h-1}{1} \frac{d^{h-2} a_{23}}{d s^{h-2}} \cdot \frac{d N_3}{d s} + \frac{d^{h-1} a_{23}}{d s^{h-1}} N_3 \right] \times N_i = 0 \,.$$

Per la seconda delle (6) sono nulli tutti i prodotti provenienti dai termini della prima parentesi; e per le (14) sono nulli i prodotti provenienti dai termini secondo, terzo, ..., ultimo della seconda parentesi. E allora la (b) si riduce alla seguente:

(c) $$\frac{d^{h-1} N_3}{d s^{h-1}} \times N_i = 0 \,.$$

Calcolando ora l'espressione di $\frac{d^{h-1} N_3}{d s^{h-1}}$ mediante la terza delle (11_4), e sostituendola in (c), si otterrà in virtù delle (14):

(d) $$\frac{d^{h-2} N_4}{d s^{h-2}} \times N_i = 0 \,.$$

Procedendo in modo analogo si otterranno successivamente le altre relazioni:

(e) $$\frac{d^{h-3} N_5}{d s^{h-3}} \times N_i = 0, \; \frac{d^{h-4} N_6}{d s^{h-4}} \times N_i = 0, \dots, \; \frac{d N_{h+1}}{ds} \times N_i = 0 \,,$$

Le (a), (c), (d), (e) non sono altro che le relazioni che si otterrebbero da quelle dell'ultima linea del gruppo (14) ponendovi $h+1$ al posto di h.

Le ultime relazioni del gruppo (e), cioè

$$\frac{d N_{h+1}}{d s} \times N_i = 0 \,, \qquad (i = h+3,\; h+4, \dots, n)$$

danno, per le (11) e la (8'), le seguenti:

(f) $$a_{h+1,i} = a_{i,h+1} = 0 \,, \qquad (i = h+3,\; h+4, \dots, n)$$

In virtù di queste, e della (8′), la $(h+1)^{ma}$ delle (11) assumerà la forma:

$$\frac{dN_{h+1}}{ds} = -a_{h,h+1} N_h + a_{h+1,h+2} N_{h+2}. \tag{g}$$

Le (f) e la (g) sono rispettivamente le relazioni che si otterrebbero ponendo in quelle dell'ultima linea del gruppo (15), e nell'ultima delle (11_4), $h+1$ al posto di h.

Ciò appunto si voleva dimostrare.

Risulta così che le (14) e le (15) valgono per tutti i valori di h, da $h=2$ ad $h=n-2$.

E allora le (11) assumono la forma:

$$(16)\quad \begin{cases} \dfrac{dN_1}{ds} = a_{12} N_2 \\ \dfrac{dN_h}{ds} = -a_{h-1,h} N_{h-1} + a_{h,h+1} N_{h+1}, \quad (h=2,3,\dots,n-1) \\ \dfrac{dN_n}{ds} = -a_{n-1,n} N_{n-1}. \end{cases}$$

E poichè di qui si ha:

$$\frac{dN_i}{ds} \times N_{i+1} = a_{i,i+1}, \qquad (i=1,2,\dots,n-1),$$

avremo, per le (9):

$$a_{i,i+1} = \frac{1}{\varrho_i}, \qquad (i=1,2,\dots,n-1) \tag{17}$$

E allora le (16) non sono altro che le (10), che volevamo ottenere.

I rapporti $\frac{1}{\varrho_1}, \frac{1}{\varrho_2}, \dots, \frac{1}{\varrho_{n-1}}$ sono rispettivamente le *curvature prima, seconda, ..., $n-1)^{esima}$ della curva nel punto* P, e $\varrho_1, \varrho_2, \dots \varrho_{n-1}$ ne sono i rispettivi *raggi di curvatura*.

6. Si può subito fare una applicazione delle (10). Si ha infatti:

$$(18)\quad \begin{cases} \left(\mathrm{mod}\ \dfrac{dN_1}{ds}\right)^2 = \dfrac{1}{\varrho_1^2} \\ \left(\mathrm{mod}\ \dfrac{dN_h}{ds}\right)^2 = \dfrac{1}{\varrho^2_{h-1}} + \dfrac{1}{\varrho^2_h} \qquad (h=2,3,\dots,n-1) \\ \left(\mathrm{mod}\ \dfrac{dN_n}{ds}\right)^2 = \dfrac{1}{\varrho^2_{n-1}} \end{cases}$$

Moltiplicando $\left(\bmod \frac{dN_i}{ds}\right)^2$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, per $(-1)^{i+1}$ e sommando membro a membro le relazioni che ne risultano, si ha:

$$(19) \qquad \left(\bmod \frac{dN_1}{ds}\right)^2 - \left(\bmod \frac{dN_2}{ds}\right)^2 + \left(\bmod \frac{dN_3}{ds}\right)^2 - \ldots + \\ + (-1)^{n+1} \left(\frac{dN_n}{ds}\right)^2 = 0 .$$

7. Nell'S_3 si possono esprimere $\frac{dN_1}{ds}, \frac{dN_2}{ds}, \frac{dN_3}{ds}$ nella forma semplice

$$\frac{dN_1}{ds} = \boldsymbol{f} \wedge N_1 , \quad \frac{dN_2}{ds} = \boldsymbol{f} \wedge N_2 , \quad \frac{dN_3}{ds} = \boldsymbol{f} \wedge N_3 ,$$

essendo $\boldsymbol{f}$ un vettore particolare, funzione di $\varrho_1, \varrho_2, N_1, N_3$ [6].

Dimostreremo ora che *per le curve dell'* S_n *si ha*

$$(20) \qquad \frac{dN_i}{ds} = \lambda_i \, E_n(\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \ldots, \boldsymbol{f}_{n-2}, N_i) , \qquad (i = 1, 2, \ldots n)$$

dove

$$(21) \quad \lambda_i = \frac{(-1)^{n-1} . 2}{(1 . 2 \ldots i) . [1 . 2 . 3 \ldots (n - i + 1)] \varrho_1 \varrho_2 \ldots \varrho_{n-1}}$$

ed

$$(22) \quad \boldsymbol{f}_h = (i - h + 1) \varrho_h N_h - (i - h - 3) \varrho_{h+1} N_{h+2} , \quad (h = 1, 2, \ldots, n-2)$$

Dim. — Si ha infatti, per $i = 2, 3, \ldots, n-1$:

$$\lambda_i \, E_n(\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \ldots, \boldsymbol{f}_{n-2}, N_i) =$$

$$= \lambda_i \{E_n [i \varrho_1 N_1, (i-1) \varrho_2 N_2, \ldots, 3\varrho_{i-2} N_{i-2}, 2\varrho_i N_{i+1}, 3\varrho_{i+1} N_{i+2}, \ldots, (n-i+1) \varrho_{n-1} N_n$$

$$+ E_n [i\varrho_1 N_1, (i-1) \varrho_2 N_2, \ldots, 3\varrho_{i-2} N_{i-2}, 2\varrho_{i-1} N_{i-1}, 3\varrho_{i+1} N_{i+2}, \ldots, (n-i+1) \varrho_{n-1} N_n$$

Tutti gli altri termini provenienti dallo sviluppo del primo membro sono nulli, gli uni perchè contengono due vettori paralleli, gli altri perchè ne contengono uno nullo. E allora:

$$(\xi) \qquad \lambda_i \, E_n(\boldsymbol{f}_1, \boldsymbol{f}_2, \ldots, \boldsymbol{f}_{n-2}, N_i) =$$

---

[6] Cfr. C. Burali-Forti, *Sopra alcune superficie rigate dipendenti dalle indicatrici sferiche di una curva gobba* (Rendic. Accad. Lincei vol. XXIII, serie V, 2° sem. fasc. 6, pag. 202; Roma, 1914).

$$= \frac{1}{2} \lambda_i \{ (1.2...i) [1.2...(n-i+1)] \varrho_1 \varrho_2 ... \varrho_{i-2} \varrho_i ... \varrho_{n-1} E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-2}, N_{i+1}, ..., N_n, N_i) +$$

$$+ (1.2...i) [1.2...(n-i+1)] \varrho_1 \varrho_2 ... \varrho_{i-1} \varrho_{i+1} \varrho_{i+2} ... \varrho_{n-1} E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-1}, N_{i+2}, ... N_n, N_i) \}.$$

Ma si ha (7)

$$(\eta) \qquad E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-2}, N_{i+1}, N_{i+2}, ..., N_n, N_i) =$$
$$= (-1)^{n-1} E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-2}, N_i, N_{i+1}, ..., N_n) =$$
$$= (-1)^{n-1} . (-1)^{i-2} N_{i-1} = (-1)^{n-2} N_{i-1},$$

ed analogamente:

$$(\zeta) \qquad E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-1}, N_{i+2}, ... N_n, N_i) =$$
$$= (-1)^{n-i-1} . E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-1}, N_i, N_{i+1}, ..., N_n) =$$
$$= (-1)^{n-i-1} . (-1)^i N_{i+1} = (-1)^{n-1} N_{i+1}.$$

Allora, in virtù di (η), (ζ), e della (21), la (ξ) diventa:

$$\lambda_i E_n (\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, ..., \mathbf{f}_{n-2}, N_i) =$$

$$= \frac{(-1)^{2(n-1)} (1.2.3...i) [1.2.3...(n-i+1)]}{(1.2.3...i) [1.2.3...(n-i+1)]} \left\{ - \frac{\varrho_1 \varrho_2 ... \varrho_{i-2} \varrho_i ... \varrho_{n-1}}{\varrho_1 \varrho_2 ... \varrho_{i-2} \varrho_{i-1} \varrho_i ... \varrho_{n-1}} N_{i-1} + \right.$$

$$\left. + \frac{\varrho_1 \varrho_2 ... \varrho_{i-1} \varrho_{i+1} ... \varrho_{n-1}}{\varrho_1 \varrho_2 ... \varrho_{i-1} \varrho_i \varrho_{i+1} ... \varrho_{n-1}} N_{i+1} \right\} = - \frac{1}{\varrho_{i-1}} N_{i-1} + \frac{1}{\varrho_i} N_{i+1} = \frac{d N_i}{d s},$$

(per $i = 2, 3, ..., n-1$)

---

(7) Per la proprietà di $E_n (\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, ..., \mathbf{i}_{r-1}, \mathbf{i}_{r+1}, ... \mathbf{i}_n)$ di cambiar segno per lo scambio fra loro di due dei vettori $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, ... \mathbf{i}_n$; e per la formula:

$$(\delta) \quad \mathbf{i}_r = (-1)^{(r-1)(n-1)} E_n (\mathbf{i}_{r+1}, \mathbf{i}_{r+2}, ..., \mathbf{i}_n, \mathbf{i}_1, ..., \mathbf{i}_{r-1}).$$

Cfr. C. Burali-Forti et T. Boggio, *Espaces Courbes. Critique de la Relativité* (Torino, Sten. editr., 1924), pag. 8, form. (3).

La stessa formula potendosi scrivere:

$$\mathbf{i}_r = (-1)^{(r-1)(n-1)} . (-1)^{(r-1)(n-2)} E_n (\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, ..., \mathbf{i}_{r-1}, \mathbf{i}_{r+1}, ... \mathbf{i}_n),$$

ossia:

$$(\delta') \qquad \mathbf{i}_r = (-1)^{r-1} E_n (\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, ..., \mathbf{i}_{r-1}, \mathbf{i}_{r+1}, ..., \mathbf{i}_n),$$

darà

$$E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-2}, N_i, N_{i+1}, ..., N_n) = (-1)^{i-2} N_{i-1}$$
$$E_n (N_1, N_2, ..., N_{i-1}, N_i, N_{i+2}, ..., N_n) = (-1)^i N_{i+1}.$$

Analogamente:

$$\lambda_1 E_n(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_{n-2}, N_1) =$$

$$= \lambda_1 E_n(3\varrho_2 N_3, 4\varrho_3 N_4, \dots, n\varrho_{n-1} N_n, N_1),$$

tutti gli altri termini dello sviluppo del primo membro, essendo nulli per ragioni analoghe a quelle dette nel caso precedente.

E allora, per il valore di λ_1 tratto dalla (21) e per la (δ) della nota (7) risulta:

$$\lambda_1 E_n(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_{n-2}, N_1) =$$

$$= \frac{(-1)^{2(n-1)}(1 . 2 . 3 \dots n) . \varrho_2 \varrho_3 \dots \varrho_{n-1}}{(1 . 2 . 3 \dots n) \varrho_1 \varrho_2 \varrho_3 \dots \varrho_{n-1}} N_2 = \frac{1}{\varrho_1} N_2 = \frac{d N_1}{d s}$$

E così pure [applicando qui la (δ') della nota (7)]:

$$\lambda_n E_n(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \mathbf{f}_3, \dots, \mathbf{f}_{n-2}, N_n) =$$

$$= \lambda_n E_n[n\varrho_1 N_1, (n-1)\varrho_2 N_2, \dots, 4\varrho_{n-3} N_{n-3}, 3\varrho_{n-2} N_{n-2}, N_n] =$$

$$= \frac{1}{2} \lambda_n . n(n-1) \dots 3 . 2 . \varrho_1 \varrho_2 \dots \varrho_{n-3} \varrho_{n-2} . E_n(N_1, N_2, \dots, N_{n-3}, N_{n-2} . N_n) =$$

$$= \frac{(-1)^{n-1} . 2 . \varrho_1 \varrho_2 \dots \varrho_{n-3} \varrho_{n-2}}{1 . 2 \dots n . \varrho_1 \varrho_2 \dots \varrho_{n-3} \varrho_{n-2} \varrho_{n-1}} \frac{1}{2} n . (n-1) \dots 3 . 2 . (-1)^{n-2} N_{n-1} =$$

$$= -\frac{1}{\varrho_{n-1}} N_{n-1} = \frac{d N_n}{d s} .$$

Così le (20) risultano verificate per tutti i valori di i da 1 ad n.

Espressioni delle n — 1 curvature.

7. Per le $n-1$ curvature $\frac{1}{\varrho_i}$, $(i = 1, 2, \dots, n-1)$, abbiamo già le espressioni (9), pel caso in cui P sia funzione dell'arco s della curva.

Se invece P *è funzione di una variabile numerica* t, *si hanno, per le stesse curvature, le espressioni*

$$(23) \quad \begin{cases} \dfrac{1}{\varrho_1} = \dfrac{\operatorname{mod} P' P''}{(\operatorname{mod} P')^3}, \\[2ex] \dfrac{1}{\varrho_i} = \dfrac{\operatorname{mod}(P' P'' \dots P^{i+1}) . \operatorname{mod.}(P' P'' \dots P^{i-1})}{\operatorname{mod} P' . [\operatorname{mod}(P' P'' \dots P^i)]^2}, \quad (i = 2, 3, \dots, n-1). \end{cases}$$

Infatti, poniamo

$$\frac{d s}{d t} = v \tag{24}$$

e calcoliamo, mediante le (10), le successive derivate P', P'', P'''..., di P.

Dalla P''' in avanti, scriviamo esplicitamente, in ciascuna derivata, solo il termine in cui comparisce la N_h coll'indice massimo compatibile con la derivata fatta. I coefficienti delle N_k negli altri termini verranno indicati semplicemente con delle $\varphi_{l,k}$. Avremo:

$$\left\{\begin{aligned} P' &= v N_1 \\ P'' &= v' N_1 + \frac{v^2}{\varrho_1} N_2 \\ P''' &= \varphi_{3,1} N_1 + \varphi_{3,2} N_2 + \frac{v^3}{\varrho_1 \varrho_2} N_3 \\ P^{IV} &= \varphi_{4,1} N_1 + \varphi_{4,2} N_2 + \varphi_{4,3} N_3 + \frac{v^4}{\varrho_1 \varrho_2 \varrho_3} N_4 \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ P^{i} &= \varphi_{i,1} N_1 + \varphi_{i,2} N_2 + \varphi_{i,3} N_3 + \ldots + \varphi_{i,i-1} N_{i-1} + \frac{v^i}{\varrho_1 \varrho_2 \cdots \varrho_{i-1}} N_i , \\ & (i = 2, 3 \ldots, n) \end{aligned}\right. \tag{25}$$

come si riconosce subito [8].

Moltiplicando le precedenti eguaglianze membro a membro, si ottiene:

$$P' P'' P''' \ldots P^{i} = \frac{v^{\frac{i(i+1)}{2}}}{\varrho_1^{\,i-1} \varrho_2^{\,i-2} \varrho_3^{\,i-3} \ldots \varrho_{i-2}^{2} \varrho_{i-1}} N_1 N_2 \ldots N_i , \quad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{26}$$

---

[8] Infatti, derivando l'ultima delle (25), supposta vera, si ottengono, dai primi $i-2$ termini, in virtù delle (10), dei termini contenenti $N_1, N_2, \ldots, N_l$, e dall'ultimo se ne ottengono due, di cui uno contiene N_i, e l'altro N_{i+1}. Quest'ultimo è

$$\frac{v^{i+1}}{\varrho_1 \varrho_2 \cdots \varrho_i} N_{i+1}$$

cosicchè l'espressione di P^{i+1} risulterà:

$$P^{i+1} = \varphi_{i+1,1} N_1 + \varphi_{i+1,2} N_2 + \ldots + \varphi_{i+1,i} N_i + \frac{v^{i+1}}{\varrho_1 \varrho_2 \cdots \varrho_i} N_{i+1}$$

che si deduce appunto dall'ultima delle (25) cambiandovi i in $i+1$: questa è dunque vera per i valori di i da 2 ad n.

Ponendo

$$(27) \qquad \Omega_i = N_1 N_2 \dots N_i , \qquad (i = 1, 2, \dots, n) ,$$

cioè indicando con Ω_i l'*i-vettore* $N_1 N_2 \dots N_i$ (⁹), si potrà anche scrivere:

$$(26') \qquad P' P'' P''' \dots P^i = \frac{v^{\frac{i(i+1)}{2}}}{\rho_1^{i-1} \rho_2^{i-2} \rho_3^{i-3} \dots \rho^2_{i-2} \rho_{i-1}} \Omega_i ,$$
$$(i = 1, 2, \dots, n) .$$

Dividiamo il modulo di questa pel modulo della relazione che da essa si ottiene sostituendovi $i-1$ ad i. Avremo:

$$\frac{\text{mod}\,(P' P'' P''' \dots P^i)}{\text{mod}\,(P' P'' P''' \dots P^{i-1})} = \frac{v^i}{\rho_1 \rho_2 \rho_3 \dots \rho_{i-1}} , \qquad (i = 2, 3, \dots, n-1).$$

Dividiamo membro a membro, per questa ultima eguaglianza, quella che da essa si ottiene sostituendovi $i+1$ ad i. Risulterà:

$$\frac{\text{mod}\,(P' P'' P''' \dots P^{i+1}) \,.\, \text{mod}\,(P' P'' P''' \dots P^{i-1})}{[\text{mod}\,(P' P'' P''' \dots P^i)]^2} = \frac{v}{\rho_i} ,$$

e poichè $v = \text{mod}\,P'$, sostituendo in questa, si otterrà la seconda delle (23). La prima si ottiene ponendo $i = 2$ nella relazione (26) (¹⁰).

L'elica di un S_n.

8. Per *definizione* chiameremo *elica di un* S_n *ogni linea di questo spazio per la quale, indicando con* K *un vettore*

(⁹) Essendo $N_1, N_2, \dots, N_i$ vettori unitari ortogonali del Σ_i osculatore in P alla curva, sarà

$$\text{am}\,(N_1, N_2, \dots, N_i) = 1$$

od anche

$$\text{mod}\,\Omega_i = 1 ,$$

e se O è un punto qualunque dello spazio Σ_i, sarà

$$\text{mod}\,(O\,\Omega_i) = \frac{1}{i!} .$$

(¹⁰) Il caso in cui la curva abbia in ogni suo punto i medesimi raggi di curvatura è già stato considerato dal BRUNEL, loc. cit., pag. 53, ..., 55.

costante dell' S_n, *e con* c_h, *per ogni valore di* h, *una costante arbitraria non nulla, si abbia*

$$N_h \times K = c_h, \tag{28}$$

ove h *assume tutti i valori 1, 3, 5, ..., 2*i *— 1, ..., minori di* n.

Distinguiamo due casi: *n dispari*, ed *n pari*.

1° CASO. — *Sia* n *dispari*. Avremo:

α). *Per l'elica di un* S_n (n *dispari*) *valgono le proprietà seguenti:*

$$N_2 \times K = 0,\ N_4 \times K = 0, \dots, N_{2i} \times K = 0, \dots, N_{n-1} \times K = 0 \tag{29}$$

e inoltre

$$N_n \times K = \text{cost} = c_n. \tag{30}$$

Infatti, ponendo $h = 1$ nella (28) e derivando, si ha:

$\frac{dN_1}{ds} \times K = 0$, che, per la prima delle (10), dà $N_2 \times K = 0$.

Analogamente, ponendo $h = 3$ nella (28) e derivando, si ottiene

$\frac{dN_3}{ds} \times K = 0$, che, per le (10) e per la $N_2 \times K = 0$, dà $N_4 \times K = 0$.

Supponiamo che l'ultima dimostrata, delle (29), sia

$$N_{2i} \times K = 0; \tag{a}$$

e poniamo $h = 2i + 1$ nella (28), e deriviamo. Otterremo

$$\frac{dN_{2i+1}}{ds} \times K = 0, \text{ ossia } \left(-\frac{1}{\varrho_{2i}} N_{2i} + \frac{1}{\varrho_{2i+1}} N_{2i+2}\right) \times K = 0.$$

Questa, per la (a), diventa

$$N_{2(i+1)} \times K = 0. \tag{b}$$

Cosicchè, se è vera la (a), risulta vera la (b). Restano così dimostrate le (29).

L'ultima delle (29) si può scrivere:

$$-\frac{1}{\varrho_{n-1}} N_{n-1} \times K = 0,$$

che, per l'ultima delle (10), equivale a

$$\frac{dN_n}{ds} \times K = 0$$

ossia

$$N_n \times K = \text{cost} = c_n ,$$

che è la (30).

β). — Si ha ancora:

Per l'elica ora considerata valgono pure le proprietà seguenti:

$$(31) \qquad \frac{\varrho_{2i}}{\varrho_{2i-1}} = \frac{c_{2i+1}}{c_{2i-1}} , \qquad (i = 1, 2, ..., \frac{n-1}{2}) ;$$

$$(32) \qquad \frac{\varrho_2 \, \varrho_4 \cdots \varrho_{2i}}{\varrho_1 \, \varrho_3 \cdots \varrho_{2i-1}} = \frac{c_{2i+1}}{c_1} \qquad (i = 1, 2, ..., \frac{n-1}{2})$$

Dalla i^{ma} delle (29), derivando rispetto ad s, si ottiene

$$\frac{d N_{2i}}{d s} \times K = 0 ,$$

ossia, per le (10),

$$\left(- \frac{1}{\varrho_{2i-1}} N_{2i-1} + \frac{1}{\varrho_{2i}} N_{2i+1}\right) \times K = 0 ,$$

e poichè $N_{2i-1} \times K = c_{2i-1}$, $N_{2i+1} \times K = c_{2i+1}$, avremo:

$$- \frac{c_{2i-1}}{\varrho_{2i-1}} + \frac{c_{2i+1}}{\varrho_{2i}} = 0 , \quad \text{ossia} \quad \frac{\varrho_{2i}}{\varrho_{2i-1}} = \frac{c_{2i+1}}{c_{2i-1}} .$$

Quest'ultima, che è valida per i valori di i da 1 ad $\frac{n-1}{2}$, è la (31), che resta così dimostrata.

Moltiplicando membro a membro le relazioni seguenti, tratte dalla (31) per $i = 1, 2, ..., i$:

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{c_3}{c_1} , \quad \frac{\varrho_4}{\varrho_3} = \frac{c_5}{c_3} , \ldots , \quad \frac{\varrho_{2i}}{\varrho_{2i-1}} = \frac{c_{2i+1}}{c_{2i-1}} ,$$

si ha la (32).

Osservazione. — L'ultima delle (31), ottenuta ponendovi $i = \frac{n-1}{2}$, dà il valore della costante c_n, che comparisce nel secondo membro della (30), in funzione di c_{n-2}, ϱ_{n-1}, ϱ_{n-2}, cioè:

$$(31_1) \qquad c_n = \frac{\varrho_{n-1}}{\varrho_{n-2}} c_{n-2} .$$

2° Caso. — Sia n *pari*.

γ). Si dimostra, come nel caso precedente, che *per l'elica di un* S_n, *con* n *pari, valgono le proprietà seguenti*:

$$(33)\quad N_2 \times K = 0,\ N_4 \times K = 0, \ldots, N_{2i} \times K = 0, \ldots, N_{n-2} \times K = 0,\ N_n \times K = 0.$$

δ). Dalla $N_{2i} \times K = 0$, supposto $2 \leq 2i \leq n-2$, si ha come nel caso di n dispari:

$$-\frac{c_{2i-1}}{\varrho_{2i-1}} + \frac{c_{2i+1}}{\varrho_{2i}} = 0$$

ossia

$$\frac{\varrho_{2i}}{\varrho_{2i-1}} = \frac{c_{2i+1}}{c_{2i-1}} \qquad \text{valida per } 2i = 2, 4, \ldots, n-2.$$

Quindi *dalle* (33), *esclusa l'ultima, si hanno le relazioni seguenti* (analoghe a quelle ottenute nel 1° caso):

$$(31')\quad \frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{c_3}{c_1},\ \frac{\varrho_4}{\varrho_3} = \frac{c_5}{c_3}, \ldots, \frac{\varrho_{2i}}{\varrho_{2i-1}} = \frac{c_{2i+1}}{c_{2i-1}}, \ldots, \frac{\varrho_{n-2}}{\varrho_{n-3}} = \frac{c_{n-1}}{c_{n-3}}.$$

Invece, dalla relazione

$$N_n \times K = 0\,,$$

ultima delle (33), derivando, si ha:

$$\frac{dN_n}{ds} \times K = 0\,,$$

ossia, per l'ultima delle (10):

$$\left(-\frac{1}{\varrho_{n-1}} N_{n-1}\right) \times K = 0\,,$$

cioè:

$$\frac{1}{\varrho_{n-1}} \cdot c_{n-1} = 0$$

E siccome, per ipotesi, è $c_{n-1} \neq 0$, così sarà:

$$(34)\qquad \frac{1}{\varrho_{n-1}} = 0\,,$$

cioè l'elica considerata, dell'S_n, con n pari, ha l'ultima curvatura nulla, e quindi *la linea stessa è contenuta in un* S_{n-1}, *ossia in uno spazio ad un numero dispari di dimensioni.*

Si ha quindi il teorema:

Lo spazio minimo contenente un'elica ha sempre un numero dispari di dimensioni.

Evolvente dell' elica.

9. Chiameremo, come nell' S_3, *evolvente* di una linea P dell' S_n la linea descritta dal punto

$$Q = P - (s + c) N_1 \tag{35}$$

essendo c *una costante arbitraria.*

Si può allora dimostrare che:

Le evolventi di un'elica dell' S_n (n *dispari*) *sono linee contenute nell'* S_{n-1} *normale a* K.

Infatti, dalla (35), conservando a K il significato che aveva nei n.[i] precedenti, si ha, per ogni punto Q della evolvente:

$$\frac{dQ}{ds} \times K = \left(\frac{dP}{ds} - N_1 - \frac{s+c}{\varrho_1} N_2\right) \times K =$$

$$= \left(N_1 - N_1 - \frac{s+c}{\varrho_1} N_2\right) \times K = - \frac{s+c}{\varrho_1} N_2 \times K = 0 \,,$$

cioè l'evolvente dell'elica P è contenuta nell'iperpiano normale a K.

Torino, 18 Maggio 1922.

USATICI ED USI CURIALI DI BARCELLONA

Nota del S. C. prof. **Enrico Besta**

(Adunanza del 2 luglio 1925)

Col nome di Usatici di Barcellona (1), che etimologicamente sembrerebbe accennare ad un complesso di norme prettamente consuetudinarie, si sogliono invece indicare le norme, consuetudinarie e non consuetudinarie, che sotto quella designazione entrarono a formar parte della raccolta dei diritti di Catalogna, di cui le Cortes di Barcellona nel 1412 avevano dato incarico a Giacomo Caillis, a Narciso di s. Dionigi, a Francesco Basset.

Ma già del resto nei codici, che il re Giacomo II d'Aragona faceva trascrivere e alluminare nel 1322 e nel 1305 (2), il *liber usaticarum et comstitutionum Cathalonie* fondeva gli *Usatici Barchinone* con le *Constitutiones* (non consuetudines) *Chatalonie.* La fusione pareva così normale che nel 1303 il re poteva chiamare usatico il cap. *Si quis ex magnatibus*, che era propriamente una costituzione. Nè diversamente concepiva gli Usatici l'anonimo autore dei *Gesta comitum barchinonensium* quando, proprio a proposito di Raimondo Berengario I, scriveva:

« Hic denique comes famosissimus, suum optans dominium decorare, coram Ugoni cardinali et legato romano ac suis plurimis magnatibus intra Barchinone palatium, supradictorum consilium et assensu *propria quaedam instituit iura,* quae *Barchinonae usaticos appellamus,* mandavitque ut iis constitutionibus omnes comitatus sub barchinonensis comitatus imperio regerentur ». Egli non confondeva per vero dire gli usatici con

(1) Le edizioni più manevoli sono quelle del Giraud, *Essai sur l'histoire du droit français au moyen age*, Paris 1846 II. 455 sgg.; dello Hellferich, *Entstehung und Geschichte des Westgothenrechts*, Berlin 1858; e dai D'Abadal i Vinyala e Taberner, *Textes de dret catala I.* (Usatges de Barcelona) Barcelona 1913.

(2) Rubiò y Lluch, *Documents per l' historia de la Cultura catalana*, Barcelona 1908 I doc. 63; II doc. 12, 18, 22.

le constitutiones ed a Raimondo Berengario attribuiva delle constitutiones; ma avvertiva nello stesso tempo che volgarmente pur le costituzioni erano intese sotto il nome di usatici.

Il problema della formazione di quella raccolta, considerato per la prima volta criticamente sulla base dei suoi rapporti con le *Exceptiones legum Romanorum* o piuttosto col *Liber tubingensis* (1), presenta ancora molte oscurità.

Lo studio dei codici, così come ora si conservano, non riesce di soverchio aiuto. La serie di essi, in cui anche l'Italia figura con tre manoscritti (i due cagliaritani ed il vaticano ottoboniano 3058) è tutt'altro che povera, specialmente se accanto ai latini si tenga conto dei catalani; ma nessuno va oltre il secolo decimoterzo. Il ms. di Girona che avrebbe dovuto essere del secolo decimosecondo non si è trovato più. E quelli che rimangono, pur avendo delle divergenze e spesso non tenui tra l'uno e l'altro così da porre in imbarazzo chi degli Usatici

(1) FICKER, *Ueber die Usatici Barchinone und deren Zusammenhang mit der Exceptiones legum Romanorum* in Mitth. d. Inst. für österreich. Geschichtsforschung II. 1 (1886); CONRAT, *Geschichte der Quellen und Literatur des römischen Rechts*, Leipzig 1889 I 466. Questi lavori segnano un profondo distacco tra la vecchia letteratura sull'argomento — della quale possono tuttavia essere ricordati il BOTET y SISÒ, *Los usatges de Barcelona* nella rivista « Renaxensa ». I (1851), COROLEU, *Codigo de los Usajes de Barcellona* in Boll. de la R. Acad. de hist. de Madrid IV (1884); BROCÀ, *Instituciones del derecho civil catalan*, Barcelona 1886 — e la più recente. Cfr. FITA, *Cortes y usayes de Barcelona* nel Bol. de la R. Acad. de hist. XVII (1890); COROLEU, *El Codigo de los usajes de Barcelona*, Barcelona 1890; FITA, *El obispo Guisliberto y los usajes de Barcelona* in Bol. de la R. Acad. de la historia XVIII, 228-246; BALARI, *Origenes historicos de Cataluna*, Barcelona 1899; ROMANI, *Usatges quins foren sos autors, son caracter y principals tendencies* nella « Catalonya » II (1903); CORBELLA, *Manual de derecho catalan*, Reus 1906; CORBELLA, *Concordancia entre el texto catalan y los latinos de Amoros y Ferrer y ensayo de restitucion del texto primitivo de la colecion denominada Usajes de Barcelona* nella « Revista juridica de Cataluna », XIII, V, 1907; BROCA, *De las investigaciones rispect del dret de Catalonya y de la rintegracio des fonts* in Estudis catalans I (1908) 157 sgg. *Iuristes y iuridem sultos catalans de sigle XI, XII, XIII* in Estudes catalans II, 431 sgg. *Los usatges de Barcelona* in Est. cat. V, (1914) v. 357 389, *Historia y Instituciones del derecho civil catalan* Barcelona 1918; REDONET y DORIGA, *Los usatges de Cataluna*, Madrid 1918. Di questa letteratura pur troppo ho potuto veder ben poco. Appena sfiora l'argomento il RAUCHHAUPT, *Geschichte der spanischen Gesetzquellen* Heidelberg 1923 116 segg., 151 sgg.

vorrà dare una edizione veramente critica, si porgono tuttavia come appartenenti ad una medesima famiglia. Fin dal secolo decimoterzo si era evidentemente formata una specie di *vulgata* che, pur avendo ogni commentatore il suo libro caratterizzato da qualche nota particolare (omissioni, addizioni, varietà di lezioni), offriva nondimeno un fondo comune. Ad essa si attennero anche i compilatori del 1412 (1), di cui possediamo ancora l'opera, in veste latina e catalana nei mss. 1 e 2 dell'Archivio della Corona d'Aragona, così come ad essa si erano attenuti Giacomo Montjuic, Giacomo e Guglielmo di Valseca, Giacomo Caillis e quel più antico commentatore del secolo decimoterzo, coevo di re Giacomo I, di cui Carlo Amoros pubblicò i commenti nel 1544. Come s'era formata?

Dietro alla vulgata in via di ipotesi si ammette generalmente una redazione *originaria* (2): e secondo il Rauchhaupter

---

(1) Il Mariqualar y Manrique, *Historia de la legislacion de Espana*, Madrid VII, 552 sgg., procedendo ad una ricostruzione degli Usatici in base alla tavola degli Usatges de Barcelona segon l'orde dels comentadors allegata alla edizione delle *Constitucions y altres drets de Cathalunia* fatta il 1588, doveva giungere soltanto alla ricostruzione di uno dei tanti testi che esistevano al principio dei secolo decimoquinto I compitatori del 1412 non si erano preoccupati con soverchia acribia critica di accertarsi che base al loro lavoro fosse il manoscritto più fido alla redazione originaria: loro premeva piuttosto che il ms. fosse stato usato nella pratica. Nè altre preoccupazioni fuorchè pratiche ebbe chi ripubblicò il testo col comento di Giacomo del Marquilles in Barcellona il 1505 e Carlo Amoros quando si rifece nel 1544 a pubblicare, corredate dei più autorevoli commenti, le *Antiquiores Barchinonensium leges quas vulgus Usaticos appellat*. L'edizione del 1588 riproduce la edizione principe pubblicata a Barcellona il 20 febbraio 1495 e fu di base alla ristampa barcellonese del 1704, che nel 1909 fu riprodotta fototipicamente per cura del collegio degli avvocati. Da quelle più antiche edizioni, la più vecchia delle quali fu ben descritta dal D' Abbadal, dal Vinials e dallo Jordi Rubio, *Notes sobra la formaciò de las compiciones de Constitutions y altres drets de Catalunia y de Capitols de Cort referents al general* in Estudis universitaris catalans IV (1910), attinse il Vallecillos per la sua *Legislacion militar antigua e moderna* Madrid 1854 e il Fita e l'Olber per le loro *Cortes de los antiguos reynos de Aragon y de Valencia y Principado de Cataluna*, Madrid 1896. Cfr. anche De Broca, *Taula de las stampaciones de les Constituciones y altres drets de Cathalunia y les costumes y ordinacions de sos diversos paratges*, Barcelona 1909.

(2) Il Brocà considera come originarii i capp. 2 fin., 6-9, 11, 14, 17-19, 21-42, 47-55, 57-59, 67, 68, 70, 93-95, 100, 103, 106, 107, 109-

si potrebbe facilmente ricostruire. Chi credesse però di poter cernere di primo acchito la parte *originaria*, sceverando le norme consuetudinarie dalle legislative in base alle formule iussorie o all'assenza di queste e supponendo queste aggiunte a quelle a mo' d'appendici o fra loro intercalate, si troverebbe subito nell'imbarazzo. Assai meglio della forma può essere rivelatore di tendenze diverse e quindi di *momenti diversi* lo studio della sostanza. Solo combinando i due criterii potremo, con opportuno processo di eliminazione, scernere nella collezione attuale i capitoli che, o nella forma odierna o in forma poco diversa, poterono appartenere al *nucleo* od ai *nuclei primigenii*.

In quest'assunto mi varrò della edizione del D'Abadal e del Taberner: su quella del Giraud essa offre il vantaggio di dare per i capitoli omessi dai manoscritti parigini non un raffazzonamento latino della versione catalana, ma il testo del cod. 1 nell'Archivio della Corona d'Aragona che certo riprodusse fedelmente il manoscritto adoperato dai comissarii del 1412. Questo però, se pur non fu più recente, fu certo posteriore al 20 febbraio 1241 (1), che è la data segnata per la formula del giuramento degli Ebrei secondo la pratica di Gerona. Per giungere alla forma barcellonese degli Usatici noi dobbiamo prescindere non solo da questa, ma anche dalle varie paci di Dio del vescovado di Perpignan (2) del vescovado di Gerona e del vescovado di Vich (contee, di Cerdagne, Confiente, Gerona,

---

111, 117-121, 149, 150, 151, 170; come ritoccati i capp. 16, 43-46, 69, 71, 76, 79, 80, 81, 84, 92, 102, 122, 124, 125, 126, 128, 129, 137; come aggiunti i capp. 10, 56, 64, 116 e gli altri derivanti da s. Isidoro, dal Liber tubigensis, da collezioni canoniche dal Forum iudicum o da tregue (60-63, 65, 66, 72, 73, 83, 91, 96-99, 1222, 131, 132, 172, 173) o da costituzioni regie (74, 75, 123, 142-148, 158).

(1) La data è indubbia per la perfetta corrispondenza tra l'era spagnola e la cristiana.

(2) La pace elnense (cap. 172) per l'intervento del vescovo Pietro (1113-1129) fu certamente bandita nel 1113-1129; quella di Rossillon (cap. 173 p. 93-99), anteriormente al giuramento del conte Goffredo) per l'intervento dei vescovi Raimondo di Perpignan (1064-187), Berengario di Gerona (1050-1093). Guiffredo di Narbona (1077) si presenta necessariamente composta tra il 1064 ed il 1077, più vicino sembrami alla prima data che alla seconda; di poco posteriore dev'essere la tregua ausonense (cap. 174) alla quale consegue la conferma del cardinale Ugo Candido nel concilio di Gerona che si pone fra il 1064 ed il 1068 (p. 105-107) ed un'altra tregua di Vich di data imprecisata.

Empurias, Besalu, Rossillon). Esse non hanno certo mai costituito un complemento generale degli Usatici; furono aggiunte al corpo originario degli Usatici nei territorii dove erano stati bandite dopo che quelli avevano già acquisito un valore generale per tutta la Catalogna.

Ma la riduzione non può contenersi in questi limiti: anche molti dei capitoli che precedono il 170 si presentano, per la mancanza di nessi sistematici, per la pluralità delle fonti, per il vario fondamento delle singole norme, così discontinui da far pensare ad elementi additizii. I capp. 167-169 provengono dal Lib. tub. 66, 57, 56, 55 e dal cap. 50 deriva anche la seconda parte del cap. 163. La prima parte di questo sembra però tolta alla L. W. 2. 4. 1: e dalla L. W. 2. 4. 6, 2. 4. 14, 8. 3. 2, 8. 3. 1, 10. 2. 3, 8. 1. 13, 8. 1. 2, 5. 4. 9 sembrano pure attinti i capp. 162, 161, 160, 159, 156, 155, 154, 153. Il cap. 152 ha l'aspetto di una chiosa. La logica consecuzione dei capp. 145, 146, 149, 150, è interrotta dai capp. 147 e 146 di intonazione romanistica. I cap. 144, 143, 142 sono costituzioni che i manoscritti attribuiscono ad Alfonso I (1162-1196), a Pietro I (1197-1212), Giacomo I (1213-1276).

Da questo il Marquilles affermava addirittura *conditi et ordinati* tutti capitoli successivi al 142: si dovrebbe credere che ciò gli risultasse dal libro di Bernardo Gualba cancelliere di re Ferdinando I (M 1416), dal quale li aveva potuti trarre per cortesia di Raimon di Turrilles. Nel libro suo mancavano. Rispecchiava esso la forma che gli Usatici avevano prima del 1213? Anche la edizione principe in calce al cap. 140 (il 141 è indubbiamente una glossa) poneva la scritta « *Expliciunt Usatici* ». E questa ricorre pure nel ms. parigino 4792. La vecchia tradizione, di cui si è fatto paladino il Conrat, affermava certo che gli Usatici finivano da principio a quel punto.

Ma, se anche non trovo necessario di ammettere addirittura col Ficker, che il corpo originario degli Usatici comprendesse con i capp. 3-140 i capp. 146-152 e 167-170, devo confessare che la tradizione non mi sembra sicura. Il cap. 146 comincia con la formula *Statuerunt iam dicti principes* presupponente le formule analoghe che si incontrano in tanti fra i capitoli precedenti. Nemmeno i capp. 140-139 appaiono d'altronde necessariamente legati coi precedenti poichè derivano dalle Etimologie di Isidoro 2. 10, 5. 3. 5, 5. 3. 18.

Non si può sostenere che il cap. 142 inizii una serie di provvedimenti legislativi aggiunti ad una serie più antica di *consuetudini*. Come non si può con sicurezza affermare che quelli

successivi sieno stati aggiunti in un medesimo tempo da una stessa mano, così non può con sicurezza affermarsi che i precedenti al 14 sieno omogenei e contemporanei.

Risalendo a ritroso verso il principio troviamo di nuovo, tra il cap. 81 ed il 91, una specie di puddinga legale, nella quale, salvo i capitoli 83-84 che rivelano con probabilità una origine catalana, tutti gli altri presentano elementi originariamente estranei alla Catalogna, forse giunti in questa attraverso una collezione canonistica con tendenze sistematiche (1). Il cap. 90 corrisponde allo Ps. Isid. Stefano II. 8, il cap. 89 allo Ps. Isid. Anacleto III. 55, il cap. 88 allo Ps. Isid. Fabiano 22 (Bened. lev. II. 291), il cap. 87 alla L. R. Wis. 5. 39. 1, il cap 86 a Ben. lev. II. 177, il cap. 82 (a torto segnalato come attinto alla tregua di Dio di Clermont) da Anseg. III. 25. Non potrebbe sospettarsi che quella puddinga implicasse una sedimentazione al margine estremo di una collezione precedente? Il cap. 81 si presterebbe a far da chiusa.

Se però mai lo fu, la sua forma non potè essere precisamente quella che ora ha. Il legislatore non raccomanda, ordina. La motivazione degli usatici, che tanti riferiscono ingenuamente a Raimondo Berengario I, è dovuta in realtà ad un compilatore. Se una costituzione fu di base al cap. 81 potè suonare semplicemente: « omnes cause secundum usaticos sint iudicate, et ubi non sufficiunt usatici, revertatur ad leges goticas et ad principis arbitrium eiusdemque iudicum (atque curie) ».

Mi sia ora lecito di richiamare l'attenzione sulla frase di quello stesso capitolo: « iudicant *nempe* omnes homines equaliter; nichil vero judicant inter vassallum et seniorem, quia in legibus non invenitur hominaticum ». Quel caratteristico *nempe* torna nella chiusa del cap. 137: « Hoc costituerunt *nempe* de communibus placitis, in quibus nullus habet senioratum vel dominacionem ». E torna anche, oltre che nel cap. 115, nel cap. 131. Una stessa mano ha dunque elaborato tanto i capitoli precedenti all'81 quanto i successivi.

Ancora: nel cap. 131, se pur la norma non è del tutto nuova, senza dubbio non è genuina la formula: « Similiter nempe statuerunt ac bonum causimentum esse laudaverunt ut », che presuppone quella del cap. 130: « Statuerunt eciam prefati principes et recognoverunt esse bonam fidem ut ». Lo stesso artificio

(1) Non si può però identificare addirittura con una delle collezioni ivoniane.

di porre la norma sotto l'autorità dei *principes* si nota però nel cap. 124 che, come già il Ficker osservava, dava aspetto normativo ad un ragguaglio storico premettendovi la formula: « Alium namque supradicti principes nobilem honestum et utilem miserunt usaticum quod illi tenuerunt et successores eorum tenere in perpetuum mandaverunt scilicet ut ». E rincontreremo lo stesso procedimento nel cap. 63: « Constituerunt nempe supradicti principes et preceperunt ut »; nel cap. 63 « Item statuerunt siquidem predicti principes ut »; nel cap. 69 « Per bonum usaticum et bene ab hominibus illorum auctorizatum statuerunt sepedicti principes ut »: nel cap. 71 « Auctoritate et rogatu cunctorum illorum nobilium et magnatum constituerunt supradicti principes Raymundus et Adalmodis qualiter »: nel cap. 76 « Stabilierunt supradicti *principes* »: nel cap. 84 « Auctoritate et rogatu omnium illorum nobilum virorum constituerunt sepedicti principes Raymundus Berengarius et Adalmodis ut »; nel cap. 91 « Laudaverunt etiam et auctorizaverunt supradicti principes Raymundus et Adalmodis cum eorum magnatibus ut »; nel cap. 96 « Item statuerunt prefati principes »; nel cap. 97 « Item constituerunt supradicti principes »; nel cap. 125 « Item constituerunt supradicti principes »; nel cap. 128 « Item statuerunt »; nel cap. 129 « Statuerunt siquidem prelibati principes »; nel cap. 132 « Constituerunt igitur »; nel cap. 137 « Constituerunt igitur supradicti principes »; nel cap. 146 « Statuerunt iamdicti principes ». Si riconosce dappertutto la stessa mano.

Introdotto dalla solita formula iussoria il cap. 76 si presenta come esplicazione di una presunta norma « Omne donum stet inconvulsum perenter et firmum »: ma chi non riconosce in questa la nota formula di corroboratio delle donationes? Ad essa si appoggiano, oltrechè nello stesso capitolo le proposizioni « posmodum voluntatem suam nullatenus mutare posset » « Quod si hec omnia fecerit sed (vel) etiam unum ex hiis predictis deinde voluntatem suam mutare non poterit si alia iusta (l. iuste) facta fuerit donacio aut nulla alia impedierit racio », i capp. 77 e 78 che sono rispettivamente derivati dal Lib. tub. 63, 71 e nel cap 79. la asserzione: « Sed postea non possunt mutare suam voluntatem » Nel cap. 79 la solita mano sarebbe stata del resto tradita dalla chiusa « quia multociens hoc donum invenitur in absconso factum, propterea *sepedicti principes* ad talem donum dederunt omni tempore averamentum ».

Ma, se così è, non ne risulta che i capp. 63 e 71 erano estranei alla prima redazione degli Usatici? E non dirà nulla dopo ciò

il fatto che anche il cap. 105 desunto dal Lib. Tub. interrompa la serie 101-104, 106-109, 110-112, 116, 117. Chi ha fatto queste aggiunte non sarà lo stesso che nel cap. 69 ha aggiunta la motivazione quia quod principi placuit legis habet vigorem? E nel cap. 93 la motivazione « quia hec forcia non est concessa facere nisi potestatibus » per annettervi i capp. 94 e 95 che hanno un tono giustificativo piuttosto che imperativo? E non potrebbe essere lo stesso che dei diritti delle *potestates* dissertò nei capp. 72 e 73?

Non vi può essere dubbio che egli fu il collettore, poichè nel cap. 81 si incontra la frase *mittere usaticos* che ricorre nei capp. 1 e 3. Nè fece un puro lavoro di raccolta: qualche norma nuova e qualche altra ritoccata con ritocchi, che sono spesso resi avvertibili per mezzo di motivazioni (1), trovarono posto accanto a quelle attinte di peso a fonti preesistenti (2).

In che tempo?

---

(1) P. es nel cap. 66 la motivazione « quia tale malum et tale dedecus est quod nemo redirigere potest vel emendare ad principem », cui sulla fine corrisponde l'altro » quia fides et iusticia et pax et veritas princips, qua omne regnum gubenatur, regnum et plus quam regnum valent: et ideo nullus extimare potest vel debet quolibet precio vel emeda ». Questa è senza dubbio in rapporto con l'arenga del cap. 64: « Quoniam per iniquum principem *et sine veritate et sine iusticia* perit omni tempore terra et habitatores eius ». Nel § 68 è dello stesso autore la motivazione: « quia nemo debet fallere ad principem ad tantum opus vel necessitatem ».

(2) Dubito anche che nel cap. 6 sia aggiunta l'ipotesi « et per capillos traxerit quia magnum dedecus est; nel cap 40 l. 2 a manu vel a lingua quia maxima bausia est; nel cap. 64 l. 7-8 reges et principem nel cap. 67: « aut quartam partem facultatem suarum amittat proventuram in manus illius cui periurus effectus est (cfr. cap. 161); nel cap. 68 ll. 1-2 vel ipse ibidem suos i nimicos obcessos tenuerit; nel cap. 13 « alius homo qui nullam habet dignitatem preterquam christianus est ». La sintassi infranta farebbe dubitare che l'obbligo di riparare al *deshonor* sia stato aggiunto più tardi nel capitoto 60: e potrebbe anche esserlo stato nei capp. 61, 93, 135 e 71 (dedecus). Nel cap. 84 potrebbe esser aggiunto il periodo: « Non tamen — ad noman »; nel cap. 104 « quia sicut » e nel cap. 127 « quia non est iustum — everit ».

Non sono invece sicuro che dallo stesso compilatore derivino le aggiunte del cap. 21 « Ideo dixit — magist(e) r(i)orum » e del cap. 45 « Ideo dicit — vinceretur », che non si incontrano in tutti i manoscritti.

Nel cap. 53 si ricordano dei *mancusi aurei Valencie* (1). Essi si sono senza dubbio voluti distinguere dai *mancusi barchinonenses ad pensum de decem in uncia*, che si ricordano fin dal 1057. Ed erano certo i mancusi da *septem in uncia* che pur a Barcellona furono coniati almeno sin dal 1062. Debbono aver avuto un peso medio di circa gr. 3.87. Il cap. 141 li designa già quali *marabotini*, affermando che di questi ne stavano 7 nella oncia ed 84 nella lira di gr. 326.3372. Di mancusi marabotini però i documenti non parlano prima del 1108.

Essi non possono d'altra parte essere confusi coi *marabotini* di cui secondo il cap. 27 300 facevano 200 oncie d'oro, che avrebbero dovuto pesare 2/3 d'oncia (gr. 27.197) cioè gr. 18.12; e nemmeno con quelli, che secondo il cap. 141 avrebbero dovuto pesare 1/2 oncia cioè gr. 13.59, di cui in realtà non si conosce ch'io sappia alcun esemplare coniato. Diversi ragguagli, tempi diversi? Nel cap. 81 trecento aurei sono pareggiati a 2400 soldi aurei. Secondo il cap. 141 avrebbero dovuto entrare 8 nel soldo e 14 nella lira. Non eran essi i mancusi barcellonesi *de octava* del peso approssimativo di gr. 1.90 che erano coniati appunto al taglio di 14 l'oncia? Anche nel cap. 53 sette *solidi plate* avrebbero potuto corrispondere a mezza lira d'oro. I mancusi *de octava* si ricordano però solo dopo il 1083 quando nei documenti cominciano a figurare i *mancusi de Valencia.*

Saremmo qui riportati ai tempi di Raimondo Berengario II, ai quali il Ficker credeva appunto di poter attribuire gli Usatici ritenendo che alla composizione di questi avesse contribuito chi già era stato giudice sotto Raimondo Berengario I che *vetus* avrebbe potuto apparire non appena un altro omonimo avesse potuto figurare accanto a lui.

Ma io dubito che si debba venire assai più in quà.

Colui che nel cap. 80 scriveva: « Qui iudicium curie recusat curiam falsat et qui curiam falsat principem dampnat et qui principem vult dampnare punitus et damnatus sit in omni

(1) Sulla moneta catalana oltre al GUILHERMOZ (Bibl. de l'Ercole de ch. LXXVII a. 1906 §§ 24, 60 ho riscontrato BOTET Y SISÒ. *Las monedas catalanase.* Barcellona 1908 I; MONNERET DE VILLARD. *La moneta in Italia durante l'alto medioevo*, Milano 1919 p. 35 segg. (dalla Riv. it. di numism.); MENENDEZ PIDAL, *El usatge Solidus aures por don Beltran Villagrassa* in BRAcc. de hist. LXXXIV (1924) 305 segg.

tempore et cuncta sua projenies: et demens est et sine sensu qui sapiencie et sciencie curie vult contrastare in qua sunt *principes*, episcopi, abbates, comites, vicecomites, comitores, valvassores, *philosophi et sapientes* atque *iudices* « è senza dubbio colui che nel cap. 71 e 81 ha parlato dell'*arbitrium* curie », che al « consilium et laudamentum curie » ha alluso nel cap. 66 b. e nel cap. 45 e nel cap. 47 che nel cap. 101 ha parlato di uno *iudex datus a curia*. Ma già il de Brocà ha giustamente avvertito che non prima di Berengario IV (1131-1162) si parla in Catalogna di una curia giudiziaria.

Non prima del secolo decimosecondo i *cives et burgenses* poterono pretendere alla posizione privilegiata che loro attribuiscono i capp. 10, 56, 69, 102, 112; il cap. 95 che si porge addirittura come un decreto cittadino presuppone anche un maggiore sviluppo delle autonomie comunali. Al secolo undecimo non s'attaglia nemmeno la protezione che agli Ebrei figura accordata nei capp. 11, 51, 64, 75. Il de Brocà ha avvertito che nemmeno i dati topici offerti dal cap. 116 si adattano a tempi anteriori al secolo decimosecondo. Ora acquista tutto il suo valore il rilievo del Balari che *vetus* Raimondo Berengario I fu veramente chiamato solo nella seconda metà del secolo stesso. È proprio accidentale, soggiungo io, che nel cap. 133 alla data del 1063 sia stata sostituita quella del 1163? Chi la riprodusse erroneamente non fu tratto in errore dalla considerazione del secolo in cui viveva? (1)

Ogni ricerca di precisare il collettore sarebbe vana. Potrebbe esser stato un giudice; potrebbe essere stato un ecclesiastico. Con finissima abilità il cap. 96 che deferiva al vescovo od ai concilii diocesani il giudizio sulle infrazioni della tregua di Dio mercè l'intercalazione delle parole « *ecclesias et clericos et eciam eorum directa atque justicias* » fu tratto ad un riconoscimento della competenza del vescovo nelle cause tutte dei clerici e delle chiese!

Rioccupiamoci piuttosto delle fonti cui egli ebbe ad attingere. (2)

---

(1) Non sarebbe da escludere che gli usatici fossero stati composti quando già la Catalogna si era unita al regno aragonese (1137); allora sarebbero tornate più stringenti le argomentazioni dalla *potestas regia*. Cfr. cap. 3 e 81.

(2) Io crederei pseudosinonimie derivanti da difficoltà di lettura il « calumpniam vel contumeliam » del cap. 6 e il « diffinita aut vendita » del cap. 156.

I primi capitoli (1) sono troppo legati fra loro perchè, a prescindere da possibili intercalazioni, non si debba pensare che il manipolatore del secolo decimosecondo non attingesse ad un corpo precedente, in cui la moneta tenuta in considerazione non era se non una moneta *di conto*. Solo può essere dubbia la sua estensione (2). Il nesso sostanziale (3) si incontra solo per i capp. 2 fin, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 22 (homicidia, debilitationes, cesiones o percusiones o plagae, captiones, iniuriae actu), pei càp. 23-28 (placita), pei capitoli 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 48, 49, (bausiae), 50-57 (firmamenta).

Non eran questi i capitoli che il manipolatore del secolo decimosecondo chiamò *curiales usus?* Che cosa si poteva intendere sotto quella etichetta? Lo stile ovvero, in altri termini, la procedura e la pratica della curia? O le pratiche osservate nel confronto dei *curiales* per regolare le relazioni *inter*

(1) Il cap. 10 non avrebbe però suonato in origine semplicemente « Cives autem et burgenses sint emandati sicut valvassores »? Anche i capp. 53-56 non sono immuni da ritocchi: in origine dovevano riguardar solo il giuramento feudale, non il giuramento come mezzo processuale generico. Nei capp. 1-20 il *rusticus* ed il *baiulus ignobilis* sono valutati la metà del *miles* o del *baiulus nobilis*, il valvassore il quintuplo del miles, il comitor il decuplo, il vicecomes il ventuplo, e coerentemente nel cap. 23 il firmamentum richiesto al comitor ed al valvassor appare il decuplo ed il quintuplo del miles e nel cap. 27 il *pedo* è agguagliato ad un mezzo *miles*. Ma nel cap. 51-57, mentre il miles è creduto sino a cinque oncie di oro di Valenza, il rusticus è creduto solo fino a sette solidi plate (un'oncia?) ed il baccalarius fino a quattro mancusi d'oro (mezza oncia?). Il rapporto tra il rusticus ed il miles non è più da 1:2, ma da 1:5. Cfr. del resto Const. sic. I. 101, in cui la proporzione è ancora più rigorosa per il rusticus.

(2) I capp. 30, 40, 41, 42 sono uniti insieme dall'eguale significato di *possessio* dato alla parola *potestas*; i capp. 29, 33, 38 dall'eguale significato della parola *emparare* per *saisire* mentre nei capp. 72 e 120 significa fruire (il primo significato ritorna anche nei capp. 66 e 149); i capp. 23, 38, 42 dalla frase *firmare directum* per *assecurare* che ritorna in tutt'altro senso nel cap. 104. La frase *malum apprehendere* che si incontra nei capp. 15 e 42 ritorna nei capp. 102, 103, 104, 118.

(3) Secondo l'opinione comune dovrebbe giungersi fino al cap. 60; ma i capp. 58 e 59 sono fuori serie e col cap. 60 si entra in un nuovo ordine di norme.

vassallum et seniorem in contrapposizione con le *causae communes*? O le pratiche concernenti l'esazione dei diritti spettanti alla *curia*? Nel primo caso avremmo aver dovuto aver innanzi per così dire un codice di procedura, nel secondo un codice feudale, nel terzo una specie di tariffa di multe o tributi. Quantunque gli *usualia* non abbiano così netto carattere da potersi attribuire completamente all'una od all'altra categoria, i capp. 5-22 riguardano le composizioni che al signore andavano per i varii reati e verso di lui si esplicavano anche le responsabilità di cui parlano i capitoli successivi. La ipotesi più probabile dovrebbe parer la terza.

Ma la raccolta degli *usualia* concerneva tutti gli *iura curiae*? Col cap. 57 essa non appare completa. Tra i diritti pertinenti al signore (dominicaturae, placita, stacamento, firmamenta) i documenti oltre gli *homicidia* e le *bausiae* ricordano le *cucuciae*, le *arsinae*, le *exorquiae*, le *intestationes*, le *questae*, i *monetatica* (1): le *cucuciae* (postulate in fondo anche dal cap. 2), sono contemplate nei capp. 110-112; le *exorquiae* nel cap. 99; le *intestationes* nel cap. 138. Appartennero anche questi al nucleo più antico? Verrebbe voglia di rispondere affermativamente se non rendesse perplessi qualche peculiarità stilistica come l'uso di *pagenses* per *rustici* nel cap. 109. (2)

Gli *usus curiales* non sono stati d'altronde che uno dei nuclei, di cui il manipolatore del secolo decimosecondo si è giovato (3). Egli stesso nel cap. 81 ricorda degli *iudicia curie*; e potrebbero essere stati qualche cosa di diverso dai primi. Sarebbero essi la fonte di quei capitoli procedurali che interrompono a quando a quando la serie dei capitoli di diritto materiale come i capp. 1, 18, 27, 28, 45, 46, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56? Potrebbero essere stati del pari usati in altri capitoli successivi, la cui determinazione non è però agevole.

Non si può determinare con assoluta precisione quali capitoli possano esser stati originari e quali aggiunti ex novo: i

---

(1) Marca hisp. c. 883 a. 963.

(2) La forte tinta romanistica dei cap. 140, 147, 148, 157, 158, 164, 166, 167 rende improbabile l'ipotesi della originarietà a loro riguardo; ma ben potrebbe ripresentarsi per i capp. 135, 136, 146, 149, 150, 151, 171.

(3) I capp. 41 e 63 offrono in qualche modo una geminazione.

criterii che potrebbero servirci in questa indagine sono del tutto relativi. Può, sì, parer poco probabile che uno stesso autore abbia indifferentemente ricorso a latinizzazioni dei vocaboli volgari od a termini del tutto volgari come *aguayt* (1), *assalt*, *avagant*, *bataller*, *encals*, *engan* ecc.; può anche parer poco probabile che abbia usato con lo stesso significato tecnico or l'uno or l'altro termine (2) o che alla stessa parola abbia diversi significati (3). Ma in questi apprezzamenti s'insinua sempre insidioso il soggettivismo (4). Ed è sempre arduo affermare se si tratti di formulazioni nuove ex toto o di ritocchi.

Un'altra fonte degli usatici furono poi certamente le costituzioni. Molti capitoli sembrano derivare da una vera *pace territoriale*, che fa degno riscontro alle *tregue di Dio*,

---

(1) Il cap. 7, che avrebbe trovato più opportuno luogo tra le *bausiae*, è probabilmente aggiunto per intero; nel cap. 6 il ricordo dello *aguayt*, che era inplicito nella *requisitio*, fu probabilmente dovuto ad una interpolazione. Il cap. 83 non presenta invece sospetti di interpolazioni: ma deve escludersi dal nucleo originario in tutta la sua totalità. Difficilmente genuino è l'« et dederint ei suum exovar. » del cap. 1138. Il cap. III parla di *dos*. Anche il ricordo dell'avagant non è genuino.

(2) Di *batalla o batallia* si parla nei cap. 27, 45, 46, 112, 113, 170; ma nei capp. 54 e 56 si parla di *bellum*. E se ne parla anche in fine del cap. 27. Si può dubitare che qui vi sia una aggiunta e che gli altri capitoli sieno stati aggiunti poi? Dapprima non si conosceva che una battaglia fra militi; quella per *pedonem* fra persone di diverso stato (baiuli nobiles e cives o burgenses) fu ammessa più tardi? Stachamentum e non stancamentum va letto nel cap. 109; il cap. 24 si riferisce allo istituto dello *stabilimentum* (libellum ad resedendum).

(3) Nel cap. 75 il bannum figura di 25 oncie: in altri di 100 (23, 123).

(4) I capitoli 72 e 73 parlano di *potestates* al plurale come i capp. 91-93 di cui già ci siamo occupati. La voce *potestas* ha qui evidentemente un significato diverso che nei capp. 10, 11, 23, 44, 48, 62, 122, 123. Qui indica il capo supremo della gerarchia feudale: ma già a tutto altro proposito il Brandileone argutamente osservava che, specialmente dalla seconda metà del secolo decimoprimo in giù, con la voce *potestas* si indicò un dinastia inferiore, non che al re od al *princeps*, al *comes* stesso. Per indicare il capo supremo della gerarchia feudale la voce *potestas* ha per ciò fatto luogo a quella di *princeps* nei capp. 43, 60, 61, 66, 68, 73, 74, 75. Berengario Raimondo I di Barcellona aveva d'altronde già cominciato a chiamarsi *princeps* anzichè *comes* fino dal 1056.

di cui la Catalogna ha dato il più vetusto esempio nella tregua di prato Tulujas presso Perpignan del 16 maggio 1027, fonte diretta della tregua rossiglionese aggiunta agli Usatici. Da quella pace territoriale che già presupponeva l'esistenza di una *pax domini*, sembrerebbero derivati i capp. 60, 61, 64, 83, 91, 92, 93, 96, 97, 98, 99, 121, 122, 123, 125, 127, 128, 130, 131. Da costituzioni estranee a quella pace territoriale potrebbero invece provenire i capp. 66, 74, 76, 79, 93 (nella redazione originaria) (1).

Quelle costituzioni (2) possono ben esser state di Raimondo Berengario I. Ma, per esser riportate prima del cap. 133, non è necessario che debbano esser state date avanti la *pax domini* confermata dal cardinale Ugo Candido, di cui si disputa ancora se fu del 1071 (3), del 1068, o del 1064 o del 1063, quando il principe catalano si apprestava con aiuti italici a muover contro la Spagna moresca. Il cap. 133 potrebbe essere stato introdotto ad esplicazione dei richiami che alla *pax domini* faceva la pace del principe. Nemmeno è necessario ritenere che gli usatici (usanze e costituzioni) siano stati approvati nella stessa occasione in cui fu bandita la pace di Dio: ad escludere questo sincronismo non sono indotto da quella apparente incongruenza tra i dati offerti dal cap. 4 e da quelli che si hanno intorno ai promulgatori della pace di Dio, per la mancanza del ricordo del cardinale nel cap. 4: ma da altri rilievi. Io non ho troppa fiducia

---

(1) Secondo il de Brocà anche il cap. 75 sarebbe una costituzione data da Giacomo I a Leida il 1242 e di Giacomo I sarebbero altresì i capp. 144, 145, 146, 147, 148, 158. Per questi si appoggia però alla testimonianza tutt'altro che sicura del Marquilles. Nel ms. escurialense D. II. 12 il cap. 75 è dato come una costituzione emanata da Giacomo I il 1228. Pel cap. 72 cfr. BRUTAILS *Etude sur l'art. 72 des usages de Barcellone* in Rhddrtr. I (1888) p. 59 segg.

(2) Del cap. 85 il Preecipimus iniziale si trova in Benedetto di Magonza. Non ho ben chiaro se genuino sia il preecipimus del cap. 145: nè se sieno tutte genuine le formulazioni subbiettive che troviamo nei capp. 74, 76, 119, 158 (subscriptio nostra). Per ciò non ho senz'altro segnato tutti questi capitoli quali costituzioni del principe.

(3) La data del 1071 è difesa dal BOFARULL, *Los condes de Barcelona vendicados*, Barcellona 1886 I e dall' OLLIVER, *Historia del derecho de Cataluna Mallorca y Valencia*, Madrid, 1886 I 260.

sui dati offerti dal cap. 4, da cui il Balari avrebbe pur voluto trarre che redattore degli *Usus curiales* potesse esser stato il chierico *Bofill Marc*, già *doctor parvulorum* e *iudex*, anzi *iudex palacii*. Dubito che colui, al quale è dovuto, abbia come l'autore dei *Gesta comitum barchinonensium*, attribuita la data della pace del Signore, che chiudeva la raccolta da lui adoperata, ai capitoli di questa. Dubito cioè che abbia fatto dello escatocollo di questa, il presunto protocollo degli usus curiales. Certo a quella pace attinse le frasi « *assentione et acclamatione illorum terre magnatum* » e « *statuerunt tenere in omni patria in omni tempore* ».

In ogni modo si può tenere per fermo che negli Usatici di Barcellona non si rispecchia solo un momento dello sviluppo giuridico, ma uno sviluppo secolare, di cui gli scrittori catalani potranno anche meglio determinare le tappe valendosi del materiale documentario che è conteso a chi non può valersi dei loro archivii. L'edizione definiva degli Usatici risulta strettamente legata a quegli impulsi romanizzatori, di cui forse il primo segno fu dato dalla seconda redazione della *Caesaraugustana* e il culminare fu segnato dalle costituzioni di Giacomo I che nel 1243 reagiva contro di essi (1) ritenendo sufficenti i mores e gli usatici. Nel 1251 questi ebbe anche a reagire contro la invadenza del diritto ecclesiastico che pur si manifesta in quelli (2).

---

(1) Cfr. Hinoiosa, *La réception du droit romain en Catalogne* nelle Mélanges Fitting Montpellier 1908.

(2) A mio avviso nel c. 4, l. 16 deve leggersi aliquo *modo*; nel cap. 6, l. 12 *et* per *redempcionem* distractus; nel c. 6, l. 15 *vel* per hominaticum; nel c. 9, l. 3 *scilicet* invece di satis; nel cap. 13, l. 2 IV invece di VI; nel cap. 13, l. 13 L invece di *secundum* (giusta i mss. Du Cange); nel cap. 15, l. 3 jura*mentum*; nel cap. 15, l. 6, autem *amplius*; nel cap. 15, l. 10 solidi; nel cap. 17, l. 2 *emendet* singulos; nel cap. 23, l. 2. comit*ores*; nel cap. 25, l. 4, conduct*um*; nel cap 16, l, 2 utrisque part*ibus*; nel cap. 27, l. 4 preter; nel cap. 24, l. 6 e nel cap. 28, l. 6 ex utraque parte; nel c. 29, l. 10 castr*i*; nel cap. 30, l. 6-7 sacrament*ale* scriptum; nel cap. 50, l. 2 ju*rare*; nel cap. 58, l. 7 t*antum;* nel cap. 59 et *emendet*; nel cap. 60, l. 6 deshonorem *emendet*; nel cap. 62, l. 10 *unde*cuplum: cap. 66, l. 18 *mallet* venire; nel cap. 68, l. 6 f*arones*; nel cap. 83, l. 4 forisfecerit; nel c. 79, l. 6 *in* hoc; nel cap. 89, l. 2 nud*i*us; nel cap. 91, l. 8 honor*es*; nel cap. 101 l. 4 perse*quendi*; nel cap. 105, l. 4 *vol-*

verit e l. 8 et lucrum; nel cap. 106, l. 4 sine *consensu* iudicis; nel cap. 110, l. 1 cucuci*a*rum ; nel cap. 115, l. 3 e l. 17 idest XV; nel cap. 122 l. 1 potestate*s*; nel cap. 132 l. 5-6 nulla*m* ex hoc perti*neat* calumnia*m*; nel cap. 133, l. 24 *t*aliter; nel cap. 136, l. 2 *a*liis; nel cap 141, l. 4 LXX X IV; nel cap. 141, l. 6 faciunt *unum morabatinum et septem mancusii faciunt*; nel cap. 147, l. 8 redeant; nel cap. 149, l. 6 despectu*i*; nel cap. 150, l. 4 postea *baiulus*; nel cap. 149, l. 7 neget; nel cap. 154, l. 4 *pro*diderit; nel cap. 155, l. 1 *pervaser*it; nel cap. 156, *sive* raciones; nel cap. 156, l. 7 res*istat*; nel cap. 157, l. 8 reduc*atur*; nel cap. 159 l. 2 e 3: *det*; nel cap. 159 l. 6 comod*a*; nel cap. 160, l. 1 dampn*i*; nel cap. 165 l. 3-4 perhi*b*ere; nel cap. 165 l. 6 debilitaçion*is*; nel cap. 165 l. 8 confingere; nel cap. 168, l. 2 *cu*rrit; nel cap. 170 l. 5 perde*d*as. Correggi anche nel cap. 137 l. 1 *igitur* e nel cap. 69 lin. 2-3 bur*gen*sium.

APRILE 1925

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	+ 0.06	+ 0.52	+ 0.07	+ 0.09	— 0.08	+ 0.15	+ 0.61
2	+ 0.06	+ 0.52	+ 0.05	+ 0.08	— 0.09	+ 0.15	+ 0.61
3	+ 0.06	+ 0.53	+ 0.04	+ 0.08	— 0.10	+ 0.15	+ 0.61
4	+ 0.06	+ 0.53	+ 0.02	+ 0.08	— 0.10	+ 0.15	+ 0.60
5	+ 0.07	+ 0.53	+ 0.01	+ 0.07	— 0 10	+ 0.15	+ 0.60
6	+ 0.08	+ 0.53	+ 0.01	+ 0.07	— 0.10	+ 0.15	+ 0.60
7	+ 0.10	+ 0.54	+ 0.00	+ 0.07	— 0.10	+ 0.15	+ 0.60
8	+ 0.11	+ 0.54	+ 0.02	+ 0.07	— 0.10	+ 0.17	+ 0.60
9	+ 0.13	+ 0.54	+ 0.05	+ 0.09	— 0.07	+ 0.17	+ 0.59
0	+ 0.16	+ 0.55	+ 0.06	+ 0.09	— 0.07	+ 0.17	+ 0.59
1	+ 0.18	+ 0.55	+ 0.07	+ 0.09	— 0.07	+ 0.17	agitato
2	+ 0.18	+ 0.57	+ 0.07	+ 0.09	— 0.07	+ 0.17	+ 0.59
3	+ 0.19	+ 0.59	+ 0.08	+ 0.10	— 0.06	+ 0.18	+ 0.60
4	+ 0.19	+ 0.59	+ 0.08	+ 0.10	— 0.05	+ 0.18	+ 0.60
5	+ 0.20	+ 0.58	+ 0.08	+ 0.10	— 0.05	+ 0.18	+ 0.61
6	+ 0.22	+ 0.58	+ 0.09	+ 0.11	— 0.04	+ 0.19	+ 0.61
7	+ 0.25	+ 0.57	+ 0.10	+ 0.12	— 0.03	+ 0.21	+ 0.62
8	+ 0.24	+ 0.57	+ 0.10	+ 0.12	— 0.04	+ 0.20	+ 0.62
9	+ 0.23	+ 0.56	+ 0.11	+ 0.12	— 0.04	+ 0.20	+ 0.62
0	+ 0.28	+ 0.56	+ 0.12	+ 0.12	— 0.05	+ 0.22	+ 0.63
	+ 0.35	+ 0.57	+ 0.16	+ 0.17	— 0.03	+ 0.25	+ 0.63
	+ 0.43	+ 0.58	+ 0.19	+ 0.23	+ 0.06	+ 0.30	+ 0.63
	+ 0.46	+ 0.58	+ 0.21	+ 0.24	+ 0.08	+ 0.31	agitato
	+ 0.48	+ 0.59	+ 0.22	+ 0.24	+ 0.08	+ 0.32	+ 0.64
	+ 0.48	+ 0.60	+ 0.26	+ 0.29	+ 0.13	+ 0.36	+ 0.64
	+ 0.44	+ 0.61	+ 0.27	+ 0.30	+ 0.14	+ 0.39	agitato
	+ 0.41	+ 0.62	+ 0.29	+ 0.32	+ 0.16	+ 0.40	+ 0.68
	+ 0.39	+ 0.62	+ 0.31	+ 0.33	+ 0.17	+ 0.40	+ 0.70
	+ 0.37	+ 0.62	+ 0.33	+ 0.36	+ 0.19	+ 0.41	+ 0.70
	+ 0.35	+ 0.62	+ 0.34	+ 0.37	+ 0.21	+ 0.41	+ 0.71

*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

MAGGIO 1925

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	+ 0.33	+ 0.67	+ 0.36	+ 0.38	+ 0.21	+ 0.41	+ 0.72
2	+ 0.36	+ 0.75	+ 0.42	+ 0.46	+ 0.27	+ 0.44	+ 0.73
3	+ 0.34	+ 0.77	+ 0.43	+ 0.45	+ 0.29	+ 0.43	+ 0.74
4	+ 0.32	+ 0.77	+ 0.43	+ 0.45	+ 0.28	+ 0.42	+ 0.74
5	+ 0.31	+ 0.78	+ 0.45	+ 0.45	+ 0.28	+ 0.42	+ 0.75
6	+ 0.30	+ 0.78	+ 0.46	+ 0.45	+ 0.27	+ 0.42	+ 0.75
7	+ 0.30	+ 0.80	+ 0.48	+ 0.46	+ 0.29	+ 0.42	+ 0.77
8	+ 0.30	+ 0.80	+ 0.50	+ 0.52	+ 0.33	+ 0.42	+ 0.77
9	+ 0.36	+ 0.81	+ 0.56	+ 0.58	+ 0.40	+ 0.45	+ 0.79
10	+ 0.45	+ 0.87	+ 0.64	+ 0.65	+ 0.46	+ 0.50	+ 0.79
11	+ 0.54	+ 0.89	+ 0.67	+ 0.70	+ 0.52	+ 0.52	+ 0.80
12	+ 0.56	+ 0.90	+ 0.70	+ 0.73	+ 0.54	+ 0.53	+ 0.80
13	+ 0.58	+ 0.91	+ 0.73	+ 0.76	+ 0.56	+ 0.55	+ 0.81
14	+ 0.62	+ 0.91	+ 0.76	+ 0.78	+ 0.58	+ 0.57	+ 0.81
15	+ 0.69	+ 0.91	+ 0.79	+ 0.82	+ 0.61	+ 0.58	+ 0.82
16	+ 0.74	+ 0.91	+ 0.82	+ 0.86	+ 0.66	+ 0.59	+ 0.84
17	+ 0.81	+ 0.90	+ 0.90	+ 0.90	+ 0.71	+ 0.61	+ 0.86
18	+ 0.86	+ 0.90	+ 0.98	+ 0.99	+ 0.76	+ 0.64	+ 0.88
19	+ 0.88	+ 0.88	+ 1.02	+ 1.04	+ 0.82	+ 0.68	+ 0.91
20	+ 0.90	+ 0.86	+ 1.06	+ 1.08	+ 0.86	+ 0.71	+ 0.92
21	+ 0.92	+ 0.84	+ 1.10	+ 1.13	+ 0.90	+ 0.73	+ 0.93
22	+ 0.91	+ 0.83	+ 1.12	+ 1.15	+ 0.95	+ 0.72	+ 0.94
23	+ 0.97	+ 0.81	+ 1.16	+ 1.19	+ 0.98	+ 0.71	+ 0.95
24	+ 1.48	+ 0.80	+ 1.22	+ 1.25	+ 1.02	+ 0.71	agitato
25	+ 1.72	+ 0.79	+ 1.34	+ 1.35	+ 1.07	+ 0.78	+ 0.98
26	+ 1.74	+ 0.85	+ 1.37	+ 1.38	+ 1.12	+ 0.78	+ 1.01
27	+ 1.70	+ 0.87	+ 1.37	+ 1.40	+ 1.15	+ 0.78	+ 1.02
28	+ 1.62	+ 0.89	+ 1.37	+ 1.36	+ 1.13	+ 0.76	+ 1.03
29	+ 1.61	+ 0.90	+ 1.37	+ 1.36	+ 1.11	+ 0.74	+ 1.04
30	+ 1.60	+ 0.91	+ 1.37	+ 1.37	+ 1.11	+ 0.73	+ 1.04
31	+ 1.54	+ 0.95	+ 1.38	+ 1.37	+ 1.12	+ 0.72	+ 1.05

*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

GIUGNO 1925

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	+ 1.51	+ 0.94	+ 1.38	+ 1.37	+ 1.14	+ 0.71	+ 1.06
2	+ 1.48	+ 0.92	+ 1.40	+ 1.41	+ 1.16	+ 0.71	+ 1.06
3	+ 1.46	+ 0.89	+ 1.44	+ 1.45	+ 1.19	+ 0.71	+ 1.07
4	+ 1.42	+ 0.87	+ 1.48	+ 1.48	+ 1.23	+ 0.71	+ 1.08
5	+ 1.40	+ 0.84	+ 1.49	+ 1.49	+ 1.26	+ 0.71	+ 1.08
6	+ 1.38	+ 0.82	+ 1.50	+ 1.50	+ 1.31	+ 0.69	+ 1.09
7	+ 1.35	+ 0.80	+ 1.51	+ 1.52	+ 1.32	+ 0.68	+ 1.10
8	+ 1.33	+ 0.77	+ 1.53	+ 1.55	+ 1.32	+ 0.67	+ 1.11
9	+ 1.30	+ 0.76	+ 1.54	+ 1.56	+ 1.32	+ 0.66	+ 1.12
10	+ 1.27	+ 0.74	+ 1.56	+ 1.58	+ 1.31	+ 0.64	+ 1.13
11	+ 1.24	+ 0.71	+ 1.57	+ 1.59	+ 1.32	+ 0.63	+ 1.14
12	+ 1.21	+ 0.69	+ 1.57	+ 1.58	+ 1.31	+ 0.62	+ 1.15
13	+ 1.19	+ 0.66	+ 1.57	+ 1.60	+ 1.31	+ 0.61	+ 1.16
14	+ 1.17	+ 0.63	+ 1.58	+ 1.61	+ 1.34	+ 0.63	+ 1.16
15	+ 1.14	+ 0.61	+ 1.58	+ 1.59	+ 1.34	+ 0.61	+ 1.18
16	+ 1.05	+ 0.59	+ 1.55	+ 1.56	+ 1.29	+ 0.59	agitato
17	+ 1.02	+ 0.57	+ 1.50	+ 1.51	+ 1.25	+ 0.55	+ 1.19
18	+ 0.97	+ 0.55	+ 1.48	+ 1.49	+ 1.22	+ 0.53	+ 1.19
19	+ 0.92	+ 0.52	+ 1.45	+ 1.48	+ 1.19	+ 0.52	+ 1.20
20	+ 0.88	+ 0.50	+ 1.40	+ 1.42	+ 1.15	+ 0.51	+ 1.20
21	+ 0.82	+ 0.48	+ 1.36	+ 1.37	+ 1.12	+ 0.45	+ 1.21
22	+ 0.76	+ 0.46	+ 1.30	+ 1.31	+ 1.08	+ 0.43	+ 1.21
23	+ 0.70	+ 0.45	+ 1.25	+ 1.27	+ 1.04	+ 0.41	+ 1.23
24	+ 0.65	+ 0.44	+ 1.21	+ 1.22	+ 0.99	+ 0.42	agitato
25	+ 0.59	+ 0.42	+ 1.17	+ 1.18	+ 0.97	+ 0.42	agitato
26	+ 0.55	+ 0.41	+ 1.13	+ 1.15	+ 0.93	+ 0.40	+ 1.28
27	+ 0.49	+ 0.40	+ 1.10	+ 1.10	+ 0.89	+ 0.35	agitato
28	+ 0.43	+ 0.39	+ 1.05	+ 1.04	+ 0.84	+ 0.34	+ 1.28
29	+ 0.39	+ 0.38	+ 0.99	+ 0.98	+ 0.79	+ 0.34	+ 1.27
30	+ 0.34	+ 0.37	+ 0.92	+ 0.93	+ 0.74	+ 0.34	+ 1.27

* Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

LUGLIO 1925

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	+ 0.32	+ 0.36	+ 0.82	+ 0.88	+ 0.69	+ 0.32	+ 1.26
2	+ 0.29	+ 0.35	+ 0.80	+ 0.85	+ 0.64	+ 0.30	+ 1.26
3	+ 0.41	+ 0.36	+ 0.79	+ 0.84	+ 0.62	+ 0.30	+ 1.25
4	+ 0.70	+ 0.38	+ 0.85	+ 0.89	+ 0.69	+ 0.34	+ 1.26
5	+ 0.94	+ 0.42	+ 0.97	+ 1.00	+ 0.77	+ 0.41	+ 1.26
6	+ 0.85	+ 0.44	+ 1.01	+ 1.04	+ 0.82	+ 0.42	+ 1.25
7	+ 0.82	+ 0.45	+ 0.99	+ 1.03	+ 0.82	+ 0.42	+ 1.25
8	+ 0.78	+ 0.47	+ 0.98	+ 1.01	+ 0.79	+ 0.41	+ 1.25
9	+ 0.79	+ 0.51	+ 1.10	+ 1.08	+ 0.86	+ 0.40	+ 1.24
10	+ 0.97	+ 0.55	+ 1.30	+ 1.32	+ 1.08	+ 0.53	agitato
11	+ 1.00	+ 0.56	+ 1.32	+ 1.36	+ 1.12	+ 0.56	+ 1.28
12	+ 0.94	+ 0.55	+ 1.30	+ 1.34	+ 1.10	+ 0.55	+ 1,28
13	+ 0.87	+ 0.54	+ 1.28	+ 1.30	+ 1.06	+ 0.53	+ 1.27
14	+ 0.80	+ 0.52	+ 1.25	+ 1.26	+ 1.01	+ 0.52	+ 1.27
15	+ 0.76	+ 0.51	+ 1.21	+ 1.22	+ 0.96	+ 0.50	+ 1.27
16	+ 0.70	+ 0.51	+ 1.16	+ 1.16	+ 0.93	+ 0.50	+ 1.26
17	+ 0.64	+ 0.50	+ 1.13	+ 1.14	+ 0.90	+ 0.49	+ 1.26
18	+ 0.58	+ 0.50	+ 1.10	+ 1.12	+ 0.87	+ 0.49	agitato
19	+ 0.58	+ 0.49	+ 1.06	+ 1.10	+ 0.84	+ 0.48	+ 1.26
20	+ 0.57	+ 0.49	+ 1.05	+ 1.10	+ 0.84	+ 0.48	+ 1.25
21	+ 0.55	+ 0.48	+ 1.02	+ 1.08	+ 0.80	+ 0.46	+ 1.25
22	+ 0.52	+ 0.48	+ 1.00	+ 1.08	+ 0.78	+ 0.44	+ 1.24
23	+ 0.54	+ 0.47	+ 0.97	+ 1.06	+ 0.78	+ 0.43	+ 1.25
24	+ 0.58	+ 0.47	+ 0.97	+ 1.12	+ 0.79	+ 0.42	+ 1.24
25	+ 0.57	+ 0.46	+ 0.99	+ 1.16	+ 0.80	+ 0.42	+ 1.24
26	+ 0.58	+ 0.45	+ 1.00	+ 1.14	+ 0.79	+ 0.42	+ 1.24
27	+ 0.57	+ 0.44	+ 1.00	+ 1.12	+ 0.78	+ 0.42	+ 1.24
28	+ 0.56	+ 0.43	+ 1.00	+ 1.20	+ 0.78	+ 0.43	+ 1.23
29	+ 0.53	+ 0.41	+ 1.00	+ 1.14	+ 0.76	+ 0.42	+ 1.23
30	+ 0.50	+ 0.40	+ 0.98	+ 1.06	+ 0.74	+ 0.42	+ 1.22
31	+ 0.47	+ 0.40	+ 0.97	+ 1.06	+ 0.74	+ 0.43	+ 1.23

* Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

MARZO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	739.2	740.9	741.0	740.4	+ 5.0	+ 7.7	+ 7.4	+ 9.2	+ 6.4	+ 7.0	14.7
2	44.3	44.7	43.8	44.3	5.6	8.9	7.1	9.0	4.4	6.5	2.6
3	42.2	42.2	43.3	42.6	5.8	10.9	7.7	11.9	5.1	7.6	14.1
4	44.7	44.9	46.8	45.5	4.8	11.6	8.7	12.7	2.3	7.1	—
5	47.3	47.5	49.6	48.1	5.0	13.4	10.4	13.9	2.8	8.0	—
6	748.6	745.6	745.5	746.5	+ 6.6	+12.8	+ 9.9	+13.2	+ 4.6	+ 8.6	—
7	46.5	45.2	45.4	45.7	7.0	13.6	10.8	14.2	4.9	9.2	-
8	46.5	44.1	42.8	44.4	7.9	11.6	10.2	11.8	5.5	8.9	—
9	38.7	39.5	46.3	41.5	8.4	10.6	5.4	10.7	7.7	8.1	0.5
10	51.1	50.6	51 9	51.2	4.0	8.8	3.8	8.9	+ 1.7	4.6	—
11	752.3	750.4	749.7	750.8	+ 3.8	+ 8.6	+ 4.3	+ 8.9	— 0.1	+ 4.2	—
12	48.3	46.8	47.1	47.4	2.4	7.0	3.6	7.1	+ 1.4	3.6	—
13	52.1	52.8	56.0	53.5	1.3	7.0	2.8	7.2	+ 0.2	2.9	—
14	57.3	54.1	52.7	54.7	1.4	7.7	5.0	8.1	— 1.1	3.4	—
15	52.1	49.6	49.3	50.3	2.8	10.2	7.4	10.8	+ 0.5	5.4	—
16	752.2	750.3	753.7	752.1	+ 4.8	+11.4	+ 6.3	+12.0	+ 2.2	+ 6.3	—
17	54.4	50.4	50.0	51.6	1.9	6.5	4.2	7.4	— 0.4	3.3	—
18	51.5	50.7	52.9	51.7	2.6	9.2	6.4	9.8	+ 0.2	4.7	—
19	55.2	53.4	53.9	54.2	3.8	9.6	6.6	10.0	0.9	5.3	—
20	53.8	51.7	50.4	51.9	4.0	9.8	6.8	10.2	1.7	5.7	—
21	748.6	746.3	745.5	746.8	+ 3.4	+11.0	+ 7.4	+11.7	+ 1.2	+ 5.9	—
22	43.8	42.4	43.0	43.1	6.0	11.0	7.4	11.6	4.4	7.3	—
23	44.9	43.4	44.7	44.3	6.4	12.0	10.4	12.5	3.4	8.2	—
24	47.3	47.7	47.7	47.6	7.8	10.2	8.8	10.2	6.9	8.4	0.5
25	46.5	44.5	42.9	44.6	8.6	9.7	9.0	9.9	7.4	8.7	19.0
26	737.9	737.0	739.1	738.0	+ 9.5	+ 9.5	+ 8.8	+10.1	+ 8.3	+ 9.2	11.7
27	41.4	42.7	44.5	42.9	8.2	10.4	6.8	11.2	7.2	8.4	20.3
28	45.9	46.4	47.3	46.5	7.8	12.0	8.9	12.5	5.4	8.7	0.6
29	48.6	48.1	49.9	48.9	7.8	14.8	10.7	14.9	5.2	9.6	—
30	51.5	50.4	51.5	51.1	8.2	16.6	11.4	17.1	5.4	10.5	—
31	53.7	52.5	52.5	52.9	10.4	13.4	11.6	14.2	7.4	10.9	—
M	748.01	746.98	747.76	747.58	+ 5.58	+10.56	+ 7.61	+11.06	+ 3 65	+ 6.97	84.0

			mm					°	
Altezza	barom.	mass.	757.3	g. 14	Temperatura	mass.	+	17.1	g. 30
"	"	min.	737.0	" 26	"	min.	—	1.1	" 14
"	"	media	747.58		"	media	+	6.97	

Nebbia il giorno 4
Neve " 13 (poco nevischio non misurabile)

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o na disciolta, o rugiada.

MARZO 1925

TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	5.8	5.8	6.1	5.8	89	73	78	82.1	10	10	9	S	NE	W	11
2	6.0	6.9	6.7	6.4	88	81	88	87.4	10	10	10	N	NE	NE	8
3	6.4	6.6	6.3	6.3	92	68	80	82.1	10	6	2	W	NW	W	7
4	6.2	6.5	6.7	6.4	97	64	80	82.4	10	4	2	W	S	SW	6
5	4.7	5.7	5.8	5.3	72	50	61	63.1	2	1	2	W	S	NE	6
6	6.2	6.8	6.1	6.3	85	61	67	73.1	10	9	0	CALMA	SW	SW	6
7	6.6	6.8	6.7	6.6	88	58	69	73.8	1	3	1	E	SW	SW	6
8	6.4	6.5	6.8	6.5	80	64	73	72.4	10	10	10	E	NW	N	3
9	7.0	1.0	1.6	3.1	85	11	23	41.8	10	3	3	N	NW	N	17
10	2.0	0.9	2.0	1.5	33	10	33	27.4	0	2	0	NW	W	N	17
11	2.4	0.5	2.0	1.6	40	6	32	28.4	0	1	2	N	N	N	11
12	2.8	2.4	3.1	2.7	52	32	51	47.4	7	10	6	SE	E	SW	7
13	3.8	1.0	1.3	1.9	76	13	23	39.7	2	2	0	SW	NW	N	11
14	2.3	1.6	1.9	1.8	46	21	29	34.4	2	7	0	SE	SW	W	5
15	2.8	3.2	4.7	3.5	50	35	61	51.1	3	1	0	NE	SW	W	7
16	3.4	2.4	2.6	2.7	53	24	37	40.4	2	0	0	SW	SW	E	10
17	1.8	2.0	2.1	1.9	34	27	35	34.4	1	1	8	E	SE	NE	8
18	2.6	2.6	0.8	1.9	46	30	11	31.4	1	1	1	SE	SE	S	5
19	2.3	2.6	2.9	2.5	39	29	39	38.1	0	1	2	E	SE	NE	7
20	3.0	2.8	3.2	2.9	49	31	44	43.7	0	1	1	E	SE	SE	6
21	3.5	3.4	3.8	3.5	60	34	49	50.4	1	1	1	E	E	E	7
22	4.9	4.6	4.9	4.7	70	47	63	62.7	10	4	3	SE	SW	SE	7
23	5.1	5.2	5.2	5.1	70	49	55	60.7	9	10	10	W	W	W	4
24	6.8	6.7	7.2	6.8	86	72	85	83.7	10	10	10	E	NE	NW	5
25	7.7	7.7	7.9	7.7	92	85	92	92.4	10	10	10	E	NE	NE	9
26	7.2	7.2	6.7	6.8	82	80	80	83.3	10	10	10	SE	NW	E	14
27	7.2	7.7	5.9	6.8	89	82	79	86.0	10	9	8	E	NE	N	10
28	6.6	5.4	5.7	5.8	83	51	67	69.7	5	3	1	SE	SW	SW	8
29	5.7	4.4	6.2	5.3	72	35	64	59.7	4	8	2	W	W	W	12
30	4.2	5.2	5.4	4.8	52	37	54	50 4	2	0	0	SW	W	SW	11
31	7.0	7.4	7.4	7.2	75	64	73	73.4	9	10	4	E	SE	N	7
M	4.85	4.50	4.70	4.58	68.5	45.9	57.3	59.66	5,5	5,1	3,8				8.3

Tens. del vap. mass. 7.9 g. 25
" " " min. 0.5 " 11
" " " media 4.58
Umid. relativa mass. 97 % " 4
" " min. 6 % " 11
" " media 59.66 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
11	11	15	13	4	16	15	7	1

Media nebulosità relativa del mese 4,8

APRILE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	753.0	751.4	751.7	752.0	+10.6	+15.6	+12.2	+16.4	+ 8.5	+11.9	—
2	52.9	51.3	51.8	52.0	10.1	18.0	12.2	18.0	6.6	11.7	—
3	50.7	48.4	48.5	49.2	10.6	16.5	10.3	16.7	7.3	11.2	—
4	47.6	46.4	47.8	47.3	10.8	15.5	9.8	16.0	8.7	11.3	3.8
5	48.1	46.9	48.4	47.8	10.0	16.4	10.7	17.0	7.4	11.3	2.9
6	748.4	747.0	746.9	747.4	+10.6	+15.2	+12.9	+15.4	+ 7.6	+11.6	—
7	46.1	44.6	44.9	45.2	11.2	14.8	11.2	16.2	10.2	12.2	8.8
8	42.5	42.6	44.7	43.3	10.2	11.0	10.8	12.1	9.4	10.6	8.3
9	46.6	46.6	47.0	46.7	11.4	16.0	13.6	17.1	8.5	12.7	—
10	46.6	46.0	46.4	46.3	11.8	17.0	12.6	17.2	9.2	12.7	—
11	746.6	746.9	748.0	747.2	+12.0	+14.4	+13.6	+16.0	+ 8.4	+12.5	—
12	46.7	45.9	46.3	46.3	11.9	17.2	12.4	18.7	8.4	12.9	2.0
13	46.1	45.0	45.5	45.5	14.0	15.6	12.4	18.5	10.7	13.9	11.1
14	46.5	46.9	47.9	47.1	12.2	20.0	13.0	20.2	9.4	13.7	—
15	50.5	49.6	49.1	49.7	12.8	19.2	16.5	19.8	9.0	14.5	—
16	743.7	739.6	740.4	741.3	+14.8	+19.3	+14.0	+19.6	+12.8	+15.3	—
17	44.3	44.5	46.7	45.2	14.0	18.8	14.2	19.2	8.7	14.0	—
18	48.8	48.1	49.1	48.7	13.4	12.2	13.5	19.4	8.5	13.7	—
19	50.9	50.2	50.5	50.5	13.8	17.4	15.0	17.8	9.9	14.1	—
20	48.3	46.6	45.9	46.9	13.8	17.6	14.8	17.9	13.0	14.9	—
21	744.5	744.2	745.3	744.7	+15.4	+17.0	+14.0	+18.1	+12.4	+15.0	4.3
22	44.4	43.8	50.9	46.4	14.0	21.2	11.3	21.6	11.3	14.5	—
23	52.4	50.2	49.8	50.8	10.4	18.0	13.8	18.4	6.6	12.3	—
24	47.4	44.8	42.4	44.9	9.8	8.7	7.9	13.2	7.5	9.6	6.2
25	35.3	35.6	35.4	35.4	8.8	10.4	10.0	10.7	7.2	9.2	9.3
26	736.9	737.1	738.5	737.5	+ 7.9	+13.3	+ 8.2	+ 13.6	+ 7.1	+ 9.2	10.8
27	37.6	39.0	41.8	39.5	6.8	7.8	8.2	10.8	6.2	8.0	26.9
28	43.9	42.9	43.1	43.3	7.2	17.2	13.3	17.4	3.6	10.4	—
29	43.3	44.2	45.7	44.4	13.3	19.4	14.6	20.4	10.0	14.6	—
30	48.3	47.6	47.4	47.7	+14.0	+14.0	+12.0	+14.1	+11.2	+12.8	4.1
M	746.29	745.46	746.26	746.01	+11.59	+16.06	+12.30	+16.92	+ 8.84	+12.41	98.5

Altezza barom. mass. 753.0 g. 1 — Temperatura mass. + 21.6 g. 22

" " min. 735.2 " 25 — " min. + 3.6 " 28

" " media 746.01 — " media + 12.41

Temporale il giorno 3. 13, 14, 21,

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata brina disciolta, o rugiada.

APRILE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento		
	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h
	mm	mm	mm	mm										
1	7.4	6.2	6.8	6.7	77	44	64	64.6	8	6	0	SE	S	E
2	7.1	6.3	6.4	6.5	77	41	60	62.2	2	5	4	E	W	N
3	6.7	10.5	7.6	8.2	70	53	81	70.9	4	6	10	W	SE	NW
4	7.0	6.3	7.3	6.8	73	48	81	70.2	10	7	10	N	SW	N
5	7.0	7.0	7.2	6.9	76	51	75	70.2	10	5	2	W	S	E
6	7.4	7.8	7.6	7.5	77	60	69	71.6	5	10	10	SW	SE	N
7	8.4	8.2	8.4	8.2	85	66	85	81.6	10	10	10	SE	SE	NE
8	8.1	8.2	7.8	7.9	87	84	81	86.9	10	10	10	SW	N	E
9	6.7	6.4	6.9	6.5	66	47	59	60.2	2	5	5	NW	W	SW
10	7.6	6.7	8.1	7.3	74	46	74	67.6	10	10	5	NE	SW	SW
11	7.2	7.2	7.5	7.2	69	59	64	67.2	8	8	9	SE	NE	CALMA
12	7.4	8.3	8.5	8.0	72	57	79	72.6	7	8	10	SE	E	N
13	8.5	8.3	8.7	8.3	71	63	81	74.9	7	10	10	NW	N	NW
14	8.3	8.0	7.6	7.9	79	46	68	67.5	6	7	0	SW	SW	NE
15	7.6	8.2	8.6	8.0	69	50	62	63.5	10	4	6	W	SW	E
16	8.8	9.0	2.8	6.7	70	54	24	52.5	9	3	0	SW	W	N
17	3.3	3.4	2.7	3.0	28	21	23	27.2	0	0	0	NW	W	N
18	3.9	6.4	6.9	5.6	34	38	60	47.2	2	7	6	SE	SW	S
19	8.1	8.7	8.8	8.4	69	59	69	68.9	0	9	10	SW	SW	W
20	8.9	8.2	9.8	8.8	75	55	78	72.5	10	10	10	N	NW	N
21	9.1	9.0	9.4	9.1	69	62	79	73.4	10	10	10	E	SW	N
22	9.0	8.4	7.0	8.0	75	45	70	66.7	4	1	10	W	W	E
23	5.7	5.3	5.2	5.2	60	34	44	49.4	0	1	1	NE	SW	SE
24	7.2	6.7	7.0	6.9	79	80	87	85.4	10	10	10	SE	N	N
25	6.6	7.5	6.6	6.8	78	80	72	80.1	10	10	10	SW	NW	W
26	6.4	6.3	5.7	5.9	80	56	70	72.1	10	8	10	NE	E	N
27	6.7	7.2	7.0	6.9	91	91	86	92.7	10	10	5	N	E	SW
28	6.3	5.5	7.3	6.3	83	38	64	65.1	1	4	10	SW	SW	CALMA
29	7.9	5.3	7.9	6.9	70	32	64	58.7	1	1	0	W	W	S
30	9.0	9.3	9.4	9.0	75	78	90	84.4	10	10	10	SE	E	E
M	7.31	7.33	7.28	7.18	71.93	54.60	68.77	68.27	6.5	6.8	6.8			

Ten. del vap. mass. 10.5 g. 3
" " " min. 2.7 " 17
" " " media 7.18
Umid. mass. 91 % g. 27.
" min. 21 % " 17.
" media 68.27

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
16	6	12	11	4	19	13	7	2

Media nebulos. relativ. del mes. 6.7

MAGGIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	744.5	741.4	739.6	741.8	+12.6	+16.0	+ 7.8	+16.2	+ 7.5	+11.0	7.0
2	41.3	42.5	45.8	43.2	13.2	18.2	12.8	18.2	7.4	12.9	0.4
3	47.6	46.8	47.2	47.0	13.6	19.0	16.0	20.2	8.3	14.5	—
4	48.8	47.0	47.5	47.8	14.4	21.5	16.2	22.2	9.2	15.5	—
5	47.5	47.1	46.8	47.1	13.8	14.8	14.4	16.6	11.4	14.1	—
6	746.4	745.9	745.7	746.0	+13.2	+16.0	+13.4	+16.0	+11.3	+13.5	2.3
7	45.6	45.2	44.9	45.2	13.4	15.2	14.1	15.5	12.1	13.8	0.8
8	46.6	46.3	46.5	46.5	14.5	17.2	14.7	17.8	12.2	14.8	7.4
9	48.1	46.4	47.3	47.3	15.8	20.6	13.4	21.2	11.7	15.5	11.3
10	46.0	43.4	43.8	44.4	14.8	20.5	18.0	21.2	10.9	16.2	—
11	742.1	742.4	743.4	742.6	+15.4	+14.0	+15.0	+17.2	+13.6	+16.3	6.9
12	46.0	46.3	47.6	46.6	15.2	20.7	17.2	21.3	12.4	16.5	—
13	48.4	47.1	48.0	47.8	17.2	25.7	22.2	26.0	13.1	19.6	—
14	47.9	46.7	46.9	47.2	20.4	27.1	21.0	27.1	15.4	21.0	—
15	46.5	45.0	45.3	45.6	20.2	27.8	24.0	28.3	15.4	22.0	—
16	745.6	744.7	746.0	745.4	+22.1	+18.3	+19.0	+28.5	+17.4	+21.8	—
17	45.8	44.6	45.1	45.2	20.7	25.2	20.7	26.0	16.3	20.9	—
18	45.5	44.1	44.7	44.8	20.5	25.6	19.3	25.6	16.7	20.5	—
19	46.5	44.6	44.4	45.2	19.0	24.8	21.5	25.2	16.2	20.5	1.5
20	47.4	46.6	47.6	47.2	15.8	19.2	16.6	20.7	13.5	16.6	7.8
21	748.1	746.8	746.8	747.2	+17.6	+22.2	+18.7	+23.2	+14.4	+18.5	—
22	47.1	46.4	46.6	46.7	18.8	23.7	17.9	24.1	14.4	18.8	—
23	47.1	45.9	46.1	46.4	19.8	17.4	16.8	20.7	16.1	18.3	2.2
24	44.2	43.2	45.6	44.3	17.4	22.9	18.1	22.9	15.2	18.4	1.1
25	46.5	46.6	47.5	46.9	17.2	16.0	13.8	20.3	13.8	16.3	11.8
26	747.3	746.7	746.8	746.9	+15.6	+17.8	+15.1	+18.7	+12.6	+15.5	2.9
27	45.7	45.6	46.4	45.9	15.6	22.6	17.5	23.0	11.4	16.9	—
28	45.6	44.8	44.2	44.9	17.3	21.1	16.7	21.2	14.0	17.3	—
29	45.2	47.2	50.0	47.5	15.2	18.2	16.8	18.7	14.7	16.4	3.2
30	53.3	52.9	54.7	53.6	18.0	25.0	22.2	25.8	14.0	20.0	—
31	55.5	53.8	52.8	54.0	19.9	28.4	25.2	28.9	15.3	22.3	—
M	746.76	745.92	746.50	746.39	+16.71	+21.05	+17.29	+21.89	+13.16	+17.26	66.6

			mm							
Altezza	barom.	mass.	755.5	g. 31	Temperatura	mass.	+	28.9	g.	31
»	»	min.	739.6	» 1	»	min.	+	7.4	»	2
»	»	media	746.39		»	media	+	17.26		

Temporale il giorno 1, 8, 9, 20, 21, 25
Grandine » 25.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata o rugiada, o brina disciolta.

MAGGIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	9.6	10.2	6.3	8.6	88	75	79	84.3	10	10	10	NE	SE	N	13
2	3.8	2.6	2.7	2.9	33	16	24	27.9	8	2	0	NW	NW	NW	20
3	2.9	4.2	5.9	4.1	25	26	43	34.9	0	0	2	NW	SW	SW	8
4	4.6	5.1	5.7	5.0	38	26	41	38.6	7	3	4	CALMA	SW	SW	6
5	5.8	7.9	8.5	7.2	50	63	70	64.6	10	10	10	W	NW	SW	7
6	9.1	9.3	9.6	9.2	80	69	84	81.3	10	10	10	CALMA	NE	N	6
7	10.1	10.5	10.5	10.2	88	82	88	89.6	10	10	10	E	NE	SE	8
8	10.1	10.5	9.7	10.0	82	72	78	80.9	10	10	9	E	N	N	7
9	10.0	9.6	9.4	9.5	75	53	82	73.6	9	5	10	SW	NE	N	7
10	9.5	9.1	9.8	9.4	76	51	64	67.3	2	6	8	W	SW	NE	5
11	10.2	9.6	10.5	10.0	79	81	83	84.6	10	10	8	CALMA	W	NW	5
12	10.6	10.1	10.7	10.3	83	56	69	72.9	10	3	2	SW	W	SE	5
13	10.2	8.2	10.5	9.5	70	33	53	55.6	1	2	7	S	S	SE	6
14	10.9	8.2	9.6	9.4	64	31	52	52.6	0	6	2	SE	SW	E	6
15	10.1	8.7	9.8	9.4	57	31	44	47.6	1	2	3	NW	SE	CALMA	5
16	10.7	9.9	10.3	10.1	54	34	63	53.9	2	2	1	SE	S	N	8
17	9.8	13.2	9.2	10.6	54	56	51	57.3	6	6	3	S	SW	NE	6
18	11.2	10.4	11.5	10.8	63	43	69	61.9	4	6	10	S	NE	N	7
19	11.8	10.9	12.3	11.6	72	47	64	64.6	10	2	7	SW	SE	SE	5
20	8.7	6.6	8.1	7.6	65	40	57	57.6	10	10	10	SE	NE	NE	12
21	6.6	8.0	6.7	7.0	44	40	41	45.4	6	2	1	SW	S	S	7
22	9.8	10.0	9.3	9.5	61	46	61	59.7	1	8	6	SW	S	W	7
23	9.2	11.2	11.2	10.4	54	76	78	73.0	10	9	10	SE	S	E	9
24	12.0	6.2	7.1	8.2	81	30	46	56.0	8	8	10	SE	SW	SW	15
25	9.4	4.0	9.4	7.4	65	29	80	61.7	6	10	7	SE	NE	NE	8
26	10.9	10.5	10.4	10.4	83	70	82	82.0	10	10	9	SE	SE	NW	9
27	9.6	8.6	9.6	9.2	73	42	65	63.7	2	3	3	SW	NW	E	7
28	10.0	9.4	11.4	10.1	68	51	89	73.0	9	10	10	SE	E	N	6
29	10.0	10.7	10.8	10.3	77	69	76	77.7	10	9	9	SE	N	W	8
30	9.5	10.5	10.9	10.2	62	44	55	57.4	1	2	1	NW	SW	SW	6
31	11.0	10.4	11.9	10.9	64	36	50	53.7	1	1	1	S	W	S	6
M	9.28	8.85	9.33	9.00	65.4	49.0	63.9	63.06	6.3	6.0	6.2				7.7

Tens. del vap. mass. 13.2 g. 17
" " " min. 2.6 " 2
" " " media 9.00
Umid. relativa mass. 89 % g. 28
" " min. 16 % " 2
" " media 63.06 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
9	11	6	17	11	18	7	10	4

Media nebulosità relativa del mese 6,2

GIUGNO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia, neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	752.0	750.5	749.6	750.7	+23.6	+29.6	+24.7	+29.7	+18.3	+24.1	—
2	49.9	48.2	48.6	48.9	24.0	28.9	26.0	29.9	19.7	24.9	—
3	49.8	48.8	48.9	49.2	23.8	30.6	25.6	30.7	19.4	24.9	—
4	52.6	51.0	51.2	51.6	22.4	28.7	25.2	29.0	19.0	23.9	—
5	51.9	50.4	50.2	50.8	22.1	27.1	23.8	27.7	18.3	23.0	—
6	750.9	748.6	748.5	749.3	+21.6	+28.2	+24.2	+28.7	+18.1	+23.1	—
7	51.5	50.6	50.6	50.9	22.2	26.7	23.6	27.2	19.7	23.2	—
8	52.3	50.7	51.1	51.4	20.8	27.5	24.0	28.0	18.9	22.9	—
9	51.5	50.0	50.9	50.8	22.5	28.5	24.8	29.0	19.2	23.9	—
10	52.9	51.1	49.9	51.3	22.8	28.6	25.4	28.9	20.1	24.3	—
11	748.6	748.6	750.3	749.2	+23.7	+31.6	+25.6	+31.8	+21.2	+25.6	—
12	53.4	50.6	49.4	51.1	22.4	29.8	26.6	30.2	19.4	24.6	—
13	48.3	44.6	45.1	46.0	24.0	29.3	23.8	30.0	21.4	24.8	—
14	45.1	43.1	43.2	43.8	22.4	29.1	23.6	29.5	18.4	23.5	—
15	44.4	43.6	45.0	44.3	23.6	30.8	27.1	31.1	19.4	25.3	—
16	750.1	748.8	749.3	749.4	+23.2	+28.9	+25.6	+29.2	+21.3	+24.8	—
17	48.7	46.2	46.0	47.0	24.4	30.7	24.2	30.8	21.3	25.2	—
18	44.8	41.9	41.0	42.6	24.2	30.4	24.4	30.7	20.2	24.9	—
19	43.4	42.1	44.1	43.2	22.7	28.5	23.0	28.7	19.9	23.6	3.2
20	47.3	46 1	45.9	46.4	21.6	27.7	24.2	27.9	18.4	23.0	—
21	745.9	743.8	742.9	744.2	+21.5	+28.2	+25.0	+29.2	+17.7	+23.3	—
22	42.7	41.1	42.7	42.2	21.0	23.8	21.2	25.7	18.4	21.6	2.7
23	46.4	44.5	43.7	44.9	20.2	25.2	21.7	26.0	17.4	21.3	—
24	42.9	40.3	40.6	41.3	17.8	23.4	19.1	24.5	15.3	19.2	0.6
25	42.1	39.9	40.6	40.9	17.0	20.6	14.0	22.0	12.5	16.4	11.2
26	742.0	742.9	744.5	743.1	+14.9	+22.0	+16.5	+22.3	+12.4	+16.5	—
27	44.6	43.7	45.2	44.5	16.8	23.4	15.0	24.4	12.5	17.2	8.1
28	46.5	45.7	47.7	46.6	15.2	21.1	16.5	21.7	13.4	16.7	8.0
29	47.5	45.7	47.0	46.7	17.0	24.5	22.0	25.6	13.8	19.6	—
30	47.7	46.8	46.9	47.1	19.9	26.9	21.8	27.7	16.3	21.4	—
											—
M	747.92	746.33	746.69	746.98	+21.31	+27.34	+22.94	+27.93	+18.04	+22.56	33.8

			mm							
Altezza	barom.	mass.	753.4	g. 12	Temperatura	mass.	+	31.8	g.	11
»	»	min.	739.9	» 25	»	min.	+	12.4	»	26
»	»	media	746.98		»	media	+	22.56		

Temporale il giorno 19, 23, 25

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o rugiada o brina disciolta.

GIUGNO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	12.1	12.4	13.3	12.4	56	40	58	54.1	1	3	2	SE	NE	N	5
2	11.7	12.2	14.0	12.5	53	41	56	53.8	2	4	2	E	SE	W	6
3	12.4	12.1	7.7	10.5	57	37	32	45.8	1	2	0	W	SW	N	9
4	9.3	9.2	11.4	9.8	46	31	48	45.5	3	3	2	SE	SE	SE	9
5	10.7	11.3	12.0	11.2	54	42	55	54.1	7	4	2	E	SE	E	9
6	10.1	9.6	11.1	10.1	53	33	49	48.8	10	2	5	SE	SE	E	8
7	10.6	10.0	10.5	10.2	54	39	49	51.1	7	4	9	SE	SE	SE	11
8	9.4	10.5	11.7	10.3	52	38	53	51.5	10	2	5	SE	E	NE	8
9	10.0	11.6	12.6	11.3	50	40	54	51.8	2	2	8	SE	SE	E	8
10	8.8	10.5	11.8	10.2	43	36	49	45.5	1	2	9	E	SW	SW	9
11	13.8	10.3	16.1	13.2	63	36	66	58.9	10	2	2	E	E	NE	10
12	9.6	11.9	12.7	11.3	48	38	49	48.9	3	1	4	S	SW	S	8
13	15.3	15.1	15.1	15.1	69	50	69	66.6	3	4	7	SW	SW	SW	11
14	13.9	15.5	13.7	14.2	69	52	63	65.2	7	2	8	W	SW	SW	12
15	13.5	13.2	13.0	13.0	62	40	49	54.2	2	3	1	W	SW	SW	11
16	15.4	15.3	16.4	15.5	73	52	67	67.9	9	3	4	E	S	SE	9
17	16.4	15.8	15.0	15.5	72	48	67	66.2	4	3	2	SE	SW	SW	10
18	14.8	13.2	16.2	14.6	66	40	71	62.9	1	3	3	SW	SW	SW	13
19	14.1	13.5	14.9	14.0	69	47	71	66.3	10	8	7	SE	SE	SE	12
20	11.3	9.1	11.1	10.3	59	32	49	50.6	4	2	8	SE	SE	E	7
21	10.8	10.4	11.1	10.6	56	36	47	50.2	2	4	6	SE	SE	SE	7
22	12.9	12.9	12.8	12.7	70	59	68	69.6	9	10	10	E	N	NE	10
23	10.4	9.7	11.7	10.4	59	41	60	57.2	3	8	10	SE	NE	SE	10
24	9.6	10.4	9.5	9.6	63	48	58	60.2	3	6	10	SE	E	SE	10
25	9.5	10.3	9.9	9.8	66	57	83	72.6	2	10	10	NE	SE	E	9
26	9.9	9.6	8.8	9.2	78	49	63	67.2	10	8	5	SW	SE	SW	8
27	8.6	7.6	9.3	8.3	60	35	73	59.9	3	9	10	SE	SW	NW	7
28	10.5	9.1	10.5	9.8	82	49	75	72.6	10	9	7	W	N	NE	7
29	11.8	9.4	10.9	10.5	82	31	56	63.6	3	7	4	SW	SW	SW	7
30	9.3	9.2	9.7	9.3	54	34	50	49.9	1	2	1	S	SW	SW	7
M	11.55	11.36	12.15	11.51	61.27	42.03	58.57	57.76	4.8	4.4	5.4				8.9

Tens. del vap. mass. 16.4 g. 16.17
" " " min. 7.7 " 3
" " " media 11.51
Umid. relativa mass. 82% g. 28.29
" " min. 31% " 4
" " media 57.76

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
4	7	14	31	4	24	5	1	0

Media nebulosità relativa del mese
4,9

LUGLIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	746.5	744.5	744.1	745.0	+20.4	+27.5	+21.3	+28.0	+17.4	+21.8	—
2	44.0	42.5	42.5	43.0	21.6	21.5	21.3	25.9	18.3	21.8	—
3	42.4	42.3	42.5	42.4	20.2	22.7	19.8	23.2	18.1	20.3	3.1
4	45.5	46.8	47.7	46.7	18.0	25.6	21.9	26.6	17.2	20.9	1.1
5	48.1	47.7	47.0	47.6	21.6	26.4	22.1	27.5	18.0	22.3	—
6	748.4	747.9	750.1	748.8	+22.2	+26.7	+19.6	+27.0	+17.8	+21.7	1.2
7	51.9	50.9	50.7	51.2	20.0	28.2	25.2	29.6	15.5	22.6	—
8	50.4	48.7	48.3	49.1	23.1	29.5	24.9	30.2	20.0	24.5	—
9	47.2	43.9	44.3	45.1	22.0	20.2	17.3	23.0	19.8	20.5	14.5
10	46.5	47.4	48.8	47.6	18.4	22.0	18.4	23.2	15.6	18.9	—
11	749.9	749.1	749.8	749.6	+19.4	+26.0	+23.0	+27.0	+16.0	+21.3	—
12	49.6	48.2	48.5	48.8	21.8	27.7	24.2	28.6	17.6	23.1	—
13	49.5	48.2	48.8	48.8	22.8	27.4	23.7	28.3	19.9	23.7	—
14	49.5	48.3	48.4	48.7	20.2	25.7	22.8	26.4	18.6	22.0	—
15	48.4	47.4	48.3	48.0	21.4	25.2	19.7	26.2	18.5	21.4	14.5
16	747.2	747.6	747.4	747.4	+19.8	+25.0	+22.4	+26.0	+17.2	+21.4	3.3
17	47.9	46.1	46.0	46.7	21.6	27.4	23.8	28.6	17.2	22.8	—
18	46.6	45.1	45.7	45.8	22.4	28.8	24.6	29.2	18.8	23.7	—
19	47.8	47.1	48.4	47.8	23.0	29.6	24.8	30.2	20.3	24.6	—
20	49.9	50.1	49.8	49.9	25.0	29.7	26.4	30.2	21.2	25.7	—
21	751.9	751.5	752.0	751.8	+25.2	+29.9	+27.0	+29.9	+21.6	+25.9	—
22	52.4	50.9	49.8	51.0	25.6	32.1	29.5	33.3	21.5	27.5	—
23	48.6	45.3	45.6	46.2	26.0	31.3	23.9	31.5	24.2	26.4	—
24	45.3	44.4	45.2	45.0	23.0	28.0	22.4	28.3	21.1	23.7	—
25	44.6	44.1	44.6	44.4	20.2	27.2	24.3	28.1	18.7	22.8	—
26	746.1	744.9	746.7	745.9	+22.6	+28.7	+23.8	+29.4	+19.4	+23.8	—
27	46.8	45.2	46.3	46.1	23.2	28.8	23.6	28.8	21.2	24.2	—
28	47.8	47.5	48.5	47.9	22.4	28.2	23.7	28.8	20.2	23.8	—
29	50.8	50.5	50.5	50.6	21.6	29.1	26.0	28.8	18.9	23.8	—
30	51.0	50.8	48.5	50.1	24.0	21.9	22.5	29.5	20.5	24.1	—
31	48.1	46.4	45.5	46.7	21.4	27.5	25.0	28.4	19.0	23.5	—
M	748.05	747.14	747.43	747.54	+21.94	+26.95	+23.19	+28.05	+19.01	+23.05	37.7

			mm						
Altezza	barom.	mass.	752,4	g. 22	Temperatura	mass.	+ 33.3	g. 22
»	»	min.	742,3	» 3	»	min.	+ 15.5	» 7
»	»	media	747.54		»	media	+ 23.05	

Temporale il giorno 3, 4, 6, 15, 16, 30.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o giada, o brina disciolta.

LUGLIO 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in km. all'ora
	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	12.3	9.2	11.8	11.0	69	34	63	59.2	0	1	5	SW	SW	SW	10
2	13.1	12.3	12.6	12.5	69	64	67	70.6	8	10	9	SW	NW	S	10
3	11.9	13.3	13.9	12.8	67	65	81	74.9	9	10	10	NE	CALMA	E	7
4	10.9	9.3	10.8	10.2	71	38	55	58.6	3	5	8	N	NW	W	8
5	11.6	12.5	13.0	12.2	60	49	66	62.2	1	7	9	S	E	W	7
6	11.6	12.8	13.1	12.3	58	49	77	65.2	7	5	0	SW	SW	N	9
7	13.2	9.6	11.7	11.3	76	35	49	57 2	1	2	1	SE	W	S	6
8	11.2	11.9	14.9	12.5	53	39	64	55.9	10	3	9	SW	SE	E	7
9	14.2	14.8	10.9	13.1	72	84	74	80.6	10	10	3	SE	S	NW	9
10	12.4	12.3	12.2	12.1	79	63	77	76.9	10	10	5	SW	SE	E	6
11	11.5	11.4	12.6	11.6	68	46	61	62.2	0	2	1	SW	S	SE	5
12	11.5	11.9	13.2	12.0	59	43	59	57.6	1	1	5	SE	E	E	6
13	11.5	10.4	12.5	11.3	56	38	57	54.2	0	6	5	SE	SE	SE	10
14	11.3	10.8	11.2	11.0	64	41	54	56.9	10	3	8	N	SE	E	7
15	11.7	11.0	13.8	12.0	62	46	81	66.9	9	10	10	CALMA	E	E	6
16	12.1	13.0	13.1	12.5	71	55	73	70.2	6	8	9	NW	S	N	6
17	14.1	12.1	13.7	13.1	74	44	63	64.2	3	5	6	S	SW	SW	5
18	13.0	13.7	14.2	13.4	64	47	62	61.6	3	6	1	E	SW	E	6
19	13.9	13.1	13.8	13.4	66	42	59	59.6	0	1	5	W	S	SW	6
20	14.7	12.8	14.8	14.0	62	41	58	57.6	2	5	5	E	SW	W	6
21	15.2	15.1	17.3	15.7	64	48	65	62.8	4	10	0	SW	S	SW	5
22	17.5	15.7	17.8	16.8	71	44	58	61.5	3	0	0	SW	SW	CALMA	4
23	17.9	14.8	12.9	15.0	72	44	58	61.8	9	5	2	SE	SW	W	10
24	13.6	10.9	12.2	12.9	65	39	60	58.5	10	4	9	S	W	SW	10
25	13.7	10.5	13.7	12.4	78	39	61	63 1	10	3	1	SW	S	SW	7
26	13.2	13.9	12.8	13.1	65	48	58	60.8	5	5	7	SE	S	SW	8
27	13.8	14.2	13.2	13.5	65	48	61	61.8	10	6	2	N	S	W	7
28	13.3	11.9	11.9	12 2	66	42	55	58.1	4	2	0	W	S	SW	7
29	13.2	11.5	13.7	12.6	69	38	55	57.8	1	3	1	SW	S	SW	6
30	14.3	13.0	15.5	14.1	64	66	77	72.8	3	10	5	E	N	NW	6
31	12.7	13.5	15.7	13.9	67	49	67	64.8	10	5	1	NE	S	W	6
M	13.10	12.36	13.37	12.76	66.65	47.35	63.71	63.10	5.5	5.1	4.6				7.[illegible]

Ten. del vap. mass. 17.9 g. 23
» » » min. 9.2 » 1
» » » media 12.76
Umid. mass. 84 % g. 9
» min. 34 % » 1
» media 63.10

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
6	2	13	12	16	26	10	5	3

Media nebulosità relativa del mese
5.1

AGOSTO 1925

TEMPO MEDIO CIVILE DELL' EUROPA CENTRALE

Alt. barom. ridotta a 0° C.				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
745.2	743.8	743.1	744.0	+23.6	+30.2	+26.7	+30.5	+20.4	+25.3	—
40.9	37.9	43.1	40.6	22.5	24.5	21.6	27.1	20.5	22.9	—
47.9	48.6	49.6	48.7	22.0	27.1	23.4	27.6	17.0	22.5	—
50.0	48.2	46.9	48.4	20.8	28.2	24.1	28.4	16.2	22.5	—
45.0	44.0	43.9	44.3	22.6	27.5	22.9	28.0	18.6	23.0	—
744.6	744.8	746.7	745.4	+22.0	+28.4	+24.5	+28.6	+18.3	+23.4	—
50.5	51.6	52.6	51.6	22.3	28.4	25.2	29.2	18.5	23.8	—
54.6	53.4	52.9	53.6	24.0	30.1	26.7	30.5	20.5	25.4	—
53.1	51.9	52.4	52.5	24.2	31.3	28.1	31.3	20.9	26.1	—
53.4	50.9	50.3	51.5	25.4	31.9	29.1	32.7	22.0	27.3	—
749.7	748.1	747.2	748.3	+26.6	+32.3	+28.1	+32.5	+24.4	+27.9	—
47.7	47.4	48.1	47.7	22.4	27.9	22.6	28.4	19.7	23.3	—
50.4	49.9	50.5	50.3	22.0	28.6	25.1	29.2	19.0	23.8	—
51.9	50.5	50.2	50.9	23.2	30.1	26.6	30.9	18.5	24.8	—
50.1	48.2	47.7	48.7	24.6	29.9	27.0	31.5	18.6	25.4	—
747.6	745.8	749.5	747.6	+23.8	+31.0	+25.4	+31.9	+18.5	+24.9	—
53.0	51.3	51.1	51.8	22.2	26.4	24.0	28.1	20.3	23.6	—
50.8	49.2	49.0	49.7	22.0	28.0	25.8	28.7	18.5	23.8	—
48.8	47.0	45.1	46.9	22.0	27.9	22.4	28.6	20.9	23.5	—
45.5	43.2	44.1	44.3	22.4	27.0	18.6	27.2	20.6	22.2	6.9
743.6	743.5	744.8	744.0	+18.6	+26.2	+22.8	+27.2	+15.0	+20.9	—
46.7	46.2	45.6	46.2	22.0	23.6	19.0	25.5	18.8	21.3	14.7
46.4	46.3	45.6	46.1	19.1	23.4	21.0	23.5	16.4	20.0	5.7
44.4	43.2	43.0	43.5	20.6	16.8	19.0	24.2	18.6	20.6	14.9
39.7	40.8	42.2	40.9	17.6	16.7	16.2	18.4	16.2	17.1	28.3
742.9	743.7	745.9	744.2	+16.9	+26.4	+23.2	+26.7	+13.5	+20.1	—
48.8	49.2	50.1	49.4	22.2	27.5	22.8	28.1	18.4	22.9	—
52.1	51.2	52.2	51.8	20.8	26.7	22.8	26.9	18.6	22.3	—
53.6	52.4	52.5	52.8	21.4	27.5	24.2	28.1	17.6	22.8	—
52.8	50.8	50.6	51.4	22.2	28.8	24.0	29.3	19.2	23.7	—
53.3	52.0	52.3	52.5	22.6	26.9	25.0	28.3	19.5	23.8	—
748.55	747.58	748.02	748.05	+22.08	+27.33	+23.81	+28.29	+18.83	+23.25	70.5

		mm						
ltezza barom. mass.		754.6	g. 8	Temperatura mass.	+	32.7	g.	10
»	» min.	737.9	» 1	» min.	+	13.5	»	26
»	» media	748.05		» media	+	23.25		

'emporale il giorno 22, 24, 25.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, rugiada o brina disciolta.

AGOSTO 1925

TEMPO MEDIO CIVILE DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	14.9	14.4	16.9	15.2	69	45	65	63.4	9	3	3	S	E	S	6
2	14.5	9.5	5.4	9.6	72	42	28	51.0	10	4	1	SE	N	NW	11
3	5.4	4.2	10.2	6.4	28	16	48	34.4	0	0	0	W	N	W	15
4	9.2	7.5	8.8	8.3	50	26	39	42.0	1	5	9	SE	SW	SW	6
5	8.6	10.1	11.7	10.0	42	37	57	49.0	1	2	1	NW	SW	SW	8
6	10.8	13.0	14.3	12.5	55	45	63	58.0	2	9	8	S	SW	SW	7
7	12.4	13.1	14.0	13.0	62	46	59	59.4	1	6	1	SE	NE	E	7
8	11.1	10.9	14.1	11.8	50	34	54	49.7	8	1	1	SW	SW	CALMA	6
9	13.3	14.7	15.6	14.3	60	43	55	56.4	1	1	1	E	SW	CALMA	5
10	16.9	15.4	17.1	16.3	70	44	57	60.7	1	1	1	NE	S	CALMA	4
11	15.1	12.7	12.3	13.2	58	35	43	48.9	3	2	5	SW	SW	CALMA	7
12	12.0	6.5	7.5	8.5	60	23	37	43.6	1	2	1	SW	NW	W	11
13	10.2	9.9	12.1	10.5	52	33	50	48.6	1	1	3	N	SE	W	7
14	11.6	10.5	12.0	11.1	55	33	46	48.3	1	1	1	E	SW	SW	5
15	13.7	11.7	13.9	13.0	60	35	49	51.6	1	1	1	E	W	SW	11
16	13.1	13.2	14.5	13.4	60	40	64	58.3	2	2	3	CALMA	W	E	10
17	10.6	8.7	10.5	9.7	54	34	47	48.6	4	3	1	SE	NE	NE	12
18	10.8	12.0	14.3	12.2	55	43	58	55.6	2	2	8	E	SE	E	[illegible]
19	13.5	14.6	12.7	13.4	69	52	63	64.9	10	5	8	NE	SE	NW	[illegible]
20	14.6	13.9	12.5	13.5	72	53	79	71.6	10	7	9	SE	E	SW	8
21	11.7	10.0	12.7	11.3	73	40	62	61.8	1	1	1	SW	W	SW	[illegible]
22	13.5	12.6	13.5	13.0	69	58	83	73.5	9	9	10	E	SE	NW	10
23	13.0	12.3	13.0	12.6	79	58	71	72.8	6	10	6	SW	SW	SW	5
24	14.4	13.2	14.0	13.6	80	93	85	89.5	8	10	10	NE	N	NW	9
25	13.2	12.7	11.7	12.3	88	90	85	91.2	10	10	10	W	NE	NW	5
26	11.3	10.5	6.3	9.3	84	41	31	55.5	1	1	0	W	W	NW	14
27	7.5	8.3	10.9	8.7	37	30	53	43.5	0	0	0	NW	SW	SW	9
28	11.8	13.3	14.7	13.1	65	51	71	65.9	1	9	2	SE	E	E	4
29	13.6	14.5	14.5	14.0	72	53	64	66.5	2	3	3	SE	W	CALMA	4
30	14.1	14.4	13.3	13.7	71	49	60	63.5	1	6	8	SE	SW	SW	5
31	14.8	15.1	16.4	15.2	73	58	70	70.5	6	9	4	SE	S	E	4
M	12.30	11.72	12.62	12.02	62.71	44.52	57.93	58.65	3.7	4.0	3.8				7.7

Tens. del vap. mass. 17.1 g. 10
" " " min. 4.2 " 3
" " " media 12.02
Umid. relativa mass. 93 % " 24
" " min. 16 % " 3
" " media 58.65 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
4	7	13	13	5	24	11	9	6

Media nebulosità relativa del mese 3.8

Adunanza del 5 Novembre 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Berzolari, Devoto, Fantoli, Gabba B., Gerbaldi, Gobbi, Gorini, Grassi, Jorini, Murani, Paladini, Sabbadini, Scherillo, Vivanti, Zingarelli;
e i SS. CC.: Besta, E. Bianchi, Brizi, Bruni, Cisotti, Contardi, L. Gabba, Maggi, Monnerét, F. Supino, Zunini.
Scusano la loro assenza, per motivi di salute, il M. E. prof. Zuccante, segretario; per ragioni d'ufficio i MM. EE. Artini, Brugnatelli, Coletti, Patroni, Sala e Supino.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Il presidente dà il benvenuto al prof. W. Steckloff, vice-presidente dell'Accademia delle Scienze di Russia, che trovasi nella sala, e lo prega di prender posto al tavolo della Presidenza.

Dietro invito del presidente il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato. Lo stesso segretario dà comunicazione delle pubblicazioni giunte in omaggio all'Istituto durante le vacanze; che sono le seguenti:

Agamennone G. Il Barbanera del terremoto. Roma, 1925.
— Ripartizione oraria dei fenomeni sismici a Mineo (Catania). Selci, 1925.
— F. de Montessus de Ballore; necrologio. Selci, 1925.
Annuario della R. Scuola superiore politecnica di Napoli, 1924-25.... Napoli, 1925....
— della R. Università degli studi di Milano, 1924-25.... Milano, 1925....
Archivo historico diplomatico mexicano, N. 6.... Mexico, 1924.
Bassi Agostino; Opere. Scelte e pubblicate a cura del Comitato nazionale per la ristampa, auspice la Società medico-chirurgica di Pavia. Pavia, 1925.

Capri A. La musica da camera. Dai clavicembalisti a Debussy. Bari, 1925.

Carte de gîtes minéraux et métallifères de la Russie d'Europe, par le Comité géologique. Échelle, 180 verst. 1916, in 6 fogli.

— géologique de la Russie d'Asie, par le Comité géologique. Échelle 1:10.500.000. 1922, 1 foglio.

— géologique de la Russie d'Europe, par le Comité géologique, II édition; échelle 180 verst, 1915, 6 fogli.

Catalogue (A) of british scientific and tecnical books. Govering every branch of science and technology carefully classified and indezed; I e II edizione. London, 1921, 1925.

Comtes-rendus de l'Académie des sciences d'Ukraine, 1921.... Kiev, 1923....

Contributi alla storia dell'Università di Pavia; pubblicati nell'XI centenario dell'ateneo. Pavia, 1925.

Contributi astronomici della R. Specola di Merate (Como); succursale della R. Specola di Brera. N. 1.... Milano, 1925....

Corbetta C. Entropia.... Pescara, 1925.

Croce B. Shakespeare. Nuova edizione. Bari, 1925.

Cronistoria documentata della guerra marittima italo-austriaca, 1915-1918, pubblicata dall'Ufficio di Stato Maggiore della R. Marina. Roma, 1925.

De Toni G. B. e A. Forti. Contributo allla conoscenza della flora marina del Chili. Venezia, 1920.

De Toni G. B. †. Spigolature aldrovandiane XXI e XXII. Un pugillo di lettere di Giovanni Odorico Melchiori trentino a Ulisse Aldrovandi. Alcune lettere di N. Espilleti. Venezia, 1925. (*dono della famiglia De Toni*).

-- Appunti dal carteggio inedito di Domenico Cirillo. Siena, 1925 (*come sopra*).

Fantoli G. Discorsi tenuti al Congresso idroelettrico di Grenoble, 4-8 luglio 1925 (4 fogli di giornali).

— Intorno ai problemi delle dighe per serbatoi e del loro tipo nelle applicazioni italiane. Appendice alla parte prima ed intermezzo polemico inerente. Milano, 1925.

— Sulla stima dei deflussi nelle valli del Liro e del Mera, in relazione alle progettate utilizzazioni. Milano, 1925.

— Sul progetto di massima di un nuovo acquedotto per la città. Perugia, 1925.

— Progetto per l'ulteriore utilizzazione irrigua e industriale del fiume Ticino, mediante la regolazione del lago Maggiore. Milano, 1925.

FORTI A. Nuove entità da confermare o da aggiungere alla flora veronese. Verona, 1919.

— Alberto Grunow (1826-1914); notizie biografiche. Padova, 1915.

— Giovanni Battista De Toni; commemorazione. Venezia, 1925.

IVALDI G. I principi della meccanica secondo i risultati dell'esperienza. Pistoia, 1925.

JARRIN A. Sur la nutrition des plantes alpines. Chambéry, 1925.

MATERIAUX pour la géologie générale et appliquée, N. 1.... Leningrado, 1916....

MINISTERO dell'economia naz. Infortuni sul lavoro in agricoltura. Giurisprudenza giudiziaria. Vol. 1, 1920-23. Roma, 1925.

MITTEILUNGEN und Arbeiten a. d. Geolog. pal. Institut der Universität Heidelberg. Neue Folge (seit 1915), N. 87, 88, 89, 99, 105, 106. Heidelberg, 1915.

NOTIZIE dell'Accademia russa di storia. Materiali culturali, Vol. 1.... Leningrado, 1921.... (*in lingua russa*).

OVIO G. Anatomia e fisiologia dell'occhio nella serie animale. Milano, 1925.

PACCAGNELLA E. Didattica e pedagogia musicale. Monza, 1925.

PANCOTTI V. I Paratici piacentini e i loro statuti. Piacenza, 1925.

PUBBLICAZIONI del R. Osservatorio astronomico di Trieste. Vol. 2. N. 1.... Trieste, 1925.

RIETTI F. Le organizzazioni anticancerose, con speciale considerazione degli Istituti per lo studio e per la cura del cancro all'estero. Firenze, 1925.

RUIZ M. Nueva teoria cósmica y su aplicación a las ciencias naturales. Mecanica celeste, cosmologia, fisica y quimica. Comitan, 1925.

SCHIPA M. Masaniello. Bari, 1925.

STATUTI e ordinamenti della Università di Pavia, dall'anno 1361 all'anno 1859; raccolti e pubblicati nell'XI centenario dell'ateneo. Pavia, 1925.

SUPINO C. Le basi economiche del movimento operaio. Milano, 1925.

TURATI E. In memoria di Renato Perlini e di Enrico Ragusa. Milano, 1925.

Il presidente dà notizie del sensibile miglioramento nelle condizioni di salute del segretario prof. Zuccante, rassicurando che egli è ora avviato ad una sicura guarigione. Propone che l'Istituto gl'invî una lettera di augurio. Il senat. Scherillo, lietissimo delle notizie apprese e associandosi agli auguri da

inviare al prof. Zuccante, propone che uguale saluto venga comunicato anche al prof. Oberziner, lui pure impossibilitato per malattia ad assistere alle sedute. L'Istituto unanime approva.

Il prof. Murani, segretario, è incaricato da S. Eccellenza il prof. Giuseppe Belluzzo di pregare l'Istituto a scusare le sue assenze per ragione dell'Ufficio di Ministro da lui tenuto.

Il presidente propone che gli venga inviato un telegramma di congratulazione per l'alta carica conseguita, bene augurando all'opera sua di ricostruzione nazionale.

Il presidente comunica d'aver ricevuto dall'Associazione Nazionale degl'Ingegneri ed Architetti Italiani un invito per il 25 ottobre u. s. a partecipare in Venezia alla consegna della Medaglia d'oro di benemerenza all'ing. Gaudenzio Fantoli, che detta Associazione destina ogni anno a quello scienziato che abbia, con le proprie ricerche e i propri studi, contribuito in modo particolare al progresso della tecnica. Non avendo potuto intervenire alla cerimonia, egli inviò il plauso e l'adesione dell'Istituto; propone che il Corpo Accademico mandi al collega prof. Fantoli le sue congratulazioni; l'Istituto approva.

Annuncia quindi le dolorose perdite avvenute durante le vacanze estive, e in un cenno commemorativo, che viene stampato a parte nei Rendiconti, fa risaltare i meriti del M. E. prof. Giacomo Carrara, dei SS. CC. proff. Giacomo Cattaneo e Felice Klein, del M. E. del R. Istituto Veneto prof. Gregorio Ricci-Curbastro.

Il S. C. prof. Luigi Zunini si associa alle parole del presidente, constatando il vuoto che ha lasciato al Politecnico di Milano la morte del prof. Carrara.

Il presidente legge alcune lettere chiedenti contributi finanziari per la edizione del Vocabolario Accademico della Crusca e per un monumento al prof. Barzellotti, da erigersi a Piancastagnano. L'Istituto non può dare che un appoggio morale a dette richieste, raccomandandole alle risorse individuali dei presenti.

Comunica pure d'aver ricevuto una lettera dal presidente dell'Associazione per il progresso delle scienze, nella quale si chiede che venga nominato un rappresentante dell'Istituto nella Commissione che dovrà preparare l'Edizione Nazionale delle opere di Giovanni Schiaparelli, secondo il voto espresso nell'ultimo Congresso di Pavia. Prega il S. C. prof. Emilio Bianchi di voler dare qualche delucidazione in proposito; e il prof. Bianchi, dopo brevi parole, propone che a rappresen-

tare l'Istituto in detta Commissione venga nominato il S. C. prof. Luigi Gabba. Si approva.

Infine il presidente legge una lettera del M. E. prof. Luigi Franchi, il quale comunica che essendo stato trasferito alla R. Università di Torino, e colà avendo trasportato il suo domicilio, cessa di conseguenza di essere Membro effettivo e passa nella categoria dei Membri non residenti. Nel fare tale comunicazione il presidente prega i Membri presenti di voler pensare alla sua successione o alle proposte di nomina degli altri tre posti di Membri rimasti vacanti.

Chiesta la parola, il M. E. prof. Costantino Gorini così si esprime:

« Mi reco a dovere di riferire brevemente sulla celebrazione del bicentenario dell'Accademia delle Scienze di Russia (1725-1925) dove ebbi l'onore di rappresentare il nostro Istituto, dividendo coi colleghi rappresentanti delle Accademie dei Lincei, di Bologna e di Torino le manifestazioni di speciale simpatia che furono prodigate alla scienza italiana, alla nostra dolce favella e al nostro Bel Paese.

Le feste, saggiamente organizzate, riuscirono fastose solenni, esse si svolsero dal 5 al 15 Settembre a Leningrado e a Mosca, secondo un vasto programma che abbracciava scienze lettere ed arti, con maestosi ricevimenti e numerose visite a Laboratori, Biblioteche, Musei, Istituzioni antiche e recenti, che furono rispettate dalla Rivoluzione ed anzi in buona parte ampliate e talune anche create dopo la Rivoluzione.

Le accoglienze furono quanto mai entusiastiche e non solamente da parte dell'Accademia che ci fu cordialissima, ma altresì da parte del Governo Sovietico che ci fu largo di signorile ospitalità, e da parte dell'intero popolo russo che faceva fitta ala plaudente al passaggio dei Delegati accademici appartenenti alle più svariate nazionalità di tutto il mondo, comprese le ex-nemiche le ex-soggette e le dissenzienti.

Migliore occasione di questo Giubileo non si poteva offrire per dimostrare come la Scienza si libri e trionfi al disopra di tutte le competizioni politiche e di tutti gli sconvolgimenti sociali e vada penetrando le masse e come (per usare le parole del nobile messaggio del Presidente dell'Accademia delle Scienze di Russia l'illustre prof. Karpinsky) la fraternità senza i limiti artificiali imposti dall'umanità stessa, che però non hanno peso nel mondo scientifico, sia un bisogno del vero sapiente il quale ubbidisce soltanto alla verità. Il lavoro scientifico è la sor-

gente di tutto quanto serve alla comunione delle genti e dei popoli, ossia di tutto quanto promuove la civilizzazione e la pace universale. Ben suona dunque l'indirizzo steso dal nostro collega Remigio Sabbadini, che mi sono pregiato di presentare a nome del nostro Istituto all'*Akademia Nauka* dell'URSS e che mi piace ripetere qui alla gradita presenza del suo illustre Vice Presidente prof.ʳ Steckloff »:

Rossolonae Academiae
post ducentesimum annum
ex quo condita est
diem natalem sollemniter celebranti
Langobardica Mediolani Sodalitas
liberalibus disciplinis fovendis
vehementer gratulatur
eademque vota facit et optat
ut per studiorum commercia
populorum inter se coniunctione
concordiaque confirmata
tandem pax in orbe dominetur

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Gian Antonio Maggi parla brevemente *Sull'applicazione della formola di Stokes alla aberrazione astronomica.*

Il S. C. prof. Giuseppe Bruni discorre sull'*impianto di raggi X del Laboratorio di chimica generale del Politecnico di Milano.*

Il presidente presenta la Nota del prof. Renato Calapso, assente: *La geometria sopra una curva algebrica ed il problema dell'inversione degli integrali abeliani di I specie.* Questa lettura venne ammessa dalla Sezione di scienze matematiche.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno, la seduta viene tolta alle ore 15.30.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 12 Novembre 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Artini, Berzolari, Brugnatelli, Devoto, Gobbi, Gorini, Grassi, Jorini, Menozzi, C. Pascal, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, Sala, Tansini, Villa, Vivanti, Zingarelli;

e i SS. CC.: Barassi, Bellezza, E. Bianchi, Cisotti, L. Gabba, Montemartini, A. Monti, Perroncito, Pugliese, C. Supino.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Oberziner, Paladini, Zuccante, segretario; per ragioni d'ufficio i MM. EE. Arnò, Coletti, Murani, segretario, Scherillo.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Essendo assenti i due segretari, il presidente prega il M. E. prof. Francesco Grassi a voler fungere da segretario.

Il prof. Grassi legge il verbale della seduta precedente; il verbale è approvato.

Il presidente si dice lieto di veder presente il M. E. prof. Luigi Brugnatelli, dopo la sua lunga indisposizione, e gli porge l'augurio che possa assistere sempre alle sedute dell'Istituto. Il prof. Brugnatelli ringrazia.

Il presidende legge i ringraziamenti di S. E. Bélluzzo e dei Membri effettivi Zuccante, Oberziner e Fantoli per gli auguri e le congratulazioni ad essi inviati dall'Istituto nella precedente adunanza.

Il prof. Grassi presenta le pubblicazioni pervenute in omaggio all'Istituto, che sono le seguenti:

Annuario della r. Università degli studi di Milano, 1924-25. Milano, 1925.

De Toni G. B. Appunti dal carteggio inedito di Domenico Cirillo. Siena, 1925.

— Spigolature aldrovandiane XXI e XXII. Un pugillo di let-

tere di Giovanni Odorino Melchiori, trentino a Ulisse Aldrovandi; Alcune lettere di N. Espilleti. Venezia, 1925.

LEVATI E. Cronistoria sanitaria milanese. Anno 1°, serie 1ª. dall'anno 787 all'anno 1925. Milano, 1925.

Dalla Casa editrice Giuseppe Laterza e Figli di Bari:

FUSTEL DE COULANGES N. D. La città antica. Studio sul culto, il diritto, le istituzioni di Grecia e di Roma. Traduz. di G. E. Calapaj. Vol. 1 e 2. Bari, 1923.

HEGEL G. G. F. La scienza della logica. Traduz. ital. con note di A. Moni. Vol. 1 e 2. Bari, 1925.

ONOFRI A. Nuovo rinascimento come arte dell'io. Bari, 1925.

A questi omaggi il presidente aggiunge quello ricevuto dal M. E. prof. Carlo PASCAL: Feste e poesie antiche. Milano, F.lli Treves, 1926.

Si passa alle letture.

Il M. E. prof. Carlo Pascal parla su *Il Menandro latino.*

Il S. C. prof. Luigi Montemartini espone brevemente *Alcune esperienze di incisione anulare sopra « Syringa vulgaris ».*

L'ing. Arnaldo Masotti legge un sunto della sua Nota, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche, dal titolo: *Sui moti di un liquido perfetto che avvengono per strati cilindrici e sferici.*

Terminate le letture si passa alla trattazione degli affari interni.

Il presidente prega il Socio corr. professor Bianchi a voler rappresentare l'Istituto all'inaugurazione del monumento a Giovanni V. Schiaparelli in Savigliano fissata per il giorno 15 corr. Il prof. Bianchi ringrazia ed esprime il desiderio che gli venga associato nella rappresentanza il S. C. ing. Gabba. L'Istituto approva e l'ing. Gabba ringrazia.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno, viene tolta l'adunanza alle ore 14.45.

Il Presidente
L. BERZOLARI

p. Il Segretario
F. GRASSI

Adunanza del 26 Novembre 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: Arnò, Artini, Berzolari, Brugnatelli, Devoto, B. Gabba. Gobbi, Gorini, Grassi, Jorini, Mariani, Menozzi, R. Monti, Murani, Paladini, C. Pascal, Patroni, E. A. Porro, Ricchieri, Sabbadini, Scherillo, C. Supino, Villa, Vivanti, Zingarelli;

e i SS. CC.: Albertario, Belfanti, Bellezza, Besta, E. Bianchi, Borgese, Brizi, Cisotti, M. De Marchi, L. Gabba, Giordano, Maggi, Montemartini, Pestalozza, Pugliese, Verga.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. Golgi e Oberziner, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. Coletti e Sala.

L'adunaza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale dell'adunanza precedente; il verbale è approvato. Lo stesso segretario presenta gli omaggi pervenuti all'Istituto, che sono i seguenti:

Dal M. E. prof. Gaudenzio Fantoli:

Jahrbuch der meteorologischen, erdmagnetischen und seismischen Beobachtungen der Hydrographische Amt der k. und k. Kriegsmarine in Pola. Neue Folge, Band 3, 1898 — Band 16, 1911. Pola, 1899-1912.

Inchiesta sulle acque potabili nei comuni del Regno al 31 dicembre 1903, pubblicata dal Ministero dell'Interno. Vol. 1-3. Roma, 1906.

Fantoli G. Le dighe di ritenuta in Italia (elenco aggiornato a tutto il mese di aprile 1925). Roma, 1925.

— Relazione a S. E. il Ministro dei Lavori Pubblici dei Delegati italiani del carbone bianco a Grenoble (4-8 luglio 1925). Roma, 1925.

Da diversi:

Gonni G. Nel centenario della spedizione navale di Tripoli: con prefazione di Giovanni Monleone. Genova, 1925.

LIGURIA (La) nel Risorgimento. Notizie e documenti a cura di F. L. Mannucci, P. Nurra, V. Vitale, C. Bornate, A. Del Pin, G. Gonni, E. Rinaldi, U. Monti, O. Grosso, E. Pandiani. Genova, 1925.

SCORESBY W. Seven log-books concerning the arctic voyages of Captain William Scoresby, senior of Whitby, England. Issued in fac-simile by the Explorers Club of New York, with reproduct. in color of portraits in oils of Capt. W. Scoresby, sen. and of Capt. W. Scoresby, jun. Introduct. broch. edited by F. Dellenbaugh. New York, 1917 (in 8 fascicoli in folio).

TRITONI R. Il sionismo e le sue difficoltà politiche in Palestina. Roma 1924.

— Come va risolta la questione dei luoghi Santi. Roma, 1925.

Il presidente annuncia la morte del prof. senat. FRANCESCO D' OVIDIO, Socio corrispondente dell'Istituto fino dal 1895, ne commemora brevemente le alte benemerenze verso la cultura italiana e propone che l' Istituto mandi alla famiglia e al fratello, senat. Enrico D'Ovidio, decano dei Soci corrispondenti dell' Istituto nella Classe di Scienze, un telegramma di condoglianze.

Ottenuta la parola, il senat. Scherillo si diffonde nel delineare la figura morale del grande Maestro napoletano. Gli susseguono il M. E. prof. Nicola Zingarelli, che accenna all' opera linguistica di Francesco D' Ovidio, e il M. E. prof. Carlo Pascal, che mette in rilievo i grandi meriti dell' insigne letterato come acuto critico, ricordandone le opere di filologia classica. I commoventi, applauditi, necrologi verranno pubblicati a parte in questo fascicolo dei Rendiconti.

Si passa alle letture.

La M. E. prof. Rina Monti legge la sua Nota « *La fioritura delle acque sul Lario* ».

Il S. C. prof. Emilio Albertario riassume la sua Nota « *Subtilitas legum* » e « *moderamen naturalis iuris* ».

Il M. E. prof. Giulio Vivanti presenta la Nota del prof. Ugo Broggi, ammessa dalla Sezione di scienze matematiche, dal titolo « *Sul resto della formula d'interpolazione di Lagrange nel caso di più variabili indipendenti* ».

Terminate le letture, si passa alla trattazione degli affari interni.

Il presidente espone al Corpo Accademico la necessità di provvedere alla nomina dei Membri effettivi e dei Soci corri-

spondenti per colmare i posti rimasti vacanti nelle diverse Sezioni, i quali sono: per la Sezione di scienze matematiche 1 Socio corr.; per la Sezione di scienze fisico-chimiche 1 Membro eff. e 1 Socio corr.; per la Sezione di scienze naturali 3 Soci corr.; per la Sezione di scienze mediche 1 Socio corr.; per la Sezione di letteratura e filosofia 3 Soci corr.; per la Sezione di storia e filologia 2 Membri eff. e 1 Socio corr.; per la Sezione di scienze politiche e giuridiche 1 Membro eff. e 2 Soci corr.

Il presidente presenta, e si approva, l'effemeride per le adunanze accademiche per il 1926.

Vengono presentati alcuni temi per i nuovi concorsi. Si apre un'ampia e viva discussione sulla loro approvazione, alla quale prendono parte, oltre che il presidente e il vicepresidente, i MM. EE. Zingarelli, C. Supino, C. Pascal, Patroni e Scherillo. Il presidente rimanda l'approvazione alla prossima seduta, pregando i presenti di preparare i temi per gli altri concorsi.

Esaurita la materia posta all'ordine del giorno, il presidente toglie la seduta alle ore 15.30.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

Adunanza del 3 Dicembre 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI

PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE.: ARNÒ, ARTINI, BERZOLARI, DEVOTO, GERBALDI, GORINI, GRASSI, MANGIAGALLI, MENOZZI, PALADINI, C. PASCAL, RICCHIERI, SALA, SCHERILLO, C. SUPINO, TANSINI, VIVANTI, ZINGARELLI. ZUCCANTE;

e i SS. CC.: BARASSI, BELLEZZA, BESTA, E. BIANCHI, BORGESE, BRIZI, CISOTTI, L. GABBA, GALLAVRESI, MONTEMARTINI, PENSA, PUGLIESE, SOMIGLIANA, VOLTA.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. GOLGI e OBERZINER, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. senat. B. GABBA vicepresidente, BRUGNATELLI, COLETTI e FANTOLI.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente il M. E. prof. Murani, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Sul verbale il presidente fa osservare che nella scorsa adunanza aveva richiamato l'attenzione dei Membri effettivi nominati di recente, che ancora non avevano commemorati coloro a cui erano succeduti, perchè avessero a compiere questo loro dovere; insiste su ciò ancor oggi perchè sia messo a verbale. Il verbale è approvato.

Il presidente si dice lieto d'iniziare la seduta d'oggi dando il benvenuto al M. E. prof. Giuseppe Zuccante, segretario, rimessosi in salute dopo una lunga malattia; se ne rallegra con lui, e crede d'interpretare il sentimento dei colleghi, porgendogli il saluto e l'augurio dell'Istituto.

Risponde il prof. Zuccante ringraziando e dicendosi lieto e orgoglioso di dare all'Istituto la sua attività, per quanto modesta, egli dice, sia l'opera sua. L'Istituto applaude.

Il presidente comunica che il M. E. prof. Luigi Brugnatelli, e il fratello suo, dott. Eugenio, hanno regalato con nobilissimo intento all'Istituto, per la biblioteca voltiana, le cospicue raccolte dell'avo loro; raccolte che riguardano la storia della fisica e della chimica del principio del secolo scorso. Egli ha già ringraziato i donatori a nome dell'Istituto; ma ha voluto segnalare al Corpo accademico il dono, al quale il prof. Brugnatelli ha promesso che seguiranno altri.

Il presidente dà la parola al M. E. prof. Francesco Grassi, il quale riferisce su la sistemazione della sala destinata al deposito e alla conservazione dell'inestimabile tesoro costituito dalla collezione di autografi voltiani posseduti dall' Istituto Lombardo e su la istituzione di una biblioteca voltiana, dove lo studioso possa trovare quanto è stato stampato dal Volta, sul Volta e sui grandi problemi posti da lui. Il progetto di sistemazione e di decorazione, i cui disegni sono esposti nella sala, è stato predisposto da Gaetano Moretti, ed è degno della sua fama: la esecuzione verrà curata da lui e dall'architetto comm. Annoni, a cui l'Italia deve già il sapiente riordinamento e ristauro dei monumenti danteschi di Ravenna, fatti nell'occasione del recente centenario della morte del Poeta.

Però la realizzazione di questa parte del programma prefissosi dalla Reale Commissione per la Edizione Nazionale delle Opere di Alessandro Volta, importa un fabbisogno di circa centomila lire. Il Grassi è lieto di poter partecipare all'Isti-

tuto che la somma necessaria è ormai assicurata. Si sono, infatti, già incassate L. 55.000; il benemerito Comitato Esecutivo della Cassa di Risparmio, sempre pronto ad intervenire efficacemente per assicurare l'esito delle iniziative veramente meritevoli di aiuto, ha già assegnato come primo concorso la somma di L. 20.000; inoltre si ha speranza fondatissima di altre prossime e importanti elargizioni.

Questo brillante risultato fu rapidamente raggiunto grazie all'amore per tutto ciò che è voltiano, all'attività ed all'autorità del nostro Socio on. Gr. Uff. Giacinto Motta, al quale l'impresa della pubblicazione voltiana già doveva l'avere visto assicurati i mezzi per portare a termine l'Edizione Nazionale.

Il Grassi propone quindi che l'Istituto esprima solennemente la sua riconoscenza al Socio ing. Motta, al Comitato Esecutivo della Cassa di Risparmio, agli altri benemeriti sottoscrittori:

Fondazione Premio Esterle;
Società Generale Italiana Edison di Elettricità;
Imprese Elettriche Conti;
Società Elettrica dell'Adamello;
Società Lombarda per produzione di energia elettrica;
Società Italiana Pirelli;

agli architetti Moretti ed Annoni, ed al comm. ing. Villa, per le sapienti norme da lui date, intese a prevenire per le due sale voltiane i pericoli d'incendio. Aggiunge infine che, se non fosse stato prevenuto dal presidente, avrebbe pure proposto un voto di plauso e di riconoscenza anche al M. E. prof. Brugnatelli, per il cospicuo dono di libri da lui fatto all'Istituto, tra i quali è la preziosa collezione completa delle Riviste dell'avo suo, il chimico Brugnatelli, amico del Volta; collezione oggi rara e di cui a Milano non esisteva esemplare alcuno.

Il progetto Moretti riscuote l'ammirazione dei Membri e Soci presenti e la proposta del M. E. Grassi viene approvata all'unanimità.

Il M. E. senat. Mangiagalli, sindaco di Milano, si unisce al plauso dell'Istituto per la magnifica iniziativa di cui ha parlato il prof. Grassi, e si ripromette di consultare l'Azienda Elettrica Municipale di Milano, perchè dia pur essa il suo contributo, convinto che il Comune non potrà essere estraneo a questa nobile impresa.

Il prof. Grassi ringrazia l'on. sig. Sindaco per la promessa fatta, aggiungendo che il concorso del Municipio di Milano,

se ha per la Reale Commissione Voltiana un valore materiale molto importante, ne ha sopra tutto uno morale altissimo.

Il presidente ringrazia il prof. Francesco Grassi per la sua comunicazione e per l'opera vigile ed assidua che svolge in grembo della R. Commissione Voltiana, dando così modo all'Istituto Lombardo di degnamente onorare Alessandro Volta.

Il presidente legge la seguente lettera inviatagli dal prof. Luigi Preti:

« Il Comitato per le onoranze al prof. Luigi Devoto si onora comunicarle come esso Comitato, avendo raccolta la somma occorrente per acquistare lire 100.000, di consolidato al 5 %, per una fondazione perpetua, il cui reddito biennale lire 10.000, dovrebbe essere assegnato dal R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere all'autore di quella memoria o studio, pubblicato nel biennio, che ha portato un contributo positivo su di un punto della Clinica del Lavoro (etiologia, patologia, igiene, prevenzione), prega la S. V. Ill. di voler accettare il detto capitale, l'amministrazione e l'assegnazione del premio a cui saranno ammessi gli studiosi di ogni paese.

La consegna sarà fatta a Lei nell'aula della Clinica del Lavoro il giorno 20 dicembre, alle ore 10, in una riunione che sarà presieduta dal Presidente dei RR. Istituti Clinici sen. A. Pavia, e naturalmente si avrebbe caro che la S. V. intervenisse ».

Si congratula il presidente col M. E. prof. Devoto, che trovasi presente, perchè la raccolta di questo cospicuo fondo è dovuta all'alta considerazione in cui egli è tenuto presso i colleghi suoi. Dichiara d'aver accettata la somma in nome dell'Istituto e che interverrà alla cerimonia della consegna.

Comunica poi la dolorosa perdita, fatta dal confratello Istituto Veneto, nella persona del suo M. E. prof. Anton Maria Antoniazzi, e prega il S. C. prof. Emilio Bianchi di dire qualche cosa sulla figura dello scomparso.

Il prof. Bianchi così si esprime:

« Dopo un lungo anno, durante il quale il nostro spirito conobbe le più strette angoscie, le più affettuose trepidazioni e poi le più tenaci, irreducibili speranze;

proprio quando anche il freddo ed inesorabile giudizio della scienza pareva esser stato faticosamente indotto a concedere qualche indulgenza ai bisogni del nostro sentimento;

la falce è caduta violenta, annientando, fortunatamente in un attimo, quello che era stato l'edificio del nostro illuso affetto verso il caro amico.

Ci perdoni la Scienza medica queste nostre illusioni; ci perdoni le nostre tenaci speranze; esse volevano dire a tutti, ma specialmente a noi stessi, che non ci sarebbe ancora mancato il sublime conforto del nobilissimo collega, che avremmo ancora udita la Sua parola di sereno, sicuro consiglio; che avremmo ancora potuto illuminare il nostro cammino alla luce purissima e vivida del Suo esempio e del Suo sapere.

Antonio Maria Antoniazzi, degnissimo continuatore della grande Scuola astronomica padovana, successore esimio di quegli uomini insigni che la elevarono a simbolo di quanto possa la più semplice modestia messa a servizio di una completa dedizione al puro ideale scientifico, questo Uomo veramente saggio, nel quale non sapevamo mai se più ammirare la bontà francescana e la incorruttibile integrità, oppure la semplicità e completezza di sapere, lascia in noi un sentimento di inconsolabile rimpianto.

Tutta l'astronomia italiana dice la sua angoscia e il suo smarrimento per averlo per sempre perduto ».

Si passa alle letture.

Il S. C. prof. Luigi Montematini discorre « *Su un tentativo di somministrazione di carbonio alle piante verdi* ».

Il M. E. prof. Giulio Vivanti è pregato dal presidente di presentare la Nota del prof. Ugo Broggi « *Sulla serie di Lagrange* », ammessa alla lettura dalla Sezione di scienze matematiche. Su di essa il prof. Vivanti parla brevemente.

Il prof. A. Pontremoli, anche a nome dell'ing. De Mottoni, rende conto di una Nota ammessa alla lettura dalle sezioni competenti, dal titolo « *Un caso particolare di diffusione della luce in presenza di un campo orientante costante* ».

Terminate le letture si passa alla trattazione degli affari.

Vengono approvati i seguenti temi presentati per i nuovi concorsi:

Concorso T. Massarani. *L'opera di Francesco Hayez e gli albori del romanticismo nella pittura lombarda* (Scherillo).

Concorso Fossati. *Illustrare con ricerche originali un argomento di patologia del sistema nervoso* (Perroncito).

Concorso Pizzamiglio. *Il pensiero filosofico di Gian Domenico Romagnosi* (Zuccante).

Concorso Cagnola. *L'atomo di Rutherford: ipotesi del Bohr su la emissione e sull'assorbimento dell'energia per* quanta. *Portare qualche contributo allo studio della questione dal lato teorico e sperimentale* (Murani).

Il presidente, giacchè vede presente il Sindaco di Milano e l'Assessore per l'istruzione, rivolge loro preghiera perchè vogliano adoperarsi onde venga elevata l'entità del premio Fossati, usufruendo dei risparmi accumulatisi sul capitale negli anni che il premio non venne concesso. Il senat. Mangiagalli si dice dispostissimo ad esaudire tale preghiera in quanto gli sarà possibile; propone che l'Istituto faccia al Municipio di Milano una domanda in proposito.

Per i temi da fissarsi per i Concorsi Kramer e Contardo Ferrini, viene rimandata alla prossima adunanza la scelta e l'approvazione.

L'adunanza viene tolta alle ore 15.15

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
G. ZUCCANTE

Adunanza del 17 Dicembre 1925

PRESIDENZA DEL PROF. LUIGI BERZOLARI
PRESIDENTE

Sono presenti i MM. EE: ARNÒ, BERZOLARI, DEVOTO, FANTOLI, GOBBI, GORINI, JORINI, MARIANI, MENOZZI, R. MONTI, MURANI, PATRONI, C. PASCAL, PORRO, SABBADINI, C. SUPINO, VILLA, ZINGARELLI, ZUCCANTE;

e i SS. CC.: BARASSI, BELLEZZA, E. BIANCHI, CISOTTI, L. GABBA, GALEAZZI, GALLAVRESI, MEDEA, PERRONCITO, VERGA.

Scusano la loro assenza, per motivi di salute, i MM. EE. GOLGI, GRASSI e PALADINI, e, per ragioni d'ufficio, i MM. EE. BASSANO GABBA, vicepresidente, BRUGNATELLI, COLETTI e SCHERILLO.

L'adunanza è aperta alle ore 14.

Dietro invito del presidente, il M. E. prof. Zuccante, segretario, legge il verbale della precedente adunanza. Il verbale è approvato.

Il presidente comunica che il compianto M. E. prof. Elia Lattes, conoscendo i bisogni dell'Istituto Lombardo, ha voluto

ricordarlo nel suo testamento, e il fratello Alessandro, pure Socio dell'Istituto, ha proposto alla Presidenza che sulle L. 240.000, ch' egli metterà a disposizione dell'Istituto, « sia costituito un premio di L. 2500 annue a incremento degli studi di filologia, o di archeologia greca, latina o italica o di dialettologia italiana, con piena libertà di determinare il modo più opportuno di assegnarlo o in premi ad opere d'arte, o in concorsi fra lavori inediti su tema fissato, o in contributi a ricerche d' archivio, o scavo, o lavori di qualsiasi specie, con facoltà di avvicendare modi diversi nella successione dei periodi del concorso, o di fissare il modo di periodo in periodo; lasciando la rimanente somma, non vincolata per il premio, a completa disposizione dell'Istituto per il suo uso ». Dichiara di essersi affrettato a ringraziare il prof. Alessandro Lattes e propone all'Istituto di inviargli un ringraziamento ufficiale. L'Istituto approva.

Il M. E. prof. Carlo Pascal ricorda la pratica già iniziata dall'Istituto nello scorso aprile per le onoranze bimillenarie della nascita di Vergilio. La Commissione allora nominata per gli opportuni provvedimenti ha proposto che si pubblicasse il Codice Vergiliano della Biblioteca Ambrosiana e si bandisse per il 1928 due concorsi intorno all' opera di Vergilio. Già la Commissione ha chiesto un contributo alle principali Banche milanesi, finora però ha risposto solo la Cassa di Risparmio, promettendo di dare 15000 lire. Ma per svolgere tale programma occorreranno dalle 50 alle 60 mila lire; prega perciò la Presidenza di incitare i Membri e i Soci che hanno aderenze presso le Banche per sollecitarle a contribuire, affinchè si possa raggiungere la somma desiderata.

Si passa alla lettura ed approvazione delle relazioni sui concorsi a premio scaduti.

In assenza del relatore, il segretario prof. Murani legge la relazione sul concorso alla Medaglia triennale per l'agricoltura scaduto il 31 dicembre 1924. Commissari: (R. Monti, F. Supino, M. De Marchi). La Commissione propone di non conferire la Medaglia, e l'Istituto approva.

Il M. E. prof. Angelo Menozzi legge la relazione sul concorso Brambilla, scaduto il 31 dicembre 1924. La Commissione composta dai proff. Jorini, Menozzi, Giordano relatore, propone che sia assegnato un premio di primo grado, medaglia d'oro, alla Società Alti Forni Acciaierie Ferriere Franchi Gregorini di Brescia, per aver avviato in Italia la fabbricazione dei tubi di ghisa centrifugata. L'Istituto approva.

Pure il prof. Menozzi legge la relazione sul concorso Cagnola « *sul modo di impedire la contraffazione di uno scritto* ». (Commissari: Menozzi, Sabbadini, Carrara). Non viene conferito il premio.

Il M. E. prof. Remigio Sabbadini, a proposito di questo concorso, dice che è impossibile impedire di contraffare uno scritto, e propone che venga formulato diversamente il tema. Dopo lunga discussione, alla quale prendono parte i professori Murani, Supino e Perroncito, si pregano i Membri componenti il Consiglio d'Amministrazione della fondazione Cagnola di rivedere i diversi temi proposti dal fondatore, che ora sono già superati dal progresso fatto dalla scienza, provocando un Decreto Reale per la loro modificazione. Messe in votazione le conclusioni della relazione, l'Istituto approva.

Il S. C. prof. Aldo Perroncito legge la relazione del concorso Fossati sul tema: *delle fini alterazioni del sistema nervoso nella fatica grave*, scaduto il 1 aprile 1925. (Commissari: Devoto, Sala, Perroncito). La Commissione propone che all'autore della memoria distinta col motto: *Laetus laboravi* venga conferito un assegno di L. 1200, e all'autore della memoria recante l'altro motto *Nec spe nec metu* un assegno di L. 800. L'Istituto approva, e verrà comunicato ai giornali quotidiani tale esito perchè gli autori si facciano conoscere, autorizzando l'Istituto ad aprire le schede.

Il M. E. prof. Remigio Sabbadini legge la relazione sul Concorso Triennale Ciani *per un libro di lettura per il popolo italiano, di genere narrativo drammatico*, scaduto il 31 dicembre 1924. La Commissione reputa meritevole d'incoraggiamento il sig. Ranieri Allulli per il suo libro « *Marco Polo* », e propone gli venga assegnata la somma di lire mille. L'Istituto approva.

Lo stesso prof. Sabbadini legge la relazione sul Premio Emanuele Jona, destinato *alla migliore opera popolare sulla nostra guerra che ne spieghi ed illustri la santa necessità*, scaduto il 31 dicembre 1924 (Commissari: Oberziner, Sabbadini. Zingarelli). Non viene conferito il premio; l'Istituto decide di bandire lo stesso concorso fra due anni.

Si passa alla proposta dei temi per nuovi concorsi.

Per il Concorso Kramer vengono presentati tre temi rispettivamente dai professori Paladini, Bianchi e Somigliana; dopo lunga discussione viene approvato il seguente tema proposto dal M. E. prof. Paladini:

« Con la scorta di dati di fatto risultanti da pubblicazioni ufficiali (Ministero dei Lavori Pubblici, Ufficio Idrografico del Po di Parma, Commissione per la navigazione del Po, ecc.), determinare se e come le opere di correzione per l'alveo di magra intraprese sul Po, negli ultimi dieci anni, a miglioramento delle sue condizioni di navigabilità, possono produrre variazioni nelle condizioni di deflusso del fiume in acque tonde e in acque di piena. Nella ricerca consultare prima l'esperienza, indagando per esempio le diverse correlazioni fra le varie serie di altezze idrometriche registrate per determinati idrometri, prima, durante e dopo l'esecuzione dei lavori; e poi la ragione, analizzando per esempio, col sussidio delle teoriche d'idraulica, l'effetto delle singole opere e del loro insieme nei diversi stadi d'acqua del fiume ».

Anche sul Concorso Contardo Ferrini vengono presentati alcuni temi dal S. C. prof. Albertario, ma dopo discussione sulla maggiore o minore generalità del tema da bandire, viene approvato il seguente: *Un lavoro di esegesi delle fonti del diritto romano.*

Esaurita la materia posta all'ordine dal giorno, il presidente toglie la seduta ad ore 15,15.

Il Presidente
L. BERZOLARI

Il Segretario
O. MURANI

SULL'APPLICAZIONE DELLA FORMOLA DI STOKES ALL'ABERRAZIONE ASTRONOMICA

Nota del S. C. prof. GIAN ANTONIO MAGGI

(Adunanza del 5 Novembre 1925)

Con questa breve comunicazione presento, innanzi tutto, la semplice dimostrazione che la formola di Stokes, applicata al fenomeno dell'aberrazione astronomica, coi necessari complementi, reclamati dalla stessa teoria dello Stokes, fornisce l'indipendenza dell'aberrazione dall'altitudine. Come io mi sono limitato ad accennare di presumere dai casi estremi dell'etere interamente trascinato e imperturbato dal movimento della Terra, e mi sono ancora riserbato di accertare in seguito, nella mia Lettura del 2 Luglio scorso (*), colla quale mi tardava di mettere a parte l'Istituto, prima che dalle vacanze accademiche ne fossero sospese le riunioni, degli importanti risultati, resi allora noti al mondo scientifico, del Miller.

Basta ricordare, a tal fine, il *deviating vector* di Stokes (**), il quale, per orientazione della normale, col senso della propagazione, al fronte di un'onda luminosa piana, al livello generico sul livello del mare, in conseguenza della inflessione del fronte, prodotta dal diverso trascinamento, alle diverse altitudini, fornisce quella del vettore

$$\mathbf{c} - (\mathbf{v} - \mathbf{v}_R),$$

dove $\mathbf{c}$ ha la grandezza c della velocità della luce nel vuoto, e l'orientazione, col senso della propagazione, della normale al fronte dell'onda, al livello dell'etere imperturbato, orientazione invertita della visuale reale della stella, $\mathbf{v}$ rappre-

(*) Riflessioni sulle recenti esperienze del Prof. D. C. MILLER attinenti alla teoria della relatività.

(**) H. A. LORENTZ, The theory of electrons (Leipzig. Teubner, 1909) pag. 172.

senta la velocità assoluta del movimento annuo della Terra, e $\mathbf{v}_R$ la velocità della stessa Terra, relativa all' etere, alla supposta altitudine. Dall' orientazione della qual normale dovendosi, coll'ordinario ragionamento (*), dedurre quella della visuale invertita della stella, qual' è percepita da un cannocchiale, alla stessa altitudine, col sottrarre $\mathbf{v}_R$ dal precedente vettore, si trova il risultato invariabile dell' orientazione di

$$\mathbf{c} - \mathbf{v},$$

ossia

$$\sin \varphi = \frac{v}{c} \sin \alpha ,$$

indicando con φ l' angolo formato dalle visuali apparente e reale, e con α l' angolo formato dalla visuale coll' orientazione del movimento annuo della Terra.

S' intende che il problema è qui trattato nella sua più semplice espressione, prescindendo dai particolari che non ne alterano sostanzialmente lo schema.

Aggiungo brevi notizie intorno alle pubblicazioni sull' argomento del trascinamento dell' etere, in rapporto colla relatività e colle esperienze del Miller, che mi constano comparse dopo la mia precedente Lettura. Si trovano tutte in « Nature », dove comparvero, il 23 Maggio, il primo annunzio del Silberstein, e, il 6 Giugno, le obbiezioni dell' Eddington (**).

Lo stesso Miller espone i proprii risultati di quattro anni di prove, con cinquemila osservazioni, in un articolo dell' 11 Luglio, dal titolo Ether Drift Experiments at Mount Wilson, con sufficiente ampiezza, rimandando per maggiori notizie al numero del precedente Giugno dei Proceedings of the National Academy of Sciences. Non occorre segnalare l' interesse di tale esposizione, che chiude con queste parole: « A complete calculation of the observations, now in progress, together with further experiments to be made in the immediate future, should give definite indications regarding the absolute motion of the solar system in space ».

Nel numero del 18 Luglio, il Silberstein, con poche righe, dal titolo Ether Drift and Relativity, replica alle obbiezioni dell' Eddington che lo schema accennato nel proprio articolo, a malgrado delle apparenze, è strettamente irrotazionale.

(*) H. POINCARÉ, Théorie mathématique de la lumière (Paris, Carré, 1889) pag. 381.

(**) V. la mia Nota citata del 2 Luglio u. s.

Nel numero del 25 Luglio, il nostro Ing. Prof. Giovanni Giorgi, con un articolo dello stesso titolo del precedente, ricordate le obbiezioni dell' Eddington, mostra, in primo luogo, come la variazione della velocità orizzontale coll' altitudine si possa conciliare coll' ipotesi del movimento irrotazionale, grazie ad una variazione in direzione orizzontale della velocità verticale. Dà poi un cenno di una teoria che lo Stokes trovò opportuno sostituire alla prima, riprodotta dal Lorentz nel suo magistrale trattato « The theory of electrons », introducendo, nella spiegazione dell' aberrazione astronomica, la completa traiettoria del raggio luminoso. E, terminando coll' indicare una serie di condizioni a cui il movimento irrotazionale dell' etere deve soddisfare, per render esaurientemente conto delle circostanze attinenti alle esperienze del Miller, conclude per reputare opportuno di riserbare ogni conclusione sugli esperimenti del Miller, finchè non si possano utilizzare i risultati di ulteriori esperimenti, e non si possa escludere l' alterazione prodotta da qualche fenomeno ignoto, nei risultati del Miller (*).

Finalmente, nel numero del 26 Settembre, D. von Dantzig, in un articolo dal titolo The Miller Effect and Relativity, sostiene, con argomenti che richiedono di inoltrarsi nella teoria della Relatività, l' opinione che l' esperimento del Miller non può nulla provare contro la *Relatività Generale*. Conclude poi, in fine, che, comunque sia, il fenomeno del Miller ha mostrato che il campo, o l' etere, o lo spazio vuoto, comunque si chiami, sostiene una parte integrante nelle relazioni causali dei fenomeni, per modo che non è un così effettivo « vuoto », come si suppone che sia.

(*) Colla presente Lettura sono stato informato dai colleghi U. Cisotti e E. Bianchi che, in questi ultimi giorni, avevano ricevuto dal Prof. Giorgi un suo estratto dagli Atti della Pontificia Accademia delle Scienze, Nuovi Lincei, Anno LXXVIII, Sessione VII del 28 Giugno 1925, dal titolo Sulle Esperienze di Miller. Messomi gentilmente a disposizione, mi è risultato che di questa interessante comunicazione ai Nuovi Lincei è un sunto il ricordato articolo dello stesso Prof. Giorgi in « Nature ».

Prima di licenziare le bozze, ne ho poi anche ricevuto dall'autore il cortese invio.

Cenni necrologici di

FELICE KLEIN, GREGORIO RICCI CURBASTRO, GIACOMO CARRARA, GIACOMO CATTANEO

del Presidente prof. Luigi Berzolari

(Adunanza del 5 novembre 1925)

Negli ultimi mesi il nostro Istituto fu colpito da perdite molto dolorose.

Il 22 giugno spegnevasi in Gottinga, all'età di 76 anni, uno dei più grandi matematici di tutti i tempi, il prof. Felice Klein, Socio Corrispondente dell'Istituto fino dal 1877.

Egli non fu soltanto un ricercatore d'eccezionale potenza, e uno scrittore brillante e suggestivo, ma altresì una forte e complessa personalità, un poderoso organizzatore, il quale, lungi dall'isolarsi nel tranquillo giro dei proprî pensieri, portò la sua multiforme attività anche in mezzo agli uomini, e contribuì grandemente così a infondere un maggiore spirito di modernità nell'insegnamento della matematica e delle scienze naturali nelle scuole medie e superiori, come a stabilire un più intimo contatto tra le astratte speculazioni della matematica e le loro applicazioni alla fisica e alla tecnica.

La spiccata tendenza sintetica del suo pensiero lo portò a scoprire legami inaspettati tra rami diversi di scienza, ed a raccogliere sotto un unico punto di vista ricerche prima avviate nei modi più disparati: di che è esempio tipico il celebre programma da lui presentato nel 1872 in occasione della sua nomina all'Università di Erlangen, dove tutti gli svariati indirizzi, secondo cui può svolgersi l'indagine geometrica, sono caratterizzati in relazione ad un gruppo di trasformazioni. Il concetto di *gruppo*, nel quale quarant'anni prima Evaristo Galois aveva mostrato risiedere il vero fondamento della teoria delle equazioni algebriche, veniva così posto al sommo stesso di ogni ricerca geometrica; e il suo ufficio veniva in se-

guito rivelandosi sempre più essenziale in tutti i campi della matematica, per merito dello stesso KLEIN e del suo eminente amico SOPHUS LIE. Ma mentre il LIE concentrò i suoi sforzi nella grandiosa costruzione della teoria dei gruppi continui, il KLEIN si occupò di preferenza dei gruppi discontinui. Il suo libro sopra l'icosaedro e la risoluzione delle equazioni del 5° grado (1884) è una meravigliosa miniera di concetti nuovi e geniali, dove Geometria, Algebra, teoria delle funzioni, teoria dei gruppi sono messe simultaneamente in opera, componendosi in un quadro di suprema bellezza.

All'inizio della sua carriera scientifica, in lavori divenuti ben presto classici, il KLEIN aveva approfondito sopratutto lo studio di questioni topologiche e quello della Geometria della retta e della Geometria non-euclidea; più tardi, ed ancora negli ultimi anni della sua vita, si volse a problemi di Meccanica generale e di Fisica matematica, apportando pure preziosi contributi alla teoria della relatività, in dipendenza del suo programma di Erlangen; ma specialmente fece oggetto di indagini estese e profonde la teoria delle funzioni ellittiche, iperellittiche e abeliane: recando in ogni campo grandissima dovizia di vedute nuove e feconde, che costituirono poi il punto di partenza di innumerevoli ricerche di altri studiosi.

La sua forza d'intuizione e d'investigazione toccò forse le maggiori altezze verso il 1882, allorchè, fondendo la teoria dei gruppi con la teoria riemanniana delle funzioni, potè, con procedimento che parve divinatorio, gettare i fondamenti della teoria delle funzioni automorfe, alla quale perveniva in quel medesimo tempo, ma prendendo le mosse da un diverso ordine d'idee, un altro pensatore di genio, ENRICO POINCARÉ.

Ma non s'interessò meno della fisica che della matematica pura; e — palesandosi anche in ciò degno successore di GAUSS. di DIRICHLET e di RIEMANN nella cattedra di Gottinga — come spesso applicò la matematica a questioni fisiche, così non esitò a valersi di metodi tratti dalla fisica per la soluzione di problemi matematici. È notissimo il modo con il quale mostrò l'esistenza dei vari integrali abeliani, ricorrendo ad esperienze elettriche.

Nè inferiore all' opera dello scienziato fu l' opera del Maestro, nel senso più alto e più ampio della parola. Per parecchi decenni, la piccola città di Gottinga fu la méta a cui accorsero da tutte le parti del mondo giovani matematici,

desiderosi di lavorare sotto la diretta ispirazione del KLEIN; e non pochi tra i corsi di lezioni da lui dettati sui più vari argomenti di Analisi e di Geometria, in forma succinta ma con ricchezza di acute osservazioni, pubblicati in litografia da taluno de' suoi discepoli, si leggono sempre con profitto e ammirazione.

Dopo la morte del CLEBSCH, e per circa mezzo secolo, egli fu veramente lo spirito informatore dei *Mathematische Annalen*, il prezioso periodico, dove sono venute via via rispecchiandosi tutte le più significanti manifestazioni del pensiero matematico moderno.

Fu altresì l'ideatore e l'organizzatore della grande Enciclopedia, destinata a raccogliere in distinte monografie tutti i risultati più importanti finora conseguiti nella matematica pura e nelle sue svariate applicazioni: opera veramente poderosa, che, iniziata circa trent'anni or sono, consta già di parecchi grossi volumi, ai quali hanno collaborato scienziati di tutte le nazioni colte.

Fino allo scoppio della grande guerra, presiedette la Commissione internazionale per l'insegnamento matematico, e ne fu sempre il membro più autorevole e più attivo; promosse la istituzione di speciali corsi di lezioni e conferenze per gl'insegnanti delle scuole medie, al fine di mantenerli al contatto con gli studi più elevati, ed egli stesso svolse in uno di tali corsi le più recenti ricerche compiute sui classici problemi tramandatici dagli antichi geometri. Strenuo sostenitore della convenienza d'introdurre nell'insegnamento medio taluni concetti fondamentali dell'Analisi infinitesimale, in un memorabile corso di lezioni che, pubblicato dapprima in litografia, sta ora vedendo la luce per le stampe, espose vedute geniali e pro fonde sulle matematiche elementari considerate nella loro connessione con le matematiche superiori.

Promosse altresì con grande vigore e con pieno successo l'insegnamento tecnico, e si deve alla sua feconda iniziativa e alla tenace opera da lui spiegata la fondazione in Gottinga di Istituti per la matematica applicata e la fisica tecnica, nonchè di Seminari per la meccanica tecnica, l'idraulica, l'elettrodinamica, la scienza della navigazione ed altri rami dell'ingegneria.

Così, se i grandi trattati sull'icosaedro, sulle funzioni modulari ellittiche, sulle funzioni automorfe, sul giroscopio, e le

memorie matematiche recentemente raccolte in tre fitti volumi, costituiscono un monumento, che consacrerà per sempre la gloria dell'insigne matematico scomparso, le istituzioni tecniche, di cui dotò la città dove trascorse i suoi anni migliori, sono in certo modo la concreta espressione dell'organica unità del suo pensiero scientifico, che non conobbe soluzioni di continuità, dalle più alte regioni della teoria fino alle applicazioni di essa ai bisogni pratici della vita.

Un altro grave lutto hanno subìto le discipline matematiche con la morte del prof. GREGORIO RICCI CURBASTRO, avvenuta in Bologna il 7 agosto.

Nato a Lugo di Romagna nel 1853, insegnò per circa un quarantennio Analisi algebrica e infinitesimale e Fisica matematica nell'Università di Padova, e dal 1892 appartenne all'Istituto Veneto, del quale coperse pure per un triennio la carica di Presidente.

Autore di lavori originali e profondi su l'Analisi, la Geometria differenziale, la Fisica matematica, in questi ultimi anni salì in grande rinomanza in tutto il mondo scientifico per il suo metodo di Calcolo differenziale assoluto. Il quale, contenuto in germe in alcune ricerche di GAUSS, di RIEMANN e di CHRISTOFFEL, era stato elaborato come organismo sistematico dal RICCI fin dal 1886, e messo da lui e da taluno de' suoi scolari alla prova di svariate applicazioni alla Geometria differenziale e alla Fisica matematica; ma, ad onta di ciò e malgrado l'esposizione metodica, che egli stesso con la collaborazione del suo eminente discepolo, prof. TULLIO LEVI-CIVITA, avevane fatta nel 1901 in uno dei periodici matematici più diffusi, era rimasto alquanto negletto dagli studiosi, finchè l'EINSTEIN non trovò in esso il fondamento matematico alla sua teoria della relatività.

Come lo scienziato, così l'uomo. D'indole riservata, di modi semplici e cortesi, ponderato ed equanime nei giudizi, scrupoloso nell'adempimento di ogni dovere, egli lascia largo rimpianto di sè tra gli amici, i colleghi, i discepoli e quanti, avendo avuto la fortuna di avvicinarlo, divennero estimatori delle nobili sue doti di mente e di cuore.

*
* *

Ancora non ci siamo riavuti dalla dolorosa sorpresa in cui ci gettò la notizia della tragica fine incontrata il 14 dello scorso ottobre dal prof. GIACOMO CARRARA.

Socio Corrispondente dell'Istituto fin dal 1906, nell'ultima adunanza era stato nominato Membro Effettivo, in sostituzione del compianto prof. KÖRNER; ma la sorte crudele non gli consentì di continuare nella nuova veste l'opera preziosa da lui svolta nel nostro sodalizio, sia con la comunicazione dei risultati de' suoi studi, sia come relatore diligente e sapiente in seno a numerose Commissioni giudicatrici di concorsi.

Nato nel 1864 a Soresina, insegnò dapprima all'Istituto tecnico di Bergamo, poi nell'Università di Padova, donde nel 1904 passò al Politecnico di Milano come professore di Elettrochimica.

In numerose pubblicazioni, che conferirono al suo nome larga reputazione così in Italia come all'estero, recò importanti contributi alle diverse parti della Chimica generale, della Chimica fisica, dell'Elettrochimica, segnatamente alla teoria della dissociazione elettrolitica in soluzioni non acquose. Nè minori benemerenze il compianto Collega si acquistò nel campo delle applicazioni della Chimica e dell'Elettrochimica. Basterà qui accennare alle sue recenti ricerche sulle nuove resine sintetiche, che tanta importanza hanno per l'industria dei materiali altamente isolanti; ed agli studi, da poco avviati ma già così promettenti, sul catalizzatore nella sintesi dell'ammoniaca da' suoi elementi.

La morte lo ha colpito nel pieno fervore di un'attività, che per molti anni ancora avrebbe potuto esser feconda di cospicui risultati.

*
* *

Pur troppo, il doloroso elenco non è finito!

Il 15 ottobre, a 68 anni di età, mancava ai vivi il prof. GIACOMO CATTANEO, nostro Socio Corrispondente dal 1884 e professore di Anatomia comparata nell'Università di Genova.

Aveva frequentato l'Università di Pavia in un periodo di massimo fiore per gli studi naturalistici, quando la dottrina dell'evoluzione maggiormente agitava le menti dei ricercatori

e additava nuovi problemi all'indagine sperimentale. Discepolo e poi assistente di Leopoldo Maggi, il Cattaneo trasse dal Maestro l'entusiasmo per le dottrine evoluzionistiche, e ne divenne fervente campione. Tutti i suoi lavori, parecchi dei quali inseriti nei nostri Rendiconti, sono ispirati a quella dottrina, e mirano a ricercarne i fondamenti nella biologia dei protozoi, o ad indagarne le leggi mediante lo studio della morfologia generale o della struttura degli organismi, o a disegnarne i principî nel campo filosofico. Molti di essi, anche di carattere biologico, informati ad un pensiero evoluzionistico, rivelano la tendenza del Cattaneo alla sintesi e alla meditazione filosofica.

Da qualche tempo la malferma salute avevane rallentato la produzione scientifica. L'ultima sua pubblicazione è una memoria che illustra la vita scientifica e le scoperte di Mauro Rusconi, antico Socio di questo Istituto e gloria della Scuola biologica pavese.

ANCORA SULLE COSTRUZIONI DI TERRA CRUDA

Nota del S. C. Ing. F. Giordano

(Adunanza del 14 maggio 1925)

La comunicazione che il 26 febbraio decorso ho avuto l'onore di fare sull'antica quistione delle *case di terra cruda*, ha indotto non pochi tecnici a mettersi in rapporto con me: così ho avuto notizie che un doveroso scrupolo di studioso mi muove a riferire, ed ho riconosciuto necessario dare qualche maggior chiarimento ed esporre qualche nuova osservazione sopra l'argomento.

Argomento a cui le condizioni economiche e sociali odierne rinnovano ed accrescono importanza: è anche bene per ciò delimitare il campo nel quale, pel beneficio dei più, non potrà instaurarsi alcun monopolio di pochi — ed è bene che rinasca, alla stregua dei fatti, la fiducia in una vetusta pratica costruttiva, a torto abbandonata o spregiata; ed è bene infine che tale fiducia si accresca per virtù di nuovi studi i quali spiegano incertezze o insuccessi, e determinano maggior perfezione.

§ 1. — Si sarebbe desiderato più ampio riferimento alle costruzioni, cui appena ho accennato, del Piemonte, di Sardegna, della Toscana, e d'altre regioni d'Italia.

Per verità è interessante sapere che in Alessandria l'80 e più per cento delle case di vecchi sobborghi venne edificato in terra cruda battuta commista a paglia. E forse il derisorio appellativo *della paglia* — affibbiato al nome della città, perchè, fortificata in fretta per opporla al Barbarossa, non aveva che bastioni di semplice terra mista a strame e paglia — si cambia, al lume delle odierne ricerche sui materiali leganti, in titolo di riguardo sempre maggiore verso la sapienza antica.

Del pari — se ebbi a citare solo di passaggio, perchè estremamente modeste, certe vetuste costruzioni rurali, non

solo di terra battuta, ma di mattoni crudi — avrei dovuto ricordare, e vi riparo, che non mancano esempi nel nostro Paese di palazzi e ville, antiche e recenti, di uguale struttura, non riconoscibile dall'esterno, e che hanno sfidato e sfidano a meraviglia l'opera del tempo (1).

§ 2. — Poichè la struttura muraria di *argilla compressa in posto* è di origini più lontane dei tempi di Annibale, il merito che spetta ai Francesi della Rivoluzione, o forse ai loro antenati, è esclusivamente quello (ed è grande) di aver diffuso a beneficio di povera gente abitazioni sane e sicure da incendio: nessun merito inventivo, se non quello del nome dato al procedimento.

Così è per la struttura di *terra compressa in mattoni o blocchi a qualsiasi pressione.* Ebbi a ricordare l'osservazione, che data da parecchi decenni, della grande solidità delle piastrelle crude di argilla, formate ad altissima pressione — e stimai inutile il richiamo alla ancora più antica *formatura a secco* dei laterizi comuni, usitatissima in Inghilterra per le argille antiche, schistose o di scarsa plasticità. Può interessare invece il riferimento ad una proposta relativa a blocchi di terra compressi a macchina e da usarsi crudi — dovuta a certo Clément Laval e consegnata nel 1917 in documenti ufficiali. Va pure citato, perchè di poco posteriore, un brevetto dell'Ing. E. Douzal, brevetto il quale, nel considerare un modo di utilizzazione delle macerie dei paesi devastati dalla guerra, macinandole e

---

(1) Fra altri, nel Comune di Spinetta presso Alessandria, il villino costruito più di vent'anni fa, per abitazione propria, da un pratico ben sicuro di sè, il capomastro imprenditore Cesare Buzzi.

L'Ing. Ugo Monneret mi ha segnalato un precedente antichissimo, di mura alte 12 m., appartenenti ad un convento costruito quindici secoli fa dinnanzi all'isola Elefantina: materiale, il limo assai colloidale del Nilo. La costruzione, liberata dalle sabbie che la seppellivano, fu danneggiata perchè non protetta, ma resistette a pioggie torrenziali, di non breve durata, verificatesi all'inizio dei lavori di restauro a cui il chiaro Collega attende dopo aver riesumato con grande amore le interessanti particolarità di esecuzione delle strutture murarie in terra cruda applicate dagli antichi Egizi.

Se in Egitto piove poco (e nondimeno vi hanno luogo talvolta pioggie dissolventi come quella surricordata), nella contigua Nubia si ha una lunga stagione di pioggie, spesso torrenziali: quivi, riferisce l'ing. Monneret, si osservano chiese le quali datano da 12 o 13 secoli, con volte a botte od a cupola, e che sono costruite di terra cruda.

comprimendole in blocchi a 200 o 300 atmosfere, esamina l'analoga utilizzazione della terra di escavo per costruire pareti interne di fabbriche.

Gli esempi potrebbero essere moltiplicati. Tra essi mi è gradito ancora di accennare ad esperimenti ed osservazioni eseguite nel 1922-23 dall'Ing. Augusto Casati, e raccolte in una relazione inedita da lui favoritami tre giorni or sono. Il materiale provato, detto *geolite*, fu proposto dal Conte Ubaldo Fiorenzi di Osimo, e consiste di pura terra compressa energicamente, con intonaco di cemento predisposto nello stampo: qualche applicazione pratica, specie a costruzioni rurali, n'è stata fatta per lodevole iniziativa dello stesso Conte Fiorenzi. Ricordo infine un lavoro del tutto simile, avviato in Sardegna dal Rag. Massimo Carta.

Sono iniziative indipendenti, sorte senza che l'autore dell'una nulla sapesse dell'autore dell'altra — animate tutte da un desiderio di bene, ma circondate dal silenzio forse perchè esposte a facili quanto ingiuste denigrazioni.

Da questo fervore d'azione si trae motivo di compiacimento: ne viene conforto a perseverare, *perfezionando e diffondendo*.

I perfezionamenti, non lo ripeto, stanno nella *correzione* delle variabilissime *qualità leganti* proprie dei materiali e nella *meccanizzazione* del procedimento di formatura così da ottenere veramente la rapida economica produzione a pie' d'opera, con apparecchi spostabili o, meglio ancora, autospostabili.

§ 3. Sulla questione dei *leganti*, ho riferito circa gli studi particolarmente intesi alla utilizzazione dei colloidi del terreno.

La constatazione del fatto che sostanze colloidali costituiscono il massimo legante del terreno, risale a qualche anno. L'*U. S. Bureau of Soils* ha compiuto al riguardo, con larghi mezzi, accuratissime ricerche.

Nel 1921, Moore, Fry e Middleton — studiando comparativamente due metodi per la determinazione quantitativa dei colloidi del terreno (1) — ebbero ad isolare masse notevoli degli

(1) *Methods for determining the amount of colloidal material in soils.* Journal of industrial amd engineering Chemistry. June 1921. Furono trattate due *terre tipo* del Nord America: il *Susquehanna clay soil* ed il *Cecil clay loam*. Le singole estrazioni — eseguite secondo il procedimento Davis, Olmstead, Anderson — ebbero luogo su masse di terra del peso di 200 a ben 900 Kg.: il materiale estratto, desi-

stessi ed incidentalmente avvertirono come, almeno in proporzione del 10 %, quelle sostanze fossero atte a legare la *farina di quarzo* (quartz flour), ed ancora meglio la sabbia normale fina di prova dei cementi, in modo assai più energico del cemento Portland: il diagramma fig. 1, che ho tracciato appunto in base ai numeri riferiti dai menzionati autori, dimostra a

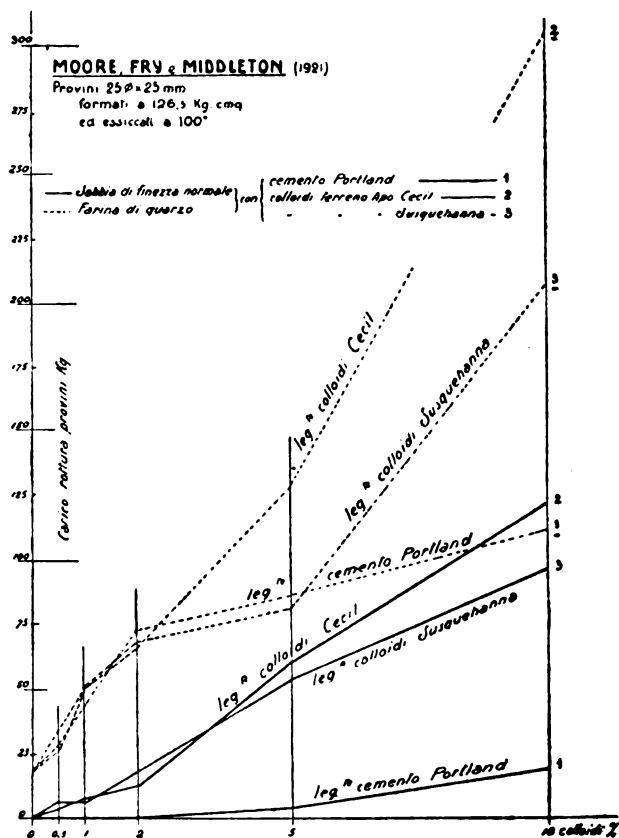



Fig. 1.

evidenza questa conclusione. Conclusione interessante, ma sulla quale non è lecito ancora trarre troppo ampie deduzioni, sia

gnato dagli autori *ultra-argilla* (ultra-clay), comprende solo una frazione del contenuto colloidale, contenuto che per es. nel tipo Susquehanna risultò ammontare al 28,3 % del peso del terreno (essicc. a 110°).

I medesimi studi sulla determinazione e sul quantitativo delle sostanze colloidali del terreno, furono proseguiti con maggiore esten-

perchè si ignora l'effetto comparativo del tempo, sia perchè devesi aver riguardo al laborioso processo di estrazione del materiale cementizio ed alla vulnerabilità dei prodotti, per sè stanti, all'azione dell'acqua.

Più estese indagini sull'azione dei leganti colloidali del terreno ha compiuto il solo Middleton nel lavoro già citato al § 9 della mia prima Nota (1). Tali ricerche furono particolarmente intese a stabilire un processo di determinazione quantitativa dei colloidi, più rapido e più agevole che non siano i processi per assorbimento, colorimetrici, ecc.: un processo meccanico, cioè, basato sulla misura della resistenza allo schiacciamento di provini di materiale preparato con modalità ben definite in ordine al tenore d'acqua dell'impasto, al modo d'impasto, alla pressione di formatura, agli avvedimenti di essiccazione. Il chimico si trovò di fronte a numeri che non possono lasciare indifferente un ingegnere: i moduli di resistenza dei provini di terra riccamente colloidale o arricchita di materiali colloidi tratti dal terreno, hanno valori elevati, che riassumo nel grafico fig. 2 e che trovano riscontro soddisfacente nei risultati da me ottenuti a partire dal 1923 su terre e miscele meno bene definite, ma con mire direttamente applicative.

---

sione dagli stessi Sig. Fry e Middleton unitamente ad Anderson e Robinson (*Absorption by colloidal and noncolloidal soil constituents* - U. S. Dept. of Agric., Bull. N. 1122, 21 ott. 1922) — e più recentemente diedero luogo, per opera degli stessi sperimentatori, cui si aggiunse il Gile, ad una importante monografia (*Estimation of colloidal material in soil by adsorption* — U. S. Dept. of Agric., Bull. N. 1193, 15 febbr. 1924). In quest'ultimo lavoro — sui risultati di molti saggi eseguiti su 32 *terreni tipo*, di cui 18 prelevati nello spessore di circa 20-30 cm. dal suolo arato, e 14 nei corrispondenti sottosuoli da 61 a 92 cm. di profondità — si è concluso valutando dal 6 al 70 % il contenuto in materie allo stato colloidale. Sebbene presumibilmente all'argilla sia riferibile la massima parte del materiale colloide, fu abbandonata la denominazione di *ultra clay* a designare i colloidi estraibili (*extractable colloids*) col procedimento sopracitato ed ulteriormente reso più efficace.

Lo scrivente, in materia su cui vi è ancora discordanza di vedute fra gli specialisti, riferisce quanto sopra con le riserve esposte nella sua prima Nota.

(1) *Factors influencing the binding power of soil colloids*. Journal of Agricultural Research - May 10, 1924.

Nè il Middleton nè gli autori precedentemente citati hanno infatti pensato che dalle misure soprariferite potessero derivarsi spiegazioni del successo e dell'insuccesso delle antiche costruzioni in terra cruda, e norme per costruire con qualsiasi terra fabbriche sicure e durevoli. Nei loro scritti è solo avvertita incidentalmente l'importanza che la determinazione dei colloidi del terreno e delle loro proprietà ha sulle quistioni

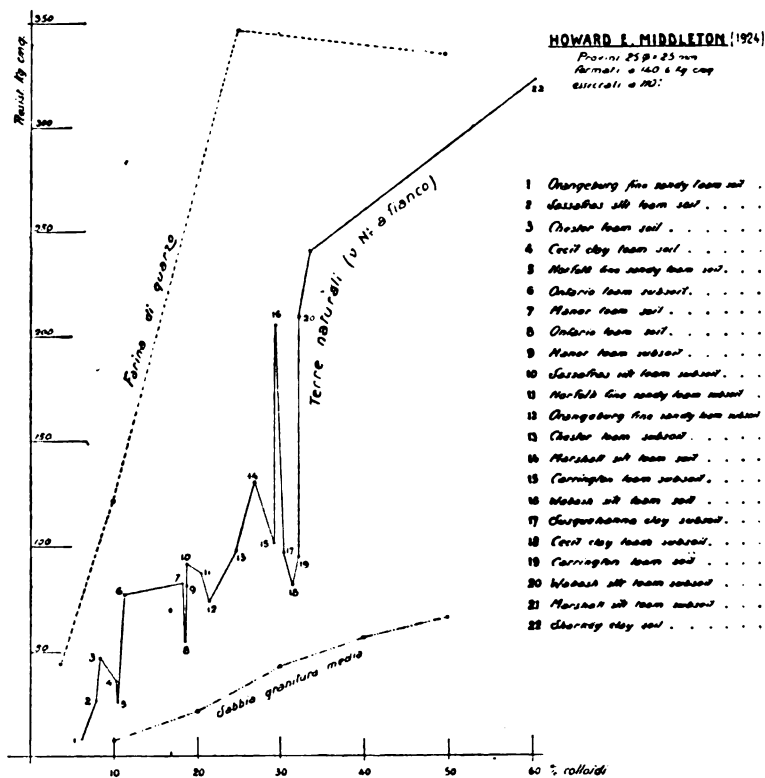



Fig. 2.

attinenti alla lavorazione agraria del suolo, alla costruzione delle fondazioni e delle dighe, alle opere stradali (1): non per materiali *essiccati*, utili all'edilizia.

(1) È noto d'altra parte che il potere cementante dei materiali destinati alla costruzione di massicciate stradali forma da molto tempo oggetto di determinazioni normali. V., per es., il già citato lavoro del Jackson: « *Methods for the determination of the physical properties of road-building rock* ».

§ 4. — Fu già messo in rilievo che il problema pratico di assicurare resistenza e durevolezza alla terra compressa non si risolve in tutti i casi considerando come materiali leganti i colloidi del terreno (v. precedente Nota, § 9 a 12).

Il problema si innesta poi particolarmente, anzi essenzialmente, su una questione di meccanica — perchè, se da un lato è di capitale importanza l'utilizzazione della materia prima *qualsiasi* che si trova sul posto, dall'altra è di ancor maggiore rilievo la rapida ed economica formatura dei blocchi a pie'

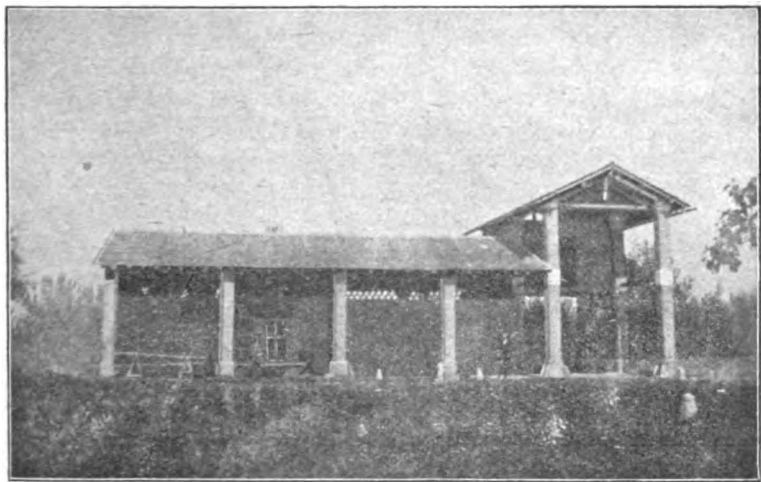



Fig. 3.

d'opera, con macchine, cioè, agevolmente trasportabili da luogo a luogo.

In altro ambiente riferirò della soluzione che si sta per dare a questa parte del problema: nell'ambiente devoto ai puri studi conveniva una volta di più rendere omaggio alla scienza che non solo illumina il progresso tecnico, ma continuamente gli apre delle nuove vie (1).

(1) L'on. ing. Steno Sioli Legnani, a titolo di personale esperimento, volle applicare i procedimenti suggeriti dall'autore di queste note, alla costruzione dell'ampio fabbricato rurale fig. 3: agli svelti pilastri in mattoni crudi furono lasciate apposite *spie*, che permettono ogni controllo. In luogo, i mattoni ordinari, a trovarli, sarebbero co-

stati quasi 30 centesimi l'uno: la spesa si ridusse a meno di un $^1/_3$, non ostante la lentezza di un torchio dinamometrico disponibile (fig. 4) e gli indugi della sperimentazione. In via normale, con mezzi d'opera adatti, la spesa può ridursi a $^1/_{10}$ — cioè mattoni *acquistati* a *2* o a *3* centesimi l'uno, contro i prezzi *attuali*, in cantiere, di 24 e sino a 30 centesimi.

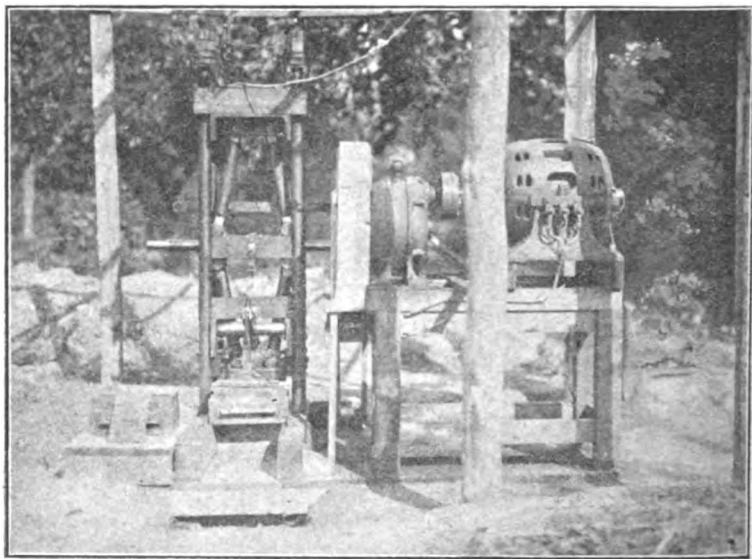



Fig. 4.

PER LA GENESI DEL POEMA DEL CID.

ALCUNI RAFFRONTI CON LA *CRÓNICA GENERAL*.

Nota del M. E. prof. NICOLA ZINGARELLI

(Adunanze del 4 e 18 giugno 1925)

I.

Che nella *Crónica General* di Alfonso il Savio fosse trasfuso il poema, o più propriamente il cantare, del Cid, è opinione espressa sin da Antonio Sanchez che il 1779 ne fu il primo editore, e poi seguita senza contrasto dai dotti, così da diventare un principio certo della storia letteraria della Spagna (1). Il primo monumento castigliano è per consenso unanime il *Cantare de mio Cid*, sia esso composto nell'anno 1140, come par certo al Menéndez Pidal, sia che debba sospingersi, come pareva, di qualche decina d'anni, alla seconda metà del secolo medesimo (2). La *Crónica* del re Savio se spesse volte concorda letteralmente col *Cantare*, deve averlo copiato. Dal Sanchez sino a Milá y Fontanals è stato rilevata nella *Crónica* la traccia della forma metrica nelle assonanze, così che

(1) « Esta observación se viene repitiendo dende entonces por cuantos trataron esta materia », R. MENÉNDEZ PIDAL, *El poema del Cid y las Crónicas generales*, in *Revue hispanique* V (1898), p. 436; anche *Cantar de Mio Cid*, I, Madrid, 1908, p. 126; « Ha pasado en autoridad de cosa juzgada que el poema actual del Cid estaba copiado casi á la letra en la Crónica... », M. MELENDEZ Y PELAYO, *Tratado de los romances viejos* (in *Antologia de los poetas liricos castellanos*, t. VI), I, Madrid, 1903, p. 321.

(2) MELENDEZ Y PELAYO, cit. p. 331; FITZMAURICE-KELLY, *Littérature espagnole*, trad. p. H. D. DAVRAY, Paris, Colin, 1904, p. 15; e nella ediz. originale francese, ib., 1921, p. 16. Una rassegna dei critici più antichi in G. TIKNOR, *History of Spanish Literature*, I², New York, 1854, pag. 12 sg.

riusciva agevole ristabilire con essa i versi ed emendare il poema. Ma poichè della veneranda cronaca castigliana, non ultima tra le grandi composizioni storiche delle letterature romanze, vi furono moltissime redazioni, questi giudizii parvero mancare di solidità e precisione al signor Raimondo Menéndez Pidal sinchè non ebbe fatto un esame sistematico delle varie cronache da essa derivate (1), e quasi rintracciato il testo originario della prima (2).

Sennonchè a considerare serenamente lo stato presente delle cose, esso è molto diverso da quello che prima appariva chiaro e indiscutibile, quando la data nella chiusa del *Cantare* si credeva generalmente da leggere 1245 dell'Era spagnuola, corrispondente a 1207 della nostra. Poichè la *Crónica* fu cominciata sotto Alfonso il Savio, circa cinquant'anni dopo, e continuata sotto il figlio Sancio IV verso il 1289 (e così di questo tempo verrebbe a essere la parte relativa al Cid), bisognava piegarsi ad accettare, non ostante la sua stranezza, il fatto, enorme in sè, che una grande opera storica, nella quale confluiva da tante parti tanta varia dottrina, s'incorporasse, con tutta disinvoltura, tutto un poema, senza mai far menzione della esistenza di esso, contrariamente ai suoi onesti procedimenti di ricordare storici e cronisti, antichi e moderni, come Rodrigo di Toledo e Luca di Tuy quando occorreva, e persino le narrazioni arabiche. Ma ora per merito appunto del Menéndez Pidal deve assolutamente escludersi che lì la data originariamente scritta sia quella dell'anno MCCXLV, perchè risulta indubbiamente essere il MCCCXLV, corrispondente al nostro 1307, e che il *C* fu raschiato da un falsario. Avrebbero quei benemeriti dotti spagnuoli in tal caso asserito con la stessa tranquillità che la *Crónica* aveva copiato il *Cantare*? Ma come si è veduto, il Menéndez Pidal è risalito più indietro di tutti nell'assegnare il tempo della composizione di questo al 1140; e pare che non gli sia neanche balenata la enormità di quel fatto singolarissimo, proseguendo indisturbato a confermarlo, spiegarlo e il-

---

(1) *El poema del Cid y las Crónicas generales*, cit., 435 sgg.

(2) *Primera Crónica General o sea Estoria de España que mandó componer* Alfonso el Sabio *y se continuaba bajo* Sancho IV *en 1289*, T. I. texto (nella *Nueva Biblioteca de Autores españoles, bajo la direccion del excmo. sr.* D. Marcelino Meléndez y Pelayo, 5); Madrid, Bailly Baillière é hijos, 1906.

lustrarlo in tutti i particolari (1). Così le sue indagini sulle redazioni manoscritte della *Crónica* l'hanno condotto alla persuasione della esistenza di altre redazioni del *Cantare*; la *Primera Crónica*, come egli la chiama, cioè quella che si mostra più vicina all'antica (non essendoci più il testo originario), si sarebbe valsa di una redazione recente, chiamata con tutta certezza *la Refundición*, con ampliamenti e alterazioni rispetto al poema originario (il quale dunque rimaneva ignoto ai dotti compilatori dell'opera regale!) e di una nuova redazione, con altri cambiamenti, si sarebbe valsa la cosiddetta *Crónica* del 1344; invece la *Crónica de veinte reyes* pur derivando dalle due precedenti e da altre posteriori ad esse, risalì alla forma genuina e arcaica del poema. Il qual poema, d'altra parte, nel testo pervenuto a noi, più fortunati dei dotti in cui il regale e savio autore pose fiducia, somiglia assai meglio all'originale, ne conserva il colore arcaico e la semplicità genuina; salvo che essendo una copia tardiva, ha bisogno delle industrie del filologo per riapparire puro e mondo dalle brutture, nella sua bella faccia antica; e questa è l'edizione critica che il Menéndez Pidal ci ha data dopo studi dottissimi e con grande fede e amore.

Siamo dunque in un mondo di ipotesi, le quali ci danno il diritto di discendere a quella che dovrebbe essere la base certa, per metterci tranquilli sulla loro probabilità, cioè alle ragioni sulle quali si fondi l'affermazione che il poema fu composto il 1140.

Sono così povere da far vergogna; e si possono raccogliere in breve. Il Menéndez Pidal trova un indizio al v. 3003:

> El conde don Arrich e el conde don Remond,
> Aqueste fue padre del buen emperador;

dove si accenna ad Alfonso VII l'Imperatore morto il 1157 come persona viva e presente alla mente. Ma questo titolo di 'buono' ai sovrani era una cosa comunissima, propriamente per quelli che avevano lasciata fama di sè; si ricordi il buon Tito, *Purg.* XXI, e il buon Augusto, *Inf.* I, e il buon re Tebaldo, XXI, e il buon

(1) Anche per la leggenda di Fernan Gonzalez e degli Infanti di Lara e di Bernardo del Carpio si rintracciano poemi nelle cronache; ma è avvenuto per il coraggio che ha dato il precedente del Cantare del Cid. Quanto alle tracce di assonanze, sarebbe come se le migliaia di versi che il Cerquetti scoprì nei *Promessi Sposi* ne facessero dedurre la provenienza da un poema!

Barbarossa, *Purg.* XVI, di Dante; e il buon Saul del Petrarca, *Que' che 'n Tesaglia*; e il dotto spagnuolo riconosce che era « muy usado como epiteto », II 516. Chi non sapeva il nome di una persona storica insigne quale Alfonso VII, non sapeva neanche l'*emperador*. Eppure, su questo solo indizio fallace si fonda poi tutta la persuasione del Fitzmaurice-Kelly! Un altro indizio nei tormentati vv. 3722 sgg.:

> Ved qual ondra crece al que en buen ora nacio
> Quando señoras son sus fijas de Navarra e de Aragon.
> Oy los reyes d' España sos parientes son.
> A todos alcança ondra por el que en buen ora nacio.

Secondo il Wolf il giullare alludeva alle nozze di una bisnipote del Cid, Bianca di Navarra, con Sancio III di Castiglia nel 1151; e il Menéndez aggiunge che forse cantava nel 1140 quando cessò la guerra tra Garcia di Navarra, padre di Bianca, e Alfonso padre di Sancio, e i due fanciulli si fidanzarono. Sicchè avremmo nel cantare di *mio Cid* una specie di epitalamio, senza talamo. Il vero è che è tutta una vaga immaginazione del povero giullare questa parentela: perchè come l'allusione al trono di Aragona non si appoggia su niente, così egualmente questa relativa a Navarra su confuse notizie.

Rimane dunque da appigliarsi all'accenno veduto nel poemetto della presa di Almeria del 1148: e il Menéndez crede espressamente citato in esso il *Cantare de mio Cid*:

> Ipse Rodericus *mio Cid* semper vocatus,
> De quo cantatur quod ab hostibus haud superatus.....
> *Mio Cid* primus fuit.....

Ma prima c'era già un poemetto latino composto in Catalogna non molto dopo la morte del Cid (Du Méril, *Poésies populaires latines du Moyen Age*, p. 308); e una *Historia Roderici Didaci Campidocti* che proviene da Cardeña, composta nello stesso tempo. Non basta questo a dare celebrità all'uomo, e far dire che si cantava? E quanto a *mio Cid*, bisognerebbe dimostrare che non potesse esservi altra via per arrivare al poemetto di Almeria. Se il Cantare, come si pretende, fu composto il 1140, quale via ebbe il giullare, quarantun anni dopo la morte del Cid, per saperlo? Ebbene, per la stessa via lo seppe, senza bisogno di lui, chi poetava in latino di lì a otto anni, nel 1148. Basterebbe rammentare che un colle presso Valenza portava il nome di *poyo de mio Cid*, che il Cantare stesso ricorda, v. 902, e che se ora è sparito, si conservava il 1154 e ancora

il 1240 quando si stese il *Fuero de Molina*, come c'insegna il benemerito Menéndez Pidal, II, p. 805; e sta nella *Crónica*.

Ma i miei dubbi non movevano di qui, sibbene dal confronto del *Cantare* con la *Primera Crónica*, il quale a poco a poco ha distrutto ogni mia fede nell'antichità e anteriorità del primo. La conoscenza delle varie redazioni della *Crónica* può giovare nelle minute questioni relative al testo del poema, ma non ha importanza per altro, perchè derivano l'una dall'altra, e nella parte sostanziale sono identiche, secondo che lo stesso Menéndez assicura e dimostra. Veramente non sono interamente d'avviso in ciò che egli più volte afferma, mancare del tutto nella *Crónica* la parte narrata nel *Cantare* dal v. 1095 al 1220; qualche cosa c'è, perchè i vv. 1097 e sg. corrispondono alla *Crón.* 534, *b*, 50, e v. 1150 a 561, *b*; 1160 a 562, *a*; e nello stato delle varie redazioni della *Crónica* è ben difficile la certezza; la maggiore fedeltà della *Crónica de veinte reyes* potrebbe anche risolversi in una più fedele derivazione dal testo originario di essa. Ma l'importante per me è rilevare alcune risultanze del raffronto, in ordine non a cose particolari e accessorie, ma alla costituzione stessa, alla forma, allo spirito, agli intendimenti del racconto, come sta nella prosa della *Crónica* e nei disgraziatissimi versi del *Cantare*. E a questo mi limiterò, tralasciando una grandissima parte di esso, che forse potrà venir dopo: il presente varrà come un primo saggio.

Giova intanto sgombrar l'animo dal sospetto, che una simile ricerca si conchiuda con una ben meschina correzione di cronologia; o se non proprio cosa tanto modesta, non molto più grande, perchè, come si è sempre riconosciuto, sicuramente la *Crónica* è intessuta, o per meglio dire, attraversata da file leggendarie poco dissimili. Ma altro è il racconto leggendario. ed altro la composizione poetica. Molte teorie e fantasie sull'origine dei canti epici medioevali sono svanite; non per questo ne è diminuito il pregio: anzi soltanto così è cresciuto, ovvero può essere riconosciuto e valutato. In nessun altro modo che con questo confronto potrà intendersi il proposito e l'arte del giullare che ha composto il *Cantare*: rimarranno a suo merito e a sua lode, se non invenzioni, tratti e movenze che costituiscono appunto lo stile, l'ingegno, la personalità sua, ben osservabile. Il *Cantare de mio Cid* non finirà per questo di essere un documento interessante e notevole della poesia e dell'anima nazionale spagnuola; anzi comincerà ad esser tale solamente se sarà spogliato del manierato romanticismo che soffocava tanti antichi componimenti delle nuove letterature.

II.

Si asserisce essere un argomento grave contro la priorità del testo rappresentato nella *Crónica* rispetto al *Cantare* le esagerazioni delle cifre (1); le quali si riducono alle seguenti: 1°, secondo il *Cant.*, solo Minaya Alvar Fañez, luogotenente del Cid, ebbe da lui l'incarico di fare il censimento dell'esercito in Valenza: secondo la *Crón.*, anche Pero Bermudez; 2°, secondo il *Cant.*, il Cid dette 100 uomini di scorta al Minaya quando lo mandò dal Re col presente dei cavalli guarniti e la richiesta delle sue donne rimaste in S. Pero de Cardeña (v. 1284): secondo la *Crón.*, 200 (593, *b*, 14); 3°, secondo il *Cant.*, 100 cavalieri accompagnarono il Cid alle Cortes di Toledo (v. 3072): secondo la *Crón.*, 900 (615, *a*, 21). Quest'ultimo caso sarebbe troppo forte, se non implicasse una diversità sostanziale; e sarà trattato a parte.

Ma davvero la *Crón.* esagerava i dati del *Cant.*, o c'è invece da riscontrare l'inverso? È necessario allargare la ricerca ai casi analoghi e fare una specie di bilancio.

Il Cid irrompe coi suoi in Castejon, dove i Mori sorpresi e storditi fuggivano e si nascondevano; dice la *Crón.*, 525, *a*, 26, che egli entrò subitamente uccidendo quanti ne trovava dinanzi, « matando quantos ante si fallava »: il *Cant.* sa precisare che ne uccisé 15 (v. 472):

Quinze moros matava de los que alcanzava;

e crede evidentemente di fare un effetto maggiore riducendo in numero una quantità indeterminata; ma questa era ben adatta alla confusione del momento

(1) Menéndez Pidal, *Rev. hisp.* cit. 440: questo scritto fu riassunto e ricorretto nella grande opera, I 124 sgg. Intanto per il testo, ho sotto gli occhi le due edizioni diplomatiche del Vollmöller, Halle, Niemeyer, 1879, e del Menéndez Pidal, Madrid, 1900 (donde i brani scelti pubbl. da M. Pelaez, Roma, Loescher), oltre la sua doppia edizione nell'opera già cit., *El cantare de mio Cid. Texto, gramatica, vocabulario*, Madrid, 1908-11, in tre volumi. Nelle citazioni della *Primera Crónica* stanno la pagina, la colonna, la linea. Naturalmente, ho presente, oltre all'edizione di Florencio Janer, nella *Biblioteca de autores españoles*, vol. 57, *Poetas castellaños anteriores al siglo X V*, Madrid, 1864, anche A. Restori, *Le gesta del Cid*, Milano, Hoepli, 1890, e E. Lidforss, *Los cantares de myo Cid*, Lund, 1895.

Nella presa di Castejon, la *Crón.* 525, *b*, 11, dice che detratta la quinta pel Cid, fu fatta equa distribuzione del bottino tra cavalieri e pedoni: ma il *Cant.*, v. 513 sg., si compiace di precisare che toccarono 100 marchi a ciascun cavaliere, la metà al pedone. È giusta la proporzione, anche rispetto alla quinta toccata al Cid? Sono cose che non si possono calcolare; ma sembra un'esagerazione.

Quando il Cid era in Alcocer, il re Tamin allarmato del pericolo riflettè (v. 637):

> Tres reyes veo de Moros derredor de mi estar,
> Non lo detardedes, los dos yd por alla:

nella *Crón.* 527, *a*, 44, ce ne sono due soltanto, Fariz e Galve, e son mandati entrambi contro di lui; il giullare ha voluto accrescere la potenza del re Tamin per dar maggiore gloria al Cid.

Nel bottino dopo la sconfitta del re di Siviglia, secondo il *Cant.*, v. 1234, ciascuno dei « menores » ebbe 100 marchi d'argento: secondo la *Crón.*, 592, *b*, 26, appena 5; né i « menores » del *Cant.* possono essere altro che i *peones* della *Crón.*

Secondo il *Cant.*, v. 1265, il censimento delle milizie del Cid in Valenza dette 3600: secondo la *Crón.*, precisamente 1000 cavalieri di lignaggio, 500 di altri, e 4000 pedoni (592, *b*, 44): nell'indeterminatezza del *Cant.* potrebbero essere tutti cavalieri, perché nel v. precedente è detto che vennero tutti alla corte, e lì furono contati; e son troppi.

Quando il Minaya dopo la presa di Valenza e la sconfitta del re di Siviglia, va a dar notizie del Cid al Re, gli dice che egli aveva fatte cinque battaglie campali, e tutte vinte: ma difficilmente si troverebbero in tal numero, perchè esse, a fare i conti larghi, possono ridursi a quattro; la battaglia di Alcocer, quella del Pinar contro Raimondo Berengario, la sortita da Murviedro, chiamata *lid campal* al v. 1111, e la battaglia sotto Valenza contro il re di Siviglia. Naturalmente la *Crón.* non fa queste spampanate.

Il re Yusef condusse seco dal Marocco ben 50 mila uomini contro Valenza; dopo la battaglia, riuscirono a salvarsi 10500 secondo la *Crón.* (598, *a*, 28): ma secondo il *Cant.* non più di 104 (v. 1735):

> Non escaparon mas de ciento e quatro.

Il *Cant.* sa dirci che le milizie del Cid trovarono tra di oro e argento 3000 marchi nel campo dei vinti (v. 1737): la *Crón.* più ragionevolmente non determina nulla, poichè fu tanto grande

l'« avere » che fu grande meraviglia (598, *a*, 35): dove si vede, nella sproporzione dei 3000 marchi con l'esercito di 50000, come il giullare poco riflettesse, e si appagasse di cifre liquide. E così mentre nella *Crón.* nulla ci si determina del numero dei cavalli toccati al Cid, al *Cant.* importa bene di informarci che furono 1500 (v. 1781) « de los buenos e otorgados ».

Venuto il Cid alle *vistas* col re Alfonso, come lo vide, scese da cavallo con una quindicina dei suoi più pregiati, si prosternò, e piangendo toccò coi denti l'erba del campo (v. 2021 sgg.). Bella scena per gl'intenti speciali del poeta, ma eccessiva rispetto alla *Crón.* (600, *b*, 25), che narra del consueto saluto, *et quando llegó al rey, finco los inoios por besarle los pies*, e anche quei 15 sono un bel numero, caro, evidentemente, per la sua frequenza, al giullare.

Quando Re Alfonso chiede le figlie al Cid per gl'Infanti di Carrion, null'altro ci riferisce la *Crón.* (601, *a*, 34), che la richiesta pura e semplice: « vos pido a vuestras fijas amas a dos, a donna Elvira et a donna Sol, ca las dedes por mujeres a los infantes de Carrion, ca me semeia este casamiento natural et de que vos puede venir bien et onra ». Il giullare profittando della presenza di tutti i baroni a questo discorso, fa dire addirittura al Re che egli richiedeva le figliuole a nome di tutti quanti (v. 2079):

> Della e della parte quantos que y son
> los mios e los vuestros quen sean rogadores.

E quando mai quelli del Cid, il Minaya e il Bermudez, se l'erano sognato di caldeggiare quel matrimonio? La solennità eccessiva della scena solo si spiega con gli intenti e i fini del giullare: qui più solenni sono queste nozze, più grave la colpa dei Carrion.

Le feste nuziali a Valenza durarono otto giorni secondo la *Crón.*, 602, *b*, 22: al *Cant.* occorrono i soliti quindici, v. 2251:

> Quinze dios complidos duraron en las bodas.
> Hya cerca de los XV dias yas van los fios dalgo.

Il *Cant.* solo sa dirci che Minaya nella battaglia contro Bucar ne uccise più di venti (v. 2454); e ha fatto male, perchè non ci ha dato nessuna idea della sua bravura. Secondo la *Crón.* toccarono allora al Cid, del bottino, 300 cavalli (606, *b*, 48): ma 600 secondo il *Cant.* v. 2489; agli Infanti di Carrion secondo la *Crón.* toccò « valia » di 1000 marchi di oro (607, *a*, 8): ma secondo il *Cant.* « valia » di 5000, v. 2509. Quando il Cid

entra nell'aula delle Cortes, il Re lo invita a sedere sul trono che da lui gli era stato regalato, dicendo, nientemeno, che era da più (vv. 3115 sg.):

> En aqueste escaño quem diestes vos en don,
> Mager que algunos pesa, meior sodes que nos.

Questa esagerazione è ignota alla *Crón.*, e si spiega solo coi propositi speciali del giullare; e pare che la derivi da 616, *a*, 16 sgg.

Di contro a queste gonfiature che attraversano in lungo e in largo il Cantare, sussistono dunque le tre rilevate al principio: e per ora, quella di due personaggi in luogo di un solo nella bisogna del censimento, e l'altra dei 200 invece dei 100 cavalieri che scortano Minaya con i doni per il Re. La prima non può chiamarsi in sè un'esagerazione: se non è un accorgimento di storico, ha fondamento reale, e si vedrà invece a suo luogo la semplicità del Cantare, che al Menéndez Pidal pare una bella « sencillez y concision », essere una scarnificazione. La seconda, unica e sola, che cosa mai diventa di contro ai fatti che abbiamo noverati? Ma anch'essa, a ben considerare, è una scarnificazione, perchè il corteo dei 200 cavalieri è più appropriato dei 100 ad una chiara dimostrazione di quello che aveva fatto il Cid dalla valle dell'Ebro a Valenza, e della sua forza militare al presente: l'atto solenne deve dare una nuova piega ai suoi rapporti col Re; e tale parve anche più tardi se inspirò un gruppo di *romances* magnifici: *Desterrado estaba el Cid; Llegó Alvar Fanez a Burgos; El vasallo desleale.*

E i fatti non sono ancor tutti. Nell'episodio del leone, dove alla viltà dei Carrion si contrappone la grandezza del Cid, se ne può rilevare qualcuno tra i molti. Diego Gonzalez, secondo la *Crón.* 603, *a*, 35, fuggendo uscì per una porticina e saltò in un cortile dall'altezza di tre *tapias*, e il luogo non era pulito, e al salto che fece, non si potè tenere in piedi, e cadde e gli s'insudiciarono i ginocchi: « et al salto que fizo no se pudo tener et cayo, et untaronsele los ynoios ». Ma al giullare non basta ciò per renderlo spregevole, e vuole che Diego subito uscendo dalla sala ove il Cid riposava, si trovi innanzi a un torchio per olio (1), e vi si nasconda dietro, e s'insudici il manto e la veste serica (v. 2290 sg.):

(1) Il Coester, *The Compression in the Cid*, in *Rev. hispanique*. XV, p. 194 sg., crede si tratti di un tino per vino; ma la *viga* è special-

Tras una viga lagar metios con grand pavor:
El manto e el brial todo suzio lo saco.

E alla stessa maniera, dalla medesima *Crón.*, esagerando, i rimaneggiatori posteriori dissero quel luogo molto sporco, e che i panni dell'Infante ne serbarono il cattivo odore: « un logar muy lixioso et dende se paro el et sus paños tales que non olien bien » (edizione dell'Ocampo); e addirittura un cesso, « un lugar poco decente » (Mariana).

Quando il Cid si svegliò al brusio, vide il leone che veniva verso di lui, e alzò la mano e disse: Che cosa sarà (*que sera esso*)? E il leone a queste parole si fermò, e il Cid si levò in piedi, lo prese al collo, in atto risoluto e benigno, e andò a richiuderlo dove stava. Tutto questo parve molto scolorito al giullare, il quale non intese la bellezza della scena, col potere di quello sguardo e di quella parola sicura, che fermò la bestia, già turbata alla vista della gente raccolta tutta intorno a quell'uomo, e il gesto pacato; e ne rappresentò una diversa, nella quale il Cid e gli spauriti cavalieri ebbero tempo di scambiarsi domanda e risposta, e il leone ammencito vedendolo venire verso di lui si vergognò, abbassò la testa e ricompose la faccia (2294):

« Ques esto, mesnadas, o que queredes vos? »
« Hya, señor ondrado, rebata nos dio el leon ».
Myo Cid finco el cobdo, en pie se levanto.
El manto trae al cuello, e adelino pora leon.
El leon quando lo vio assi, envergonço:
Ante myo Cid la cabeza premio e el rrostro finco.

Questi due ultimi esempi ci portano a considerare qualche altro tratto che all'esagerazione è strettamente affine; ed indica appunto la rielaborazione tardiva, ossia la comicità da una parte, e dall'altra la materialità e grettezza, specialmente in ordine a danaro, cibo, e simili. E il caso tipico è la truffa agli Ebrei di Burgos, che appunto sembra al Menéndez una prova luminosa della antichità e originarietà del cosiddetto poema. Il Cid, sul punto di lasciare la Castiglia, si procurò denaro da essi depositando due casse che fece credere piene di cose preziose; e con esso cominciò la sua avventura di bandito.

mente quella massa di oliva macinata che si mette a premere sotto il torchio; e *lagar* è un torchio così per vino come per olio. Il giullare ha voluto dunque insudiciarlo più che non il cronista: naturalmente il Coester non conosceva ancora la *Primera Crónica*. Da lui mi derivano le notizie dei luoghi corrispondenti nell'ed. di Ocampo e nel Mariana.

Dice dunque il Menéndez Pidal, e già prima il Melendez y Pelayo (1), che un'impronta di originarietà è nella ingenua narrazione della truffa di Rachel e Vidas: il rimaneggiatore, cioè l'autore della *Crónica*, volle moralizzarla, inventando che i 600 marchi presi in prestito fossero realmente restituiti dal Cid dopo la presa di Valenza. Indizio materiale di quella originarietà sarebbe che al v. 1431 i due banchieri pregano Minaya di ricordare al Cid il suo debito, e che poi non si faccia più menzione di loro, con quella beata oblivione del cantor primitivo. Invece il cronista rifacitore sarebbe corso al riparo, non solo con la restituzione, quale conveniasi alla figura eroica e morale ormai del Cid, ma con l'attribuire a costui, sin dal momento che faceva il famoso pegno delle casse piene di rena, il proposito di restituir la somma (524, *a*, 6 sgg.). Veramente sarebbe stato logico che per rimediare all'oblio avesse anche finta la scena della restituzione dopo l'incontro con Minaya e la preghiera. Ma insomma, il segno dell'antichità sta nella oblivione o nella truffa? Questa non è una cosa indifferente. In realtà tutto è diverso nei due racconti, e il confronto porta facilmente a conclusioni opposte a quelle che i due benemeriti dotti ritengono tanto sicure.

Nella *Crón*. è narrato semplicemente che dopo concluso l'affare, gli Ebrei andarono la notte dal Cid, fermarono i termini del negozio, e si portarono via le casse; l'uomo del Cid, Martino Antolinez, si recò subito da loro a riscuotere il denaro, e glielo portò: tutto in dieci righe, come di un fatto che in apparenza abbia poca importanza. Ma ne ha una grandissima pel suo significato; perché storico o no, esso è la prova lampante della falsità dell'accusa per cui il Cid fu bandito, cioè essersi appropriato parte dei doni offerti dal re dei Mori e del bottino della vittoria di Cabra su Abdullah. Le arche pesanti e luccicanti sono piene di sabbia.

Nel *Cant*. occorrono più di 100 versi, dal 96 al 206, senza contare le amplificazioni di ciò che precede, dove gli Ebrei sono convinti, anche dalle parole dell'Antolinez, della verità delle accuse mosse al Cid. La semplicità del primitivo significato si perde del tutto complicandosi con elementi estranei; e il fatto si presenta, nella sua estensione, sotto un altro aspetto agli occhi del giullare. Quando Martin Antolinez richiede con

(1) Menéndez Pidal, *Revue hispanique*, IX 441; Melendez y Pelayo, *Tratado de los romances viejos*, I, 321.

premura (una premura facilmente intrusa), 600 marchi sulle casse preziose, gli Ebrei osservano che il mercato non si fa così, ma prima prendendo, poi dando: la diffidenza era ben giustificata verso avventurieri di quel genere:

> . . . . . . no se faze asi el mercado,
> Si non primero prendiendo e despues dando.

Il giullare è stato più che mai felice qui, perché i banchieri colti dall'abituale, e qui aggravata, diffidenza, entrano proprio allora nella trappola: si può immaginare con qual tono di voce e gesto egli recitando accompagnava questi due versi.

Quando vengono a caricare le arche, le trovano molto pesanti, e fanno sforzi per metterle sù, ma sono bene contenti, e ingenuamente lo danno a vedere immaginando chissà che bel bottino:

> Al cargar de las archas veriedes gozo tanto;
> Non las podien poner en somo maguer eran esforzados....

Tutto prende un tono particolare di colore. I ricchi banchieri sono buffi e goffi, il soldato è di una mirabile disinvoltura e malizia; il Cid se la ride.

Mentre stanno per accommiatarsi dal Cid, Rachel da buon ebreo domanda un regaluccio, di una pelle rossa moresca; una specie di giunta alla *ganancia*; e il Cid, che lo intende bene, promette che gliela manderà, o altrimenti autorizza a prelevarne il valore sulle casse. Contento il giudeo, e gabbato ancora una volta; e lieto l'uditorio. Ancora. Dopo che l'Antolinez ha ritirato i 600 marchi, ricordando i diritti di buon mediatore, e volendo con suo pro compiere la truffa, chiede il regalo per sè, con linguaggio al tutto proprio di simili mercati, cioè *calças*, come dire, un paio di calzoni (v. 190):

> Yo que esto vos gane, bien merecia calças.

I creduli e buoni giudei fanno subito i conti tra loro, e vedono che merita di più, trenta marchi, da farsi non solo i calzoni, ma anche la pelliccia; e Martin Antolinez contento se ne vien ridendo al Cid a contargli questo colpo. Il giullare è stato felicissimo, senza dubbio; egli da pochi dati ha saputo immaginare una scena piena di vita e di brio. Non manca nulla di ciò che è nella *Crón.*; ma il di più proviene evidentemente da un fecondo proposito di scherno e di comicità che arriva sino alla caricatura. La bella prova di innocenza del Cid è diventata una truffa da novella; e se è appropriato il nome di truffa all'americana che si dà ora a tiri di questo ge-

nere, ne devono aver portato l'usanza oltre l'Atlantico i discendenti del Campeador. Chi potrebbe credere originario questo racconto in confronto dell'altro? Ma la dipendenza immediata tra loro appare dal ritrovarsi le stesse frasi, le stesse parole: sicchè nell'opera dell'invenzione il giullare deve aver tenuto sotto gli occhi l'altro testo. Quelle stesse parole che alla *Crón.* si attribuiscono per moralizzare la truffa, ossia: « Et bien sabe Dios que esto que lo fago yo amidos, mas si Dios me diere conseio, yo gelo emendare et gelo pechare todo », in realtà sono esse che hanno suggerito i vv. 94 sgg.:

> Vealo el Criador con todos los sos santos.
> Yo mas non puedo e amydos lo fago.

Quanto più naturale nella *Crón.* accanto alla dichiarazione il proposito della restituzione; e quanto strana nel *Cant.* l'invocazione non solo di Dio, ma anche dei santi dopo la soppressione di quel proposito! Si contenti chi vuole di un Ruy Diaz così religioso che inizia la pericolosa impresa con una miserabile truffa su quelli che l'hanno beneficato. Non è dunque la beata oblivione del cantore popolare, ma cosa molto peggiore.

Il Cid signore di Valenza, il Cid ricco di 30 mila marchi di solo oro in moneta, che era il meno, oltre a tutto il bottino nuovo e vecchio, mentre incarica Minaya di portare in solenne ambasciata i ricchi presenti al re, e mille marchi all'abate di Cardeña, e volge il desiderio alle sue donne, che rivuole vicino a lui, e accoglie il vescovo don Geronimo, dimentica nel *Cant.* coloro che gli hanno dato il primo necessario soccorso. Ma il giullare si rivolgeva al popolino, pel quale gli Ebrei erano fuori della legge. E non basta: egli vuole che i due poveracci vedano con gli occhi loro lo sfarzo del luogotenente del Cid, cioè i frutti della pianta nata dai semi che essi hanno forniti, e vadano come mendicanti a pregarlo che li rammenti al Cid, il quale li ha rovinati. Per questo appunto egli ha soppresso Martin Antolinez dalla ambasciata, com'è nella *Crón.*, lasciando il solo Minaya. Il Menéndez, il quale trovò un segno di tardività nel vedere associato Pero Bermudez a Minaya Albafañez nel censimento, trova parimenti un segno di tardività nella presenza di Martin Antolinez all'ambasciata, con l'aggravante che questo personaggio fu introdotto dalla *Crón.* perchè restituisse i 600 marchi agli Ebrei. Occorreva scomodarlo per così poco? O non bastava il Minaya a fare anche questa commissione? Intenzionale è invece la soppressione, quando volendosi offrire all'ilarità dell'uditorio i giudei impoveriti e mendicanti

(esagerazione anche questa), il personaggio di Martin Antolinez esecutore della truffa e, per conto suo, dello scrocco, avrebbe dato molto impaccio, e posta una situazione insostenibile. E vediamo infatti che cosa ci si presenta (v. 1431-8):

> Afevos Rrachel e Vidas a los pies le caen:
> « Merced, Minaya, cavallero de prestar!
> Desfechos nos ha el Cid, sabet, si no nos val.
> Soltariemos la ganancia, que nos diesse el cabdal ».

Essi che avevan calcolato una buona provvisione sui 600 marchi, e la pelle moresca, *vermeia e ondrada*, son ridotti a chiedere almeno i denari che hanno sborsati. Sono burlati quelli che pensavano di appropriarsi il tesoro del bandito, o di fare un ben legittimo guadagno, su roba che credevano rubata. Che cosa avvenne quando aprirono le casse foderate di rosso *guadalmeci*, e trovarono sabbia? Ben fatto! Il Cid ha castigato gli strozzini dei poveri cristiani; e di nessuna pietà sono meritevoli. Tutto è scelto e sottinteso bene: ma appunto in ciò vi è l'alterazione di un fatto semplicissimo, dove in ben altro modo riluceva la dirittura del Cid e la sua innocenza. E seguitiamo con la risposta di Minaya:

> « Hyo lo vere con el Cid si Dios me lieva ala.
> Por lo que avedes fecho buen cosiment y aura ».

Anche il bravo Minaya li prende in giro: e pare che i Giudei se ne accorgano:

> Dixo Rrachel e Vidas: « El Criador lo mande.
> Si non, dixaremos Burgos, yr lo hemos buscar ».

E la fantasia vede i due rigattieri ansimare alla volta di Valenza, e prostrati innanzi al Campeador implorare almeno il *cabdal*, forse la generosità di Rodrigo Diaz. Questa è opera di un buono e ingegnoso giullare; ma intanto è svaporato tutto l'effetto e il significato originario dell'episodio.

Il quale nella *Crón.*, 594, *a*, 29, ha questo svolgimento: « Alvar fannez Minaya et Martin Antolinez.... fueronse pora Burgos, e desque y llegaron, enbiaron luego por Raquel et por Vidas, los mercadores que prestaron el aver al Cid, assy como el mando; et dixienronles el mensaie que les el Cid mando, et dieronles los seyscientos marcos que prestaran al Cid. Et ellos respondieron quel perdonavan muy de coraçon, et quel diesse Dios vida et salut con que ensanchasse en cristianismo, ca ellos por pagados se tenien del ». Di questa

cortesia, *mesura*, del Cid ai mercanti si parlò in tutta Burgos, con lode e meraviglia; e non credo che il cronista attribuisse la meraviglia alla restituzione in sé, come se fosse usanza di non pagare i debiti; e neanche al ricordo che il Cid tenne degli umili dopo tanto tempo, 13 anni se stiamo ai dati storici, molti dipiú se alla *Crón.*, che forse c'era la prescrizione; e dipiú egli in tanta gloria poteva sottrarsi alla legge comune; ma principalmente perché quella era la pubblica dimostrazione che il Cid era stato falsamente accusato, e da Burgos partí povero affatto, e che tutto egli dové al suo valore, e all'aiuto di Dio verso l'innocente. Non sono elementi di fatto degnissimi di poema? Eppure il nostro povero cantore non ha il sentimento di queste cose grandi, ma solo delle piccole e materiali. Va anche avvertito che il Cid fu onesto e generoso nella restituzione dei 600 marchi, perché gli Ebrei non potevano reclamarli in nessun modo; anzi essi prestando a lui, erano incorsi nella pena minacciata dal bando, pena di morte a chi gli avesse dato viveri, tetto o altro. Si spiega allora perché secondo la *Crón.* il Cid non dette la *ganancia* pattuita, d'usura, secondo 521, *a*, 16 « et pusieron alli su pleito con ell, como las [archas] toviessen fasta cabo de un anno, que las non abriessen; et nombraron quanto les diesse de ganancia ». Se un rifacitore avesse voluto moralizzare la truffa, ci avrebbe posto anche la *ganancia*. Ma il cronista sapeva quello che scriveva. Dare anche l'usura, sarebbe stato troppa grazia verso i due contravventori al bando del re Alfonso suo signore. E avevano aspettato proprio un anno ad aprire le casse quei galantuomini? E non avevano mai fatto preghiera al loro Dio che il Cid morisse ammazzato? E diventa perciò assurda la narrazione del *Cant.* che gli Ebrei si presentassero a Minaya: essi non si sarebbero esposti a un pericolo tanto grande.

C'è un indizio assai grave che il rimaneggiatore fu il giullare, e non l'ignoto ispiratore o compilatore della *Crónica*. Secondo il *Cant.*, Minaya andò a trovare il re a Carrion per fargli il presente: secondo la *Crón.* a Palencia; differendo ad altro luogo la spiegazione di questa diversità, osserviamo per ora che i due ambasciatori della *Crón.*, lasciata Palencia, vanno a Burgos, dove restituiscono il denaro agli Ebrei; e più giù a San Pero de Cardeña; di dove a tempo debito prendono il cammino del ritorno verso Medina. Ma se tutto procede naturale nella *Crón.*, non così nel *Cant.*, dove l'ambasciatore, lasciato il re a Carrion, viene subito a San Pero de Cardeña; e tutt'a un tratto fa sbucare gli Ebrei, *Afevos Raquel e Vida*, dopo

dei quali il poeta prosegue (v. 1439):

Hydo es pora San Pero Minaya Albarfanez.

Vi andò allora? O non c'era di già? Si tratta semplicemente di questo: seguendo nella *Crón.* dopo la fermata in Burgos e l'incontro con gli Ebrei, 594, *b*, 2 « Et Alvar Fannez et Martin Antolinez desque esto ovieron acabado, furonse pora el monasteiro de Sant Pero de Cardeña », il poeta sbadatamente, o scioccamente, ce l'ha messo anche lui, senza più pensare che egli non aveva condotto a Burgos il suo ambasciatore perchè non vi era nessuna commissione da fare, e che per metterci la scena comica degli Ebrei, aveva dovuto portarli a San Pero de Cardeña, essi che erano disposti anche ad arrivar sino a Valenza. Il diavolo fa le pentole, ma non fa i coperchi.

Continuando il raffronto su questa via, c'imbattiamo nel conte Raimondo Berengario, che pel dolore della sconfitta patita per opera di quel pugno di avventurieri guidati dal Cid, e della sua prigionia, rifiutò il cibo, e voleva lasciarsi morir di fame. Il Cid tentò inutilmente, con una mezza promessa di liberarlo, che egli s'inducesse a mangiare; alla fine, mosso a pietà dopo tre giorni di ostinato digiuno, gli promise formalmente che avrebbe liberato lui e due dei suoi se egli mangiasse; e allora il conte lietamente chiese acqua alle mani, e mangiò. Dice la *Crón.*, 534, *a*, 30: « Essa ora demando el conde agua pora las manos, et lavosse, et comio el et aquellos dos cavalleros que el Cid dava quel aguardassen ». Ma al giullare il buon pranzo e l'allegrezza del conte erano troppo bei motivi per non approfittarne. Ed ecco prolungata la scena dell'insistenza del Cid, inutile ormai dopo che (v. 1049):

Alegre es el conde e pidio agua a las manos;

il Cid assiste al pasto, ed esige che mangi bene, altrimenti resteranno sempre lì (v. 1054):

« Si bien non comedes, conde, don yo sea pagado,
Aqui feremos la morada, no nos partiremos amos »;

e l'illustre conte, incitato dal doppio pungolo, della prossima liberazione e delle parole sue, oltre che dalla fame,

.... apriessa va iantando;

e muove in furia le mani tra i piatti e la bocca, con villano gusto del Cid (v. 1055):

Pagado es myo Cid que lo esta aguardando,
Por que el conde don Rremond tan bien bolvie las manos.

E vuole persino che il conte dopo il pasto dichiari di non aver mai mangiato con tanto piacere in vita sua:

> Del dia que fue conde non iante tan de buen grado;
> El sabor que dend e non sera olbidado.

Codesto è non grottesco, ma sguaiato. E il comico non lascia in pace il conte Raimondo sin che non si perde di vista, perchè egli mentre se ne va di gran galoppo coi due cavalieri, ha sempre paura che il Cid sia pentito, e volge continuamente indietro la testa (v. 1077):

> Aguijava el conde e penssava de andar.
> Tornando va la cabeza e catandos atras.

Vero è che il giullare si ricompone subito, prendendo occasione a magnificare in due versi la lealtà del Cid.

III.

In questi due episodii il comico or domina, ora ha parte notevole: molte volte invece fa soltanto capolino nella frase e nella espressione dove il *Cant.* si stacca dalla *Crón.* Eccone un esempio dove si narra della sconfitta del re di Siviglia con parole somiglianti nell'uno e nell'altra; colà, vv. 1225 sgg.:

> 1225 Apres *de la uerta ovieron* la batalla,
> *Arrancolos* myo *Çid* el de la luenga barba.
> 1230 *Aquel rey de* Marruecos *con tres colpes escapa.*
> 1227 *Fata* dentro *en Xativa duro* el arrancada.

E la *Crón.* 592, *b*, 14: « *ovieron* la fazienda cerca *de la huerta* que dizen de Villa Nueva. Et *arrancolos el Cid*, et *aquel rey de* Sevilla *escapo* ende *con III colpes*, et *duro* el alcançe *fasta en Xativa* ». Dove, senza contare l'erroneo Marruecos invece di Sevilla, prima di andar oltre, è da por mente a quella *uerta* di Villa Nueva, di contro alla vaga *uerta* del *Cant.*, come se attorno a Valenza non vi fossero invece molte *uertas* (per esempio v. 1171, 1672). Prosegue la *Crón.*: « Yendo lo cristianos en alcance dizen que murieron en el rio de Xucar de los moros bien tres mill » : il *Cant.* con libertà (v. 1228 sg.):

> En elpassar de Xucar y veriedes barata,
> Moros en aruenço amidos bever agua;

dove *barata* serve alla assonanza in luogo di *alcance*; *en aruenço*, se, come crederei, significa, 'confusamente', 'in blocco', dispensa dalla cifra, che il cronista non garentisce, e il bere

l'acqua malgrado proprio è il tratto aggiunto dal poeta per destare un malvagio riso (1).

Subito dopo, dove si decreta il censimento, dice la *Crón.* che chi andasse via da Valenza senza permesso del Cid, *sin su grado*, perderebbe quanto possedesse e morrebbe, *perderie quanto oviesse et moririe por ello.* Al *Cant.* non basta, perchè vuole addirittura il supplizio del palo (v. 1253 sg.):

> Sil pudessien prender o fuesse alcançado,
> Tomassen le el aver e pusiessenle en un palo.

Era divertente alla feroce fantasia il disertore avido e sleale privato del suo avere e impalato.

Il vescovo don Geronimo è un valoroso guerriero nel *Cant.* e nella *Crón.*, ma chi confronti i luoghi corrispondenti (vv. 1293 sgg. = 593, *a*, 1 sgg.; vv. 1707 sgg. = 597, *b*, 17; vv. 1793 sg. = 597, *b*, 44 sgg.), vede le tinte caricate e il disordine nel primo. Per quest'ultimo luogo, nella battaglia contro Yusef il vescovo aveva chiesto, come i guerrieri delle *chansons de geste*, l'onore del primo scontro, *las primeras feridas* (v. 1709); e la *Crón.* narra infatti, come dopo il primo urto portato contro i nemici dal vescovo, avvenne la mischia; il *Cant.* non si cura dello svolgimento ordinato della battaglia, e parla delle prodezze compiute nella giornata, esagerando (vv. 1793 sgg.):

> El obispo don Iheronimo caboso coronado,
> Quando es farto de lidiar con amas las sus manos,
> Non tiene en cuenta los moros que ha matados.

Anche nella battaglia contro Bucar entra don Geronimo: la *Crón.* dice che il Cid gli assegnò il comando di una schiera alla sua sinistra (605, *b*, 20 sgg.), e poi non dice nulla più. Ma il giullare che non aveva qui il soccorso del testo ha ripetuto le stesse circostanze della battaglia precedente; e come in quella, anche ora gli fa chiedere, dopo la messa, al Cid

(1) *Aruenzo* è una parola difficile; Menéndez Pidal, II 482, legge *arruenzo*, e traduce 'arranco', cioè sottovento, o contro corrente, secondo il termine marinaresco *ronza*; Sanchez intendeva 'in abboundanza'; Damas Hinard lo riaccosta al prov. *arreuzó*, indietro, resupino, rovescioni. Credo abbia ragione Sanchez, perchè il napol. *arronzare* significa prender sù tutto confusamente, in blocco; il catalano *arronsar* ritirare, tirare a sè, si fa derivare da *arreunceare*, ma sta bene pel significato, non per l'origine, a causa della vocale, da *ŭ*.

l'onore dei primi colpi, quasi con le stesse parole, sebbene ampliando, e ripetendo cose già dette per la venuta del prelato a Valenza (vv. 1293 sgg.); ed esce finalmente in un tratto comico (vv. 2380 sgg.):

> Essora dixo myo Cid: « Lo que vos queredes plazme:
> Afe los moros a oio, yd los ensayar.
> Nos daquent veremos commo lidia el abat ».

Un vescovo che combatte, era uno spettacolo non strano un tempo, e l'arcivescovo Turpino ne fu esempio e maestro a Roncisvalle; ma qui non pare cosa tanto consueta, perchè il giullare si compiace di trasformare il campo in un teatro, e mettere il Cid con i suoi a contemplare il degno ecclesiastico (*El que en buen ora nasco los oios le fincava*), abbassato a semplice abate, mentre si azzuffa coi Mori. E le sue bravure son descritte nei vv. seguenti, 2383-2392, con trite formule, per modo di dire, epiche. Perchè un rifacitore, al contrario, avrebbe soppressa codesta scena? E il cronista avrebbe, se non altro, accennato brevemente alla bravura del prelato quel giorno, non degno di passar sotto silenzio.

Pervenuta notizia al Cid che le sue donne erano arrivate a Medinaceli, manda alcuni dei suoi fidi ad incontrarle, con cento cavalieri, ai quali avrebbe dovuto aggiungersi un reuccio moro suo tributario, Abencanon, con altri cento, « et que ellos et Alvar Fannez aduxiessen a donna Ximena et a sus fijas fasta alli do el estava » (595, *b*, 3 sgg.). Così ha disposto un gran ricevimento, perchè egli signore di Valenza le avrebbe aspettate e ricevute come un sovrano nel suo regno: non deve esser stata altra la sua idea. Ma il *Cant.*, conservando ogni minimo particolare degli ordini da lui dati (salvo che si è ben ricordato di metterci Martin Antolinez che egli aveva soppresso invece dall'ambasciata; e questo valga per chi crede oblivioso il nostro giullare), ha voluto aggiungervi l'interpretazione del pensiero del Cid, vv. 1470 sgg.:

> Et yo fincare en Valencia que mucho costadom a:
> Grand locura serie si la desenparas.
> Yo fincare en Valencia, ca la tengo por heredad.

Non si potrebbe immaginare nulla di più stupido ed inetto. Il Cid dubitava dunque che in quattro o cinque giorni potesse perdere Valenza ben presidiata da migliaia di armati, e chiamava pazzia lasciarla, per così poco tempo. E come allora potrà andare alle *vistas* poco dipoi, e come potrà andare alle Cortes?

Il comico qui è di due specie: intenzionale, perchè gli uditori grossolani avrebbero sorriso del grande avvedimento del Cid; preterintenzionale, perchè noi ridiamo della ingenuità del giullare. Il quale deve aver pensato sicuramente a quel luogo della *Crón.* in cui il Cid che era rimasto più di quindici giorni a Toledo per le Cortes, dovendo rimanervi inutilmente ancora tre settimane, si scusò col re dell'andarsene, dicendo che la lontananza da Valenza lo preoccupava, sia perchè non bisognava fidarsi dei Mori, sebbene egli avesse ben provveduto, sia per i preparativi necessari alle nuove nozze (1). Questo è un altro discorrere, chè il Cid aveva seco il fiore del suo esercito, 900 cavalieri e 500 scudieri. E qui ancora il poeta ormeggia a modo suo la *Crón.* dando nel grossolano e nel comico; perchè essendosi stabilito che i duelli avrebbero avuto luogo in Carrion, il Cid nientemeno dice (v. 3474):

Mas quiero a Valencia que tierras de Carrion.

Voler più bene a Valenza che alle terre di Carrion non vorrebbe dir altro se non che non fidarsi di queste ultime: e codesto non andava neppur pensato se egli mandava tre dei suoi più cari a difendere l'onor suo appunto nelle terre di Carrion. Il giullare ha voluto presentarci anche qui scaltro ed avveduto il Cid, invece lo ha sciupato con la comicità. Chè se alcuno trovasse più gusto nella storditaggine, come argomento di antichità, dovrebbe pur ingegnarsi di conciliare insieme cose tanto assurde nella stessa psicologia dei primitivi.

E qui è finalmente il luogo di considerare l'esagerazione notata dal Menéndez, dei 900 cavalieri che la *Crón.* conduce all'adunanza delle Cortes, di fronte ai 100 del *Cant.* La *Crón.* narra, 615, *a*, 37, che riposatosi il Cid a San Servan nella notte, il dì seguente si recò all'adunanza in Toledo con quel suo seguito di armati: invece il *Cant.* dice che venne da Valenza con tutte le sue milizie (v. 3022 sg.):

Bien aguisado viene el Cid con todos los sos,
Buenas compañas que assi an tal señor;

(1) Si considerino queste belle parole, in cui vi è l'affetto del padre di famiglia, la prudenza dell'uomo di Stato, e la sicurezza del capitano (623, *b*, 39): « ca ha dias que me parti dalla, et dexe mi mujer et mis fijas et mi companna; et non querria que los moros se me rebolviessen en esto tiempo que yo aca esto, cuydando que yo non tengo tan bien parada la mi fazienda commo la yo tengo, loado a Dios et a vos; demas, por este casamiento que se a de faser... ».

posò a San Servan, e il dí seguente scelse tra loro 100 cavalieri per andare alle Cortes, riccamente vestiti, ma recando armi nascoste sotto le vesti. È un totale travisamento del fatto, con la frode sostituita alla forza francamente spiegata: anzi è un altro fatto. Anche i Carrion avevano recato tutto il loro seguito, v. 3010:

> E con ellos gran bando que aduxieron a la cort;

ed era lecito dall'una parte e dall'altra questa dimostrazione militare, che doveva validamente confermare l'autorità e il grado dei contendenti, come di due potenze feudali; e riesce inesplicabile l'ipocrisia delle armi nascoste, quando tutte le milizie del Cid erano in armi a pochi passi. Indubbiamente il nostro giullare non vive presso ai tempi delle gesta che egli canta; ma in quelli nei quali i signori andavano alle Cortes in uniforme di gala, non più vestiti di corazza e armati per l'offesa. Codesto giullare che consigliava al Cid di non lasciare Valenza neanche per pochissimi giorni quando doveva ricevere le sue donne, arriva ora nientemeno alla ingenuità di fargliela totalmente sguarnire, dandogli, non più una scelta mano delle sue truppe, ma tutte quante, come per una spedizione contro i Mori! Non solo dunque dalla parte sua sta la esagerazione, e una mentalità di cantore di briganti, e di gente della mala vita, ma anche l'insensatezza.

E comico è davvero il Cid nel *Cant.* quando all'appressarsi delle donne a Valenza, con una scorta di un mezzo migliaio di armati, si accinge ad andare loro incontro; e dopo aver mandato innanzi altri 200 cavalieri, provvede affannosamente a munir di guardie il castello, e tutte le entrate e le uscite della città (v. 1570 sgg.):

> Mando myo Cid a los que a en su casa,
> Que guardassen el alcaçar e las otras torres altas,
> E todas las puertas e las exidas e las entradas.

La cosa è tanto enorme che non vale la pena di spenderci parole. Di dove mai sarebbero sbucati i nemici?

Alle *vistas* del Cid col Re, il secondo giorno il Re e il suo numeroso seguito furono invitati a pranzo dal Cid; e dice la *Crón.*: che tutti si meravigliavano dell'abbondanza e della ricchezza, perchè ogni persona di riguardo mangiava nel suo proprio piatto, e questo era di argento, 601, *a*, 12 « et diegelo atan abondado que todos se meravillavan, et non ovo omne que da pro fuesse que en su escudiella de plata non comiesse »;

la qual cosa stimolò ancor più i Carrion nel proposito delle uozze. Ma il giullare traduce questa meraviglia per la magnificenza nella felicità di povera gente ghiottona, nella materialità del pasto, e rileva il giubilo dei commensali, i quali finirono con l'accordarsi a dire che da tre anni non avevano fatta una scorpacciata più buona di questa (2066 sgg.):

Todos eran alegres e acuerdan en una razon:
Passado avie. III. años no comieran meior.

Per cavalieri della corte e della guardia reale è melenso abbastanza. Ed è veramente il suggello al carattere di questo cantore; il quale ebbe il suo ingegno e il suo modo particolare di vedere, immaginare e rappresentare; ma non si alzò mai sopra il livello volgare; e a questo abbassò le cose grandi. Il suo entusiasmo per il valore e le virtù pratiche del Cid, e il suo sentimento religioso sono sempre mediocri; egli non ha senso morale superiore, non quello dell'eroico e del magnanimo; non conoscenza di imprese militari, e ammirazione per il valore e le arti cavalleresche; la grandezza intende solo se è tradotta in cifre; il suo respiro è spesso affannoso e rotto, non lungo e largo e possente; conosce la piccola astuzia e l'espediente, ma ha la veduta corta. Nessun giullare si è rappresentato mai con tanta fedeltà. Egli è un popolano davvero, pieno di brio, non privo d'ingegno, ma grosso, e di modesta cultura, e parla soltanto al volgo, Pero abate, che alla fine del « romanzo » chiede denaro e vino:

Dat nos del vin si non tenedes dineros.

LA GEOMETRIA SOPRA UNA CURVA ALGEBRICA ED IL PROBLEMA DELL' INVERSIONE DEGL' INTEGRALI ABELIANI DI Iª SPECIE

Nota del dott. RENATO CALAPSO

(Adunanza del 5 novembre 1925)

Prefazione.

Data una curva algebrica irriducibile

$$F(x\,y) = 0$$

di genere p $(p > 1)$, si considerino gl'integrali normali di prima specie:

$$W_i(x\,y) = \int_{(x_0 y_0)}^{(x\,y)} \frac{Q_i(x\,y)}{F'_y(x\,y)}\,dx \quad ; \qquad (i = 1, 2, \ldots p)$$

il problema dell' inversione consiste nel trovare (dato che sia un sistema di valori $u_1, u_2, \ldots u_p$) un sistema di p punti per i quali siano verificate le relazioni

$$\text{(I)} \qquad \sum_{k=1}^{p} W_i(x_k\,y_k) = u_i\,.$$

La questione, trattata con metodo prettamente differenziale, trovasi nell' opera di BRIOT sotto la forma seguente. Si consideri il determinante

$$\Delta = \begin{vmatrix} Q_1(x_1\,y_1) & \ldots\ldots & Q_1(x_p\,y_p) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ Q_p(x_1\,y_1) & \ldots\ldots & Q_p(x_p\,y_p) \end{vmatrix}$$

e si prendano p punti distinti $(x^0_k\,y^0_k)$ diversi dai punti di diramazione, al finito e non formanti gruppo speciale; indi siano $u_i^{(0)}$ i valori che le (I) fanno corrispondere a $x^0_k\,y^0_k$). In questo modo facendo variare u_i nell'intorno di $u_i^{(0)}$, le corrispondenti funzioni x_k sono deducibili dal sistema ai dif-

ferenziali totali

$$dx_k = F'_y(x_k\, y_k) \sum_{i=1}^{p} \frac{\Delta_{ik}}{\Delta}\, du_i$$

(essendo Δ_{ik} l'aggiunto in Δ di $Q_i(x_k\, y_k)$) col metodo di Cauchy, e sono determinate dalla condizione di assumere i valori x^0_k per $u_i = u_i^{(0)}$. Si deducono poscia facilmente i valori di y_k congiunti alle x_k.

Ma in questo modo il problema è risoluto soltanto nell'intorno dei valori u^0_i che in sostanza vengono fissati dopo dei valori $(x^0_k\, y^0_k)$; mentre se si dà *a priori* per u^0_i un sistema di valori *qualunque*:

(II) $$\gamma_1, \gamma_2, \dots \gamma_p$$

e si vuole risolvere il problema nell'intorno di questi valori, non si è in grado (stando al metodo di BRIOT) di formare le funzioni integrali se non si ricorre alle espressioni delle funzioni abeliane mediante le trascendenti Θ.

Oggi si hanno altri metodi per trattare la questione: citiamo principalmente le Vorlesungen di SEVERI, dove è svolta da un nuovo punto di vista la trattazione del problema.

Qui è ripreso il metodo di BRIOT, ma convenientemente emendato ed esteso, giovandosi cioè dei risultati della geometria sulle curve algebriche, indispensabili affinchè i procedimenti di BRIOT non diano luogo ad obbiezioni; ne risulta un metodo *algebrico-differenziale* che sembra stabilire la base del raffronto tra i differenti metodi seguiti per trattare la questione sudetta.

A fondamento della ricerca formo dapprima le funzioni integrali nell' intorno dei valori

(III) $$u_1 = 0\ , \quad u_2 = 0\ , \dots \quad u_p = 0\ ;$$

appunto in questo mi avvalgo del metodo di Briot che consiste nel sostituire alle funzioni x_k certe loro funzioni simmetriche: ma è indispensabile per l'esattezza delle conclusioni tenere conto che un punto $(x_0\, y_0)$ di una curva algebrica non è la sovrapposizione di p punti formanti gruppo speciale, se è qualunque, e di più occorre completare il procedimento con un teorema d'inversione che non sembra potersi accettare come immediato, essendo necessario assicurare le ipotesi sotto cui è applicabile il teorema dell'identità per le funzioni olomorfe.

L'elemento analitico **E** che dà le funzioni integrali nell'intorno dei valori (III) ha importanza fondamentale, perchè per-

mette di risolvere una questione più generale, di cui non è cenno nell'opera di BRIOT, cioè: « dati in modo qualunque (e senza eccezione) $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_p$, trovare ν punti ($\nu \geqq 2p$) in guisa da aversi

$$\text{(IV)} \qquad \sum_{k=1}^{\nu} W_i\,(x^0_k\, y^0_k) = \gamma_i$$

ed in guisa che questi punti siano tutti distinti, diversi dai punti di diramazione ed al finito ». Anzi quest'ultima conclusione è basata sul procedimento riemanniano che assicura che tutti i gruppi $(x^0_k\, y^0_k)$ soddisfacenti le (IV) formano una serie lineare completa g_ν di dimensione $\nu - p$. Qui è riportato il procedimento riemanniano, giacchè quando si voglia considerare un sistema generico di valori u_i nell'intorno di γ_i, interessa decidere sulla natura delle funzioni integrali. Un'analisi accurata del procedimento conduce al teorema sotto la forma seguente:

Dato un sistema di valori generici u_i *nell'intorno di un sistemi di valori qualunque* γ_i, *tutti i sistemi di punti* $(x_k\; y_k)$ *soddisfacenti alle equazioni*

$$\sum_{k=1}^{\nu} W_i\,(x_k\; y_k) = u_i$$

si ottengono tagliando la curva fondamentale con un sistema lineare

$$\lambda_0\, H^{(0)}(x\, y) + \lambda_1\, H^{(1)}(x\, y) + \ldots + \lambda_{\nu-p}\, H^{(\nu-p)}(x\, y) = 0$$

in cui i coefficienti dei polinomi $H\,(x\,y)$ *sono conosciute funzioni olomorfe di* $u_1, u_2, \ldots u_p$ *ed i parametri* λ_i *sono funzioni arbitrarie degli stessi argomenti.*

Or appunto sotto quest'ultima forma ha qui interesse la conclusione; perchè, quando si obbliga la curva del sistema lineare ad avere $\nu - p$ intersezioni con la F nell'origine degli integrali, le quantità λ_i diventano determinate funzioni olomorfe delle u_i; la particolare curva

$$H\,(x\, y) = 0\,,$$

così ottenuta, con le sue intersezioni con $F\,(x\, y) = 0$ dà le funzioni richieste. Frattanto risulta ancora per questa via che le funzioni abeliane sono meromorfe; il metodo seguito si presta anche ad una chiara discussione sul caso singolare.

Al chiarissimo prof. SEVERI porgo i più vivi ringraziamenti per gli autorevoli consigli sull'andamento della presente ricerca.

§ 1 - Equazioni differenziali abeliane.

1. In questo paragrafo ci proponiamo il problema dell'inversione degli integrali abeliani di prima specie in un particolare dominio a p dimensioni, allo scopo di formare un elemento analitico E che diciamo fondamentale, nel senso che da esso è deducibile con procedimento algebrico-differenziale la espressione delle funzioni abeliane nell'intorno di un sistema di valori *qualunque* delle variabili.

Adottando le consuete notazioni, indichiamo con

$$W_i(x\,y) = \int_{(x_0\,y_0)}^{(x\,y)} \frac{Q_i(x\,y)}{F'_y(x\,y)}\,dx$$

gl'integrali normali di prima specie; si tratta di trovare (dato che sia un sistema di valori $u_1, u_2, \ldots u_p$) un sistema di p punti per i quali siano verificate le relazioni

$$(1) \qquad \sum_{k=1}^{p} W_i(x_k\,y_k) = u_i$$

con la condizione che gl'integrali aventi lo stesso limite superiore siano calcolati secondo lo stesso cammino.

In questa prima parte vogliamo formare le funzioni integrali in un intorno dei valori

$$u_1 = 0\ ,\quad u_2 = 0\ , \ldots\ u_p = 0\ ,$$

per i quali i punti $(x^0{}_k\ y^0{}_k)$ si trovano riuniti nell'origine $(x_0\ y_0)$ degl'integrali.

Per il nostro scopo possiamo seguire l'analisi usata da Briot, purchè il punto $(x_0\ y_0)$ non sia la sovrapposizione di p punti formanti gruppo speciale. Ora questo fatto non può avverarsi se $(x_0\ y_0)$ è generico.

Infatti, consideriamo la curva aggiunta Q_{m-3} avente con la F p intersezioni riunite in $(x_0\ y_0)$; questa curva taglia ancora la F in altri $p-2$ punti. Facendo passare per questi ultimi e per un punto diverso da $(x_0\ y_0)$ una curva $Q^{(1)}_{m-3}$, la funzione razionale $\frac{Q^{(1)}}{Q}$ avrà un polo di ordine p al più nel punto $(x_0\ y_0)$; ma si sa che se una funzione razionale ammette un sol polo (che si possa scegliere arbitrariamente) l'ordine di esso non può essere inferiore a $p+1$.

Qui riportiamo la trasformazione di Briot essendo, poi indispensabile *invertire* il teorema dell'autore, affinchè il pro-

blema possa ritenersi risoluto. Supporremo di scegliere come origine degl' integrali abeliani un punto $(x_0\, y_0)$ diverso dai punti di diramazione, al finito e che non possa essere considerato come la sovrapposizione di p punti formanti gruppo speciale; supporremo inoltre $(x_0\, y_0)$ coincidente con l'origine delle coordinate.

Dal sistema (1) si deduce il sistema ai differenziali totali

$$\sum_{k=1}^{p} \frac{Q_i\,(x_k\, y_k)}{F'_y\,(x_k\, y_k)}\, d\, x_k = d\, u_i \tag{2}$$

da cui

$$d\, x_k = F'_y\,(x_k\, y_k) \sum_{i=1}^{p} \frac{\Delta_{i\,k}}{\Delta}\, d\, u_i \tag{3}$$

in cui i simboli hanno il significato espresso nella prefazione.

2. Se introduciamo le funzioni ausiliarie

$$z_h = x_1^{\,h} + x_2^{\,h} + \ldots + x_p^{\,h} \qquad (h = 1, 2, \ldots p) \tag{4}$$

si ha

$$\frac{d\, z_r}{d\, u_i} = \frac{N_{i\,r}}{\Delta} \tag{5}$$

essendo

$$N_{i\,r} = \sum_{k=1}^{p} r\, x_k^{r-1}\, F'_y\,(x_k\, y_k)\, \Delta_{i\,k}\,.$$

Prendiamo i punti $(x_k\, y_k)$ nelle vicinanze di $(0, 0)$ e nei coefficienti differenziali (5) sostituiamo alle y_k i valori rispettivamente congiunti alle x_k, valori deducibili mediante una stessa serie di potenze

$$y = \eta_1\, x + \eta_2\, x^2 + \eta_3\, x^3 + \ldots..$$

convergente in un conveniente intorno di $x = 0$.

La funzione alternante Δ è divisibile per il determinante di Vandermonde $\overline{\Delta}$ delle quantità $x_1, x_2, \ldots x_p$ ed il quoziente sarà una funzione simmetrica di $x_1, x_2, \ldots x_p$ che si trasforma quindi in una funzione

$$\varphi\,(z_1\, z_2 \ldots z_p)$$

olomorfa in un intorno dei valori $z_r = 0$. Lo stesso è di $N_{i\,r}$ ed il quoziente di $N_{i\,r}$ per Δ è pure una funzione

$$\varphi_{i\,r}\,(z_1\, z_2 \ldots z_p)$$

olomorfa in un intorno dei valori $z_r = 0$.

Frattanto le equazioni (5) prendono la forma

$$(6) \qquad \frac{d z_r}{d u_i} = \frac{\varphi_{ir}}{\varphi}$$

di cui φ non si annulla per i valori $z_r = 0$ perchè l'origine degl'integrali non è la sovrapposizione di p punti formanti gruppo speciale; quindi i coefficienti differenziali $\frac{\varphi_{ir}}{\varphi}$ sono funzioni alomorfe di $z_1, z_2, \dots z_p$ quando queste variano in un cerchio C_ϱ col centro nell'origine e raggio ϱ.

Dobbiamo dimostrare che le (6) sono atte a definire le funzioni richieste, per il che occorre vedere che

1°. Il sistema (6) è illimitatamente integrabile.

2°. Le funzioni che si deducono dalle (6) e dalle (4) soddisfano effettivamente alle equazioni (1).

Nell'opera di Briot questi due fatti sono accettati quasi come implicitamente contenuti nelle considerazioni riguardanti il caso dei punti distinti. Ma non sembra che nel caso presente si possa omettere una apposita dimostrazione che accerti il *prolungamento* dei risultati che detto autore ottiene in un campo ristretto, attorno a punti distinti.

§ 2. - **Illimitata integrabilità del sistema (6).**

3. La funzione $\frac{\Delta}{\bar{\Delta}}$ non si annulla per $x_1 = x_2 = \dots = x_p = 0$; si potrà perciò scegliere, internamente al campo di convergenza, un sistema di valori *distinti*

$$(7) \qquad x_1^0 , \ x_2^0 , \dots \ x^0_p$$

per i quali Δ sia diverso da zero.

Si potranno supporre questi valori convenientemente vicini al punto (0, 0), in guisa che i valori $z_r^{(0)}$ corrispondenti siano *interni* al cerchio C_ϱ. Ai valori (7) corrisponde per le (1) un sistema di valori

$$(8) \qquad u_1^0 , \ u_2^0 , \dots \ u^0_p$$

e poichè il determinante funzionale è diverso da zero per i valori (7), le (1) definiscono p funzioni olomorfe

$$\bar{x}_1 , \ \bar{x}_2 , \dots \ \bar{x}_p ,$$

delle variabili $u_1, u_2, \dots u_p$, in un conveniente intorno dei valori u^0_i, che prendono i valori x^0_k per $u_i = u^0_i$.

Queste funzioni soddisfano alle equazioni differenziali (3) e quindi se si pone

$$\bar{z}_r = \sum_{k=1}^{p} x_k^r$$

saranno soddisfatte le (6).

Sussisteranno allora le conseguenze differenziali, cioè:

$$(9) \qquad \varphi\left(\sum_{t=1}^{n} \frac{d\varphi_{ir}}{dz_t}\varphi_{jt} - \sum_{t=1}^{n} \frac{d\varphi_{jr}}{dz_t}\varphi_{it}\right) - \\ -\left(\varphi_{ir}\sum_{t=1}^{n} \frac{d\varphi}{dz_t}\varphi_{jt} - \varphi_{jr}\sum_{t=1}^{n} \frac{d\varphi}{dz_t}\varphi_{it}\right) = 0.$$

Per il modo in cui queste sono state ottenute, esse sono verificate in un intorno dei valori z^0_r; ma i primi membri di queste equazioni (9) sono funzioni *olomorfe* in C_ϱ, che annullandosi in un dominio a p dimensioni attorno ad un sistema z^0_r di valori *interni*, saranno anche nulle in tutto il campo in cui sono olomorfe.

Dunque le condizioni di integrabilità delle (6) sono sempre soddisfatte e perciò *le* (6) *definiscono* p *funzioni;*

$$z_1, z_2, \ldots z_p$$

nell'intorno dei valori

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 0, \ldots u_p = 0,$$

che prendono il valore zero per $u_i = 0$.

L'insieme degli sviluppi in serie, con cui le z_r si esprimono mediante le u_i, forma un'elemento analitico **E** che chiamiamo *fondamentale.*

§ 3. - Il problema dell'inversione nell'intorno dei valori $u_i = 0$.

4. In questo paragrafo dobbiamo dimostrare che l'elemento analitico E risolve effettivamente il problema dell'inversione nell'intorno dei valori $u_i = 0$.

A tale scopo consideriamo il determinante

$$D = \begin{vmatrix} \varphi_{11} & \cdots & \varphi_{1p} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_{p1} & \cdots & \varphi_{pp} \end{vmatrix};$$

se operiamo in un intorno dei valori (7) definiti al n°. 3, troviamo senza difficoltà

(10) $D - |\underline{p}\ F'_y(x_1 y_1) F'_y(x_2 y_2) \dots F'_y(x_p y_p)\ \Phi^{p-1} = 0$;

ma allora il primo membro di questa si annulla in un dominio a p dimensioni attorno ad un sistema di valori $z^0{}_r$ *interni* e quindi sarà nullo in tutto il cerchio C_ϱ. Sarà perciò $D \neq 0$ e si potranno considerare le u_i come funzioni delle z_r e perciò delle x_k.

La indipendenza funzionale delle z_r, che segue da $D \neq 0$, permette ancora di scegliere internamente ad **E** un sistema di valori u_i in guisa che dedotti mediante **E** i valori corrispondenti $z^0{}_r$ e poscia per le (4) i valori $x^0{}_k$, questi valori

(11) $$x_1^0,\ x_2^0, \dots x^0_p$$

siano *distinti*. Nell'intorno di questi valori, il procedimento del § 1 è invertibile e perciò le funzioni u_i delle x_k ora definite soddisfano le (2), e si avrà nel detto intorno

$$\frac{d u_i}{d x_k} - \frac{Q_i (x_k y_k)}{F'_y (x_k y_k)} = 0 .$$

Ma il primo membro di questa è una funzione olomorfa in un intorno di $x_k = 0$, rispetto al quale i valori (11) sono *interni*; essa è perciò nulla per tutti i valori che si considerano. Frattanto le (2) sono verificate in tutto l'intorno dei valori $x_k = 0$; segue integrando

$$\sum_{k=1}^{p} W_i (x_k y_k) = u_i + C_i ,$$

essendo c_i delle costanti, in questo caso nulle per il modo con cui sono state prese le condizioni iniziali. L'elemento analitico E risolve quindi il problema nell'intorno di $u_i = 0$.

§ 4. Le funzioni integrali nell'intorno di un sistema di valori qualunque $\gamma_1, \gamma_2 \dots \gamma_p$.

5. Dopo il risultato precedente siamo al caso di formare le espressioni delle funzioni integrali nell'intorno di un sistema di valori qualunque

(12) $$\gamma_1,\ \gamma_2, \dots \gamma_p .$$

Fissiamo n intero, positivo convenientemente grande in guisa che se poniamo

$$\gamma_1 = n\gamma'_1,\ \gamma_2 = n\gamma'_2, \dots \gamma_p = n\gamma'_p \qquad (n \geq 2)$$

i valori γ'_i risultino *interni* all'elemento analitico **E.** A questo sistema di valori γ'_i corrisponde mediante l'elemento **E** un

sistema di punti $(x^0_k\ y^0_k)$ e contando n volte ciascuno di questi punti otteniamo un gruppo G'_ν (di $\nu = p\,n$ punti) che individua una serie lineare completa. Questa non può avere punti fissi; infatti se P fosse un punto fisso, il gruppo $\Gamma_{\nu-1}$, ottenuto da G'_ν sopprimendo P, sarebbe speciale e ciò non può essere perchè

$$\nu - 1 = p\,n - 1 > 2\,p - 2.$$

Sarà allora lecito sostituire a G'_ν un gruppo equivalente G_ν

$$(x_1^0\ y_1^0)\ \ldots\ldots\ (x^0_\nu\ y^0_\nu) \tag{13}$$

costituito da punti tutti distinti, diversi dai punti di diramazione ed al finito.

I determinanti di ordine p estratti dalla matrice

$$\begin{vmatrix} Q_1\,(x_1^0\ y_1^0) & \ldots\ldots & Q_1\,(x^0_\nu\ y^0_\nu) \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ Q_p\,(x_1^0\ y_1^0) & \ldots\ldots & Q_p\,(x^0_\nu\ y^0_\nu) \end{vmatrix}$$

non possono essere tutti nulli, altrimenti i punti (13) formerebbero gruppo speciale, il che è assurdo essendo $\nu > 2\,p - 2$; potremo allora supporre che sia diverso da zero quello formato con le prime colonne.

Per l'equivalenza dei gruppi G'_ν e G_ν, si avrà:

$$(14)\quad \begin{cases} W_1\,(x_1^0\,y_1^0) + \ldots + W_1\,(x^0_p\ y^0_p) + \sum\limits_{k=p+1}^{\nu} W_1\,(x^0_k\ y^0_k) = \gamma_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ W_p\,(x_1^0\ y_1^0) + \ldots + W_p\,(x^0_p\ y^0_p) + \sum\limits_{k=p+1}^{\nu} W_p\,(x^0_k\ y^0_k) = \gamma_p \end{cases}$$

6. Ciò premesso consideriamo le equazioni

$$(15)\quad \begin{cases} W_1\,(x'_1\ y'_1) + \ldots + W_1\,(x'_p\ y'_p) + \sum\limits_{k=p+1}^{\nu} W_1\,(x^0_k\ y^0_k) - u_1 = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ W_p\,(x_1'\ y_1') + \ldots + W_p\,(x'_p\ y'_p) + \sum\limits_{k=p+1}^{\nu} W_p\,(x^0_k\ y^0_k) - u_p = 0 \end{cases}$$

I primi membri sono funzioni olomorfe di tutti gli argomenti

$$x_1',\ x_2',\ \ldots\ x'_p\ ,\ u_1,\ u_2 \ldots\ u_p$$

in un intorno di

$$x_1^0,\ x_2^0,\ \ldots\ x^0_p\ ,\ \gamma_1,\ \gamma_2,\ \ldots\ \gamma_p$$

e per tali valori sono soddisfatte; inoltre il determinante funzionale rispetto alle x' è diverso da zero per i detti valori iniziali; si conclude che *esse definiscono* p *funzioni olomorfe:*

$$(16) \qquad x_1', \; x_2', \ldots x'_p\,,$$

nell'intorno dei valori y_i *e queste funzioni prendono i valori* $x_1^0 \ldots x^0_p$ per $u_i = y_i$.

I valori y'_k rispettivamente congiunti ai valori (16) sono pure funzioni olomorfe nell'intorno considerato e prendono i valori $y_1^0 \ldots y^0_p$ per $u_i = y_i$.

7. Ed ora, fissati genericamente $u_1, u_2, \ldots u_p$ nel detto intorno, siano $(x'_k\, y'_k)$ i punti dedotti dalle (16); possiamo formare la serie lineare individuata dal gruppo

$$(17) \qquad (x_1'\, y_1'),\; (x_2'\, y_2'), \ldots (x'_p\, y'_p),\; (x^0_{p+1}\, y^0_{p+1}), \ldots (x^0_r\, y^0_r).$$

Prendiamo un numero intero positivo μ, convenientemente grande, in guisa da aversi

$$(18) \qquad \frac{\mu(\mu+3) - m(m-3) + 2p}{2} - pn > \frac{(\mu - m)(\mu - m + 3)}{2} + 1$$

cioè

$$(19) \qquad \mu m > m(m-3) + pn - p + 1$$

Scelto μ in questo modo, consideriamo la più generale curva algebrica d'ordine μ ed obblighiamola a soddisfare alle condizioni relative ai punti critici, il che importa

$$A = \frac{m(m-3)}{2} - p + 1$$

condizioni lineari; poscia imponiamo il passaggio per i punti (17); rimane ancora un certo numero di coefficienti arbitrari, certamente non inferiore a

$$\frac{\mu(\mu+3) - m(m-3) + 2p}{2} - pn\,;$$

per la (18) il numero di questi parametri arbitrari supera il numero totale dei coefficienti dell'equazione di una curva di ordine $\mu - m$; è quindi lecito fissare una curva H'_μ, soddisfacente alle $A + \nu$ dette condizioni, in guisa che non si spezzi nella F e in una curva d'ordine $\mu - m$. Disponendo opportunamente dell'indeterminazione, possiamo ritenere che i coefficienti dell'equazione

$$(20) \qquad H'_\mu\,(x\,y) = 0,$$

della curva H'_μ, siano funzioni razionali intere di $(x'_k\, y'_k)$.

La curva H'_μ taglia ancora la F in un certo numero r di punti

(21) $$(x_1'' y_1''), (x_2'' y_2''), \ldots\ldots (x''_r y''_r)$$

ed avremo così il gruppo delle intersezioni totali

(22) $$(x_1' y_1') \ldots (x'_p y'_p), (x^0_{p+1} y^0_{p+1}), \ldots (x^0_\nu y^0_\nu), (x_1'' y_1''), \ldots (x''_r y''_r)$$

Se ora nella (20) poniamo per $(x'_k y'_k)$ i valori

$$(x_1^0 y_1^0) \ldots (x^0_p y^0_p),$$

otteniamo il gruppo di punti

(23) $$(x_1^0 y_1^0, (\ldots) x^0_p y^0_p (x^0_{p+1} y^0_{p+1}) \ldots (x_\nu^0 y_\nu^0), (x_1''^0 y_1''^0) \ldots (x_r''^0 y_r''^0)$$

che senza ledere la generalità si potranno supporre tutti distinti, fuori dai punti di diramazione ed al finito perchè, scegliendo μ convenientemente grande, la totalità delle curve H'_μ, soddisfacenti a *tutte* le condizioni sopra dichiarate, taglia sulla curva fondamentale una serie lineare senza punti fissi.

Segue da ciò che se nella (20) esprimiamo $(x'_k y'_k)$ per $u_1, u_2 \ldots u_p$, possiamo affermare che il primo membro $H'_\mu (x y)$ è un polinomio di grado μ in x ed y *i cui coefficienti sono funzioni olomorfe di* $u_1, u_2, \ldots u_p$.

8. Fra le due equazioni

$$F(x y) = 0, \quad H'_\mu (x y) = 0$$

eliminiamo y, otteniamo un'equazione in x che, liberata dai fattori fissi, ha la forma

$$\psi_0 x^{p+r} + \psi_1 x^{p+r-1} + \ldots + \psi_{p+r} = 0,$$

poichè per $u_i = \gamma_i$ questa ammette p radici distinte, le coordinate x''_k sono, come le x'_k, funzioni olomorfe delle u_i; tali sono anche le y''_k, essendo i punti $(x''^0_k y''^0_k)$ fuori dai punti di diramazione.

9. Ciò premesso, sia H_μ la più generale curva aggiunta di ordine μ, la cui equazione, mettendo in vista i parametri arbitrari, ha la forma

(24) $$\mu_0 H_\mu^{(0)} (x y) + \mu_1 H_\mu^{(1)} (x y) + \ldots + \mu_h H_\mu^{h} (x y) = 0;$$

obbligando questa curva a passare per i punti

$$(x_1'' y_1'') \ldots (x''_r y''_r)$$

otteniamo un certo numero di equazioni

$$\mu_0 H_\mu^{(0)} (x''_k y''_k) + \mu_1 H_\mu^{(1)} (x''_k y''_k) + \ldots + \mu_h H_\mu^{h} (x''_k y''_k) = 0.$$

Poichè la dimensione della serie lineare è per lo meno p, queste equazioni daranno le μ_i espresse in funzioni lineari di un certo numero di parametri, in cui i coefficienti sono funzioni olomorfe delle u_i.

Portando questa espressione nella (24) e detratte le curve che contengono F come parte, si ottiene un sistema lineare che pel teorema di Riemmann-Roch ha la dimensione $\nu - p$, cioè della forma

$$(25) \qquad \lambda_0 \overline{H}_\mu^{(0)} (x\, y) + \lambda_1 \overline{H}_\mu^{(1)} (x\, y) + \dots + \lambda_{\nu-p} \overline{H}_\mu^{(\nu-p)} = 0$$

e si conclude che: *tutti i gruppi equivalenti al gruppo* (17), *cioè tutti i sistemi di punti soddisfacenti alle equazioni*

$$(26) \quad \begin{cases} W_1(x_1\, y_1) + \dots + W_1(x_p\, y_p) + W_1(x_{p+1}\, y_{p+1}) + \dots + W_1(x_\nu\, y_\nu) = u_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ W_p(x_1\, y_1) + \dots + W_p(x_p\, y_p) + W_p(x_{p+1}\, y_{p+1}) + \dots + W_p(x_\nu\, y_\nu) = u_p \end{cases}$$

nell'intorno dei valori y_i, *si ottengono tagliando la curva fondamentale con un sistema lineare* [*il sistema* (25)] *in cui i coefficienti dei polinomi* $\overline{H}_\mu$ *sono conosciute funzioni olomorfe di* $u_1, u_2, \dots u_p$ *ed i parametri della combinazione lineare sono funzioni arbitrarie degli stessi argomenti.*

10. Dopo questo risultato possiamo venire alla soluzione definitiva del problema.

Obblighiamo la curva del sistema lineare (25) ad avere $\nu - p$ intersezioni con la F nel punto (0 0), origine degli integrali; otteniamo $\nu - p$ equazioni lineari omogenee:

$$(27) \quad \begin{cases} M_{10}\, \lambda_0 + M_{11}\, \lambda_1 + \dots + M_{1\nu-p}\, \lambda_{\nu-p} = 0 \\ \dots\dots\dots\dots \\ M_{\nu-p0}\, \lambda_0 + M_{\nu-p1}\, \lambda_1 + \dots + M_{\nu-p,\nu-p}\, \lambda_{\nu-p} = 0 \end{cases}$$

in cui i coefficienti sono funzioni olomorfe delle u_i.

Portando nella (25) una risoluzione di questo sistema, si ottiene una curva particolare

$$(28) \qquad H(x\, y) = 0$$

e prendendo le intersezioni di questa con la F, oltre i punti fissi, si ottengono i punti $(x_k\, y_k)$, che soddisfano alle equazioni

$$(29) \qquad \sum_{k=1}^{p} W_i\, (x_k\, y_k) = u_i\,.$$

11. Importa osservare che, per valori generici u_i dell'intorno di y_i, la caratteristica del sistema (27) è proprio $\nu - p$,

perchè si sa che ad un siffatto sistema di valori non può corrispondere che un solo sistema di punti soddisfacenti alle (29). Frattanto le λ sono determinate, a meno di un fattore, dalle funzioni M_{rs} e perciò la (28) è un polinomio di grado μ i cui coefficienti sono funzioni olomorfe delle u_i. Se ora dalle equazioni

$$H(x\,y) = 0\,, \quad F(x\,y) = 0$$

eliminiamo y otteniamo un'equazione in x di grado $m''\mu$, dalla quale si staccano il fattore $x^{\nu-p}$, i fattori $(x - x''_k)$ ed un certo numero di fattori (relativi ai punti critici $(x - \alpha_i)^t$; soppressi questi fattori rimane un'equazione di grado p:

$$(30) \qquad \varphi_0\, x^p + \varphi_1\, x^{p-1} + \ldots + \varphi_{p-1}\, x + \varphi_p = 0$$

nelle quali i coefficienti sono funzioni olomorfe delle u_i. Avendo già osservato che a valori generici u_i non può corrispondere che un solo sistema di punti, le funzioni φ_i sono indipendenti dalle quantità arbitrarie di cui si è fatto uso.

Il procedimento esposto chiarisce che i casi d'indeterminazione non possono presentarsi se non quando, per un certo sistema di valori delle u_i, si abbassa la caratteristica del sistema (27).

Messina, Maggio 1924.

IL MENANDRO LATINO.

Nota del M. E. prof. Carlo Pascal

(Adunanza del 12 novembre 1925)

Mi è avvenuto spesso di accennare che, secondo la mia opinione, Terenzio ebbe il nome di 'Menandro latino', così come Properzio si attribuì quello di 'Callimaco romano' (1). Credo ora opportuno di esporre brevemente le ragioni che a tale opinione mi inducono.

Ed anzitutto esaminiamo alcuni versi di Afranio, il noto poeta delle togate, grande ammiratore ed imitatore di Terenzio. I versi furono scritti in risposta a coloro che lo accusavano di aver preso molto da Menandro. « Arguentibus, dice Macrobio (2), quod plura sumpsisset a Menandro, non inverecunde respondit:

.... Fateor, sumpsi non ab illo modo,
Sed ut quisque habuit conveniret quod mihi,
Quod me non posse melius facere credidi,
Etiam a Latino ».

Illo nel verso 1° è Menandro, come esplicitamente dice Macrobio. Afranio infatti, benchè poeta di togate, imitò tanto Menandro, che Orazio potè scrivere (3):

Dicitur Afrani toga convenisse Menandro.

Che poi Afranio col professare di togliere anche « *a Latino* », alluda proprio a Terenzio, è riconosciuto da tutti. Afranio infatti stimava Terenzio superiore a tutti gli altri poeti comici, come

---

(1) *Eleg.* IV, 1, 64: *Umbria Romani patria Callimachi.*

(2) Macrob. *Sat.* VI, 1, 4. Dal prologo della *fabula togata* intitolata *Compitalia.*

(3) *Epist.* II, 1, 57.

ci attesta Suetonio (1), che ne cita il verso

Terenti numne similem dicent quempiam?

Anzi, tutto quello che aveva scritto Terenzio, ad Afranio sembrava 'puro sale' (2):

.... ut quidquid loquitur, sal merum est.

Su tutto ciò, ripeto, concordano tutti. Ma io credo che convenga procedere un poco oltre, e nella espressione « *a Latino* » non vedere genericamente indicati 'i poeti latini', bensì proprio specificamente il 'Menandro latino'. Che per significare 'io tolsi da poeti latini' si potesse dire « *sumpsi.... a Latino* », io credo poterlo escludere assolutamente: nessuno srcittore si sarebbe mai espresso così. L'espressione deve grammaticalmente riferirsi ad una persona determinata: dinanzi all'aggettivo deve dunque sottintendersi dai versi precedenti, dove certamente era, un sostantivo, e questo non può essere che « *Menandro* », giacchè di lui nei versi precedenti si parla. Il Courbaud (3), che pure ammette il riferimento a Terenzio, chiama però in causa anche C. Titio, autore di tragedie ed oratore, del quale Cicerone (4) attesta che, uomo di spirito qual'era, introdusse poco tragicamente arguzie nelle tragedie, e che si studiava di imitarlo L. Afranio poeta, « homo perargutus », il quale fu eloquente (*disertus*) nelle sue favole, e cioè nel dialogo dei suoi personaggi. Si deve intendere dunque di una imitazione in senso molto ristretto: Afranio avrà riprodotto da questo spiritoso oratore dell'età sua motti di spirito, botte e risposte argute, facezie felici, e ne avrà arricchito il suo dialogo; ciò hanno fatto sempre e sempre faranno gli autori di commedie; ma ben diverso è il caso di un poeta comico, che prenda a modello un poeta comico; nel primo caso l'imitazione si riduce al colorimento del dialogo, nel secondo comprende in più o meno varia misura intreccio, svolgimento, caratteri di personaggi, oltre, s'intende, il dialogo.

---

(1) *Vita Terenti*, c. 5, p. 33 Reiff.

(2) Dalla togata *Campitalia*, fr. III, Ribbeck, *Scaenicae Romanor. poesis fragm.*³ vol. II.

(3) Edmond Courbaud, *De comoedia togata*. Lutetiae Parisiorum, Apud A. Fontemoing, 1899, pag. 38.

(4) *Brutus*, 45, 167.

Per questa sostanziale differenza io debbo escludere che Afranio, dicendo: « (*sumpsi*) *etiam a Latino* » alludesse anche a Titio. Ma ad ogni modo, ripeterò qui il quesito grammaticale: è possibile che Afranio, per significare: ' ho preso da Terenzio e da Titio ' dicesse: « *sumpsi a Latino* »? Si aspetterebbe almeno *a latinis*.

Ma v'è ancora di più. È noto l'epigramma di Cesare su Terenzio, riportato da Suetonio (1):

Tu quoque, tu in summis, o dimidiate Menander,
Poneris, et merito, puri sermonis amator;
Lenibus atque utinam scriptis adiuncta foret vis,
Comica ut aequato virtus polleret honore
Cum graecis, neve hac despectus parte iaceres!
Unum hoc maceror ac doleo tibi desse, Terenti.

Quel « mezzo Menandro » del primo verso ha tutta l'aria di essere un'arguta risposta conzonatoria ad un'appellazione generalmente conosciuta di Terenzio: se non si ammette che questi fosse chiamato il ' Menandro latino ', quel motto di Cesare perde spirito e significato (2).

Menandro, come è noto, ebbe presso i Romani grande estimazione ed immensa fortuna. A lui attinsero a piene mani Plauto, Cecilio Stazio, Terenzio, Afranio; alcune sue favole furono tradotte da un ignoto poeta comico che dei suoi lavori lasciò ricordo nella sua epigrafe sepolcrale (3); che meraviglia è che Afranio, il quale stimava, come abbiam visto, che niun altro potesse a Terenzio pareggiarsi, esprimesse l'entusiastica ammirazione sua appunto col dare a Terenzio il nome di ' Menandro Latino '? Probabilmente anche l'ignoto artista di una

---

(1) *Vita Terenti*.

(2) Cesare pure riconoscendo a Terenzio la purezza dell'eloquio, gli nega la *comica virtus* di Menandro. Circa i rapporti fra Terenzio e Menandro vedi Coppola, *Terenzio interprete di Menandro* in *Atene e Roma* 1924 e Capovilla, *Menandro*, Milano, ediz. di *Aegyptus* 1924, p. 338 sgg. (ove sono indagate le diversità di tecnica fra i due poeti).

(3) Buecheler, *Carm. epigr.* 97:

Ne more pecoris otio transfugerer,
Menandri paucas vorti scitas fabulas,
Et ipsus etiam sedulo finxi novas.

doppia erma del Museo Nazionale di Napoli, ebbe il medesimo sentimento (1). I due busti ebbero diversa denominazione: e chi vi vide Apollodoro e Terenzio, e chi Aristofane e Menandro, e chi infine Menandro e Terenzio. Noi non intendiamo qui entrare in tale discussione: ci basti avervi accennato (2).

---

(1) N. 6236 (= And. 23145).

(2) Nella *Guida illustrata del Museo Nazionale di Napoli* p. 269-270 sono citate in proposito le opere: GERHARD-PANOFKA, *Neapels antike Bildwerke*, p. 369; BRAUN, in *Monum. Ann.* e *Bull. dell' Inst. arch. Germ.* 1854; VISCONTI, *Iconogr. romana*, 14, n. 3-4; ARNDT-BRUCKMANN, *Griech. u. Röm. Porträts* tav. 125-127; BERNOULLI, *Röm. Ikon.* I, p. 67, *Griech. Ikon.* I, p. 177 sgg. — La parte della *Guida* che si riferisce ai marmi è del compianto LUCIO MARIANI.

ALCUNE ESPERIENZE DI INCISIONE ANULARE SOPRA *SYRINGA VULGARIS.*

Nota del S. C. prof. L. MONTEMARTINI

(Adunanza del 12 novembre 1925)

Con esperienze di incisioni anulari, i cui risultati vennero pubblicati due anni or sono nell'*American Journal of Botany* (1), il Curtis ha inteso dimostrare che nel fusto delle piante i componenti delle sostanze azotate e delle ceneri salgono *principalmente* non nel legno, ma nel floema. Essi infatti, secondo l'Autore americano e nelle piante da lui studiate (pesco, ciliegio, lillà e ligustro), nei rami incisi alla base si troverebbero in quantità minore che nei rami di confronto, rimasti intatti.

Per quanto si riferisce alle ceneri, è però da tenersi presente che è ormai dimostrato (2) che una parte non trascurabile di sostanze minerali si sposta e circola nell'interno delle piante, incorporata coi prodotti dell'assimilazione clorofilliana in forma di composti organici complessi; e se è giusto pensare che questa parte si sposti, insieme alle riserve, principalmente

---

(1) O. F. CURTIS, *The effect of ringing a stem on the upward transfer of nitrogen and ash constituents*, in Amer. Journ. of Bot., 1923, Vol. X.

(2) Veggansi in proposito, le mie recenti note: *Sopra la circolazione delle sostanze minerali nelle foglie*, in Atti Ist. Bot. di Pavia, 1920, Ser. II, Vol. XVII, e: *Sopra la circolazione delle sostanze minerali nelle foglie di* Ficus elastica *L. e di altre piante munite di sistema laticifero*, ibidem, 1925. Ser. III, Vol. II. Lo spostamento di alcune sostanze minerali insieme ai prodotti dell'assimilazione clorofilliana è messo in evidenza anche in due recenti lavori di F. G. HOBART (*Calcium in plant metabolism*, in Pharm. Journ., 1924, Vol. CXIII), e di P. RUŠNOV (*Eine Betrachtung über die vermutliche Ursache des wesentlich höheren Aschengehaltes der Rinde der Holzpflanzen im Vergleich zum Stamm- und Wurzelholz*, in Centralbl. f. d. Ges. Forstwesen, 1924, Bd. L).

nel floema (1), non è a confondersi la circolazione di essa con quella delle sostanze minerali greggie che, sciolte nell'acqua assorbita dalle radici nel terreno, salgono con essa, nè si comprende perchè e come dovrebbero separarsene.

Ciò premesso, volendo vedere se i risultati ottenuti dal Curtis sieno suscettibili di altra spiegazione, ho fatto anch'io, durante l'estate degli anni 1923, 1924 e 1925, alcune esperienze di incisioni anulari, ma allo scopo di evitare il forte accumulo di riserve dei rami grossi e, specialmente, il mobilitarsi di esse nel periodo primaverile, ho operato sopra rami di un solo anno di età le cui foglie avevano già raggiunto il loro completo sviluppo (2), le cui gemme apicali erano entrate in riposo.

Le mie esperienze furono fatte a Pavia sopra piante di *Syringa vulgaris*, una delle specie studiate anche dal Curtis. Ho scelto per esse rami forcuti le cui braccia erano eguali ed in eguali condizioni di vegetazione, ed ho praticato l'incisione alla base di uno di tali braccia, lasciando l'altro intatto, per confronto. Limitai l'incisione ai soli tessuti corticali, quelli cioè dell'interruzione dei quali importa studiare gli effetti; il cambio non era od era appena toccato, per non disturbare la funzione xilemica: non tenni conto dei rami nei quali un precoce avvizzimento o un ingiallimento delle foglie nella parte superiore all'incisione giustificava il sospetto che fosse stata disturbata, in conseguenza dell'operazione, la corrente traspiratoria.

(1) Vero è che lo stesso CURTIS (*The upward translocation of food in woody plants*, in Amer. Journ. of Bot., 1920, Vol. VII), ritiene che normalmente le riserve accumulate nelle radici e nelle parti più basse dei fusti non salgano ai rami più alti, ma le sue affermazioni sono contraddette dalle esperienze più recenti di TH. WEEVERS (*Ringing experiments with variegated branches*, in Proc. k. Ak. v. Wetensch. Amsterdam, 1923, Vol. XXVI), ed è a ritenersi che le sostanze di riserva sieno richiamate verso gli organi che più ne hanno bisogno, quindi anche verso i rami alti quando, come nei casi cui si riferisce il Weevers, non ne contegano già in quantità sufficiente allo sviluppo delle gemme fiorali o fogliari.

(2) Anche R. COMBES (*Formation des pigments anthocyaniques determinée dans les feuilles par la décortication annulaire des tiges*, in Ann. d. Sc. Nat., Botanique, 1912, Ser. IX, T. 16) ha osservato che quando l'incisione anulare è fatta prima che le foglie abbiano raggiunto il completo sviluppo, ne riesce disturbato il loro accrescimento e si hanno risultati affatto opposti a quelli che si ottengono colle incisioni praticate in estate.

Nel 1923 i rami incisi e quelli di confronto furono lasciati sulle piante fino a caduta completa delle foglie, sì che potei vedere l'effetto dell'incisione solamente sui rami. Invece nel 1924 e 1925 i rami furono staccati da 90 a 100 giorni circa dopo l'inizio dell'esperienza, quando le foglie erano ancora in pieno vigore, e potei studiare l'effetto dell'operazione anche in queste, determinando in esse il peso delle sostanze secche ed il peso delle ceneri, riferiti ad unità di superficie.

Per le foglie i risultati ottenuti sono i seguenti:

	nelle foglie dei rami incisi:	nelle foglie dei rami di confronto:
Esperienza I (fatta l'incisione l'8 giugno 1924, e colti i rami il 3 settembre successivo):		
peso secco per ogni dm.² di lembo fogliare	gr. 1,3005	gr. 1,2456
ceneri contenute in un dm.² di lembo fogliare	" 0,0822	" 0,0821
su 100 di sostanza secca, le ceneri erano	6,32	6,59
Esperienza II (dal 1 giugno al 23 sett. 1925):		
peso secco per ogni dm.² di lembo fogliare	gr. 1,3758	gr. 1,3290
ceneri contenute in un dm.² di lembo fogliare	" 0,1143	" 0,1139
su 100 di sostanza secca, le ceneri erano	8,31	8,50
Esperienza III (dal 12 giugno al 25 sett. 1925):		
peso secco per ogni dm.² di lembo fogliare	gr. 1,1332	gr. 0,9233
ceneri contenute in un dm.² di lembo fogliare	" 0,0999	" 0,0966
su 100 di sostanza secca, le ceneri erano	8,82	10,47

Nelle foglie non misurate di altri rami dell'Esperienza II, le ceneri erano il 6,65 p. 100 della sostanza secca pei rami incisi, e il 7,35 p. 100 pei rami di confronto.

Nelle foglie, pure non misurate, di altri rami dell' Esperienza III, erano il 8,97 p. 100 della sostanza secca pei rami incisi, ed il 10,36 p. 100 pei rami di confronto.

Risulta dunque da queste esperienze che nelle foglie dei rami incisi la percentuale delle ceneri, rispetto alla quantità di sostanza secca, era sempre minore che nelle foglie dei rami di confronto, il che corrisponde perfettamente a quanto hanno osservato Calzolari e Maranesi (1) nelle piante di pesco e Combes (2) in diverse piante da giardino.

Risulta pure, però, che, *a parità di superficie, le stesse foglie contenevano una quantità assoluta di ceneri maggiore che quella contenuta nelle foglie dei rami di confronto.*

Non si può dunque dire che la incisione anulare dei rami abbia ostacolato l'arrivo alle foglie degli elementi costituenti le ceneri, come non si deve dire, del resto, che lo abbia favorito. Nelle foglie dei rami incisi se ne è trovata una quantità maggiore perchè la interruzione dei tessuti corticali aveva impedito la discesa di quella piccola parte di essi che sarebbe scesa incorporata coi prodotti dell'assimilazione clorofilliana; ma la percentuale di essi, rispetto alla sostanza secca, era nelle

---

(1) F. Calzolari e A. Maranesi, *Effetti della decorticazione anulare sulla fruttificazione del pesco*, in Le Staz. Sper. Agr. Italiane, Modena, 1909, Vol. XLII. I dati presentati da questi Autori alla pagina 264 del volume nel quale è stampata la loro memoria, dimostrano che nelle foglie dei rami decorticati la percentuale delle ceneri, rispetto alla sostanza secca, è minore che in quelle dei rami di confronto, e vi è invece maggiore la percentuale di sostanza secca rappresentata dagli idrati di carbonio saccarificabili. Non vi sono dati che permettano di fare un confronto tra le quantità assolute di ceneri e di idrati di carbonio contenuti nelle due specie di foglie.

(2) R. Combes, *loc. cit.* Questo Autore ha rapportato il peso delle ceneri delle foglie da lui studiate, non al peso secco, ma a quello fresco, ed ha così trovato che le foglie dei rami decorticati ne contengono ora meno ed ora di più. Dall'esame dei dati da lui offerti alla pagina 41 del volume nel quale è stampata la sua memoria, si rileva però, facendo il rapporto fra ceneri e peso secco, che su 17 esperienze, 16 (esclusa una riguardante la *Spiraea Reevesiana*, decorticata forse troppo presto) hanno dato per le foglie dei rami decorticati una percentuale inferiore a quella dei rami di confronto. Anche il Combes non ha potuto fare confronto sulle quantità assolute: avendo tenuto conto del numero delle foglie incinerite e non della loro superficie, è giunto a risultati incerti e contradditorii.

stesse foglie, minore perchè era stata contemporaneamente impedita, ed in misura più sensibile, anche la discesa di questi ultimi prodotti, che si sono pertanto accumulati, come dimostra il confronto dei pesi secchi, in tutti gli organi al disopra dell'incisione.

Nessuna conseguenza, dunque, ha avuto l'incisione anulare sopra la circolazione delle sostanze minerali greggie che, assorbite dalle radici nel terreno, salgono colla corrente traspiratoria. Venne invece disturbata la circolazione di quelle sostanze minerali che si incorporano coi prodotti dell'assimilazione clorofilliana e si spostano insieme ad essi nei tessuti della pianta. E poichè tra queste ultime sostanze non è compreso il silicio, che va considerato come un elemento neutro che non prende parte al chemismo della pianta, nelle ceneri delle foglie dei rami incisi, entrando una maggiore proporzione degli altri elementi, si dovrà trovare una percentuale minore di silicio: avendo infatti determinato l'SiO_2 contenuta nelle ceneri avute nella 2ª e nella 3ª delle esperienze sopradescritte, ne ho trovato 12,15 e 5,00 p. 100 nelle foglie dei rami incisi, e rispettivamente 12,37 e 5,06 in quelle dei rami di confronto (1).

Quanto ai rami, mancando elementi di riferimento per una misura di cofronto tanto delle ceneri quanto della sostanza secca in essi contenuta, mi sono limitato a determinare e confrontare nei rami incisi ed in quelli di confronto, la percentuale delle ceneri rispetto al peso secco e, dove ho potuto, la percentuale di SiO_2 contenuta nelle ceneri.

I risultati delle diverse determinazioni fatte sono raccolti nello specchietto qui unito, e poichè da esso appare che le differenze sono nello stesso senso che nelle foglie, si è autoriz-

(1) Si può dire che le foglie dei rami incisi presentano, rispetto a quelle dei rami di confronto, le stesse caratteristiche che io osservai, nei miei lavori sopra citati (*Sopra la circolazione delle sostanze minerali* ecc.) nelle foglie colte alla sera rispetto a quelle colte al mattino: una maggiore quantità di sostanza secca e di ceneri per unità di superficie, una minore percentuale di ceneri rispetto alla sostanza secca, ed una minore percentuale di SiO_2 nelle ceneri.

Anche in questo caso le differenze sono dovute all'accumularsi nei tessuti fogliari, durante il giorno, dei prodotti dell'assimilazione clorofilliana e di una piccola parte di certi elementi delle ceneri (escluso il silicio) che si incorpora coi prodotti stessi e passerà poi con essi, durante la notte, nel fusto.

zati a ritenere che anche nei rami i fenomeni si sieno svolti come nelle foglie.

	ceneri contenute in 100 parti di sostanza secca.		SiO_2 contenuto in 100 parti di ceneri.	
	rami incisi:	rami di confronto:	rami incisi:	rami di confronto:
Esperienza I (fatta l'incisione a fine luglio 1923 e colti i rami nel dicembre successivo):	2.205	2,310	4,81	4,84
Esperienza II (dal 8 giugno al 3 sett. 1924):	2,047	2,070	3,12	5,02
Esperienza III (dal 1 giugno al 23 sett. 1925): . .	2,20	2,21	—	—
Esperienza IV (dal 12 giugno al 25 sett. 1925): . .	2,26	2,34	1,90	2,01

Pavia, novembre 1925.

MOTI DI UN LIQUIDO PERFETTO CHE AVVENGONO PER STRATI CILINDRICI E SFERICI.

Nota dell' ing. **Arnaldo Masotti**

(Adunanza del 12 novembre 1925)

In una recente nota inserita nei Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei (presentata nella seduta del 17 maggio 1925) e intitolata *Equazioni fondamentali dei moti laminari potenziali sopra una superficie qualunque*, il prof. Cisotti definisce la variabile complessa, la velocità ed il potenziale complessi sopra una superficie qualunque. Questa generalizzazione alle superficie di concetti e relazioni famigliari all'idromeccanica piana si è dimostrata specialmente fertile di interessanti risultati nel caso delle superficie sviluppabili, studiato dal prof. Bruno Finzi; ho notizia che in una Nota non ancora licenziata alle stampe il Finzi dimostra che la meccanica dei veli liquidi giacenti su superficie sviluppabili si riduce a quella dei veli piani; naturalmente il rotore superficiale viene ritenuto nullo (moto potenziale). Ho pure notizia che il Finzi ha studiato sotto un punto di vista molto generale, e con gli stessi metodi segnalati da Cisotti, dei moti spaziali rotazionali a strati, stabilendo interessanti risultati dei quali Egli stesso darà tra breve notizia.

Nella Nota che mi onoro di presentare ora al Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere tratto dei moti spaziali rotazionali che avvengono per strati cilindrici e sferici, e stabilisco con metodo semplice e diretto le loro proprietà. Questa Nota, anch'essa ispirata dalla Nota citata del prof. Cisotti, è stata compilata nella completa ignoranza dei lavori contemporaneamente eseguiti dal Finzi, non ancor pubblicati, dei quali ho avuto or'ora notizia dal prof. Cisotti stesso, nostro comune maestro: i risultati che io vi segnalo sono forse contenuti in

quelli del Finzi, ma ciò nondimeno stimo non inopportuna questa pubblicazione perchè ho speranza che il metodo da me segnalato possa essere applicato altrove e possa dare ancora nuovi ed importanti risultati.

***

1. In coordinate cilindriche λ, ϱ, z la divergenza della velocità e le componenti del suo rotore si esprimono come segue (¹):

$$\text{div}\,\mathbf{v} = \frac{v_\varrho}{\varrho} + \frac{\partial v_\varrho}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial v_\lambda}{\partial \lambda} + \frac{\partial v_z}{\partial z}, \tag{1}$$

$$\left\{\begin{aligned} R_\lambda &= \frac{\partial v_\varrho}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial \varrho}, \\ R_\varrho &= \frac{1}{\varrho}\frac{\partial v_z}{\partial \lambda} - \frac{\partial v_\lambda}{\partial z}, \\ R_z &= \frac{v_\lambda}{\varrho} - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial v_\varrho}{\partial \lambda} + \frac{\partial v_\lambda}{\partial \varrho}, \end{aligned}\right. \tag{2}$$

(designando con gli indici λ, ϱ, z le componenti corrispondenti). Se trattasi di un liquido perfetto è

$$\text{div}\,\mathbf{v} = 0, \tag{3}$$

(¹) Per la deduzione delle formole (1) (2) (3) (4) (16) (17) ricordo al Lettore l'espressione della divergenza e delle componenti del rotore in coordinate curvilinee ortogonali.

Dette x_1, x_2, x_3 le coordinate, e scritto come segue il ds^2:

$$ds^2 = H_1^2\,dx_1^2 + H_2^2\,dx_2^2 + H_3^2\,dx_3^2 = \sum_{1}^{3}{}_i\, H_i^2\,dx_i^2,$$

si ha:

$$\text{div}\,\mathbf{v} = \frac{1}{H_1 H_2 H_3}\sum_{1}^{3}{}_i \frac{\partial}{\partial x_i}\{H_{i+1} H_{i+2} v_i\},$$

$$R_i = \frac{1}{H_{i+1} H_{i+2}}\left\{\frac{\partial}{\partial x_{i+1}}(H_{i+2} v_{i+2}) - \frac{\partial}{\partial x_{i+2}}(H_{i+1} v_{i+1})\right\}, \quad (i = 1, 2, 3).$$

In coordinate cilindriche si ha:

$$x_1 = \varrho\ ,\quad x_2 = \lambda\ ,\quad x_3 = z\ ;$$
$$H_1 = 1\ ,\quad H_2 = \varrho\ ,\quad H_3 = 1\ .$$

e se il moto avviene per strati cilindrici si ha

$$v_\varrho = 0 . \tag{4}$$

Le (1) (2) pei moti a strati cilindrici divengono:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{1}{\varrho} \frac{\partial v_\lambda}{\partial \lambda} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 , \tag{5}$$

$$\left\{ \begin{aligned} R_\varrho &= \frac{1}{\varrho} \frac{\partial v_z}{\partial \lambda} - \frac{\partial v_\lambda}{\partial z} , \\ R_\lambda &= - \frac{\partial v_z}{\partial \varrho} , \\ R_z &= \frac{v_\lambda}{\varrho} + \frac{\partial v_\lambda}{\partial \varrho} . \end{aligned} \right. \tag{6}$$

I cilindri $\varrho =$ costante sono superficie di flusso; se imponiamo loro di essere altresì vorticoidi, i moti che ne risultano sono quelli nei quali le superficie di Bernoulli sono cilindri rotondi coassiali, e per essi, essendo

$$R_\varrho = 0 , \tag{7}$$

si ha

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial v_z}{\partial \lambda} - \frac{\partial v_\lambda}{\partial z} = 0 . \tag{8}$$

2. Le (5) e (8) si possono porre sotto forma molto espressiva sostituendo alle variabili λ e ϱ le altre:

$$\sigma = \lambda \varrho , \text{ e } \varrho ; \tag{9}$$

esse divengono

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial v_\lambda}{\partial \sigma} &= - \frac{\partial v_z}{\partial z} , \\ \frac{\partial v_z}{\partial \sigma} &= \frac{\partial v_\lambda}{\partial z} . \end{aligned} \right. \tag{10}$$

Queste eguaglianze esprimono che la grandezza complessa

$$W = v_\lambda - i \, v_z \tag{11}$$

dipende dalle variabili σ e z pel tramite della variabile complessa

$$Z = \sigma + i \, z , \tag{12}$$

(oltre che dal tempo e da ϱ); ad esse si soddisfa nel modo più generale ponendo

$$(13)\qquad \begin{cases} v_\lambda = \dfrac{\partial \Phi}{\partial \sigma}, & v_z = \dfrac{\partial \Phi}{\partial z}, \\ v_\lambda = \dfrac{\partial \Psi}{\partial z}, & v_z = -\dfrac{\partial \Psi}{\partial \sigma}, \end{cases}$$

avendo indicato con Φ e Ψ due funzioni a priori arbitrari del tempo, di ϱ, di z e σ. Queste relazioni esprimono che la grandezza complessa

$$(14)\qquad \mathrm{F} = \Phi + i\,\Psi$$

è funzione, oltre che del tempo e di ϱ, di σ e z pel tramite della variabile complessa Z definita dalla (12). È facile ora dimostrare che tra F e W sta la relazione differenziale

$$(15)\qquad \mathrm{W}\,(\mathrm{Z}\,;\,t,\varrho) = \frac{\partial \mathrm{F}\,(\mathrm{Z}\,;\,t,\varrho)}{\partial \mathrm{Z}}\,.$$

3. Il moto rotazionale studiato è dunque immediatamente riducibile, per quanto riguarda la trattazione analitica, ad un moto piano irrotazionale, che si compie su una striscia del piano ausiliario $\mathrm{Z} = \sigma + iz$ che corre parallelamente all'asse z e la cui larghezza è $2\pi\varrho$; le funzioni W ed F sono la velocità ed il potenziale complessi di questo moto. Questo fatto analitico si può esprimere dicendo che è lecito tagliare il cilindro generico di raggio ϱ lungo una generatrice e distenderlo su un piano [1].

Per l'interpretazione fisica è necessario escludere un intorno cilindrico comunque piccolo dell'asse. Se il liquido scorre tra due superficie cilindriche coassiali di raggi molto prossimi, si ha il moto di un velo liquido cilindrico al quale si estendono senz'altro i risultati ora ottenuti.

---

[1] Ne nasce un tipo particolare di problema piano nel quale, alle ordinarie condizioni di contorno, si aggiunge la seguente: sulle due rette parallele che determinano la striscia sede del moto le condizioni del moto sono le medesime.

Merita di essere segnalata quella particolare categoria dei moti ora studiati per la quale si ha ancora

$$\frac{\partial v_z}{\partial \varrho} = \frac{\partial v_\lambda}{\partial \varrho} = 0\,;$$

in questi moti le caratteristiche del moto sono identiche (nello stesso

***

4. Di analoga trattazione sono suscettibili i moti che avvengono per strati sferici. Le espressioni della divergenza della velocità e delle componenti del suo rotore in coordinate sferiche sono le seguenti [1]:

$$\text{div}\,\mathbf{v} = 2\frac{v_\varrho}{\varrho} + \frac{v_\omega}{\varrho\,\text{tg}\omega} + \frac{1}{\varrho\,\text{sen}\omega}\frac{\partial v_\lambda}{\partial\lambda} + \frac{\partial v_\varrho}{\partial\varrho} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial v_\omega}{\partial\omega}, \tag{16}$$

$$\begin{cases} R_\varrho = \dfrac{v_\lambda}{\varrho\,\text{tg}\omega} + \dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial v_\lambda}{\partial\omega} - \dfrac{1}{\varrho\,\text{sen}\omega}\dfrac{\partial v_\omega}{\partial\lambda}, \\ R_\lambda = \dfrac{v_\omega}{\varrho} + \dfrac{\partial v_\omega}{\partial\varrho} - \dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial v_\varrho}{\partial\omega}, \\ R_\omega = \dfrac{1}{\varrho\,\text{sen}\omega}\dfrac{\partial v_\varrho}{\partial\lambda} - \dfrac{v_\lambda}{\varrho} - \dfrac{\partial v_\lambda}{\partial\varrho}. \end{cases} \tag{17}$$

Se il liquido è perfetto e il suo moto avviene per strati sferici, cioè:

$$v_\varrho = 0, \tag{18}$$

si ha

$$\frac{v_\omega}{\text{tg}\omega} + \frac{1}{\text{sen}\omega}\frac{\partial v_\lambda}{\partial\lambda} + \frac{\partial v_\omega}{\partial\omega} = 0, \tag{19}$$

$$\begin{cases} R_\varrho = \dfrac{v_\lambda}{\varrho\,\text{tg}\omega} + \dfrac{1}{\varrho}\dfrac{\partial v_\lambda}{\partial\omega} - \dfrac{1}{\varrho\,\text{sen}\,\omega}\dfrac{\partial v_\omega}{\partial\lambda}, \\ R_\lambda = \dfrac{v_\omega}{\varrho} + \dfrac{\partial v_\omega}{\partial\varrho}, \\ R_\omega = -\dfrac{v_\lambda}{\varrho} - \dfrac{\partial v_\lambda}{\partial\varrho}. \end{cases} \tag{20}$$

Se le sfere $\varrho =$ costante sono superficie di Bernoulli allora

$$R_\varrho = 0 \tag{21}$$

e quindi

---

istante) in tutti i punti di una semiretta radiale e il rotore giace sulla generatrice locale; sono moti analoghi a quelli piani.

[1] Si applichino le formole richiamate in nota al n. 1 ponendo:

$$x_1 = \varrho \quad , \quad x_2 = \omega \quad , \quad x_3 = \lambda \quad ;$$
$$H_1 = 1 \quad , \quad H_2 = \varrho \quad , \quad H_3 = \varrho\,\text{sen}\,\omega.$$

$$\frac{v_\lambda}{\operatorname{tg}\omega} + \frac{\partial v_\lambda}{\partial \omega} - \frac{1}{\operatorname{sen}\omega}\,\frac{\partial v_\omega}{\partial \lambda} = 0\,. \tag{22}$$

La (19) e (22) si possono scrivere

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial v_\lambda}{\partial \lambda} &= -\frac{\partial (v_\omega \operatorname{sen}\omega)}{\partial \omega}\,,\\ \frac{\partial v_\omega}{\partial \lambda} &= \frac{\partial (v_\lambda \operatorname{sen}\omega)}{\partial \omega}\,; \end{aligned}\right. \tag{23}$$

dalle quali, moltiplicando ambo i membri di ambedue le equazioni per $\operatorname{sen}\omega$ e ponendo

$$\Omega = \log\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}\,, \tag{24}$$

ottengo:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial (v_\lambda \operatorname{sen}\omega)}{\partial \lambda} &= -\frac{\partial (v_\omega \operatorname{sen}\omega)}{\partial \Omega}\,,\\ \frac{\partial (v_\omega \operatorname{sen}\omega)}{\partial \lambda} &= \frac{\partial (v_\lambda \operatorname{sen}\omega)}{\partial \Omega}\,. \end{aligned}\right. \tag{25}$$

Queste relazioni esprimono che la grandezza complessa

$$W = (v_\lambda - i\,v_\omega)\operatorname{sen}\omega \tag{26}$$

dipende da λ ed ω (oltre che da t e ϱ) pel tramite della variabile complessa

$$Z = \lambda + i\,\Omega = \lambda + i\log\operatorname{tg}\frac{\omega}{2}\,. \tag{27}$$

Alle relazioni (25) si soddisfa nel modo più generale ponendo

$$\left\{\begin{aligned} v_\lambda \operatorname{sen}\omega &= \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda}\,, & v_\omega \operatorname{sen}\omega &= \frac{\partial \Phi}{\partial \Omega}\,;\\ v_\lambda \operatorname{sen}\omega &= \frac{\partial \Psi}{\partial \Omega}\,, & v_\omega \operatorname{sen}\omega &= -\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda}\,, \end{aligned}\right. \tag{28}$$

dove Φ e Ψ indicano due funzioni a priori arbitrarie di λ ed Ω (oltre che del tempo e di ϱ). Ne segue che anche la grandezza complessa

$$F = \Phi + i\,\Psi \tag{29}$$

è funzione della variabile complessa Z definita dalla (27). Tra le funzioni W ed F sta ancora la relazione

$$W(Z;t,\varrho) = \frac{\partial F(Z;t,\varrho)}{\partial Z}. \tag{30}$$

Per l'interpretazione fisica occorre escludere un intorno sferico comunque piccolo dell'origine. Se il moto avviene tra due superficie sferiche di raggi molto prossimi si è nel caso di un moto laminare: i risultati ottenuti nel caso generale valgono ancora e vengono a coincidere con quelli che il prof. Cisotti, nella Nota più volte citata, trova trattando direttamente questo problema.

5. Dalle formole (28) si deduce facilmente che, dette s ed n due direzioni ortogonali (sul piano tangente nel generico punto alla generica sfera) congruenti alle direzioni positive del parallelo e del meridiano locali, si ha

$$\frac{\partial \Phi}{\partial s} = \frac{\partial \Psi}{\partial n}; \tag{31}$$

dalle medesime formole si deduce ancora che

$$\mathbf{v} = \varrho \operatorname{grad}^* \Phi, \tag{32}$$

dove l'asterisco denota il gradiente superficiale: quindi è lecito scrivere

$$\mathbf{v} = \operatorname{grad}^* \varrho\Phi. \tag{33}$$

La funzione

$$\Phi' = -\varrho\Phi \tag{34}$$

si dirà potenziale superficiale della velocità.

6. Una speciale categoria di questi moti (la considerazione della quale è suggerita dal ricordo dei moti piani) è quella caratterizzata dalle ulteriori condizioni

$$\frac{\partial v_\omega}{\partial \varrho} = \frac{\partial v_\lambda}{\partial \varrho} = 0; \tag{35}$$

in questi moti le caratteristiche del movimento sono le stesse, in un certo istante, in tutti i punti di un qualsiasi raggio.

Si ha

$$R_\lambda = \frac{v_\omega}{\varrho}, \quad R_\omega = -\frac{v_\lambda}{\varrho} \tag{36}$$

per cui il vortice risulta normale alla velocità; tra i rispettivi moduli sta la relazione

$$R = \frac{v}{\varrho}. \tag{37}$$

Le funzioni Φ e Ψ risultano indipendenti da ϱ; la (32) diviene:

$$\mathbf{v} = \varrho \operatorname{grad} \Phi, \tag{38}$$

e si deduce facilmente:

$$\operatorname{rot} \mathbf{v} = - \operatorname{grad}^* \Psi, \tag{39}$$

o anche

$$\operatorname{rot} \mathbf{v} = - \operatorname{grad} \Psi; \tag{40}$$

la Ψ, oltre ad essere funzione di corrente, è dunque potenziale del vortice.

Le linee sferiche $\Psi =$ costante sono *linee di flusso* ed anche *linee equipotenziali* del vortice; tra due di esse, sulle quali Ψ assume i valori Ψ_s e Ψ_d (rispettivamente a sinistra e a destra del flusso), e con referenza allo strato di spessore $d\varrho$, scorre la portata

$$d\,Q = \varrho\,(\Psi_s - \Psi_d)\,d\varrho. \tag{41}$$

Milano, Agosto 1925.

SU UN TENTATIVO DI SOMMINISTRAZIONE DI CARBONIO ALLE PIANTE VERDI.

Nota del S. C. prof. L. MONTEMARTINI

(Adunanza del 3 dicembre 1925)

Nello scorso anno il sig. cav. Eugenio Gnecco, da Genova, portava al *Laboratorio Crittogamico di Pavia*, perchè fosse provato, un anticrittogamico di sua produzione, che egli aveva chiamato *vegetina* e che aveva dato, secondo lui, risultati contradditori, ora ottimi, ora nulli: una polvere nera, finissima, impalpabile, da spolverarsi sulle foglie cogli ordinarii soffietti per solforazioni.

Riservandosi di dichiarare in seguito, ad esperienze compiute, la composizione del suo preparato, lo stesso cav. Gnecco comunicava intanto che la base principale di esso era carbone; e in un opuscoletto distribuito poi, in principio dell'anno corrente, per far conoscere i risultati positivi e negativi delle esperienze fin qui fatte, accennava al potere assorbente di questo elemento ed alla possibilità che dalla sua presenza venga favorito un più intenso scambio gassoso tra gli organi assimilatori delle piante e l'atmosfera.

Il tentativo merita di essere rilevato, tanto più che ne ha già fatto menzione la autorevole *Rassegna Internazionale di Agronomia* (1) edita dall'Istituto Int. di Agricoltura di Roma. Esso tocca i problemi tanto interessanti e di tanta attualità della somministrazione di nutrizione carboniosa alle piante verdi e della cosidetta concimazione di acido carbonico (*Kohlen-*

(1) *Rassegna Int. di Agronomia*, Roma, 1925, N. S., Vol. III, pg. 635.

säuredüngung) sulla quale ha di recente richiamato l'attenzione degli studiosi e dei pratici il Lundegärdh (1).

---

(1) H. Lundegärd, *Der Kreislauf des Kohlensäure in der Natur*. Jena, 1924.

Sulla possibilità di far assorbire ed assimilare alle piante superiori verdi sostanze organiche, furono pubblicati in questo quarto di secolo parecchi lavori: ne dà un lungo elenco P. Ravin nella sua memoria *Nutrition carbonée des plantes a l'aide des acides organiques libres et combinés* (Ann. d. Sc. Nat., Botanique, 1913, ser. IX, T. 18).

Per quanto poi si riferisce al carbonio non organico, ricordo le osservazioni di G. Pollacci (*Sul carbonio delle piante verdi*; Atti Ist. Bot. di Pavia, Ser. II, Vol. XVII, 1917: vi è riassunta la abbondante letteratura sull'argomento) e di J. F. Breazeale (*The absorption of carbon by the roots of plants*; Journ. of. agric. res., Washington, 1923, Vol. XXVI): il primo ha dimostrato che le piante possono assorbire, per mezzo delle radici, l'acido carbonico dal terreno ed utilizzarlo per la formazione degli idrati di carbonio nei tessuti verdi; il secondo ha affermato che per mezzo delle radici possono essere assorbiti, dai carbonati, i ioni CO_3, che verrebbero poi essi pure utilizzati nelle parti verdi della pianta.

Tanto queste del Pollacci e del Breazeale, quanto quelle del Ravin, sono però osservazioni di Laboratorio, nè escono dal Laboratorio le successive esperienze di T. e G. Nicolas (*Influence du formol sur les végetaux supérieurs*; Compt. rend. d. s. d. l'Ac. d. Sc. d. Paris, 1922, T. 175: altre note degli stessi autori sul medesimo argomento si trovano anche nei volumi 176 e 177 degli stessi Compt. rend.) intese a dimostrare la possibilità di far assorbire ed utilizzare alle piante certi composti organici.

Hanno invece scopo ed importanza pratica le esperienze ed osservazioni riassunte dal Lundegärdh nella sua recente pubblicazione sopra ricordata, nella quale si esamina l'opportunità e la possibilità di ottenere dal suolo, con adatte concimazioni organiche e con l'attivazione dei processi fermentativi, un maggior sviluppo di biossido di carbonio che, sprigionandosi nell'aria, sarebbe tosto utilizzato dalle parti verdi delle coltivazioni erbacee.

Accennando a questo libro ed a queste esperienze, il Pantanelli (*Rivista di Biologia*. Milano, 1925, Vol. VII, pg. 68) così ne riassume la portata: « È tempo ormai di pensare ad accrescere artificialmente « la fornitura, alle piante verdi, di acido carbonico, cioè del loro pricipale alimento, che viceversa è presente in una dose minimale e fu « del tutto trascurato durante un secolo di sforzi diretti ad accrescere « la produzione vegetale con l'aumento del fosforo, dell'azoto e di « altri principii attivi ».

La domanda che mi sono rivolto, trattando col prodotto datomi in esame, è questa: è possibile, colla somministrazione di carbonio estremamente dissociato, solo o unito a qualche altro elemento, aumentare la materia prima (CO_2) utilizzata nell'assimilazione clorofilliana?

Mentre ho continuato e dovrò continuare le esperienze dirette a verificare la efficacia anticrittogamica, fin'ora ancora dubbia, del preparato, esprienze sui risultati delle quali riferirò nelle relazioni annuali del Laboratorio al Ministero dell'Economia Nazionale, comunico intanto qui i primi risultati di alcune osservazioni fatte per rispondere al quesito propostomi.

In una prima serie di esperienze, seguendo il metodo proposto dal Sachs per determinare il peso di sostanza secca che viene elaborata durante il giorno nelle foglie, ho cercato di vedere se, a parità di superficie e di altre condizioni, le foglie spolverate con *vegetina* funzionavano più attivamente che quelle di confronto non trattate.

In 15 determinazioni fatte su foglie di diverse varietà coltivate di fagiuoli, 8 mi hanno dato un maggiore aumento di peso nella foglie trattate con *vegetina*, 7 in quelle non trattate. Non tenendo però conto di 5 esperienze nelle quali le foglie confrontate presentavano al mattino, e cioè all'inizio dell'esperienza, una differenza di peso secco, per decimetro quadrato di lembo, superiore a gr. 0,02 (una differenza più forte deve essere considerata come indice di diverso spessore e di diversa struttura delle foglie confrontate, e quindi indice della loro non confrontabilità), e portando l'attenzione soltanto sulle altre 10 nelle quali i pesi secchi delle foglie confrontate si erano mostrati quasi uguali, le determinazioni risultarono 6 favorevoli alla vegetina, 4 contrarie. Da notarsi che le prime sono state fatte tutte nei mesi di giugno e luglio, le seconde in settembre e ottobre, una sola è del 19 luglio, nel qual giorno un temporale aveva causato un oscuramento parziale del cielo e un temporaneo ma sensibile abbassamento di temperatura: ciò farebbe pensare ad una influenza della temperatura e dell'intensità luminosa sulla supposta azione della *vegetina*.

Altre determinazioni con foglie di altre piante, hanno dato i seguenti risultati:

con foglie di patata, due esperienze, ambedue favorevoli alla vegetina;
con foglie di pomodoro, una favorevole e due contrarie;
con foglie di gelso, due favorevoli;
con foglie di *Broussonetia*, tre favorevoli e una contraria;
con foglie di fico, due favorevoli e due contrarie;
con foglie di ricino, due favorevoli;
con foglie di ippocastano, due favorevoli e una contraria.

Su 11 determinazioni fatte dal mio assistente dott. Gioelli con foglie di rosa, 7 hanno dato risultato favorevole, 4 contrario.

Su 8 fatte dalla sig.na dott. A. Segagni con foglie di *Sophora*, 4 portarono a risultato favorevole e 4 contrario.

Prevalenza dunque di risultati favorevoli (31 sopra 49 esperienze), ma non sufficiente per un giudizio sicuro. Data la piccolezza delle differenze che si devono rilevare (si tratta di millesimi di grammo); data la difficoltà di trovare, per il confronto, foglie che siano perfettamente uguali; data, sopratutto, la quasi impossibilità di averle e mantenerle tutto il giorno in identiche condizioni di illuminazione, solo con centinaia di esperienze sarà possibile eliminare il dubbio che i primi risultati fin qui ottenuti sieno da attribuirsi al caso o a differenze iniziali degli organi confrontati, o a inevitabili cause di errore.

Occorrerà dunque provare ancora e riprovare, specialmente durante la stagione più adatta a questo genere di osservazioni.

Ho intanto iniziato ultimamente un'altra serie di esperienze con un metodo che dovrebbe dare risultati più sicuri: quello della prova dell' amido, esso pure suggerito dal Sachs.

Colti due rami press'a poco uguali di *Tropaeolum majus*, li tenni per due giorni, in un medesimo bicchiere d'acqua, in camera buia perchè scomparisse dalle loro foglie ogni traccia di amido: poi spolverai sulle foglie di uno la *vegetina*, lasciai l'altro, per controllo, senza trattamento, e li esposi insieme ambedue alla luce diffusa di una giornata di ottobre, sotto una medesima campana di vetro nella quale facevo circolare aria spogliata da biossido di carbonio. L'esperienza è durata sette ore, dalle 9 alle 16, alla fine delle quali, raccolte le foglie, le lavai, le decolorai con alcool e le immersi in un bagno di una soluzione di iodio: le foglie che erano state trattate con *vegetina* presentarono un leggero ma distinto imbrunimento, indice

di formazione, nel mesofillo, di una certa quantità di amido che non si era formato nelle foglie di confronto.

Un tale risultato sarebbe più decisamente a favore della *vegetina* se avessi potuto controllarlo e confermarlo con altre esperienze: non potei farlo per il sopraggiungere della cattiva stagione, ed anche questo sarà compito di nuovo lavoro.

Le nuove ricerche, oltre confermare o meno l'azione della *vegetina* o del carbonio estremamente dissociato, di cui qui è appena giustificata l'enunciazione, dovranno anche essere dirette a eventualmente spiegarla, a vedere cioè: se v'è assorbimento di calore o di gas, se v'è produzione di gas, se ed in quale relazione è colla temperatura dell'ambiente e coll'intensità della luce, se si manifesta su tutte le piante, o solo su alcune, o su alcune in modo speciale.

Dall' Istituto Botanico di Pavia, novembre, 1925.

LA « FIORITURA » DELLE ACQUE SUL LARIO.

(con una tavola).

Nota della M. E. Rina Monti

(Adunanza del 26 novembre 1925)

Un fenomeno estremamente raro nei nostri grandi laghi subalpini è apparso quest'anno sul Lario: la così detta « fioritura delle acque ». Con questo nome si suole designare la comparsa di macchie colorate, dovute all'accumulo di elementi vegetali sulla superficie lacustre. Tale è la definizione data dal grande limnologo F. A. Forel, che fu corrispondente autorevole di questo Istituto.

Il curioso fenomeno, detto anticamente *flos-aquae*, già conosciuto da Plinio, che lo descrisse sul lago di Bolsena, ha sempre e dovunque richiamata l'attenzione popolare, ha suscitato talvolta le più svariate fantasie, come spesso avviene per i fenomeni che ritornano soltanto a lunghi intervalli, ha persino destato inquietudini ed allarmi come probabile segno di inquinamento delle acque, o presagio di oscuri pericoli per la pesca e per l'uomo.

Nei laghi d'oltre alpe, specialmente in quelli poco profondi e meno ampi della Svezia, della Finlandia, della Danimarca, della Germania, la *fioritura* è relativamente frequente: più comune negli stagni, nei bacini di acque morte, nei laghetti molto tranquilli e bene riparati, ma non è insolita neppure nei laghi più grandi: appare sotto molteplici aspetti; diverse ne sono le cause.

Però il Forel avvertiva che nel lago Lemano egli potè vedere una volta sola, nel Dicembre 1896, un vera « fioritura del lago » (dovuta ad un alga, *Anabaena flos-aquae*). Ma quasi ogni anno nel mese di Maggio il Lemano si copre di grandi macchie giallo verdognole, dovute al polline degli abeti e dei larici che i venti ed i fiumi influenti portano sullo specchio

dell'alto lago. Anche nei laghi annidati dentro le selve di conifere della Germania, si osserva spesso tale fenomeno, che ha inspirato i versi di Scheffel.

Ma la vera fioritura delle acque è quella che appare in forma di un velo ora verde, ora giallognolo, ora azzurrino, ora sanguigno, dovuta all'improvvisa moltiplicazione di una determinata specie di alga. Talvolta più che un velo è un sottile strato, abbastanza denso e cremoso, variamente diffuso in superficie, il che non esclude che anche fino a qualche metro di profonditá si trovino abbondanti fiocchi algosi sospesi fra le acque.

Il fenomeno di solito come compare rapidamente, così rapidamente scompare: talvolta dura un giorno solo, altre volte compare e scompare ripetutamente nel volgere di poche settimane.

Il celebre A. P. De-Candolle di Ginevra fu forse il primo che riconobbe nella moltiplicazione di un'alga *(Oscillatoria rubescens)* la causa della fioritura delle acque, allorchè studiò la materia che tinse in rosso il lago di Morat nel 1825. Poi le osservazioni si moltiplicarono al di là delle Alpi, dove il fenomeno è assai più frequente, determinato da alghe diverse a seconda dei luoghi e dei tempi.

Il De Toni fino dal 1894 annoverava già bene quattordici specie di alghe capaci di produrre la fioritura nelle acque dolci ed una mezza dozzina di specie conosciute come causa di colorazione delle acque salse o salmastre.

L'elenco del De-Toni era già più ricco di quello del Richter: notizie ulteriori furono raccolte da molti altri e si trovano indicate nel trattato dello Steuer e nella recentissima pubblicazione di Eyferth - Schönichen - Kalberla.

Nei piccoli laghi alpini il fenomeno della fioritura non è raro: Robert Chodat e C. S. Schroeter hanno illustrato particolarmente i casi dei laghi svizzeri; Klausener ha riassunto le osservazioni sulla fioritura sanguigna che appare talvolta in alti laghi alpini; Chodat ha notato che negli alti laghetti la fioritura verde è data sempre dalla *Anabaena flos-aquae.*

In Italia, oltre alle osservazioni fatte su piccoli bacini, dove il De Toni vide fioriture verdi, il Geri ed il De Toni notarono fioriture rosse dovute ad *Euglena* sanguinea, il Largaiolli descrisse una colorazione rossa (del lago Tovel nel Trentino) determinata dall'*Oscillatoria rubescens*, abbiamo pure avuto qualche caso raro e parziale di fioritura dei grandi laghi.

Nel Ceresio il Prof. A. Lenticchia di Lugano descrisse fino dal 1888 il fenomeno del lago sporco nel bacino luganese dovuto allo sviluppo di *Anabaena*; ed H. Steiner nel 1910 vide una debole fioritura da *Anabaena flos-aquae* nel ramo di Capolago.

Nel Lario il Besana fino dal 1898 segnalò non un vero *flos-aquae*, ma un abnorme ed ingombrante sviluppo di una cloroficea la *Ulothrix limmetica* Lemmer., che copriva di una gelatina verde oleosa le reti e rendeva impossibile la pesca: nel 1907-908 lo stesso Besana ebbe occasione di osservare la straordinaria moltiplicazione di diatomee (*Tabellaria fenestrata* (Lyngb.) Kuetz., e *Lysigonium varians* (Ag.) De Toni, le cui masse gelatinose recarono nuovi danni alla pesca.

Un anno più tardi, nell' Ottobre 1909, il Dott. Ferrari di Como vide un vero flos-aquae nel primo bacino e spedì i campioni al De Toni, che riconobbe la *Clathrocystis aeruginosa* (Mycrocystis). In altri campioni dello stesso bacino raccolti in novembre Achille Forti determinò *Microcystis aeruginosa.*

Sul Lario il fenomeno apparve quest'anno in maniera imponente verso la metà di Agosto, e si estese a tutto quanto lo specchio lacustre. Io non ho potuto assistere alle prime manifestazioni: secondo le notizie fornitemi dal guadiapesca Nicastro e dal farmacista di Tremezzo Sig. Gerosa, tutta la superficie del lago andò gradatamente coprendosi di un tenue strato di materie verdastre, che talvolta apparivano come costituite da minutissime faldelle o foglioline.

La fioritura, secondo la testimonianza del guardiapesca, si manifestò contemporaneamente in tutto il lago: nello stesso giorno era segnalata a Como ed a Cernobbio dal Dott. Mira, a Tremezzo dal Dott. Gerosa, a Bellano dal Dott. Pirola, a Gera ed a Lecco dallo stesso guardiapesca. Notevole e veramente eccezionale la fioritura completa di tutto un lago così grande.

La fioritura si mantenne per parecchi giorni finchè durò la completa bonaccia: quando si alzò il vento, che suscitò il moto ondoso delle acque, il fenomeno andò a poco a poco scomparendo. Io ebbi campioni raccolti tra il 20 ed il 25 Agosto quando la fioritura era al suo massimo. Ma poi ho potuto io stessa studiare direttamente il fenomeno quando ricomparve nelle prime settimane di Settembre in Tremezzina.

Il lago calmissimo, immobile per completa bonaccia, sotto il cielo coperto, non aveva più il suo bel colore azzurro, aveva raggiunto un colore verde intenso; non corrispondeva più al 3°-4° grado di Forel, come di solito nel Settembre, ma all'8°-9°.

Le acque, non più trasparenti come di consueto, apparivano torbide così che i limiti di visibilità del piatto di Secchi non andava oltre i 4 metri.

Nella calma assoluta delle acque guardando a luce obliqua si potevano riconoscere corpuscoli sospesi appena visibili, in forma di tenui grumi verdi cerulei, che sembravano lentamente salire verso la superficie addossandosi ed agglutinandosi l'uno all' altro.

La concentrazione dei grumi in superficie andava lentamente formando un sottilissimo strato a fiore d'acqua, quasi un velo delicato e fragile, trapunto di finissima seta verde.

Qua e là la concentrazione dei grumi era maggiore e dava l'imagine come di nodi o di più dense linee interrotte o di fantastici ricami a contorni vaghi e sfumati.

Ad ogni più tenue spiro di brezza, ad ogni più lieve movimento delle acque, ad ogni più piccola onda trasmessa dal battere del remo, il velo fragilissimo si muoveva trasportato dal soffio dell'aria o dal movimento dell' acqua e si rompeva in linee ora trasversali, ora oblique alla direzione dell'onda formando disegni, ricordanti le antiche coperte a fiamme od a striscie. Se la brezza si faceva più forte, se il moto ondoso delle acque cresceva di poco, il velo andava frammentandosi sempre più ed i singoli frammenti a poco a poco affondavano.

Nei seni più riposti e più riparati dal vento, come dietro l'isola Comacina, la fioritura era più densa ed appariva quasi come un sottile strato di crema di piselli.

La temperatura delle acque superficiali si manteneva intorno ai 18° C.: nelle notti tranquille lontano dai giardini, si sentiva un insolito odore di erba bagnata, certo proveniente dalla fioritura delle acque.

Non solo quando la fioritura è completa ed il velo verde ha raggiunto il suo massimo, ma anche prima, allorchè i grumi natanti si vedono ad occhio nudo sospesi sotto il pelo dell'acqua, è facile raccoglierli anche con un bicchiere tanto sono abbondanti. Con un piccolo retino di seta si può fare una messe ben più ricca: basta trascinare il retino per qualche minuto in superficie per trarre dall'acqua qualche decilitro di gelatina algosa, colore verde pisello, che tende a colorare in verde

chiarissimo tutto il retino, perchè le colonie di alghe si impigliano facilmente dentro le tenui maglie di seta.

Il fenomeno venne così bene rilevato dall'acuto spirito di osservazione delle genti rivierasche, le quali vedendo i grumi sospesi nell'acqua raccogliersi ed agglutinarsi in superficie ritennero che la materia verde salisse dal fondo, derivasse cioè da sostanze distaccatesi dalla fanghiglia degli abissi, venute poco a poco a galleggiare, rivestendo così tutta la superficie delle acque.

Ma le osservazioni microscopiche mi hanno dimostrato che si tratta invece di una specie fitoplanctonica, che io avevo già incontrato in tutte le pescate degli anni precedenti cioè di una specie del genere *Microcystis*. Infatti a pag. 48 del mio volume sulla Limnologia del Lario io ho indicato in prima linea le *Microcystis* tra le alghe natanti che abbondano nello strato superiore a temperatura variabile fino a 10 m. di profondità. Gli esami ripetuti di numerosi campioni del fior d'acqua raccolti nei diversi tratti del lago, da Como a Gera, mi dimostrò che dovunque la fioritura era dovuta alla stessa specie, presentatesi dovunque sotto il medesimo aspetto. Si tratta di un'alga costituita da piccole cellule sferiche misuranti un diametro di 4-6 micr., a contenuto finamente granuloso, verde ceruleo pallido, riunite in colonie per lo più tondeggianti, racchiuse da un involucro gelatinoso molto trasparente, difficile a riconoscersi nei preparati non colorati, bene dimostrabili invece colle sostanze adatte a colorare le capsule, oppure col processo dell'inchiostro di china, inventato da Errera fino dal 1884 appunto per lo studio degli involucri gelatinosi negli organismi inferiori. Tale metodo, introdotto poi in bacteriologia dal Burri e perciò noto ai medici col nome di metodo del Burri, ha servito recentemente all'algologo svedese Einar Naumann per indagini morfologiche sulle formazioni gelatinose del limnoplancton.

Dati questi caratteri parmi evidente di avere davanti una *Cianoficea* del gruppo delle *Chroococcaceae*, appartenente al genere *Microcystis*. Le specie di questo genere, come giustamente osserva il Geitler, sono spesso assai difficili a distinguersi. Wesenberg-Lund incontrò delle colonie di cui una metà presentava i caratteri del *M. flos aquae*, l'altra metà appariva come una tipica *M. aeruginosa*. I limiti della variabità sembrano dunque estesi e la classificazione esatta richiede una particolare competenza. Ma per quanto io abbia una esperienza nello studio degli organismi planctonici, non essendo algologa, e ben sapendo che oggi la classificazione delle alghe va subendo

una revisione in base a nuovi studi sullo sviluppo, tanto che l'antico genere *Clathrocystis* viene oggi inglobato nel genere *Microcystis*, mi sono rivolta all'autorità del botanico ginevrino ROBERTO CHODAT, il quale riconobbe nel nostro fior d'acqua la *Microcystis aeruginosa* (Henfrey) Lemm., corrispondente a *Clatrhocystis aeruginosa* (Kuetz) Henfrey. (cfr. Tilden, Minnesota algae (1910) Vol. I, De Toni, Sylloge Algarum Vol. V (1907).

In tutti i nostri esemplari le colonie sono piccole, raggiungono un diametro di circa 100 micr., con cellule fittamente adossate fra di loro, racchiuse da un involucro gelatinoso molto diafano, ma ben consistente.

Le colonie clatrate sono rarissime. Pertanto le nostre Microcisti corrispondono per la struttura delle loro colonie alle forme che secondo il Naumann sono proprie delle acque mosse.

Con vari metodi di colorazione, ma anche a fresco, la gelatina involgente le colonie appare spesso invasa da grossi bacilli, che probabilmente hanno caratteri di semplici epifiti, in quanto non arrivano mai a penetrare nell' interno delle colonie nè a raggiungere le cellule verdi.

Quale è la causa della fioritura?

Il problema non è risolto. Secondo le mie ricerche trattasi di fenomeno biologico legato essenzialmente alla chimica-fisica delle acque. I limnologi che hanno descritto la fioritura hanno spesso insistito (Apstein, Steuer, Steiner, ecc.) nel fare notare che il fenomeno appare più spesso in piccoli bacini tranquilli, molto bene riparati dal vento, e che nei laghi maggiori si manifesta solo in giorni di assoluta bonaccia, quando le acque sono immobili. Così anch' io ho visto comparire la fioritura in giornate coperte senza un filo d'aria, l'ho vista sparire non appena ha rinfrescato il vento.

La ragione della fioritura deve essere cercata in un parcolare stato fisico-chimico delle acque superficiali determinato da certi fugaci momenti meteorologici.

Colla bonaccia, col cielo coperto, colla bassa pressione, coll'aria calda ed immobile il biossido di carbonio si accumula negli strati più bassi dell'atmosfera quasi stratificandosi, più pesante dell'aria stagna alla superficie dell'immobile specchio lacustre (come nella grotta del cane a Pozzuoli) e tende a penetrare ed a sciogliersi nelle acque più superficiali, che pertanto offrono materia insolitamente abbondante alla vegetazione

delle alghe. Se col biossido di carbonio stagnano anche traccie impercettibili di altri gas, quali idrogeno solforato ed ammoniaca, alle alghe viene offerto un nutrimento ancora più completo. Perciò le alghe si moltiplicano rapidamente: di solito una sola specie, la più sensibile al chemiotattismo positivo esercitato dalle piccole traccie di gas sopradetti, prende il sopravvento sopra tutte le altre e forma così milioni di colonie, che si addensano a fiore d'acqua.

Il galleggiamento delle colonie di *Microcystis*, secondo il Klebhahn è essenzialmente dovuto alla formazione di piccolissimi vacuoli pieni di gas dentro gli involucri gelatinosi, o nelle stesse cellule delle alghe. La natura del gas contenuto nei piccolissimi vacuoli è ancora controversa: secondo alcuni è CO^2, secondo altri O. Certo è che le alghe così moltiplicandosi alla luce del giorno consumano biossido di Carbonio accumulato ed emettono ossigeno: infatti l'acqua superficiale dove si è sviluppata la fioritura è satura di O. Le determinazioni chimiche dei gas contenuti nell'acqua raccolta a fiore d'acqua nei giorni di bonaccia durante la fioritura, ed il confronto colla quantità di gas disciolti nelle acque prese a diverse profondità mi danno ragione di sostenere la tesi sopraesposta.

Mi riserbo di comunicare in una prossima nota gli studi compiuti sui gas disciolti nelle acque lacustri, in relazione col ricambio materiale del plancton. Ora voglio soltanto notare che quando soffia il vento e le acque superficiali sono mosse, i gas dei più bassi strati dell'aria si rimescolano, il CO^2 non più stratificato si disperde, e le colonie di *Microcystis* si frangono e tendono ad affondare.

Noi bene sappiamo che l'abnorme moltiplicazione di diatomee o di ulotrichee può riuscire dannosa alla pesca perchè le masse gelatinose formate di grumi di bacillarie o di cloroficee, sospese fra le acque, si appicicano alle reti, ne ingrossano i fili che diventono facilmente visibili, e con ciò rendono negativa la pesca.

Ma le microcisti, che formarono la fioritura superficiale descritta, non aderiscono nè ai remi nè alle reti.

La fioritura è direttamente nociva alla vita dei pesci?

Parecchi antichi scrittori di acquicoltura l'hanno affermato. Più volte insieme con fioriture azzurre o rosse, talora anche con fioriture verdi, si notò una improvvisa moria del pesce.

Ma in altri laghi più grandi dell'Europa settentrionale, come giustamente ricorda l'Apstein, si vede la fioritura ricomparire quasi ogni anno senza che la pesca abbia a soffrirne.

Talvolta, specialmente in piccoli laghi, la moria del pesce è la causa e non l'effetto della fioritura, come ha osservato lo Strodtmann. Una malattia epidemica, l'inquinamento delle acque per immissioni di abbondanti sostanze putride o comunque tossiche (derivate forse da grandi stabilimenti industriali posti sulle rive del lago) possono rendere difficile la vita al pesce, determinarne la morte per asfissia, per avvelenamento o per infezione. Ciò avviene specialmente in piccoli bacini poco profondi, dove il pesce non può cercare scampo. La decomposizione dei cadaveri dei pesci produce quelle piccole quantità d'ammoniaca e di acido solfidrico che favoriscono grandemente lo sviluppo di certe cianoficee, e quindi la fioritura delle acque.

É noto che le alghe prosperano anche in acque putride dove i pesci non possono più vivere.

Non escludo neppure che negli stagni bene riparati dal vento dove la fioritura è frequente ed abbondante, la massa algosa superficiale possa favorire grandemente lo sviluppo di bacteri, come quelli che ho osservato nelle capsule gelatinose della Microcystis, e determinare così un gran consumo di ossigeno ed una produzione di gas irrespirabili capaci di indurre l'asfissia del pesce. Ma nel Lario, che è dovunque molto profondo e raggiuge massimi fondali di 410 m., con una profondità media superiore ai 150 metri, non c'è alcun pericolo. La massa delle acque è così grande che, mentre può diluire all'infinito qualunque immissione di rifiuti, può consentire ai pesci le più estese migrazioni verso gli abissi lacustri. D'altra parte le analisi delle acque mi convincono che anche in superficie non c'è la temuta diminuzione di ossigeno. Anzi le alghe della fioritura offrono un pascolo abbondante non solo ai naupli dei crostacei planctonici, che ne sono ghiottissimi, ma anche alle stesse dafnie adulte, alle bosmine, ad altri componenti preziosi della fauna pelagica, che costituiscono l'alimento favorito dei pesci di alto lago.

Il contenuto intestinale dei pesci, da me esaminato, proprio nel periodo della fioritura, non apparve diverso da quello da me descritto nel mio volume sulla Limnologia del Lario in relazione alla pesca ed al ripopolamento delle acque. Concludo pertanto che il fenomeno insolito occorso quest'anno sul Lario non è indice di alcun pericolo per la pescosità del lago.

BIBLIOGRAFIA

1) APSTEIN C. — Das Süsswasser plancton, Kiel 1896.

2) BESANA G. — Invasione di alghe nel lago di Como. Giornale ital. di Pesca ed Acquicoltura 1898 pag. 274.

— Abnorme sviluppo di alghe nel lago di Como. Rivista mensile di Pesca, Milano 1908.

3) CHODAT ROB. — Remarques sur la flore pélagique superficielle des lacs Suisses et francais. Genéve 1898.

4) DE-CANDOLLE A. P. — Notice sur la matière qui a coloré le lac de Morat en rouge au printemps du 1825. Mem. de la Soc. Nat. de Genève 1826.

5) DE-TONI G. B. — Sulla comparsa di un *flos-aquae* a Galliera Veneta. Atti Ist. Veneto di Scienze. V, Serie VII, 1893.

— Bibliografia dei flos-aquae. ibid.

— Su lo straordinario sviluppo nel lago di Como di un' alga dannosa alla pesca. Rivista mensile di Pesca. Milano 1909.

— Sylloge algarum. Vol. V, Patavii 1907.

6) ERRERA L. — Sur l'emploi de l'encre de Chine en microscopie. Bull. Soc. Belge de Microscop. 1884.

7) FOREL F. A. — Le Leman Vol. 3. Lausanne, Rouge 1895.

8) FORTI A. citato da B. P. — Una fioritura autunnale nel Lago di Como. Boll. Soc. Lomb. per la Pesca e l'Acquicoltura. 1909.

9) GEITLER L. — Cyanophyceae. Fischer. Iena 1925.

10) GERI N. — La rubefazione delle acque. La Natura, Milano 1884.

11) KLAUSENER C. — Die Blutseen d. Hochalpen. Internat. Revue d. Hydrobiol. 1908.

12) LARGAIOLLI V. — L' oscillatoria rubescens nel Trentino. Tridentum. Trento 1902.

13) LENTICCHIA A. — L'alterazione delle acque del lago di Lugano. Rev. ital. di Sc. Nat. 1890.

14) NAUMANN E. — Die Gallertbildungen d. pflanzichen Limnoplanktons. Londs Universitet Arrskrift. N. F. Avd. 2. Bd. 21 N. 5 1925.

— Notizen z. exper. Morphol. des pflanzischen Limnoplankton. Botaniska Notiser, Lund, 1925.

15) RICHTER P. — *Gloiotrichia echinulata*, eine Wasserblüte d. Plönersee. Plöner Berichte 1894.

16) SCHROETER C. — Die Schwebeflora unserer Seen — *Neujahrsbl.* d. Naturgesellschaft. Zürich 1896.

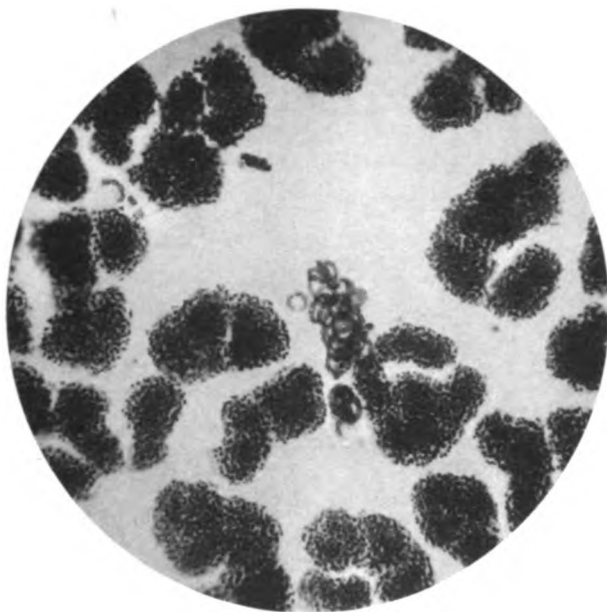
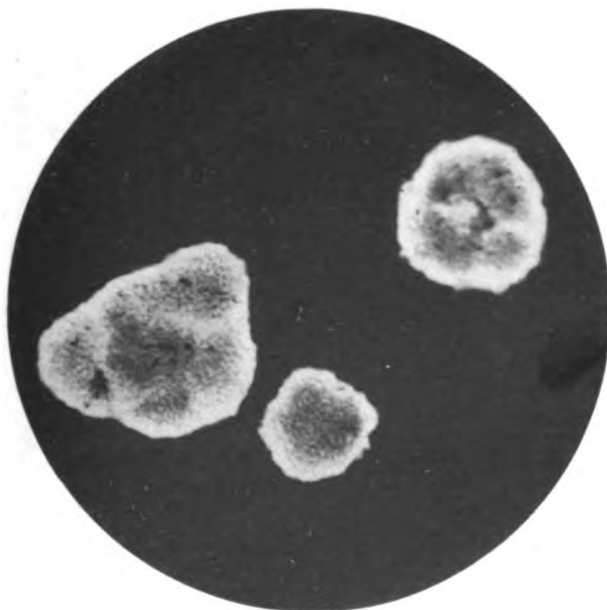
17) STEINER — Das plankton d. Luganer Seé. 1914.

18) STRODTMANN — Ueber die vermeintliche Schädlichkeit der Wasser blüthe. Plöner Berichte 1898.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. Fioritura del lago veduta a fresco: dimostra numerose colonie di *Microcystis aeruginosa*; nel centro una colonia di *Anabaena* per confronto.

Fig. 2. Colonie di *Microcystis* esaminate coll' inchiostro di China per dimostrare la capsula gelatinosa, che avvolge le colonie.

MONTI - Fioritura delle acque.

SUL RESTO
DELLA FORMOLA D'INTERPOLAZIONE DI LAGRANGE
NEL CASO DI PIÙ VARIABILI INDIPENDENTI

Nota del prof. UGO BROGGI

(Adunanza del 26 novembre 1925)

1. x ed y siano variabili reali e denoti

$$f_{mn}(x, y) = \sum_{r=1}^{m} \sum_{s=1}^{n} A_{rs}\, z_{rs} = f_{mn}$$

il polinomio di grado $m-1$ in x, $n-1$ in y, che nei punti (x_r, y_s), $(r = 1, \ldots m;\ s = 1 \ldots n)$, coincide colla funzione reale

$$z = f(x, y)$$

di x ed y. $(z_{rs} = f(x_r, y_s))$. Sia cioè, se

$$\varphi_m(x) = (x - x_1)(x - x_2) \ldots\ldots (x - x_m)$$

$$\psi_n(y) = (y - y_1)(y - y_2) \ldots\ldots (y - y_n)$$

$$A_{rs} = \frac{\varphi_m(x)}{\varphi'_m(x_r)(x - x_r)} \; \frac{\psi_n(y)}{\psi'_n(y_s)(y - y_s)}.$$

Ove agli mn valori z_{rs} s'aggiungano n nuovi valori $z_{m+1,s}$ s'ottiene un polinomio $f_{m+1,n}$ che può scriversi

$$f_{m+1,n} = \sum_{r=1}^{m} \sum_{s=1}^{n} \frac{x - x_{m+1}}{x_r - x_{m+1}} A_{rs}\, z_{rs} +$$

$$+ \sum_{s=1}^{n} \frac{\varphi_m(x)}{\varphi'_m(x_{m+1})} \; \frac{\psi_n(y)}{\psi'_n(y_s)(y - y_s)} z_{m+1,s}$$

$$= f_{mn} + \varphi_m(x) \sum_{r=1}^{m+1} \sum_{s=1}^{n} \frac{\psi_n(y)}{(y - y_s)\psi'(y_s)} \; \frac{z_{rs}}{\varphi'_{m+1}(x_r)}. \quad (1)$$

$$\Phi_n(x_r, y) = \sum_{s=1}^{n} \frac{\psi_n(y)}{(y - y_s)\psi'(y_s)} z_{rs}$$

è il polinomio di grado $n-1$ in y che negli n punti (x_r , y_s), $(s=1, \dots , n)$ assume gli n valori z_{rs}. E poichè come è noto

$$f(x_r , y) = \Phi_n(x_r , y) + \psi_n(y) [y\, y_1 \cdots y_n]_r ,$$

dove

$$[y\, y_1 \dots y_n]_r = \frac{f(x_r , y)}{\psi_n(y)} + \sum_{s=1}^{n} \frac{f(x_r , y_s)}{(y_s - y)\, \psi'_n(y_s)} ,$$

può scriversi

$$f_{m+1,\,n} = f_{mn} + \varphi_m(x) \sum_{r=1}^{m+1} \frac{\Phi_n(x_r , y)}{\varphi'_{m+1}(x_r)}$$

$$= f_{mn} + \varphi_m(x)\, [x_1 \dots x_{m+1}] - \varphi_m(x)\, \psi_n(y) \sum_{r=1}^{m+1} \frac{[y\, y_1 \dots y_n]_r}{\varphi'_{m+1}(x_r)} .$$

È, come sempre

$$[x_1 \dots x_{m+1}] = \sum_{r=1}^{m+1} \frac{f(x_r , y)}{(x_r - x)\, \varphi'_{m+1}(x_r)} .$$

Ad esprimere la somma doppia

$$\sum_{r=1}^{m+1} \frac{[y\, y_1 \dots y_n]_r}{\varphi'_{m+1}(x_r)} = \sum_{r=1}^{m+1} \frac{f(x_r , y)}{\varphi'_{m+1}(x_r)\, \psi_n(y)} +$$

$$+ \sum_{r=1}^{m+1} \sum_{s=1}^{n} \frac{f(x_r , y_s)}{\varphi'_{m+1}(x_r)\, (y_s - y)\, \psi'_n(y_s)}$$

estensione al caso di due variabili delle funzioni interpolari di una variabile colle quali normalmente si opera, introduciamo la notazione

$$[x_1 \dots x_{m+1} \,;\, y, y_1 \dots y_n] = [y\, y_1 \dots y_n \,;\, x_1 \dots x_{m+1}]$$

2. Ma otterremmo analogamente

$$f_{m,n+1} = f_{mn} + \psi_n(y)\, [y_1\, y_2 \dots y_{n+1}] -$$
$$- \varphi_m(x)\, \psi_n(y)\, [x\, x_1 \dots x_m \,;\, y_1 \dots y_{n+1}]$$

e pertanto anche

$$f_{m+1,n+1} = f_{mn} + \varphi_m(x)\, [x_1 \dots x_{m+1}] +$$
$$+ \psi_n(y)\, [y_1 \dots y_{n+1}] - \varphi_m(x)\, \psi_n(y)\, [x_1 \dots x_{m+1} \,;\, y\, y_1 \dots y_{n+1}] -$$
$$- \varphi_{m+1}(x)\, \psi_n(y)\, [x\, x_1 \dots x_{m+1} \,;\, y_1 \dots y_{n+1}] =$$
$$= f_{mn} + \varphi_m(x)\, [x_1 \dots x_{m+1}] + \psi_n(y)\, [y_1 \dots y_{n+1}] -$$
$$- \varphi_m(x)\, \psi_n(y)\, [x\, x_1 \dots x_m \,;\, y_1 \dots y_{n+1}] -$$
$$- \psi_{n+1}(y)\, \varphi_m(x)\, [x_1 \dots x_{m+1} \,;\, y\, y_1 \dots y_{n+1}].$$

Il punto (x_{m+1}, y_{n+1}) è un punto arbitrario del piano (x, y) e la differenza

$$f_{m+1,n+1}(x_{m+1}, y_{n+1}) - f_{mn}(x_{m+1}, y_{n+1}) =$$
$$= f(x_{m+1}, y_{n+1}) - f_{mn}(x_{m+1}, y_{n+1}) =$$
$$= \varphi(x_{m+1})[x_1 \dots x_{m+1}] + \psi(y_{n+1})[y_1 \dots y_{n+1}] -$$
$$- \varphi(x_{m+1})\psi(y_{n+1})[x_1 \dots x_{m+1}; y_1 \dots y_{n+1}]$$

esprime l'errore commesso quando si determina $f(x_{m+1}, y_{n+1})$ eguagliandolo a $f_{mn}(x_{m+1}, y_{n+1})$.

Ma se $f(x, y)$ possiede derivate parziali finite di ordine m rispetto ad x di ordine n rispetto ad y nel rettangolo $a \leq x \leq b$, $\alpha \leq y \leq \beta$, dove a e b denotano il minimo ed il massimo fra i valori $x_1 \dots x_{m+1}$, ed α e β il minimo ed il massimo fra i valori $y_1 y_2 \dots y_{n+1}$, può scriversi, come è noto

$$[x_1 \dots x_{m+1}] = \frac{1}{m!}\left(\frac{\partial^m f(x, y)}{\partial x^m}\right)_{x=\xi}, \quad a < \xi < b$$

$$[y_1 \dots y_{n+1}] = \frac{1}{n!}\left(\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial y^n}\right)_{x=\eta}, \quad \alpha < \eta < \beta.$$

È quindi anche

$$[x_1 \dots x_{m+1}; y_1 \dots y_{n+1}] = \frac{1}{\varphi'_{m+1}(x_1)} \sum_{s=1}^{n+1} \frac{f(x_1, y_s)}{\psi'_{n+1}(y_s)} + \dots +$$

$$+ \frac{1}{\varphi'_{m+1}(x_{m+1})} \sum_{s=1}^{n+1} \frac{f(x_{m+1}, y_s)}{\psi'_{n+1}(y_s)} =$$

$$= \frac{1}{n!} \sum_{r=1}^{m+1} \frac{1}{\varphi'_{m+1}(x_r)} \left(\frac{\partial^n f(x_r, y)}{\partial y^n}\right)_{y=\eta'_r}, \quad \alpha < \eta'_r < \beta.$$

Nel punto (x_r, η'_r) s'annulla la differenza fra le derivate parziali n-esime rispetto ad y della funzione $f(x_r, y)$ e del polinomio di grado n in y che nei punti (x_r, y_s) assume i valori z_{rs} $(s = 1, \dots n + 1)$. Se lo zero di una tale differenza è unico, ad un valore di x_r corrisponde un solo valore η'_r di y_r. Se la differenza considerata ha più punti zero appartenenti all'intervallo definito si ammette che η'_r sia uno ben determinati fra essi. In entrambi i casi ad un valore di x corrisponde un valore di η', funzione $\eta'(x)$ di x. Se

$$\left(\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial y^n}\right)_{y=\eta'(x)}$$

possiede una derivata finita di ordine n rispetto a x può dunque scriversi

$$m!\, n!\, [x_1 \dots x_{m+1}\,;\, y_1\, y_2 \dots y_{n+1}] =$$
$$= \left(\frac{d^m}{d x^m} \left(\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial y^n} \right)_{y=\eta'(x)} \right)_{x=\xi'} , \quad a < \xi' < b .$$

La formola di Lagrange può dunque finalmente scriversi, se si ammette che $f(x, y)$ soddisfi le condizioni supposte e si scriva x invece di x_{m+1}, y invece di y_{n+1}.

$$f(x, y) = f_{m,n}(x, y) + (x - x_1) \dots (x - x_n)\, [x\, x_1 \dots x_m] +$$
$$+ (y - y_1)(y - y_2) \dots (y - y_n)\, [y\, y_1 \dots y_n]$$
$$- (x - x_1) \dots (x - x_n)(y - y_1) \dots (y - y_n)\, [x\, x_1 \dots x_m\,;\, y\, y_1 \dots y_n] =$$
$$= f_{m,n}(x, y) + \frac{(x - x_1) \dots (x - x_m)}{m!} \left(\frac{\partial^m f(x, y)}{\partial x^m} \right)_{x=\xi} +$$
$$+ \frac{(y - y_1) \dots (y - y_n)}{n!} \left(\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial y^n} \right)_{y=\eta}$$
$$- \frac{(x - x_1) \dots (x - x_m)(y - y_1) \dots (y - y_n)}{m!\; n!} \left(\frac{d^m}{d x^m} \left(\frac{\partial^n f(x, y)}{\partial y^n} \right)_{y=\eta'(x)} \right)_{x=\xi'}$$

3. È forse superfluo osservare che, come nel caso di due variabili si è fondata la determinazione del resto su quello corrispondente ad una sola variabile, si potrà in modo del tutto analogo passare da p a $p + 1$ variabili indipendenti, qualunque sia p. E che la (1) (o le relazioni che la sostituiscono nel caso di un maggior numero di variabili) consente di estendere al caso di più variabili la nota formola di Newton-Gauss, specialmente utile pel calcolo numerico. Si ha infatti

$$f_{11} = z_{11}$$
$$f_{21} = z_{11} + (x - x_1) \left(\frac{z_{11}}{x_1 - x_2} + \frac{z_{12}}{x_2 - x_1} \right)$$
$$f_{22} = f_{21} + (y - y_1) \left(\frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \frac{z_{11}}{y_1 - y_2} + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \frac{z_{21}}{y_1 - y_2} + \right.$$
$$\left. + \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \frac{z_{12}}{y_2 - y_1} + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \frac{z_{22}}{y_2 - y_1} \right).$$

. . . .

Giugno 1925.

Per la morte
del S. C. senatore prof. FRANCESCO D'OVIDIO.

Discorsi pronunciati nell'adunanza del 26 nov. 1925

dal Presidente prof. LUIGI BERZOLARI
e dai MM. EE. senatore prof. MICHELE SCHERILLO,
proff. NICOLA ZINGARELLI e CARLO PASCAL.

Il Presidente dell'Istituto prof. LUIGI BERZOLARI, aperta la seduta, pronuncia le seguenti parole:

« Ho il vivo dolore di partecipare ai colleghi la morte, avvenuta ieri l'altro a Napoli, nell'età di 76 anni, di uno dei più eminenti tra i nostri cultori delle discipline letterarie, il senatore FRANCESCO D'OVIDIO, da circa mezzo secolo professore di storia comparata delle letterature neo-latine in quell'Università e Socio Corrispondente dell'Istituto dal 1895.

« Scrittore arguto e brillante, nel quale l'acume e la limpidezza del pensiero erano accompagnati e sorretti da una dottrina vasta e profonda, egli lascia ricordo duraturo dell'opera sua in numerosissime pubblicazioni, tra cui godono sopra tutte larga rinomanza quelle che si riferiscono agli studi su Dante, sul Petrarca, sul Manzoni, sul Tasso.

« Da vari anni per la salute malferma viveva alquanto appartato, ma non venne mai meno in ogni persona colta l'interesse per quanto egli andava consegnando alle stampe, come non mai si rallentarono i sentimenti di affetto e di ammirazione verso l'insigne Maestro nei cuori dei numerosi discepoli, da lui educati, con amore e sapienza, al culto operoso del vero e del bello.

« Propongo che l'Istituto mandi telegrammi di condoglianza alla famiglia e al fratello dell'Estinto, senatore Enrico, matematico illustre e decano dei nostri Soci Corrispondenti ».

L'Istituto approva unanime l'invio delle condoglianze alla famiglia e al fratello del compianto senatore prof. Francesco D'Ovidio.

*
* *

Il M. E. senatore prof. Michele Scherillo, chiesta e ottenuta la facoltà di parlare, così si esprime:

« Nel 1896, dedicando io a Francesco d'Ovidio un mio volume di Saggi sulla biografia di Dante, trascrivevo, dopo l'amato nome del maestro impareggiabile, queste parole d'una celebre lettera del Petrarca al Boccaccio: « Se dunque ai genitori dei nostri corpi noi dobbiamo tutto, se molto dobbiamo agli autori delle nostre fortune, che cosa non dovremo ai generatori e formatori del nostro ingegno? ». Esprimevo così, pudicamente, il profondo e vivo sentimento di gratitudine, di venerazione, di affetto che mi legava, già allora, all'uomo insigne di cui oggi lamentiamo, di cui piango oggi con accoramento filiale, la morte.

« Mi aveva indirizzato a lui, quando appena io avevo varcata la soglia dell'Università napoletana, nel novembre del 1878, un altro maestro venerando, Antonio Tari. M'ero inscritto alla Facoltà di Giurisprudenza, ma alla mia vocazione di giurista non credevano i professori della Facoltà letteraria, che mi vedevano frequentare con assiduità assai maggiore le loro lezioni. Un giorno, a proposito d'un mio scritterello sulla poesia vernacola partenopea comparso nel *Giornale Napoletano di filosofia e lettere* diretto da Francesco Fiorentino e Vittorio Imbriani, il Tari, mentre, come di consueto, lo accompagnavamo a casa dopo la lezione: — Tu dovresti, mi disse con quell'aria di bonomia paterna che ce lo rendeva così caro, tu dovresti seguire i corsi d'un giovane professore venuto qui da poco. Insegna filologia romanza e dialettologia, scienze nuove tra noi. Ha molto ingegno, vasta dottrina, grande desiderio di ben fare, ed ha già conquistata una bella fama, anche fuori d'Italia. Gli parlerò di te. — Quando, difatto, pochi giorni dopo, mi presentai al giovane e ispido professore, dagli occhiali d'oro e la barbetta bionda e ricciuta, già quasi calvo, il Tari gli aveva parlato; così che fui « con benigno riguardo » accolto nella ristrettissima brigatella degli studiosi studenti di filologia romanza, che si raccoglieva intorno a un tavolo ovale coperto d'un logoro tappeto

verde, nel tardo pomeriggio, in un'aula remota della ormai deserta e silente Università. Si era in una diecina. Ricordo, con rimpianto, Giacinto Romano e Francesco Colagrosso, i colleghi carissimi Enrico Coccia e Nicola Zingarelli, Erasmo Pèrcopo e Luigi Ruberto; e ricordo che l'anno prima c'erano stati Emidio Martini, Nicola Arnone, Michelangelo Schipa, Antonio Sogliano, Giuseppe Caroselli. Il maestro, quasi coetaneo di qualcuno tra noi, leggeva quell'anno *La Chanson de Roland*, e teneva un corso sugli antichi dialetti italici. Un giorno che ci aveva parlato dell'Osco, mi disse: — Perchè non fa lei una ricerca sulle origini della maschera di Pulcinella? — Mi ci misi, ed esposi poi il risultato delle mie indagini nella scuola. Fu il primo nòcciolo del volumetto che pubblicai di lì a qualche anno, dal Loescher di Torino, intorno alla *Commedia dell'arte in Italia*. Intanto, sempre esortato e consigliato da lui, lavoravo intensamente nel compilare quella storia letteraria dell'*Opera buffa napoletana*, che, presentata poi al concorso bandito dalla Reale Accademia di Archeologia, Lettere e Belle Arti di Napoli, fu giudicata degna del premio.

« Da allora io son vissuto costantemente, ininterrottamente, nella più simpatica, cordiale, intima famigliarità e comunione di spirito col maestro incomparabile, che alla solida e larga dottrina, all'acume critico lucido e penetrante, al signorile magistero e buon gusto dello scrittore, univa una incrollabile dirittura morale e una manzoniana bontà, scintillante di arguzie. Ho così potuto assistere, partecipare quotidianamente, per molti anni, alla fervida e varia operosità sua di critico, di filologo, d'insegnante. Ammalato gravemente d'occhi com'egli era, ho avuto la singolare fortuna di potergli, finchè i casi della mia vita me lo hanno consentito, prestare gli occhi e la mano mia, leggendogli i libri e gli articoli altrui, scrivendo sotto la sua dettatura i libri e gli articoli ch'egli veniva componendo. Che mirabile scuola non è stata quella per me! Nulla di più istruttivo, di più gradito, di più delizioso di quelle nostre discussioni, di quei colloqui, di quelle conversazioni, che trovavano poi la loro espressione e il loro naturale sfogo in quei suoi Saggi, così limpidi e profondi insieme, su Dante, sul Petrarca, sul Manzoni. Il forzato disuso degli occhi gli aveva ancor più affinata e rinvigorita la memoria, già gagliarda; così che gli riusciva di preparare, nelle ore di solitaria meditazione, e finire in ogni sua parte, un capitolo d'un libro o un articolo, e det-

tarlo poi tutto difilato. Attraverso a quella sua forma schietta, fluente, armoniosa,

> Quale per vetri trasparenti e tersi,
> Ovver per acque nitide e tranquille,

il suo pensiero, sempre stringatamente logico, trascorreva e guizzava luminoso.

« Sannita di nascita (era nato a Campobasso, di famiglia triventina, il 5 dicembre del 1849, sei anni dopo del fratello Enrico, l'illustre e vegeto matematico, già professore e rettore dell'Università piemontese e anch'egli senatore: *par nobile fratrum*), aveva compiuti a Napoli gli studi secondari, a Pisa (dove aveva conquistato un posto d'interno a quella Scuola Normale) gli universitari. Vi ebbe a maestri il Comparetti e il D'Ancona, compagni il Vitelli e il Rajna. Addottoratosi in lettere, fu mandato a insegnar latino e greco nel liceo « Galvani » di Bologna, poi, in principio del 1874, al « Parini » di Milano. Qui lo spingeva il desiderio ardente d'avvicinare l'Ascoli. E ne divenne intimo (« il D'Ovidio era per me », mi ebbe una volta a confidare il sommo glottologo, « come un figliuol di casa »), e collaborò assiduamente ed efficacemente al glorioso *Archivio glottologico*. Continuò e completò allora, sostituendo il povero Cesare Tamagni, morto nel giugno del '72, la *Storia della letteratura romana*, pel Vallardi; e venne scrivendo qualche articolo di critica letteraria o di didattica per la *Perseveranza* o pel *Corriere della Sera* di Eugenio Torelli Viollier. Caro e fuggitivo tempo giovanile questo trascorso nella metropoli lombarda, che il D'Ovidio ricordò poi sempre con inestinguibile nostalgia! Vi contrasse amicizie tenaci: col Torelli e il Landriani, con Carlo Giussani e Luigi Sailer, col Giacosa e Gaetano Negri, con Elia Lattes e Vigilio Inama, e più tardi con Francesco Brioschi e Giovanni Schiaparelli, con don Gino Visconti-Venosta e Arrigo Boito.

« Ma un giorno dell'inverno 1876, entrò, nè aspettato nè annunziato, nell'aula dove insegnava il giovane molisano, il Ministro dell'Istruzione pubblica, ch'era il Bonghi; il quale, dopo avere assistito alla lezione, chiamò in disparte il professore, e gli offerse, senz'altra formalità di concorso o di parere del Consiglio Superiore, una delle tre nuove cattedre di letterature romanze ch'egli intendeva d'istituire, a Roma, a Firenze, a Napoli. Il D'Ovidio prescelse quest'ultima, per ragioni fami-

liari (1). E v'è rimasto, nonostante gl'inviti e le lusinghe d'altre Università, fino allo scorso luglio, quando ha dovuto arrendersi egli pure alla inesorabile legge dei limiti d'età.

« Gli amici ed estimatori, dal corregionario e secolare Antonio Cardarelli ad Armando Diaz, dal solitario Giustino Fortunato a Ferdinando Martini (il quale ha inviato al fratello dell'estinto questo affettuoso telegramma: « Il ricordo di cinquanta anni di cordiale amicizia mi fa partecipe del suo dolore »), ad Antonio Salandra (legato a lui, come ha or ora telegrafato alla desolata famiglia, da « mezzo secolo di costante affettuosa stima, derivata dalla perfetta comunanza delle più alte idealità civili ») e a Vittorio Scialoia; i colleghi delle Università, dell'Accademia dei Lincei (ch'egli presiedette per lunghi anni), delle altre Accademie del Regno che lo annoverarono socio; i vecchi e nuovi discepoli, di cui tanti insegnano da cattedre universitarie, come il nostro Ulisse Gobbi, che lo ebbe maestro nel liceo « Parini », e il Formichi, il Goidanich, Carlo Pascal, Giovanni Patroni, Cesare de Lollis, Manfredi Porena, Nicola Scarano, Francesco de Simone Brouwer, Ramiro Ortiz, Francesco Cimmino, Guido della Valle, Enrico Sannia, il Fimiani, il Cortese, il Fossataro, il La Terza, il Paladino, Enrico Proto, Emanuele Ciafardini, a lui legato da un'affettuosa consuetudine quotidiana; gli venivano preparando degne onoranze. Prima fra tutte, la ristampa delle sue opere. Due volumi sono d'immi-

(1) Nel narrare questo episodio milanese mi sono affidato al ricordo di una lontana conversazione. Il RAJNA narra le cose diversamente (nel *Marzocco* del 6 dicembre 1925), e rimanda a quanto ebbe a dirne il D'Ovidio medesimo commemorando l'amico Monaci (*Rendiconti della R. Accad. dei Lincei*, seduta del 19 maggio 1918, pag. 177 ss.). « Il ministro Bonghi », egli disse, « col suo Regolamento della Facoltà di Lettere, aveva esteso a tutte le Università la cattedra di Letterature Neolatine, istituita due anni prima a Milano per il Rajna... Io, che mi trovavo colà a insegnar Greco e Latino in un Liceo, scrissi al segretario generale, Enrico Betti,... che mi volesse ricordare al Bonghi. E questi immediatamente mi fece offrire la nuova cattedra di Roma, unendo anzi alle Letterature le Lingue... Naturalmente accettai con entusiasmo... Ma il D'Ancona..., chiedendo me per Pisa, raccomandò al Betti il Monaci per Roma. Il Bonghi... si arrese subito, purchè però io non avessi a rimanere scontento. Con paterna bontà mi mise al fatto di tutto, e mi offerse anche Napoli; e io da Bologna gli telegrafai che ringraziavo ed accettavo ».

nente pubblicazione. Al loro ordinamento e alla revisione e correzione delle bozze ha voluto attendere egli stesso. Tentava così di distrarre la sua mente dal penoso spettacolo e dalla ingrata sensazione del progressivo e fatale deperimento delle sue energie fisiche. Gli è rimasta, ohimè, lucida la mente fino all'estremo; ma questa chiara coscienza della ineluttabile imminente sua fine non è certo valsa a rendergliene il pensiero meno angoscioso!

« Dopo qualche anno ch'era tornato a Napoli, il D'Ovidio pubblicò, nel 1878, un volume di *Saggi critici*, che sollevò appassionate discussioni. Noi giovani ne fummo entusiasti, e ce ne dichiarammo campioni. V'erano raccolti articoli diversi, la maggior parte già apparsi nelle nostre più autorevoli Riviste; ma la Prefazione, sotto la vellutata eleganza e il garbo manzoniano della forma, mal celava l'intento polemico. Vi si discorreva dell'« ideale della critica intera e perfetta »: un argomento di attualità scottante, mentre si combatteva, disordinata e incomposta, la vana e incruenta lotta tra la così detta scuola estetica, o napoletana, e la scuola storica, più specialmente pisana. Il D'Ovidio, napoletano per nascita e pisano per educazione, era in sospetto agli uni e agli altri. Ma egli entrò in lizza con simpatica baldanza. Ricordò l'arguta sentenza del Bonghi: « Se il genio senza pazienza fa vampa, e la pazienza senza genio ammucchia legna, non è se non dall'unione di quella con questo, che nasce la fiamma durevole, adatta a dissipare le tenebre della storia e della natura ». E proseguì: quell'ideale « non può esser che questo: che da un lato ogni fatto letterario, appreso o ricercato o scoperto, non resti un fatto bruto, non resti l'apprendimento o l'accertamento materiale di una pura notizia, ma sia inteso e spiegato, e riconosciuto in tutte le sue intime relazioni con lo spirito e con l'animo umano, che insomma il fatto non sia solo saputo, ma capito; e dall'altro lato, che il giudizio estetico, l'osservazione psicologica, il concetto sintetico, abbian la più larga base possibile di fatti e di nozioni positive, e risultino non tanto da una cotale intuizione o divinazione, la quale, se può esser felice e dar nel segno, può anche riuscire a meri abbagli, quanto da una meditazione prudente non meno che geniale, che si eserciti sopra una massa di fatti abbondante e piena ». Ma, soggiungeva, « questa critica intera, che da un lato ricerca e raccoglie il maggior numero di fatti letterari, e dall'altro sa spremerne il maggior succo

ideale, non è da tutti. Può la pazienza delle indagini non andar unita all'acume del giudizio e viceversa ». Sennonchè, « tra i puri indagatori di fatti letterari anche i mediocri sono utili: la notizia anche incompiuta d'un fatto anche modesto è pure una pietruzza apportata all'edifizio della storia... Ma di giudizi estetici mediocri, di osservazioni psicologiche meschine, di sintesi grette, che cosa ce n'abbiamo a fare? ».

« Nei vari articoli del ricco volume, diversi anche d'estensione e d'importanza, si riprendevano in esame recenti pubblicazioni concernenti l'Ariosto, il Leopardi, il Manzoni; si rilevavano i pregi e le manchevolezze dei libri di viaggio, allora in auge, del De Amicis; meglio ancora, si discuteva, con severità inusitata ma con ineccepibile serenità, del carattere, degli amori e delle sventure di Torquato Tasso; e si dissertava, con novità di metodo, del trattato dantesco *Della volgare eloquenza*, della metrica della canzone trecentesca, e del Contrasto di Cielo dal Camo. Di alcuni dei Saggi ospitati nel volume, *Fra Galdino*, *Lingua e dialetto*, *La lingua dei Promessi Sposi*, il D'Ovidio, ampliandoli e ritoccandoli, fece poi opportunamente un volumetto a parte, che ebbe fortuna, col titolo definitivo: *Le correzioni ai Promessi Sposi e la questione della lingua*. È un'analisi minuta, accuratissima, sagace, e un inventario completo delle differenze tra le due edizioni del Romanzo immortale; la quale è valsa a imporre finalmente silenzio alla uggiosa e annosa pretesa di certi puristi, ritardatari per quanto frettolosi, avere il Manzoni peggiorata, ritoccandola, l'opera sua.

« Al Manzoni, suo « scrittore prediletto, che è poi di quei grandissimi che si prestano a uno studio indefinito », il D'Ovidio, che ne sapeva a mente e a menadito tutto il Romanzo, consacrò in quel torno di tempo (1886) un altro e diverso volume, le *Discussioni Manzoniane* (Città di Castello, Lapi). Vi riordinò e coordinò i saggi e gli articoli ch'era venuto pubblicando in giornali e atti accademici in occasione della polemica destata dai nuovi programmi scolastici, che relegavano lo studio del Manzoni all'ultimo anno del liceo: presso che in soffitta, diremmo ora. Della eccessiva e inattesa severità si faceva, a torto, risalire l'ispirazione al Carducci. Che non tardò a scendere in lizza. Ve lo aveva preceduto, lo attese, e scambiò con lui qualche colpo di fioretto, il D'Ovidio: che dall'angusto campo scolastico sollevò il dibattito critico in aere più spirabile, così che questi suoi schizzi e bozzetti (*Il Manzoni nelle scuole*, *La religione la morale e il pessimismo nei Promessi*

Sposi, *Potenza fantastica del Manzoni e sua originalità*, i rapporti del Manzoni col Cervantes, con Walter Scott, con Carlo Porta, *Ha lasciato una scuola il Manzoni?*) sono veri piccoli capolavori. Più tardi ancora, nel 1908, la pubblicazione dei *Brani inediti* del Romanzo, esumati da Giovanni Sforza, diedero incitamento al critico di riavvicinarsi al grande lombardo; ed egli mise insieme quel magnifico volume di *Nuovi studii Manzoniani*, tra cui assorge la mesta e radiosa figura della Ermengarda. Fioriscono qui entro le più belle e suggestive e persuasive pagine ch' egli abbia mai scritte.

« L'altro supremo, costante, indomato amore del D' Ovidio è stato Dante. Nel nome di questo gran santo del suo e nostro calendario la sua parola è finita.

« Non mi sarebbe possibile, nonchè renderne conto, enumerare soltanto i soggetti da lui trattati a illustrazione del pensiero, dell' arte, della parola di Dante. Ricchissimo, esuberante, di osservazioni ingegnose, di ravvicinamenti suggestivi, di analisi squisite, d' inaspettate sintesi, il primo dei tre grossi volumi di *Studii sulla Divina Commedia*, edito dal Sandron nel 1901. Vi si lumeggiano con nuove investigazioni le figure di Sordello, di Ugolino, di Guido Montefeltrano, di Guido Cavalcanti; vi si riprendono in esame i gravi problemi della topografia morale dell' Inferno, della credenza di Dante circa la magia, della proprietà ecclesiastica secondo Dante, della apocrificità della lettera a Cangrande, della filosofia del linguaggio, dei debiti della *Commedia* verso l' *Eneide*; vi si discorre, con novità di vedute, delle tre fiere, dei rapporti di Dante con san Paolo e con Gregorio VII, dell' artificiosa sua riluttanza a far rimare il nome « Cristo » con altra parola. Il magnifico densissimo volume, fondamentale pei nostri studi, fu presto esaurito.

« Degli altri due, editi dall' Hoepli nel 1906 e nel 1907, l'uno è consacrato quasi per intero all' illustrazione storica estetica filologica degli episodi del Conte Ugolino, di Pier della Vigna, dei Simoniaci; l' altro, interamente al Purgatorio. Fondamentali essi pure, specialmente il secondo, e ugualmente esauriti.

« Sarebbero inoltre da ricordare qui le monografie di soggetto affine: quella, ad esempio, sul *Ritmo Cassinese*; l' analisi minutissima del Contrasto di Cielo dal Camo; i tanti e tanto notevoli saggi sul Canzoniere petrarchesco; e soprattutto lo stupendo dottissimo volume: *Versificazione italiana e arte poetica medioevale* (Hoepli, 1910), cui tennero dietro, nel 1920, gli *Studii sulla più antica versificazione francese*. Nè si do-

vrebbero lasciare in ombra i tanti e magistrali lavori di schietta linguistica e di dialettologia, tra cui quella *Grammatica storica della lingua e dei dialetti italiani*, che, pubblicata prima in tedesco nel *Grundriss der romanischen Philologie* del Groeber, è stata poi tradotta e ristampata in Italia (Hoepli, 1919, 2ª ediz.). Ma non potrei qui, anche volendo, « ritrar di tutti appieno » ; e conviene mi restringa a un' ultima, fugace menzione d' un volume di tutt' altro genere: i *Rimpianti*, editi dal Sandron nel 1903.

« Esso è dall'autore dedicato « alle sue figliuole e alla loro madre », ripetendo, con pudico riserbo, il dantesco « Poscia che tai tre donne benedette... ». E a questo verso, così eloquente nella sua stessa esitazione e reticenza, è accoppiato, in greco, un altro pur esso reticente, dell'*Edipo a Colono*. Chi non abbia sott' occhio il bellissimo passo sofocleo non potrà assaporare tutta la delicata e commossa tenerezza dell'accenno. Parla l'infelicissimo Edipo, errabondo e, si badi, cieco.

..... vo tutto dì ramingo
Accattando la vita. Oh se al mio fianco
Queste figlie amorose io non m'avessi,
Più non sarei...; ma salvo
M'han queste ognor, queste nudrici mie,
Queste non donne in sostener disagi.

« Il libro fu annunziato col titolo di *Ritratti di contemporanei*; e difatto, nella maggior parte, esso è costituito di saggi biografici, veri modelli del genere, concernenti il Bonghi, Silvio Spaventa, De Sanctis, Tommaseo, don Luigi Tosti, Vito Fornari, Achille Sannia (legato al D'Ovidio da un doppio vincolo di parentela), don Bartolommeo Capasso (il benemerito e amabilissimo presidente della Società Storica Napoletana, liberale a noi giovani della inesauribile sua conoscenza di biblioteche e d'archivi), Eugenio Torelli Viollier, Gaetano Negri, Luigi Sailer, il Caix, il Canello, il Tulelli, l'Amicarelli... Ma, prima ancora che vedesse la luce, mutò nome, specialmente in considerazione dell'altra materia aggiuntavi. Il volume « in effetto è, e non altro vuol essere », dichiara l'autore, « che una raccolta alla buona, di cose assai varie per mole, per assunto, per occasione; non tenute insieme da nessuno stretto legame, se non dalla comunanza dell'origine, che è l'accoramento per amici perduti, per virtù tramontate, per tempi migliori trascorsi, per mali presenti, per ansiosi timori sull'avvenire. V'è insomma

qui radunato tutto ciò che, o per spontaneo impeto, o per esortazione altrui confacente all'istinto mio, sono venuto finora scrivendo all'infuori degli studii letterarii propriamente detti, più a sfogo dell'animo che ad esercizio di riflessione e dottrina. È il libro del mio cuore, come potrebb'essere un volume di versi: magari brutti, s'intende ». — Si direbbe che qui il signorile umorista, il manzoniano per istinto e per educazione, si sia asciugata una furtiva lagrima indiscreta.

« Senatore del Regno dal 3 dicembre del 1905, il D'Ovidio fu assiduo ai lavori dell'alto consesso. Il suo stallo era attiguo a quello dell'amico del cuore e compagno d'armi Girolamo Vitelli. Benchè già gravemente afflitto dal male che doveva condurlo alla tomba, non volle mancare alla sessione del maggio 1923. Aveva promesso al discepolo prediletto, rimastogli fra tante vicende filialmente devoto, di accompagnarlo nell'aula senatoria e di fargli da padrino al giuramento. Si celebrava allora il cinquantennio dalla morte del Manzoni, e i colleghi gli si strinsero intorno perchè volesse lui, come il più degno di farlo, esprimere l'unanime adesione del Senato alla commemorazione nazionale, promossa da questo nostro Istituto. Fu l'ultima volta che il maestro venerato e sapiente fè risonare la bella sua voce armoniosa e squillante nell'aula austera di Palazzo Madama. E le sue parole, che fusero in un solenne inno di gloria Dante e Manzoni, Firenze e Milano, parvero allora, e più paiono ora, il degno epilogo d'una così degna e così nobile vita. « Quando, or son più che quarant'anni », egli disse, « io proclamai essere la grandezza di Alessandro Manzoni pari, o poco men che pari, a quella di Dante Alighieri, non avevo che tre soli maestri alla cui autorità appoggiare, occorrendo, la mia modesta parola: Gioberti, Bonghi, De Sanctis.... Ma oramai quella che era la sentenza di tre o quattro critici e l'intimo sentimento di alcuni lettori, è credenza, si può dire, universale. Quella fede di cui si può chiedere, riferendosi a quei tempi lontani, *dov'eri mai? qual angolo ti raccoglica nascente?*, è divenuta oggi quella *fede che vince ogni errore*. Sì, Alessandro Manzoni, pure in una letteratura così ricca e così luminosa come la nostra, è in certa maniera unico dopo Dante, e con lui costituisce come un duplice picco di una montagna gigantesca, al cui paragone tutte le altre sono colline, sian pure alte o altissime. E Milano è così l'unica città della nostra *cara Italia* che possa competere, sotto il

rispetto della creazione letteraria, con quella di Firenze, che fu l'alma madre, come di ogni altra arte, così dell'arte della parola. E questa più o meno parità dello scrittore lombardo al fiorentino nasce non solo dalla straordinaria potenza del creator suo spirito, ma dalla profondità del sentimento, dalla magnanimità delle passioni, dalla sincerità dei convincimenti, dall'ardore della fede, dall'amore fervidissimo al bene e ai buoni, dalla smaniosa brama della giustizia, dalla tenerezza infinita per la patria: nelle quali cose i due sono uguali, anche dove sono superficialmente dissimili ».

Alla fugace rievocazione dell'uomo insigne e del maestro amatissimo mi si consenta porre termine con queste sue alate parole. Non mi regge l'animo d'aggiungerne altre di mio;

« ch'or mi diletta
Troppo di pianger più che di parlare ».

* * *

Il M. E. prof. Nicola Zingarelli aggiunge:

« Non ho preparato una commemorazione di Francesco D'Ovidio, perchè non dubitavo che altri, cioè il collega Scherillo, avrebbe meglio di me onorato qui la memoria dell'amato Maestro. Che cosa io senta per lui, quanti ricordi di aiuti, consigli, esortazioni, quanta riconoscenza, quanti obblighi, non dirò, perchè sono cose che si riferiscono soltanto a me. Basti che io dichiari di non sapere, e di non riuscire a vedere, che cosa sarebbe stato di me senza la sua guida. Dove sarei andato a finire tra il greco e il sanscrito? Ciò che invece interessa è quanto bene egli abbia fatto alla scuola e agli studi con l'insegnamento, le sue opere, l'esempio per oltre mezzo secolo. Il D'Ovidio era un maestro che ai grandi pregi di dottrina e assiduità e alacrità e amore gelosissimo della scienza da lui professata, univa una qualità singolarissima, di render chiaro quello che diceva e pensava, sicchè non lasciava un argomento senza essersi assicurato, quasi leggendo negli occhi degli uditori, di esser riuscito a far la luce, e a spiegarsi compiutamente. Così i giovani venendo subito in possesso dello stato delle conoscenze e di tutti i dati e le ragioni, erano posti in grado di giudicare e trattare essi medesimi. Insieme con l'« avere inteso » si univa il « ritenere ». E si formava in essi un abito dialettico dovidiano, tanto che nella loro mente le questioni

si ponevano e trattavano secondo il suo stile; e chi non aveva la forza del raziocinio, si rimaneva con le arguzie, i paragoni, le mosse, in cui egli era terribile maestro.

« Nel fiore più bello degli anni suoi egli dette opera specialmente agli studi di linguistica. Era un glottologo nato. È vero che giovanissimo mostrava la stessa versatilità e curiosità per le questioni letterarie più vive, che poi dovevano occupare tutta la sua vita, quando il leggere e lo scrivere senza aiuti gli erano impediti. Anzi la sua dissertazione di laurea era stata su Torquato Tasso. Ma accanto ad essa, la tesi di diploma normale, sull'origine dell'unica forma flessionale del nome italiano, stampata il 1872, lo rese subito noto fra tutti i cultori di lingue romanze. Difendeva una tesi che gli era particolarmente cara, che cioè l'unica forma suddetta non provenisse, come dimostrò Federico Diez, dal caso accusativo latino del nome, ma, a dirla in breve, dall'esito di tutti i casi, che foneticamente mettevano capo ad una forma sola. Sicchè se egli seguitava poi a scrivere articoli di critica letteraria, sembrava che fosse un riposo e un diletto di quel potente ingegno, il quale era fatto per più dure ricerche, per cercare cioè le leggi che governano le lingue, antiche e moderne. I *Cenni bibliografici* pubblicati a Milano nel '75, quelli nella *Rivista di filologia e istruzione classica*, voll. VIII e X, sono su opere glottologiche, dello Schroeder, del Delbrück. E pregiato e amato da G. I. Ascoli a Milano, nell'*Archivio glottologico* pubblicò lo studio sul *De Vulgari Eloquentia* di Dante, II, 1876, sul dialetto di Campobasso, IV, 1878, le *Ricerche sui pronomi personali e possessivi*, VIII, 1880, attendendo alla delicata compilazione degl' Indici; e a Milano dai Dumolard la traduzione del libro del Whitney, *La vita e lo sviluppo del linguaggio*, che alla severa dottrina delle leggi fonetiche portava il temperamento di altri fattori. Nel *Giornale di filologia romanza* intanto, uno studio sul vocalismo italiano, '78, un altro sul *perfetto debole*, '79. Così appunto in quelle ricerche sui pronomi egli mostrò il potere della posizione della parola nel discorso sulle sue sorti, e quello della analogia. Anche di allora sono *I riflessi di viginti, triginti*, ecc. nella *Zeitschrift* del Groeber. E poichè per l'insegnamento delle lingue e letterature neolatine non vi erano libri da noi, egli iniziò la pubblicazione di *Manualetti d'introduzione agli studi neolatini*, con Ernesto Monaci; ma si faceva la parte del leone, perchè la trattazione linguistica prendeva quasi tutta per sè; uscirono lo *spa-*

gnolo nel '79 a Napoli, il *portoghese* nell' '81 a Imola: e se fu aureo il primo, quest'ultimo fu un vero gioiello. Allora, anche nel *Giornale di filologia romanza*, la *Storia di alcuni participi*, e nella *Romania*, del 1877, le *Voci italiane che raddoppiano una consonante prima della vocale accentata*. L'opera d'insieme doveva essere la grammatica italiana per il *Grundriss* del Groeber; ma egli trattò soltanto le vocali accentate, parte che fu pubblicata in tedesco, 1888, e i lettori italiani conoscono nella *Grammatica storica*, che ora, col suo nome e quello di Guglielmo Meyer Lübke, è tradotta da G. M. Bartoli. Leggendo quella piccola parte io non potevo dominare la commozione; tante faville quel grande intelletto faceva sprizzare dai fatti linguistici, che egli possedeva da gran signore.

« In seguito gli studi letterari lo hanno sempre più occupato; ma basta ricordare gli scritti che intanto ha sempre dedicato alla dialettologia e alla glottologia in generale, per vedere come fosse sempre vivo il suo interesse per questo campo. Notevole nel 1902 una memoria accademica, *Reliquie probabili o possibili degli antichi dialetti italici*, che mi ricordarono un memorabile corso di lezioni, nelle quali ricercava quanto di osco, umbro, sabellico, oltre al celtico, affiorasse ancora nei moderni dialetti; e persino si avventurava tra l'etrusco e il messapico. Ed ecco qui un fascio di etimologie: *Postille sui nomi locali*, nei *Rendiconti dei Lincei*, '94: *Talento*, negli *Atti* della R. Accademia di Napoli, '97; *Il Giurì e il Vocabolario*, '99; *Note etimologiche*, '99; *Un'etimologia francese* ('par coeur'); *Due noterelle etimologiche*, 1911 ('svelto', 'attitudine'); il *Ritmo Cassinese*, negli *Studi romanzi* del Monaci, '12; nè è da tacere il *Glossario al poema del Cid*, 1904 (2ª ed. '11), nei fascicoletti neolatini dello stesso Monaci. Al qual proposito bisogna dire che l'amicizia sua col benemerito collega dell'Università di Roma riuscì di un grande beneficio agli studi, e fu delle più costanti e cordiali.

« Ma dei più tardi anni appunto, 1920, è una memoria accademica degna di particolare menzione, *Studii sulla più antica versificazione francese*, di grande interesse per gli studi neolatini, nella quale rincalza e dimostra le idee manifestate in una celebre monografia sull'origine dei versi italiani. Al verso nelle varie letterature, e specialmente all'endecasillabo, si assegnavano origini misteriose, persino celtiche e germaniche; e chi più semplicemente rimontava al latino, non riusciva mai

a infondere una ferma persuasione. Ebbene il D'Ovidio volle mostrare come il decasillabo nella più antica forma della letteratura francese, la cantilena di Sant'Eulalia, venisse semplicemente da un ricalco sul verso latino della sequenza donde la stessa cantilena è presa. E un medesimo procedimento trovava negli altri più antichi monumenti letterari. Noi assistiamo così alla formazione del verso novello per studio individuale sul verso latino medioevale di composizione ritmica; e vediamo così ricomposta quella tradizione d'arte con la poesia medioevale ingiustamente ed erroneamente trascurata e rotta. Più si indaga sulle origini della lingua, delle forme letterarie, della metrica neolatina, più si trova della nobile tradizione, proprio come avviene delle forme stesse della civiltà nelle nazioni che facevano parte del meraviglioso Impero.

« Così il D'Ovidio ci ammonisce che la filologia romanza va coltivata con una larga e sicura preparazione nella classica; perchè lingue e letterature non sono novelle inconscie formazioni di nazioni assolutamente nuove, da uno stadio primitivo di rozzezza, ma germogli poderosi di uno stesso tronco, espressioni di un grande risveglio, e di un rinnovamento vittorioso sulla barbarie degli invasori.

« La nostra mente si ferma con profonda riverenza sulla vita ora spenta e scomparsa; e vede un gran vuoto; e impara ancora ad amare il sapere e il lavoro; poichè egli quando più le forze non si prestavano, e pativa, e si sfiniva nella insufficienza dell'alimentazione, e non aveva quasi più voce, e il senso viveva soltanto nell'udito e nel cervello, voleva sentire leggere i libri nuovi, e dettava articoli critici dove ancora lampeggiava l'ingegno suo luminoso ».

***

Il M. E. prof. Carlo Pascal dice:

« Dopo le parole dei tre illustri uomini che mi hanno preceduto, sarebbe forse superfluo aggiungere altro. Ma il mio collega insigne Giovanni Patroni, che negli anni lontani della giovinezza fu, insieme con me, discepolo del D'Ovidio, mi incita a parlare, quasi a consacrazione dei comuni affetti e dei comuni ricordi. La mia sarà dunque la parola dell'alunno devoto, che ricorda con venerazione il Maestro, onde gli vennero per tutta la vita forti ispirazioni ed austeri esempi di lavoro inde-

fesso. Noi amavamo Francesco D'Ovidio per tutto quel che vi era di lucido e di perspicuo in ogni frutto della intelligenza sua, per tutto quel che vi era di tenero e di gentile in ogni parola amica che gli venisse dal cuore. La dote della chiarezza rese preclara ogni opera sua, e alla chiarezza delle idee andava compagna la nitidezza della forma: una bella prosa italiana, tersa, di una purezza classica ed insieme di una spigliatezza briosa, che avvinceva subito il lettore: una prosa qua e là infiorata di arguzie, di aneddoti, talora di motti faceti, fatti cadere a tempo opportuno, e che appunto per questo, piuttosto che sviare la mente del lettore, conferivano luce alla materia trattata. Anche se in principio il lettore, a giudicare da qualche titolo di soggetto troppo astruso, provava qualche riluttanza ad inoltrarsi col valente critico nello studio della sua trattazione, pure, se egli riusciva a vincere quel primo senso, si trovava conquiso da quella forza e da quella finezza di ragionamento, che sapeva rilevare lati nuovi di una questione e far notare aspetti, che prima erano affatto sfuggiti all'attenzione, e dare insomma facilità ed attrattiva anche alle materie più aride. Tutta questa virtù di espositore e di critico proveniva certo al D'Ovidio dalla severa educazione classica, cui egli aveva educato la sua mente fin dall'adolescenza; educazione temprata poi in lui e raffinata e resa più amabile dalla semplicità bonaria ed arguta, che gli proveniva dal lungo studio del Manzoni.

Anche negli studi classici il D'Ovidio lasciò tracce insigni del suo sapere e del suo valore critico: alcuni suoi lavori sopra poeti latini, qualche edizione di scrittori antichi, gli studî sulle tracce superstiti delle antiche lingue italiche nella lingua e nei dialetti moderni, sono documenti cospicui, e taluno non perituro. E a difendere appunto gli studî classici egli venne quì a Milano, più di una quindicina d'anni fa, per prender parte ad un Congresso memorabile della Società « Atene e Roma », congresso del quale egli diresse le sedute: le diresse col garbo consueto, con la fermezza di un convinto assertore, e con l'anima tutta tesa verso il suo nobile ideale della reviviscenza del pensiero e dell'arte antica. In quella occasione egli volle anche pagare il suo tributo di affetto a questa città nobilissima, ove nella prima giovinezza aveva vissuto ed insegnato, e vi parlò del più popolare de' suoi poeti, di Carlo Porta; ne parlò, egli, molisano, con acuta penetrazione di tutto ciò che costituisce, nelle sue memorie, ne' suoi costumi, ne' suoi affetti, l'anima milanese.

« Ma una parte del D'Ovidio è perita per sempre con lui: niuno potrà più darci il piacere di quelle sue conversazioni intime, affabili, discrete, in un circolo di amici fidati: si pendeva dalla sua bocca, dalla quale fluivano i motti faceti, le sentenze acute, i ricordi cari, le parole di buon senso: talvolta la voce si abbassava, come per confidare qualche cosa di più segreto o di più scabroso, tal' altra si elevava e si coloriva, mentre le labbra si increspavano lievemente a un sorriso: tutto un gioco di tinte, di mezze tinte, di chiaroscuri, di ombre, di luci: un magistero insomma di arte, anche in una conversazione privata.

« Tutto questo, colleghi cari, noi abbiamo perduto per sempre.

« Con l'angoscia nell'anima io mando un saluto reverente e commosso alla memoria del Maestro grande, del letterato insigne, del cittadino integerrimo, del nobile lavoratore, che ha compiuto la sua giornata ».

SULLA SERIE DI LAGRANGE.

Nota del prof. Ugo Broggi

(Adunanza del 3 dicembre 1925)

1. — All'apparente analogia dei ragionamenti che consentono di dedurre dalla teoria dei residui le condizioni per la validità degli sviluppi in serie di Taylor ed in serie di Lagrange (sviluppo in serie di Taylor di funzioni definite implicitamente da equazioni di una forma particolare), ed alla circostanza che i resultati a cui si giunge applicando il teorema di validità concernente la serie di Lagrange agli esempi particolari sino ad ora studiati coincidono coi resultati ottenibili con altri mezzi, si deve assai probabilmente che quest'ultimo teorema sia stato accettato come definitivo nella forma che ad esso fu data da Hermite, quantunque non possa darci che condizioni sufficienti per la validità dello sviluppo.

È noto, in ciò che esso ha di essenziale, il ragionamento di Hermite.

$f(z)$ e $\varphi(z)$ siano funzioni olomorfe in un certo campo D, al quale appartiene il punto a, x sia un parametro, C una circonferenza di centro a e di raggio r appartenente a D, e tale che si abbia per ogni suo punto

$$|x f(z)| < |z - a| \tag{1}$$

L'equazione

$$F(z) = z - a - x f(z) = 0$$

ha una sola radice ζ contenuta in C ed è

$$\frac{\varphi(\zeta)}{F'(\zeta)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{(C)} \frac{\varphi(z)\, dz}{z - a - x f(z)}$$

il residuo nel polo ζ della funzione $\frac{\varphi(z)}{F(z)}$. (supposto $\varphi(\zeta) \neq 0$).

Ed è pure

$$\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{(C)}\frac{\varphi(z)\,dz}{z-a-xf(z)}=J_0+J_1x+J_2x^2+\ldots+J_px^p+R_{p+1}$$

dove

$$J_p=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{(C)}\frac{\varphi(z)\,[f(z)]^p\,dz}{(z-a)^{p+1}}=\frac{1}{p!}\,\frac{d^p}{da^p}\,[(f(a))^p\,\varphi(a)]$$

$$R_{p+1}=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{(C)}\frac{\varphi(z)}{z-a-xf(z)}\left[\frac{x\,f(z)}{z-a}\right]^{p+1}dz$$

$$(p=0,1,\ldots.)$$

mentre, se vale la (1)

$$\lim_{p\to\infty}|R_{p+1}|=0.$$

Ma, come si dimostrerà con un esempio, la serie

$$J_0+J_1x+\ldots. \tag{2}$$

può convergere, ed avere il valore $\frac{\varphi(\zeta)}{F'(\zeta)}$ anche se la (1) cessa di essere valida in ogni punto di C.

Si comprende infatti come la divergenza degli integrali $\int\limits_{(C)}\frac{\varphi(z)\,dz}{z-a-xf(z)}$ e R_{p+1} non implichi quella della serie (2) o il non valere della relazione

$$\frac{\varphi(\zeta)}{F'(\zeta)}=J_0+J_1x+\ldots.$$

che, ove si supponga $\varphi(z)=z\,[1-x\,f'(z)]$, può scriversi

$$\zeta=J_0+J_1x+\ldots. \tag{3}$$

2. n sia intero e maggiore di 1, e si abbia $0<x<1$, $0<a\leq 1-x$,

$$F(z)=z-a-x\,z^n=0 \tag{4}$$

La (1) è soddisfatta, e la (3) sussiste, se $r=x<1-a$. Ove sia invece $x=1-a$ si ha nel punto $z=1$

$$|x\,f(z)|=|z-a|.$$

Ma poichè le radici di una equazione algebrica sono funzioni continue dei coefficienti di questa (*), per un noto teorema di Abel varrà la (3) anche per $x = 1 - a$, ove la serie

$$J_0 + J_1 (1 - a) + J_2 (1 - a)^2 + \dots \quad (5)$$

converga.

3. Rappresenti $\overset{k}{\underset{p}{S}} \gamma_r$ la somma di tutti i prodotti analoghi a $\gamma_{r_1} \gamma_{r_2} \dots \gamma_{r_k}$ essendo $r_1\, r_2 \dots r_k$ numeri interi positivi uguali o disuguali aventi per somma p, e sia

$$\overset{k}{\underset{p}{S}} \gamma_r = 0 \text{ se } k > p$$

Ove si ponga

$$(1 + \gamma_1 x + \dots)^n = 1 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots$$

è anche, qualunque sia n

$$\beta_p = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \overset{k}{\underset{p}{S}} \gamma_r \quad (1)$$

Per la (4) è dunque anche, se

$$a_0 = a, \ \zeta = a_0 + a_1 x + \dots,$$

$$a + a_1 x + \dots = a + x (a + a_1 x + \dots)^n$$

$$a_{p+1} = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} \overset{k}{\underset{p}{S}} a_r$$

e poichè n è intero e > 1 ed $a > 0$

$$a_p > 0.$$

(*) Si vede subito che l'equazione

$$x z^n - z + a = 0$$

ha una radice appartenente all'intervallo

$$\left(a, \frac{1}{(n z)^{\frac{1}{n-1}}}\right), \ 0 < x \leq 1 - a).$$

Ciò basta a dimostrare la convergenza della serie

$$a + a_1(1 - a) + a_2(1 - a)^2 + \ldots.$$

che evidentemente non è se non

$$J_0 + J_1(1 - a) + J_2(1 - a)^2 + \ldots. \qquad (5)$$

Ove la (5) fosse divergente si potrebbe indicare un p grande così che

$$J_0 + J_1(1 - a) + \ldots + J_p(1 - a)^p > M + 1$$

dove $M > 0$ ed arbitrario. E potrebbe prendersi δ piccolo per modo che

$$J_0 + J_1(1 - a - \delta) + \ldots. + J_p(1 - a - \delta)^p > M$$

contro il teorema di Hermite.

Settembre 1925.

---

(1) La notazione $\mathop{S}\limits_p^k \gamma_r$ é del Cesaro (*Corso di Analisi Algebrica*, pag. 261), che però non l' usa per esprimere i coefficenti di una serie di potenze potenza di un'altra. Ciò spiega che egli ottenga per altro cammino (l. c., pag. 408) le relazioni

$$B_p = p!\sum_{k=1}^{p}(-1)^{k+p}\mathop{S}\limits_p^k\frac{1}{(r+1)!}\ ;\ E_{2p} = (2p)!\sum_{k=1}^{p}(-1)^p\mathop{S}\limits_p^k\frac{1}{(2r)!}$$

concernenti i numeri di Bernoulli e di Eulero, conseguenze immediate entrambe delle uguaglianze

$$\frac{x}{e^x - 1} = \sum_{r=0}^{\infty}\frac{B_r}{r!}x^r\ ;\ \frac{1}{\cos x} = \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^r\frac{E_{2r}}{(2r)!}x^{2r}$$

che li definiscono.

SULLA ETIOPATOGENESI
DELLA MALATTIA DI DUPUYTREN.

Nota del M. E. prof. L. Devoto

(Adunanza del 28 maggio 1925)

Una prima impressione che abbia ad essere meno opportuno parlare in questa sede di una malattia assai conosciuta, e di portata relativamente modesta, forse si cancella quando si riflette:

1°) che la malattia di Dupuytren si va sensibilmente diffondendo;

2°) che i metodi per il suo trattamento chirurgico vanno aumentando di numero — fino ad ieri erano 10 —, oggi, col metodo di Gombault sono 11.

3°) che nelle prospettive delle assicurazioni sociali si vanno affacciando i diritti di questa forma morbosa a risarcimenti o compensi quando si presenta in lavoratori, ed inoltre, che oggi si va generalmente ammettendo, che, nei casi di riconoscimento tempestivo della malattia ossia nelle sue prime fasi, si arriva, con cure mediche, ad ottenere la guarigione o l'arresto del processo. Ed a questa ammissione, lo dico subito, io mi associo per l'esperienza da me fatta nella Clinica che dirigo.

Per queste circostanze ed anche per il fatto che si sono presentati alla osservazione della Clinica del Lavoro 6 casi di malattia di Dupuytren, nei quali il fatto locale era fiancheggiato da una condizione individuale diversa da un caso all'altro, ho creduto di richiamare l'attenzione su di punto particolare della definizione diagnostica dei colpiti da retrazione dell'aponeurosi palmare, e che è questo: che la etiologia è varia e non unica, perocchè colla tendenza, oggi dominante, per la quale la malattia di Dupuytren si ritiene come una trofoneurosi quasi sempre congenita od a carattere ereditario, si escluderebbe dal capitolo del Dupuytren un grandissimo numero di casi, quelli nei quali manca e la lesione nervosa centrale

ed il carattere ereditario. Ora se si pensa che vi sono alterazioni classiche magistrali di casi in cui, come è occorso ad Alberico Testi, si dimostrano lesioni della sostanza grigia del midollo spinale a carattere siringomielico, e che si dà la singolare condizione di una famiglia inglese in cui da oltre 300 anni la malattia di Dupuytren si presenta di padre in figlio, ed oggi vive ancora un genitore, circa sessantenne, con due figli, tutti e tre colpiti, si può comprendere il richiamo suggestivo di questi studi e di questi precedenti atavici; però è da rilevare che essi non sono sufficienti o a creare quadri multipli di malattia di Dupuytren aggettivata o a trascurare tutta l'altra casistica più semplice, che per numero è assai rilevante: quindi patologia centrale, patologia ereditaria, ma patologia periferica e non ereditata. Anche questo stato di cose merita un chiarimento sul terreno della realtà ed io riassumerò in brevi e succinti periodi, nei quali oggi si è autorizzati a ridurre la situazione della malattia di Dupuytren nei suoi più conosciuti rapporti causali, rappporti che, secondo me, si devono all'atto pratico definire nettamente nei singoli colpiti, per arrivare più facilmente colla terapia più razionale, e quindi efficente, a far risalire i pazienti, su quegli stessi gradini per cui sono discesi man mano che si sono andate accentuando le alterazioni.

Premesso che si devono con diligenza studiare e scartare i casi di retrazioni tendinee della mano, che non hanno nulla di comune colla retrazione aponevrotica di Dupuytren, si deve constatare che i casi di malattia di Dupuytren con lesione del sistema nervoso centrale a carattere siringomielico sono rarissimi, e forse è più giusto definirli casi di siringomielia con retrazione dell'aponeurosi che viceversa. Peraltro per spiegare o comprendere le alterazioni bilaterali delle aponeurosi palmari non è indispensabile una vera e propria alterazione anatomica, concentrantesi nel sistema nervoso, come lo insegna la patologia del ricambio materiale che offre appunto manifestazioni circoscritte e diffuse (uricemia, diabete).

L'eredità, a parte le vicende clamorose di alcune famiglie, figura solo in una piccola parte degli individui colpiti da malattia di Dupuytren; però attualmente ho in Clinica un operaio meccanico con alterazione dell'aponeurosi palmare e plantare; ed il processo, limitato alle mani, si ripete in un suo figliolo di anni 19 ed in una figlia di anni 17, come era preceduto in forma assai modesta nella madre dell'operaio. Se in alcune famiglie l'eredità può essere intesa come una eredità neuro-

artritica, è palese che questo rapporto non è da applicarsi a famiglie proletarie in cui mancano gli elementi basali dell'artritismo.

Neanche il fattore meccanico, locale o professionale che ricorre in non pochi individui, ed in questi merita di essere apprezzato colla dovuta circospezione, non vuol essere ritenuto elemento prevalentissimo, indispensabile od assoluto per la comprensione della malattia, tanto è vero che vi sono anche tra i lavoratori del braccio casi di Dupuytren in cui non si registrano prestazioni manuali notevoli e tanto meno traumatismi. In uno dei nostri pazienti la malattia si sarebbe presentata 10 anni dopo l'abbandono del lavoro manuale; in un altro (impiegato) la malattia viene fatta dipendere dalla penetrazione della punta di un pennino nel palmo della mano.

Ma conviene rivolgersi anche ad alcune categorie professionali in cui il lavoro manuale è intenso. Vi hanno mestieri in cui la palma della mano è sottoposta ad una notevole attività ed usura, come nei decoratori, verniciatori, lucidatori, incisori ecc. e la retrazione dell'aponeurosi appare in misura eccezionalmente rara, ed in altri operai: nei gelatieri, ad esempio, che sono sottoposti ad influenze termiche e meccaniche, ed anche in altri lavoratori con esercizio prolungato della mano che si traumatizza, non si osserva che di rado; nelle donne, addette alla preparazione delle stuoie, delle sporte, nelle quali si hanno traumatismi frequenti della superficie palmare con una moltitudine di cicatrici (il Ferrarrini ebbe in qualche caso a contarne oltre 30) non si è osservato alcun caso; e nemmeno negli operai che si servono del martello pneumatico, studiati da Edsall, venne riscontrata la comparsa della malattia di Dupuytren.

Un medico condotto dell'alto piacentino, che ho avuto mezzo di vedere ripetutamente, attribuiva la grave retrazione dell'aponeurosi palmare da cui era affetto alla tenuta delle redini dei suoi cavalli nei lunghi e defatiganti servizi.

Vi hanno inoltre individui nei quali, in mancanza dell'intenso strapazzo locale, figurano malattie a carattere costituzionale (uricemia, diabete, polisarcia) od altre forme morbose (nefriti ecc.). Presso uno dei nostri casi, una ragazza, la preparazione del processo locale coincide collo sviluppo di manifestazioni Basedoviane.

Davanti a tutta questa mobilità o volubilità di contingenze che potrebbero rendere scettici a proposito di una correlazione tra il fatto locale e le vicende extralocali vuol essere consi-

derato: che la aponeurosi palmare ha una parte veramente notevole e complessa nell'attitudine, nel funzionamento e protezione della mano; assicura la normale configurazione della mano, si oppone alle forze e agli sforzi che tendono a disgiungere gli elementi che essa deve mantenere affiatati e congiunti: attutisce traumi, colla sua tensione permanente protegge la circolazione sanguigna e linfatica sottostante, è esposta anche a trazioni in senso diverso, longitudinali in quanto è la continuazione del muscolo piccolo palmare, è ponte, è tetto elastico.

Se vi sono categorie di operai in cui i più disparati traumatismi non valgono a stimolare questo tessuto connettivo e compatto, e a retrarsi, ve ne sono altri in cui la retrazione avviene con pochi o punto di stimoli locali, ma diverse ed avverse condizioni generali (stati umorali) sono entrati in giuoco; epperciò si devono questi contributi positivi e negativi delle osservazioni, derivabili dal campo dei lavoratori, far valere per crescere credito ad un'opinione intermedia che cioè la aponeurosi palmare e plantare in taluni individui è disposta per condizioni sue congenite od acquisite, o per condizioni acquisite dell'organismo, a risentire, in misura più alta le conseguenze del suo quotidiano travaglio, e quindi a rispondere in quella sola maniera con cui il connettivo reagisce, ossia retraendosi.

E la conseguenza pratica di tutto ciò sta quí:

In questo incontro di svariati rapporti locali e generali, o strettamente locali da cui nasce la malattia di Dupuytren è necessario che il medico sappia intervenire, per un riconoscimento tempestivo, non solo del processo, ma, io aggiungo, delle diverse cause cooperanti che vogliono essere eliminate, per far cedere l'edifizio morboso che va sorgendo; se, esso medico, arriva in ritardo, potrà tentare la cura secondo i rilievi fatti, ma il successo sarà sempre limitato, mentre resteranno, specie per il campo operaio, gli interventi chirurgici, che danno risultati veramente duraturi e brillanti. Ma è anche da ricordare che presso gl'ispettorati od uffici del lavoro, colla ispezione alla mano dei fanciulli, che richiedono il rilascio del libretto, o degli operai che sottostanno a visite di revisione, si farà sempre cosa utile ai fini delle più illuminate e più provvide prevenzioni.

LA DIFFUSIONE DELLA LUCE IN UN MEZZO SOTTOPOSTO AD UN CAMPO ELETTRICO O MAGNETICO COSTANTE.

Nota di A. PONTREMOLI e GL. DE MOTTONI.

(Adunanza del 3 dicembre 1925)

Lo studio della diffusione della luce e delle particolari caratteristiche di depolarizzazione conseguenti alle differenti anisotropie molecolari, iniziato colle storiche esperienze del Tyndall (1868) e la interpretazione di Lord Rayleigh (1870), ha dato luogo in questi ultimi anni ad una importante serie di ricerche teoriche e sperimentali.

Supponiamo di avere un gas, le cui molecole presentino per esempio la simmetria di un ellissoide di rotazione riguardo alla polarizzazione creata dal campo elettrico di un'onda luminosa incidente. Gli elettroni di polarizzazione di una generica molecola subiranno degli spostamenti che dipenderanno dall'orientamento del suo asse polare rispetto alla direzione del campo elettrico variabile e il moto di questi elettroni darà luogo ad una irradiazione secondaria, chiamata appunto luce diffusa. Se per semplicità si considera un'onda incidente primaria linearmente polarizzata, si constata immediatamente che la luce diffusa da un mezzo a molecole con simmetria sferica (rispetto alla polarizzazione) sarà totalmente polarizzata come la primaria, mentre che la distribuzione secondo il caso di un insieme di molecole a simmetria ellissoidica darà luogo, nelle stesse condizioni, ad una luce diffusa parzialmente depolarizzata, perchè la polarizzazione risultante della molecola non cadrà in generale nella direzione del campo.

Per calcolare l'intensità della luce diffusa e la sua depolarizzazione, si mediano i momenti elettrici di secondo grado di tutti questi oscillatori, supponendoli distribuiti in modo isotropo.

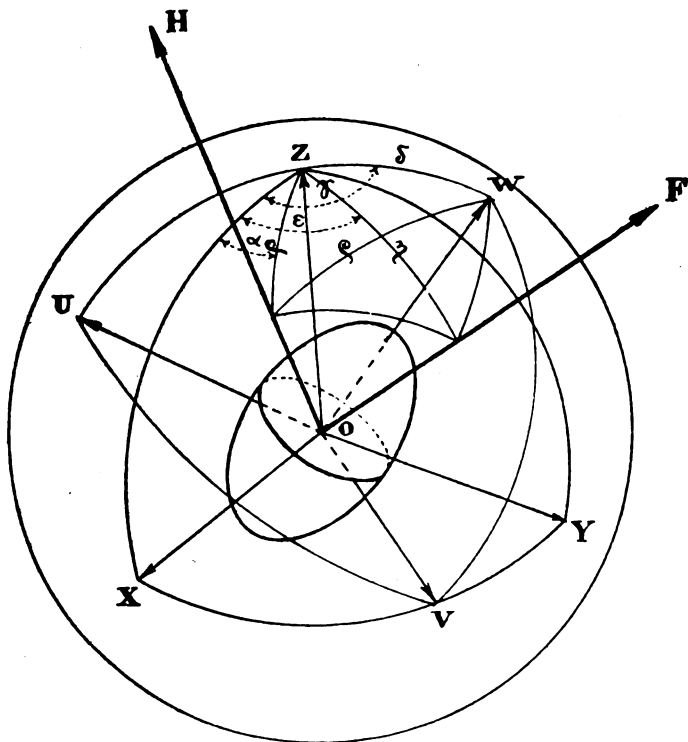
Ma ora può porsi il problema: quali variazioni si avranno nella luce diffusa, quando la distribuzione di queste molecole asimmetriche verrà perturbata, ad esempio, con un campo elettrico o magnetico esterno costante? Si tratta evidentemente di un fenomeno strettamente collegato a quello della birifrangenza elettrica o magnetica e si può prevedere a priori che, la variazione nell'intensità della luce diffusa avendo luogo, questa dovrà essere una funzione quadratica del campo orientante. Se le molecole poi avranno simmetria sferica, l'effetto in questione sarà nullo.

In questa nota considereremo il caso meno complesso, quello cioè che il mezzo in esame sia un gas costituito da molecole colla simmetria di un ellissoide di rotazione per le proprietà dielettriche, diamagnetiche o di polarizzazione per effetto dell'onda luminosa incidente e che i relativi assi polari siano ugualmente diretti. Come avviene per la birifrangenza, è da attendersi che le conseguenze sperimentali siano difficilmente osservabili nel caso dei gas, ma — almeno in buona approssimazione — la teoria sarà applicabile ai liquidi, con le stesse estensioni ammesse per le ricerche teoriche del Langevin sulla birifrangenza elettrica o magnetica: le discrepanze — infine — fra teoria ed esperienza saranno da ricercarsi nel non aver tenuto conto delle azioni mutue fra le molecole e dei possibili effetti secondari di birifrangenza o potere rotatorio magnetico nella luce diffusa, studii che potran formare lo scopo di una ulteriore analisi.

Per facilitare l'impostazione del problema, che dà luogo a sviluppi piuttosto laboriosi, scegliamo una particolare terna di assi fissi (destrorsi): quella determinata dall'asse secondo cui si osserva la luce diffusa e da due direzioni ad esso perpendicolari. Con questo il campo elettrico a distanza, che ci permetterà di determinare l'intensità della luce diffusa, sarà unicamente funzione della media dei quadrati esatti degli spostamenti degli elettroni, annullandosi tutti i termini contenenti le medie dei doppi prodotti delle stesse grandezze.

Sia dunque (vedi figura) XYZ questo sistema d'assi fissi; prendiamo inoltre un'altra terna UVW, rigidamente collegata con una generica molecola e avente per asse W l'asse polare della molecola stessa: l'origine O dei due sistemi coincida infine col centro di simmetria della molecola.

La luce incidente, polarizzata rettilineamente, abbia in O, nell'istante t un vettore elettrico $F = F_0 \cos \omega (t - t_0)$; se

supponiamo, per semplicità, in ogni molecola un solo elettrone di polarizzazione, il campo variabile F provocherà degli spostamenti dell'elettrone rispetto alla sua normale posizione di equilibrio e siano u, v, w le componenti di tali spostamenti rispetto alla terna mobile UVW, la cui posizione verrà fissata come segue: preso OZ come asse polare, OV giaccia nel piano XY e OW abbia una colatitudine δ ed un azimut γ.

L'orientamento del vettore F, nel sistema fisso, sarà definito mediante la colatitudine η e l'azimut ε.

Le equazioni di moto dell'elettrone di massa m e carica e, se ci troviamo in una zona spettrale in cui si possa trascurare lo smorzamento, saran date da

$$\left.\begin{aligned}
\ddot{u} + k^2 u &= \frac{eF}{m}\left[\cos\eta\ \mathrm{sen}\,\delta - \mathrm{sen}\,\eta\ \cos\delta\ \cos(\gamma - \varepsilon)\right]\\
\ddot{v} + k^2 v &= \frac{eF}{m}\ \mathrm{sen}\,\eta\ \mathrm{sen}\,(\gamma - \varepsilon)\\
\ddot{w} + k_0^2 w &= \frac{eF}{m}\left[\cos\eta\ \cos\delta + \mathrm{sen}\,\eta\ \mathrm{sen}\,\delta\ \cos(\gamma - \varepsilon)\right]
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

e le imposte condizioni di simmetria ci assicurano esistere due frequenze proprie, l'una $\frac{k_0}{2\pi}$ pei moti lungo l'asse polare, l'altra $\frac{k}{2\pi}$ pei moti nel piano equatoriale della molecola.

Integrando le (1) e ponendo

$$\frac{e}{m(k^2-\omega^2)} = a; \quad \frac{e}{m(k_0^2-\omega^2)} = c,$$

si ottiene

$$\begin{aligned} u &= a F [\cos\eta \operatorname{sen}\delta - \operatorname{sen}\eta \cos\delta \cos(\gamma-\varepsilon)] \\ v &= a F \operatorname{sen}\eta \operatorname{sen}(\gamma-\varepsilon) \\ w &= c F [\cos\eta \cos\delta + \operatorname{sen}\eta \operatorname{sen}\delta \cos(\gamma-\varepsilon)] \end{aligned}$$

E proiettando tali spostamenti sugli assi fissi si ricava

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} x &= F \{(c-a)[\operatorname{sen}\eta \operatorname{sen}^2\delta \cos\gamma \cos(\gamma-\varepsilon) + \cos\eta \operatorname{sen}\delta \cos\delta \cos\gamma] + \\ &\quad + a \operatorname{sen}\eta \cos\varepsilon\} = x_0 \cos\omega(t-t_0) \\ y &= F \{(c-a)[\operatorname{sen}\eta \operatorname{sen}^2\delta \operatorname{sen}\gamma \cos(\gamma-\varepsilon) + \cos\eta \operatorname{sen}\delta \cos\delta \operatorname{sen}\gamma] + \\ &\quad + a \operatorname{sen}\eta \operatorname{sen}\varepsilon\} = y_0 \cos\omega(t-t_0) \\ z &= F \{(c-a)[\operatorname{sen}\eta \operatorname{sen}\delta \cos\delta \cos(\gamma-\varepsilon) + \cos\eta \cos^2\delta] + \\ &\quad + a \cos\eta\} = z_0 \cos\omega(t-t_0). \end{aligned} \right.$$

Introduciamo ora un campo esterno orientante H^0 (elettrico o magnetico, costante): abbia nel sistema fisso colatitudine β ed azimut α. L'asse polare OW della molecola formerà con H^0 un angolo ϱ dato da

$$\cos\varrho = \cos\delta \cos\beta + \operatorname{sen}\delta \operatorname{sen}\beta \cos(\gamma-\alpha) \qquad (3)$$

La molecola, sotto l'azione di questo campo, si polarizzi dielettricamente o diamagneticamente: il suo momento avrà, lungo l'asse polare OW e normalmente al piano di H^0 e di OW, rispettivamente componenti m_P ed m_E

$$m_P = PH \cos\varrho \quad , \quad m_E = EH \operatorname{sen}\varrho$$

ove P ed E sono i coefficienti di polarizzazione polare ed equatoriale, ed H differirà in generale dal campo esterno H^0, per la polarizzazione delle molecole vicine, ma sarà diretto come esso. La energia potenziale Φ della molecola sarà data da

$$\Phi = -\frac{H^2}{2}\{E + (P-E)\cos^2\varrho\}$$

In assenza dell'agitazione termica tutte le molecole tenderebbero a disporsi in modo di render minima questa energia

potenziale; sussisterà invece, com'è noto, una distribuzione statistica e, per la formula di Boltzmann, il numero di molecole dN, fra le N per unità di volume, il cui asse polare forma un angolo compreso tra ϱ e $\varrho + d\varrho$ con le linee di forza è dato da

$$dN = C\, e^{B\cos^2\varrho}\, d\omega$$

ove $B = \dfrac{P - E}{2kT} H^2$, $d\omega = \operatorname{sen}\delta\, d\delta\, d\gamma$ e C è determinata dalla condizione

$$N = C \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\pi} e^{B\cos^2\varrho} \operatorname{sen}\delta\, d\delta$$

In generale, se una grandezza G è funzione dell'orientamento della molecola, la sua media $\overline{G}$, per gli orientamenti che assumono statisticamente le N molecole, sarà data da

$$\overline{G} = \frac{N}{\int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\pi} e^{B\cos^2\varrho} \operatorname{sen}\delta\, d\delta} \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\pi} G\, e^{B\cos^2\varrho} \operatorname{sen}\delta\, d\delta$$

Osservando come, dati i valori sperimentalmente ottenibili per H, sono già trascurabili i quadrati di B rispetto all'unità potremo sviluppare in serie le esponenziali: nel caso del calcolo di $\overline{x^2}$, integrato il denominatore e sostituendo per la (3), scriveremo

$$\overline{x^2} = \frac{N}{4\pi}\left(1 - \frac{B}{3}\right) \int_0^{2\pi} d\gamma \int_0^{\pi} x^2 \{ 1 + B [\cos\delta \cos\beta +$$
$$+ \operatorname{sen}\delta \operatorname{sen}\beta \cos(\gamma - \alpha)]^2 \} \operatorname{sen}\delta .\, d\delta$$

e analogamente per $\overline{y^2}$, $\overline{z^2}$, ove x, y, z, sono determinati dalle (2).

Questi valori x, y, z, consentono di determinare l'intensità della radiazione diffusa in un punto posto a distanza r dall'origine ed in una delle direzioni OX, OY, OZ. Infatti il campo elettrico nell'onda dovuta alla diffusione di una sola molecola, all'istante $t + \dfrac{r}{c}$ (c essendo la velocità della luce e λ la lunghezza d'onda della radiazione primaria) ha componenti istantanee f_x, f_y, f_z del tipo $f_x = \dfrac{4\pi^2 e}{r\lambda^2} x$ e l'intensità della

componente della vibrazione diffusa dovuta ad f_x sarà

$$i_x = \frac{2\pi^3 c e^2}{r^2 \lambda^4} \overline{x_0^2},$$

donde, per tutte le molecole, si avrà una intensità I_x, I_y, I_z delle componenti della radiazione diffusa che hanno vettore elettrico lungo OX, OY, OZ

$$I_x = \frac{2\pi^3 c e^2}{r^2 \lambda^4} \overline{x_0^2} \quad , \quad I_y = \frac{2\pi^3 c e^2}{r^2 \lambda^4} \overline{y_0^2} \quad , \quad I_z = \frac{2^2 \pi^3 c e^2}{r^2 \lambda^4} \overline{z_0^2},$$

colla intesa che, per la trasversalità del campo elettrico e magnetico dell'onda, si deve trascurare la componente parallela alla direzione di osservazione, come quella che, nello sviluppo dei singoli calcoli, naturalmente sempre si annulla: *delle tre componenti suindicate, ne sussistono contemporaneamente dunque soltanto due e si osserva lungo la direzione della terza.*

Lo sviluppo degli integrali e delle formule nel caso generale di una giacitura qualsiasi del vettore elettrico primario e del campo orientante è stato eseguito: esso dà luogo a delle espressioni piuttosto lunghe e di scarso interesse fisico immediato. Esamineremo qui tre casi particolari che se ne ricavano e che riteniamo interessanti, vuoi per il loro significato sperimentale, vuoi per le conseguenze caratteristiche che ne risultano.

Sia sempre il vettore elettrico dell'onda primaria lungo OZ; poniamo per abbreviazione

$$Q = \frac{2\pi^3 e^2}{r^2 \lambda^4} N F_0^2 \quad , \quad R = \frac{(c-a)^2}{15} \quad , \quad S = \frac{8a^2 + 3c^2 + 4ac}{15},$$

$$T = \frac{3c^2 - 4a^2 + ac}{15} \quad , \quad M = \frac{B}{21} = \frac{P - E}{42\,kT} H^2$$

I°) Campo orientante parallelo al vettore elettrico primario.

Si ottiene

$$I_x = QR\,[1 + 2M]$$
$$I_y = QR\,[1 + 2M]$$
$$I_z = Q\,[S + 8MT]$$

Se si osserva pertanto lungo la direzione comune al campo orientante ed al vettore elettrico dell'onda incidente, l'intensità delle due componenti polarizzate rettilineamente lungo OX ed OY è uguale: $I_y = I_x$.

II°) Campo orientante normale al vettore elettrico primario e lungo OX.

Si ha

$$I_x = QR[1 + 2M]$$
$$I_y = QR[1 - 4M]$$
$$I_z = Q[S - 4MT]$$

Se si osserva lungo il vettore elettrico primario, si ha l'interessante relazione $\frac{I_y - I_{y_0}}{I_x - I_{x_0}} = -2$, ove I_{x_0} e I_{y_0} sono le intensità in assenza del campo orientante: nel caso precedente tale rapporto sarebbe stato uguale ad 1.

III°) Campo orientante a 45° dal vettore elettrico primario e nel piano XZ.

Troviamo

$$I_x = QR[1 + 2M]$$
$$I_y = QR[1 - M]$$
$$I_z = Q[S + 2MT]$$

Osservando lungo il vettore elettrico primario è questa volta invece $\frac{I_x - I_{x_0}}{I_y - I_{y_0}} = -2$.

In una prossima nota, con riferimento ad alcune ricerche sviluppate da uno di noi (1), analizzeremo il caso in cui, per una particolare disposizione del vettore elettrico primario rispetto alle linee di forza del campo orientante, I_x, I_y, I_z risultano indipendenti dall'intensità del campo esterno, del quale invece sono — nei casi precedenti e in generale — funzione perchè M è proporzionale ad H^2.

Ottobre 1925.

Istituto di Fisica Complementare R. Università di Milano.

(1) PONTREMOLI. Rend. Accad. Lincei... II, p. 328, 1925.

SUBTILITAS LEGUM
E MODERAMEN NATURALIS IURIS
NEL DIRITTO DOTALE ROMANO GIUSTINIANEO

Nota del S. C. prof. EMILIO ALBERTARIO

(Adunanza del 26 novembre 1925)

> C. 5, 12, 30, pr. — 1 (Iust.):
> . . . . . cum eaedem (scil. *dotales)* et ab initio uxoris fuerant et *naturaliter in eius permanserunt dominio.* non enim quod *legum subtilitate* transitus earum in mariti patrimonium videtur fieri, ideo rei veritas deleta vel confusa est.
> . . . .
> sive ex naturali iure mulieris res esse intellegantur vel secundum legum subtilitatem ad mariti substantiam pervenisse, per utramque viam sive *in rem* sive *hypothecariam* ei plenissime consulatur.

La disputa pandettistica relativa alla natura del diritto spettante al marito sulle cose dotali non è per anche sopita. Da una parte si adducono i testi, dai quali risulta che egli diventa *proprietario* delle cose dotali o che presuppongono il *diritto di proprietà* nel marito come base di decisioni giuridiche, il che — si suole avvertire — è anche più probante; e si soggiunge che, se invece di una cosa, è costituito in dote un diritto, egli diventa titolare del diritto trasmesso a titolo dotale. Dall'altra si adducono i testi che affermano, più o meno esplicitamente, un principio opposto: cioè l'appartenenza delle cose dotali alla donna.

La disputa, agitatasi già presso i glossatori e i culti, continuò nei pandettisti del secolo scorso ed è viva tuttora. Da essa nacquero dottrine diverse, convergenti però — quasi tutte

— ad ammettere una duplice proprietà, del marito e della moglie: e vi ha chi parla di *dominium naturale* o *dormiens* della donna, oppure (CUIACIO) di *dominium ficticium* del marito; vi ha chi attribuisce al marito un usufrutto e una proprietà procuratoria in nome della moglie (TIGERSTRÖM) (1), oppure afferma avere il marito la proprietà nell'interesse della moglie, la moglie la proprietà per mezzo del marito (BRINZ) (2); e vi ha, finalmente, chi considera il marito come soggetto dei singoli beni dotali, ma afferma appartenere alla donna la dote, considerata nel suo rapporto causale e nel suo scopo (KARLOWA) (3).

La disputa dommaticamente non ha una soluzione possibile. La soluzione c'è, ma non è dommatica: è storica (4). L'urto fra le due grandi masse di testi si evita, se nella compilazione giustinianea si sanno criticamente sceverare quei testi che vi appaiono come testimonianza di un ordinamento giuridico sepolto e quelli che vi stanno come espressione viva e fresca dell'ordinamento giuridico nuovo: l'urto si evita (5), in altre parole, se si sanno con precisa tecnica separare i testi genuini, che sono certamente numerosi, dai testi interpolati, che costituiscono anch' essi, del resto, una massa considerevole.

A raggiungere questo scopo mira la presente indagine.

I

I testi genuini, rispecchianti l'ordinamento giuridico della dote nel diritto romano classico, asseriscono che il marito diventa proprietario delle cose costituite in dote o titolare dei diritti trasmessi a titolo dotale. La dote era una donazione fatta in occasione del matrimonio e, come ogni donazione, im-

(1) *Dotalrecht*, 1, 202.

(2) *Pandekten*, 4, 699 sgg.

(3) *Römische Rechtsgeschichte*, 2, 195 sgg.

(4) Non certo, però, nel senso del COGLIOLO, *Quaestiones vexatae de dotibus*, in *Arch. giur.*, 29 (1883), 177, che accenna a divergenze fra i giuristi classici.

(5) Non lo evita, benchè con splendore di considerazioni si sforzi di attenuarlo, il BONFANTE (*Corso di dir. rom.*, 1, *Diritto di famiglia*, 323 sgg.) distinguendo tra *diritto* del marito sulla dote e *appartenenza* della dote alla donna, perché — come vedremo — i testi interpolati dicono che la dote *mulieris est* o *patrimonium mulieris est* o *mulieri adquiritur*: tutte espressioni, codeste, che non hanno una mera significazione *sociale*, ma un preciso valore *giuridico*.

portava acquisto da' parte del marito, cioè del donatario, della proprietà delle cose costituite in dote, cioè donate (1).

Questi testi sono — come ho avvertito — molto numerosi:

D. 15, 1, 47, 6 — 23, 3, 7, 3 — 23, 5, 13, 2 — 41, 2, 3, 21 — 6, 2, 3, 1 — 24, 3, 61:

C. 5, 12, 23 — 7, 8, 7 — 5, 12, 3 — 5, 12, 11 (2).

E sono testi così chiari, così espliciti, così precisi, che non consentono nessuna delle fantasticherie dommatiche che hanno imperversato nella letteratura romanistica dal CUIACIO al KARLOWA. Tra i molti, posso limitarmi a richiamare

D. 15, 1, 47, 6, Paulus 4 ad Plautium: Quae diximus in emptore et venditore, eadem sunt et si alio quovis genere dominium *mutatum* sit, ut legato, *dotis datione*, ecc.

D. 23, 5, 13, 2, Ulpianus 5 de adulteriis: dotale praedium sic accipimus, cum *dominium marito quaesitum est,* ecc.

D. 41, 2, 3, 21, Paulus 34 ad edictum: Genera possessionum tot sunt, quot et causae *adquirendi* eius quod nostrum

---

(1) In D. 23, 3, 7, pr. Paolo rileva che il marito 'causa *sua* dotem accipit'. Diversamente da quel che i Giustinianei fan dire ad Ulpiano in D. 13, 6, 5, 2 'ubi *utriusque* utilitas vertitur..... ut in dote'. I due testi riflettono due concezioni giuridiche diverse e provengono, naturalmente, da età diverse. Il primo, classico, è la voce di un'età in cui il marito è considerato *proprietario* delle cose dotali: il secondo è il prodotto dell'età nuova, in cui proprietaria è la moglie e *usufruttuario* il marito. Così si spiega, in questa nuova età, l'*utriusque* utilitas: del marito, perchè ne gode i *frutti*; della moglie, perchè con essi il marito provvede agli *oneri*. E per questo i Giustinianei fan dire ad Ulpiano altrove (D. 23, 3, 7, pr.) che 'dotis fructum ad maritum pertinere *aequitas suggerit*': affermazione, che in bocca a un classico potrebbe aver anche l'aria di una canzonatura.

Va da sè che la critica non interpolazionistica, inchiodata tra D. 23, 3, 7, pr. e D. 13, 6, 5, 2 ricorre, pur di salvare lo spirito della legislazione giustinianea che dappertutto si irradia, ai soliti rimedii eroici, ed ecco SCHULTING (*Notae ad Digesta*, 4, 242) spiegare le parole 'causa *sua*' così: « etiam causa sua, non solius mulieris ».

Qualunque altro testo, che accenni all'*utriusque utilitas* (del marito e della moglie), non è certo classico: così è un annotatore postclassico che parla, invece di Modestino, in *Coll.* 10, 2, 2 [*Commodati enim contractu — in administratione versetur*]: sul testo v. già DE FRANCISCI, *Συνάλλαγμα*, 2, pp. 438-440.

(2) Per l'acquisto del diritto di usufrutto cfr. D. 23, 3, 66; per l'acquisto del diritto di credito, D. 24, 3, 49.

non sit, velut pro emptore: pro donato: pro legato: *pro dote*: ecc.

E il diritto di proprietà del marito si manifesta nei singoli effetti.

Egli aliena liberamente (ad eccezione dei fondi) le cose dotali; ne trasmette la proprietà agli eredi; ha la *possessio* delle cose dotali e la capacità di usucapirle, qualora il costituente non ne avesse la proprietà; gli schiavi dotali acquistano per il marito e, se istituiti eredi, acquistano l'eredità sul suo *iussus* e nel suo interesse; il marito può manomettere gli schiavi dotali e ne diviene patrono acquistando naturalmente ogni altro diritto sul liberto; acquista non soltanto i frutti delle cose dotali, ma ogni altra accessione; dà validamente in pegno le cose dotali, perfino alla moglie; esercita tutte le azioni che competono al proprietario (*rei vindicatio, Publiciana*, ecc.) ed è convenuto nelle azioni e tenuto alle cauzioni che incombono al proprietario; viceversa, la rivendicazione dei beni dotali è rifiutata alla donna, nè la donna ha facoltà di disporre dei beni dotali nemmeno per testamento (1).

Certamente, l'obbligo della restituzione della dote dilatatosi via via, benchè non generalizzato e costante, nel diritto classico, isolò la dote dalle *altre* donazioni e valse a metterne in evidenza la funzione economico-sociale cui *praticamente* adempiva. Questa funzione economico-sociale, da un lato condusse a quel temperamento del diritto di proprietà del marito, consistente nel divieto di alienare il fondo dotale; dall'altro potè far dire a qualche giurista che la moglie, quando — sciolto il matrimonio — le vien restituita la dote, *suum recipere videtur* (2). Ma nè quel temperamento nè questa espressione sopprimono il diritto di proprietà del marito: nel primo caso, è semplicemente limitato; nel secondo caso, è piuttosto confermato. *Recipere* e *reddere* sono termini che esprimono in ma-

---

(1) Cfr. su tutto ciò, e sui testi richiamati a questo proposito, BONFANTE, *Corso cit.*, 326. Soltanto rilevo che alcuni testi non sono opportunamente citati, perchè sono interpolati, e non attestano affatto il diritto di proprietà del marito.

(2) Cfr. Paul. Sent. 4, 1, 1: Ab uxore, cui vir dotem praelegavit, fideicommissum relinqui non potest, quia.... *proprium recipere videtur;* D. 35, 2, 81, 1 (Gaius 18 ad ed. prov.): Dos relegata extra rationem legis Falcidiae est, scilicet quia *suam rem mulier recipere videtur*; D. 31, 77, 12 (Papin. 8 respons.):.... sed dos praelegata (relegata, MOMMSEN) retinebitur, quoniam *reddi videtur potius quam dari.*

niera assai viva che *durante il matrimonio* la dote non è proprietà della donna. Le espressioni: *proprium recipere videtur — suam rem mulier recipere videtur — reddi videtur potius quam dari* — non vogliono negare, anzi esplicitamente ammettono, che il marito diventa proprietario delle cose costituite in dote, ma vogliono anche nel tempo stesso indicare che la costituzione di dote è fatta al marito dalla *donna* o da altri *in suo favore*.

II

Tutti i testi, discordanti da quelli sopra elencati e affermanti il diritto di proprietà della donna sulle cose dotali o contenenti decisioni giuridiche che non si intonano col diritto di proprietà del marito, non sono genuini: sono, in una più o meno esplicita forma, l'espressione dell'ordinamento giuridico dotale nel diritto romano giustinianeo, sul quale è manifesta l'influenza del diritto greco (1). Il distacco tra il diritto classico e il diritto giustinianeo io segnalavo già in un mio Corso di lezioni su La dote tenuto nell'Università di Camerino (2); esso è stato avvertito nel terzo volume dei *Beiträge* del BESELER (3) ed è recentemente affermato dall'ARANGIO RUIZ (4). Se non che finora i testi sospettati, anche nella più diffusa critica dell'ARANGIO, sono pochissimi; e la loro interpolazione non s'intravvede nettamente, se il critico ne trascura alcuni: specialmente i più dimenticati sono, per verità, i più interessanti e decisivi. È giunto il momento di addivenire a questa completa indagine raccogliendo i testi interpolati in vari gruppi.

III

Comincio dall'intaccare la genuinità dei testi, in cui è detto che la dote *mulieris est* o *patrimonium mulieris est* o *in bonis*

---

(1) Cfr. la magistrale esposizione del MITTEIS, in *Reichsrecht und Volksrecht*, Leipzig, Teubner 1891, 230 sgg.; cfr. anche MITTEIS-WILKEN, *Grundzüge und Chrestomatie der Papyruskunde*, 2, 1, 217 sgg.

(2) Corso di diritto romano, parte seconda, *La dote:* lezioni del prof. E. ALBERTARIO, raccolte dallo studente G. Castellani, Camerino, tip. Tonnarelli, 1913-14, pp. 12-15.

(3) *Tübingen*, 1913, 3, 78.

(4) Cfr. *Istituzioni di dir. rom.*, 2, 209, n. 1.

mulieris est o *adquiritur mulieri.* Niun dubbio che queste espressioni asseverano nettamente l'appartenenza *giuridica* della dote alla donna: ma niun dubbio, anche, che esse sono interpolate. Si veda, innanzitutto,

D. 37, 6, 4, Africanus 4 quaestionum: Filium emancipatum dotem, quam filiae suae nomine dedit, conferre non debere, quia [*non, sicut in matris familias bonis esse dos intellegatur, ita et*] in patris, a quo sit profecta.

La motivazione classica è stata, per dir così, attraversata dalla interpolazione giustinianea. Per escludere l'obbligo della *collatio,* il testo motivava:

quia non intellegitur dos esse in bonis patris, a quo sit profecta;

e l'esattezza della motivazione risiedeva nel fatto, non espresso ma sottinteso, che la dote era diventata proprietà del marito. I Giustinianei vogliono mettere in evidenza il diritto di proprietà della donna tirando fuori una motivazione molto impacciata e, per giunta, scorretta: quia *non sicut in matris familias* (*!*) *bonis esse dos intellegatur* (*!*), *ita et* in patris a quo sit profecta.

La stessa interpolazione, eseguita si può dire colle stesse parole, ci si affaccia in un testo largamente rimaneggiato dai Giustinianei, come recentemente è stato già veduto (1).

D. 21, 2, 71, Paulus 16 quaestionum: Pater filiae nomine fundum in dotem dedit: evicto eo an [*ex empto vel*] (2) duplae stipulatio committatur, quasi pater damnum patiatur, non immerito dubitatur: [*non*] enim [*sicut mulieris dos est, ita patris esse dici potest*] nec conferre fratribus cogitur dotem a se profectam manente matrimonio. Sed videamus, ne probabilius dicatur committi hoc quoque casu stipulationem: interest enim patris filiam dotatam habere et spem quandoque recipiendae dotis [*utique ----- inducit*].

Anche qui la motivazione classica, che procedeva correttamente per analogia, è attraversata dalla frase interpolata: *non sicut mulieris dos est, ita patris esse dici potest.*

---

(1) Il BONFANTE, *Corso cit.*, 304-305, propende a ritenere interpolata soltanto la chiusa da *numquid ergo* in poi, ma più giustamente prima (*Corso di dir. rom.*, 1907-08, Pavia, Bizzoni, 1908, 102) faceva incominciare la interpolazione da *utique si in potestate sit.*

(2) PERNICE, *Labeo*, 3, 185, n. 2.

Che si tratti di interpolazione, è intuitivo per la irresistibile forza di certe coincidenze grammaticali, che si possono soltanto spiegare se riconducibili o allo *stesso giurista* o alla *stessa mano interpolatrice*. Scartata la prima possibilità, perchè dei due testi l'uno è di Africano e l'altro di Paolo, non resta che la seconda.

La coincidenza, qui, è lampante:

(D. 37, 6, 4: Africanus): non (!) sicut (!) in matris familias bonis esse dos intellegatur, ita (!) et in patris.

(D. 21, 2, 71: Paulus): non (!), sicut (!) mulieris dos est, ita (!) patris esse dici potest.

Per intendere, poi, da quale diverso principio muovevano i classici e muovono i Giustinianei per giungere alla conclusione che il costituente la dote può agire *ex duplae stipulatione*, è opportuno richiamare subito

D. 23, 3, 75, Tryphoninus 6 disputationum: Quamvis in bonis mariti dos sit, [*mulieris tamen est, et merito placuit ut*] (1) si in dotem fundum [*inaestimatum*] (2) dedit, cuius nomine duplae stipulatione cautum habuit, isque marito evictus sit, statim eam ex stipulatione agere posse. [*Porro cuius*] (3) interest non esse evictum quod in dote fuit [*quodque ----- sustinet*].

L'interpolazione di questo testo è stata egregiamente segnalata dal Beseler (4) e ribadita da me (5). Orbene: tenendo presenti i due testi (D. 21, 2, 71 e D. 23, 3, 75), su quale base appoggiavano i classici il diritto che riconoscevano al costituente la dote (il padre in D. 21, 2, 71: la donna stessa in D. 23, 3, 75) di agire *ex duplae stipulatione* per l'evizione del fondo *dotale*, cioè *non più suo?* La risposta è unica e chiara: sull'*interesse* del costituente.

Dice, infatti, D. 21, 2, 71: *interest* enim *patris* filiam dotatam habere et spem quandoque recipiendae dotis

(1) < mulier > : Tryphoninus.

(2) Il classico non aveva bisogno di dirlo.

(3) < quia mulieris > : Beseler, *Beiträge*, 4, 203.

(4) *loc. cit.*

(5) Cfr. *Rend. Ist. Lomb.*, 1925, fasc. 1-5. Su questo testo v. anche le acutissime osservazioni del Gradenwitz, in *Mélanges Gérardin*, 1907, 208 e sgg.

e analogamente D. 23, 3, 75: < quia *mulieris* > *interest* non esse evictum quod in dote fuit.

Ecco la motivazione classica. Ma essa per i Giustinianei è troppo fievole! E allora in D. 23, 3, 75, dicono che la donna costituente la dote può agire *ex duplae stipulatione* non tanto perchè mulieris *interest* non esse evictum quod in dote fuit, ma soprattutto perchè dos mulieris *est* e perciò *ipsa evictionem pati creditur*, e in D. 21, 2, 71, dove costituente è il padre, lasciano all'*actio ex duplae stipulatione* il classico fondamento, si direbbe con rammarico, motivando:

non enim, *sicut mulieris dos est*, *ita patris esse dici potest.*

Le tre interpolazioni, sostanzialmente e formalmente identiche, sono legate l'una all'altra più di quel che a prima vista non paia. Questo legame non tarderà ad essere scorto, quando si pensi che D. 21, 2, 71 e 23, 3, 75 sono testi che appartengono entrambi, secondo la congettura Bluhmiana, alla massa papinianea e quando si pensi come fosse naturale che, nel lavoro finale della commissione plenaria, si trasportasse, per dir così, di peso la motivazione interpolata di D. 21, 2, 71 in D. 37, 6, 4, dato che l'un testo e l'altro, occasionalmente il primo, *ex professo* il secondo, toccano il punto dell'obbligo, o meno, della collazione della dote da parte del padre costituente: la sgrammaticatura (*sicut* intellegatur) e il sostantivo *mater familias* invece di *mulier* sono indizi che tradiscono la fretta dell'ultima ora.

Indubbiamente alterato è anche il seguente testo ulpianeo:

D. 11, 7, 16, Ulpianus 25 ad edictum: In eum, ad quem dotis nomine quid pervenerit, [*dat praetor funerariam actionem*] (1): aequissimum enim visum est veteribus [*mulieres quasi de patrimoniis suis ita de dotibus funerari et*] eum, qui morte mulieris dotem lucratur, in funus conferre debere, sive pater mulieris est sive maritus.

Il Beseler (2) a proposito di questo testo annota: « ist ebenfalls ganzlich unecht: unklassische Diktion ». Io non credo di dover essere così radicale come vuole essere il Beseler, ma non posso a meno di considerare interpolata tutta la frase *mulieres quasi de patrimoniis suis ita de dotibus funerari et*,

(1) Cfr. Lenel, *Palingenesia*; P. Krüger, *Corp. iur. civ.*, I^{14}.
(2) Cfr. *ZSSt.* 44 (1924), 391 e 45 (1925), 455.

perchè, oltre che mal costruita, rompe l'andamento del testo e vi inserisce un plurale (*mulieres*) tra un singolare che precede (in *eum*) e un singolare che segue (*eum, qui*).

Abbiamo, dunque, un altro testo che afferma doversi considerare la dote come *patrimonium mulieris*, ma l'affermazione è contenuta in una frase sicuramente non genuina.

Ci resta da analizzare D. 4, 4, 3, 5, Ulpianus 11 ad edictum: Ergo etiam filiam familias in dote captam, dum patri consentit stipulanti dotem non statim quam dedit, [*vel adhibenti aliquem qui dotem stipularetur*,] (1) puto restituendam, [*quoniam dos ipsius filiae proprium patrimonium est*].

Questa motivazione, che dice così nettamente esser la dote *patrimonium mulieris*, non è certo ulpianea. Lo ammette anche l'ARANGIO (2), per quanto sia costretto a segnalare che mancano indizi formali di interpolazione. Ma l'espressione *dos ipsius filiae proprium patrimonium est* è troppo somigliante alle altre, di cui abbiamo accertata l'interpolazione, per poter ritenerla genuina. È facile, del resto, pensare che cosa vi era nel testo classico in luogo della motivazione *quoniam dos* ecc.: verosimilmente, Ulpiano limitava la *restitutio in integrum* al caso in cui fosse stato stipulato che la dote dovesse essere restituita alla *filia*. Ma i Giustinianei, che hanno nel nuovo ordinamento dotale assicurato il più possibile l'acquisto della dote alla donna e ai suoi eredi restringendo, contro il diritto classico, il concetto di *dos profecticia*, intendendo per tale quella costituita dal *pater* avente la figliuola *in potestate* ed esigendo che il *pater familias*, per vedersi restituita la dote, avesse conservato la patria potestà sulla figlia fino al momento della morte di lei (3), i Giustinianei — dico — erano indotti a rovesciare la limitazione ulpianea e a sentenziare senz'altro in modo assoluto (tanto raro doveva esser praticamente il caso di una restituzione della *dos profecticia*, così limitatamente intesa, al padre):

quoniam dos ipsius filiae proprium patrimonium est.

---

(1) Quest'inciso ha tutta l'aria di essere intruso.

(2) *Ist. cit.*

(3) Su questo punto sono decisive le acute considerazioni del BONFANTE, *Ist.*[8], 204; cfr. anche *Corso cit.*, 1, 303 sgg.

In altri testi si dice che la dote *adquiritur mulieri*. Affermar questo è negare, evidentemente, che la dote diventi proprietà del marito. Ma sono testi anch'essi interpolati.

Uno di essi è D. 23, 3, 33, 1 Ulpianus 6 (36: CUIACIO) ad Sabinum:

. . . .

[*recteque ita Sabinus disposuit, ut diceret quod pater vel ipsa mulier promisit viri periculo non esse, quod debitor, id viri esse, quod alius, scilicet donaturus, eius periculo ait, cui adquiritur: adquiri autem mulieri accipiemus, ad quam rei commodum respicit.*]

Si tratta di un ampio testo messo insieme dai compilatori e così zeppo di indizi formali che io mi limito a rinviare alla persuasiva critica che ne ha già fatto il BESELER (1).

L'altro testo è D. 44, 4, 4, 22, Ulpianus 76 ad edictum:

Apud Iulianum quaesitum est, si heres soceri, a quo dos peteretur, exciperet de dolo mariti et mulieris [*cui pecunia quaereretur*], an obstatura esset exceptio ex persona mulieris. Et ait Iulianus, si maritus ex promissione dotis ab herede soceri petat et heres excipiat de dolo filiae, [*cui ea pecunia adquireretur*], exceptionem (2) obstare. Dos enim, quam maritus ab herede soceri petit, intellegitur, inquit, [*filiae*] adquiri, cum per hoc dotem sit habitura. Illud non explicat Iulianus, an [*et*] de dolo mariti excipi possit: puto autem eum hoc sentire, [*ut etiam de dolo mariti noceat exceptio, licet videatur nulla dos filiae, ut ait, quaeri.*]

L'interpolazione delle parole chiuse tra le parentesi quadre è indubitabile. Ed ho la soddisfazione di poter qui richiamarmi all'alta autorità del MOMMSEN, il quale intuì qualcosa di alterato nel testo, per quanto non riuscì a scoprire tutto quanto di alterato vi ha veramente. A proposito di questo testo il MOMMSEN (3) osserva letteralmente così:

« *cui pecunia quaereretur* et simile comma *cui ea pecunia adquireretur* sine dubio non Iulianus scripsit, non tam propterea quod otiosa sunt et decidendi rationem male anticipant, sed etiam quod ille non ignorans ex ratione iuris dotem quaeri marito, mox modeste et caute innuit dotem filiae non adquiri

---

(1) *Beiträge*, 3, 78.
(4) < non >: Ulpianus.
(3) Cfr. *Digesta*, ed. maior, 2, 634.

sed adquiri intellegi. Immo Tribonianus adtexuit illa ut magis confirmaretur praeceptum Justinianum dotem natura esse mulieris ».

Ma il MOMMSEN non s'avvide che l'alterazione del testo è più ampia: non tirò, per così dire, tutte le conseguenze che erano deducibili da quella sua premessa. Così egli non s'avvide che Giuliano doveva decidere:

exceptionem < *non* > obstare

e motivare la sua negativa risposta così:

dos enim --- intellegitur, inquit, < *marito* > adquiri, cum per hoc dotem sit < *filia* > habitura.

La giustificazione

cum per hoc dotem sit habitura

dopo

dos intellegitur [*filiae*] adquiri

non ha senso; ma l'ha nel contesto genuino dopo

dos intellegitur < *marito* > adquiri:

vuol ripetere il noto principio che la dote è data nell'*interesse* della moglie ma *si acquista* al marito.

Non credo di dover spendere parole per dimostrare la interpolazione delle parole chiuse tra parentesi quadre nel secondo periodo: l'interpolazione balza fuori netta dal testo di per sè. Mi limito a rilevare la mala appiccicatura *ut etiam*, il *nulla* scorretto invece di *illa*, l'*ut ait* superfluo; il solito concetto giustinianeo ripetuto: *dos videtur filiae quaeri*.

Costruita la dote come *patrimonium mulieris*, fu *sostanzialmente* modificata la decisione giulianea. Giuliano negava che l'erede del suocero promittente la dote, convenuto dal marito, potesse eccepire il dolo della donna; doveva ammettere — e Ulpiano ammetteva — che potesse invece eccepire il dolo del marito. I Giustinianei, dato che per essi *dos adquiritur mulieri*, ammettono (sopprimendo il *non*) che l'erede del suocero possa eccepire il dolo della donna, e sono conseguenti: ammettono pur tuttavia — e non sono più conseguenti — che possa sempre essere eccepito il dolo del marito.

L'analisi dei testi già compiuta mi par lasci dunque tranquillamente conchiudere che le espressioni *dos mulieris est* o *mulieris patrimonium est* o *mulieris in bonis est* o *mulieri quaeritur* o *mulieri adquiritur*, che innegabilmente sopprimono il diritto di proprietà del marito sulle cose dotali, sono sempre il manifesto frutto di alterazioni dei testi classici.

IV

Vediamo ora quei testi, in cui le *res dotales* sono contrapposte alle *res propriae mariti* o gli schiavi dotali o il fondo dotale sono detti *alieni* rispetto al marito. Anche questi testi non soltanto oscurano, ma tolgono addirittura di mezzo il principio che il marito è proprietario degli oggetti costituiti in dote: anche questi testi, però, sono visibilmente interpolati.

Così è interpolato D. 25, 2, 24 Ulpianus 5 regularum:

Ob res amotas [*vel proprias viri vel etiam dotales*] tam vindicatio quam condictio viro adversus mulierem competit.....

La interpolazione dell'inciso *vel proprias viri vel etiam dotales* è stata veduta anche dal RICCOBONO (1) senza però che egli annettesse all'accertamento della interpolazione quel valore che ha, in quanto che anche il RICCOBONO ritiene con la dottrina dominante genuini quei testi in cui la dote è detta *patrimonium mulieris*.

La interpolazione non dubbia non introdurrebbe, secondo lui, un atteggiamento dommatico nuovo. Invece, sì: essa sta a dimostrare, alla pari degli altri testi già riconosciuti interpolati, che la dote per i Giustinianei non s'intende più acquistata al marito.

Uno scolio nei Basilici (2) è anche più esplicito del testo interpolato del Digesto:

Εἴτε ἴδια πράγματα ἀφέληται τοῦ ἀνδρὸς ἡ γυνή, εἴτε καὶ τὰ προικιμαῖα αὐτῆς....

[Sive res proprias mariti mulier abstulerit, sive etiam res *suas* dotales...].

Analogamente è interpolato D. 24, 3, 24, 5, Ulpianus 33 ad edictum:

Si maritus saevus in servos dotales fuit, videndum, an de hoc possit conveniri. [*Et si quidem tantum in servos uxoris saevus fuit, constat eum teneri hoc nomine: si vero et in suos est natura talis, adhuc dicendum est immoderatam eius saevitiam hoc iudicio coercendam: quamvis enim diligentiam uxor eam demum ab eo exigat, quam rebus suis exiget, nec plus possit,*

(1) *Dal diritto romano classico al diritto moderno*, Palermo 1917, 334, n. 1.

(2) HEIMBACH, 3, 309.

attamen saevitia, quae in propriis culpanda est, in alienis coercenda est, hoc est in dotalibus.]

Anche qui i *servi dotales* o sono detti addirittura servi *uxoris* o sono detti *alieni* rispetto al marito: il che è discono scere un'altra volta che il marito ha sugli schiavi dotali il diritto di proprietà. Se non che il testo è largamente interpolato. La parte finale *quamvis enim - dotalibus* è già da tempo sospetta (1). Ma l'interpolazione è più ampia, e precisamente comincia da *et si quidem.* Indizi: la costruzione *si quidem - si vero,* l'aggettivo *talis* (Eisele), l'aggettivo *immoderatus*, la reazione cristiana contro l'*immoderata saevitia.*

Per tanto, i *servi dotales* sono detti servi *uxoris* o sono dichiarati *alieni* rispetto al marito soltanto dai Giustinianei, non da Ulpiano.

Interpolato è, finalmente, D. 24, 3, 7, 12, Ulpianus 31 ad Sabinum:

Si fundum viro uxor in dotem dederit isque inde arbores deciderit, si hae fructus intelleguntur, pro portione anni debent restitui: [*puto autem, si arbores ceduae fuerunt vel gremiales, dici oportet in fructu cedere,*] (2) si minus, quasi deteriorem fundum fecerit, maritus tenebitur. [*Sed ed si vi tempestatis ceciderunt, dici oportet pretium earum restituendum mulieri nec in fructum cedere, non magis quam si thensaurus fuerit inventus: in fructum enim non computabitur, sed pars eius dimidia restituetur quasi in alieno inventi.*]

Questo frammento è parte di un lungo testo ulpianeo in cui è discusso ciò che il marito deve prestare e ciò di cui deve essere indennizzato quando, sciolto il matrimonio, è tenuto alla restituzione del fondo dotale. Ora si comprende benissimo che Ulpiano dica che gli alberi abbattuti nell'ultimo anno dotale, che si considerano *fructus*, debbano essere divisi fra marito e moglie tenendo conto della durata del matrimonio in quell'anno (*pro portione anni debent restitui*) e che debba invece il marito rispondere *quasi deteriorem fundum fecerit* per l'abbattimento di quelli che non sono da considerarsi *fructus* e che perciò *il*

---

(1) Cfr. Pernice, *Labeo*, 2², 1, 211 e P. Krüger, *Corp. iur. civ.*, 1¹⁴; Lusignani, *Custodia*, 2, 98; G. Rotondi, *Scritti*, 2, 105, n. 1; Arangio Ruiz, *Istit. cit.*, 2, 209, n. 1.

(2) L'osservazione: *puto-cedere* è l'osservazione di un glossatore passata scorrettamente nel testo. Il Mommsen elimina *dici oportet*.

proprietario non suole abbattere. Ma nel regime dotale classico io non comprendo affatto ciò che segue:

sed et si vi tempestatis ceciderunt, dici oportet pretium earum restituendum mulieri nec in fructum cedere...

L'obbligo imposto al marito di rimborsare alla moglie il valore degli alberi abbattuti dal vento sul fondo dotale vuol attestare che il marito è trattato alla stregua di un usufruttuario; anzi, peggio di un usufruttuario (1).

E non comprendo affatto nel regime dotale classico la parte finale di questo testo:

non magis, quam si thensaurus fuerit inventus: in fructum enim non computabitur, sed pars eius dimidia restituetur quasi in alieno inventi.

L'obbligo fatto al marito, che ha scoperto il tesoro nel fondo dotale, di restituire la *dimidia pars* alla moglie significa riconoscere nella moglie un diritto di proprietà sul fondo dotale. E difatti è tanto affermato il diritto di proprietà della moglie sul fondo dotale durante il matrimonio, che il fondo è detto rispetto al marito *alienus.*

Gli è che tanto l'obbligo di restituire gli alberi abbattuti dal vento come l'obbligo di restituire la metà del tesoro spettante al proprietario, imposti l'uno e l'altro al marito a favore della moglie, sono il frutto di interpolazioni.

Indizi formali, oltre che sostanziali, della interpolazione non mancano: perchè la sconcordanza si deciderit - si ceciderunt? Perchè *pretium* earum restituendum mulieri e non le *arbores* stesse? Il giurista avrebbe per lo meno messo l'alternativa. E come può essere di Ulpiano la contratta apposizione finale

quasi in alieno inventi

dove *inventi* si riferisce a un *eius* lontano e nascosto (pars *eius* dimidia)? Ulpiano avrebbe detto:

.... restituetur, < *perinde ac si in fundo alieno thensaurus inventus esset.* >

---

(1) Cfr. D. 7, 1, 12, pr. = Vat. 71: testo molto lacunoso (Ulp. 17 ad Sab.): Arboribus evolsis vel vi ventorum deiectis usque ad usum suum et villae posse usumfructuarium ferre Labeo ait.... Cfr. anche D. 7, 1, 19, 1 (Pomponius 5 ad Sab.): Si arbores vento deiectas dominus non tollat....

Anche questo secondo gruppetto di testi ci conduce, dunque, allo stesso risultato. Nei testi dove le *res dotales* sono contrapposte alle *res propriae mariti* o dove gli schiavi dotali sono detti servi *uxoris* o gli schiavi dotali o il fondo dotale sono considerati *alieni* rispetto al marito; dove, in altre parole, è negato il diritto di proprietà del marito sugli oggetti costituiti in dote, l'intervento compilatorio (1) è sicuro (2). Le fonti greche sono, come al solito, più esplicite e franche dei testi interpolati. Lo scoliaste bizantino, a proposito della restituzione della metà del tesoro che il marito deve fare alla moglie, commenta:

Τῇ γυναικὶ ὡς δεσπότιδι τοῦ ἀγροῦ (3)

[Mulieri tamquam dominae fundi];

e, a proposito del *pretium* degli alberi abbattuti dal vento, che il marito deve corrispondere alla moglie, constata:

οὕτω καὶ ἐπὶ οὐσουφρουκτουαρίου (4)

[Sic etiam in usufructuario].

V

In un terzo gruppo sono da collocare i testi, in cui la dote non è calcolata per misurare la contribuzione del marito ai *munera publica* o in cui la moglie è considerata, come il marito, *possessor* nei riguardi della *satisdatio*.

---

(1) Dico una volta per sempre che parlo di intervento compilatorio *brevitatis causa*. Alcune alterazioni possono essere già avvenute nei testi durante l'epoca postclassica e prima di Giustiniano. In qualche caso, il glossema postclassico direi che è certo. Così in D. 24, 3, 7, 13:

Si vir in fundo [*mulieris*] dotali lapidicinas marmoreas invenerit....

Come non scorgere in '*mulieris*' il commento di un postclassico alle parole '*fundo dotali*', appunto perchè nella nuova epoca il fondo dotale è *mulieris*, cioè — come il precedente § 12 attesta — *alienus* rispetto al marito?

(2) Sicura è anche la tendenza giustinianea di *restringere* il godimento del fondo dotale spettante nel diritto classico in maniera illimitata al marito. Cfr. D. 24, 3, 8, Paul. 7 ad Sab.:

Si fundus in dotem datus sit, in quo lapis caeditur, lapidicinarum commodum ad maritum pertinere constat, [*quia palam sit* (!) *eo animo* (!) *dedisse mulierem fundum, ut iste* (!) *fructus ad maritum pertineat, nisi si contrariam voluntatem in dote danda declaraverit mulier.*]

(3) Heimbach, 3, 246.

(4) Heimbach, 3, 246.

Anche questi testi rappresentano deviazioni e stonature nell'ordinamento dotale classico: anch'essi, per altro, sono interpolati.

Il primo testo, che dobbiamo considerare, è D. 50, 1, 21, 4, Paulus 1 responsorum:

Idem respondit constante matrimonio dotem in bonis mariti esse: [*sed*] et si ad munera municipalia [*a certo modo substantiae vocentur*], dotem [*non*] debere computari.

In realtà, non ci sarebbe stato bisogno di porre a mo' di premessa quella affermazione assoluta

respondit constante matrimonio dotem in bonis mariti esse

per dedurne poi una conseguenza che la rinnega o, comunque, la trascura. Se non che la seconda parte del testo è stata alterata: sospetto è il *substantia* (1); sospetto è il *vocentur* senza soggetto; sospetta è tutta la frase *a certo modo vocentur*. Con l'aggiunta di un *sed* e di un *non* i Giustinianei hanno capovolta la logica deduzione che dalla premessa traeva il giurista.

La deduzione

dotem *non* debere computari,

come è illogica per i classici che considerano la dote *in bonis mariti*, è perfettamente consona col nuovo ordinamento dotale postclassico e giustinianeo che considera la dote *patrimonium mulieris*.

L'altro testo, pure evidentemente interpolato nella stessa direzione e per lo stesso scopo, è D. 2, 8, 15, 3, Macer 1 de appellationibus.

Dopo aver avvertito nel paragrafo 1:

Sciendum est possessores [*immobilium*] (2) rerum satisdare non compelli

Macro nel paragrafo 3 avvertirebbe:

Si fundus in dotem datus sit, [*tam uxor quam*] maritus [*propter possessionem*] eius fundi possessor[*es*] intelleg[*un*]tur.

Macro ammetterebbe, insomma, una cosa sbalorditiva, sia pure al limitato effetto dell'esonero dalla *satisdatio;* ammetterebbe la *possessio plurium in solidum:* del marito e della moglie: il che è assurdo, ed è dai giuristi negato recisamente (cfr. D. 41, 2, 3, 5).

(1) Cfr. BESELER, *Beiträge*, 3, 169.

(2) Il termine *immobiles* invece di *soli*, riferito alle *res*, non è mai genuino (BONFANTE).

Ma i Giustinianei non si preoccupano di ciò che nasce dal testo malamente interpolato; essi vogliono innanzitutto salvaguardare la posizione dell'*uxor* che per essi è *domina* del fondo dotale e la salvaguardano attraverso una specie di accomodamento: non escludono la *possessio* del marito, ma contemporaneamente affermano quella della moglie. Perchè preoccuparsi di ciò che nasce da una cosiffatta interpolazione? Non sono essi che altrove (in D. 41, 3, 32, 2), dove Pomponio avvertiva:

ideo si plures sint in fundo qui ignorent quotam quisque partem possideat, neminem eorum possidere Labeo ait,

avvertono invece

ideo si plures sint in fundo qui ignorent quotam quisque partem possideat, neminem eorum [*mera suptilitate*] (1) possidere Labeo ait,

sconvolgendo così un'altra volta principii basilari del possesso romano? (2)

Il grave perturbamento prodotto nel testo sta a dimostrare, per altro, la fissa preoccupazione dei Giustinianei di soffocare il diritto di proprietà del marito sugli oggetti costituiti in dote e di esaltare invece il diritto di proprietà della moglie.

VI

Se, a questo punto, ci si rivolge indietro, si può già misurare con quanta larghezza e con quale tenacia i Giustinianei sono riusciti a far penetrare nei testi giuridici romani quel principio nuovo, derivante dal diritto ellenico, e diffuso in tutto l'Oriente ellenizzato, che attribuisce alla moglie la proprietà delle cose dotali e al marito un diritto di godimento che è sostanzialmente l'usufrutto. Ma i testi, nei quali i Giustinianei hanno lavorato direi più profondamente, e che sono nella dottrina pandettistica a torto poco considerati, quando non anche addirittura dimenticati, son quelli riferentisi agli acquisti fatti per eredità, o legato, o donazione, dallo schiavo dotale. Di questi testi si è occupato qualche tempo fa il Berger (3), ma con una esegesi poco felice e senza nessun buon risultato.

---

(1) Interpolazione, si può dir pacifica (Alibrandi, Ferrini, Segrè, Bonfante).

(2) Si ponga mente alla sciocchezza: *propter possessionem possessores intelleguntur*.

(3) Cfr. *Erbschafts-und Vermächtniserwerb des Dotalsklaven* in *Philologus*, 73 (N. F. 27), 1914, p. 96 sgg.

Dobbiamo procedere al loro esame: essi varranno a mettere una volta di più in evidenza, *e certo più di tutti gli altri sommati insieme*, come tra il regime dotale classico e il regime dotale giustinianeo, anche a riguardo della persona cui spetta la proprietà delle cose costituite in dote, vi ha un distacco netto e profondo, quale non è mai stato avvertito.

I testi genuini sono i seguenti. Innanzitutto D. 23, 3, 47, Iulianus 18 digestorum:

Si servo in dotem ante nuptias dato donatum aliquid vel legatum *ante nuptias* fuisset, ampliatur dos, sicut ex fructibus fundi, qui ante nuptias traditus est.

L'ammontare del legato e della donazione a favore dello schiavo costituito in dote si aggiunge all'ammontare della dote, se il legato e la donazione son fatti *anteriormente al matrimonio:* evidentemente, perchè fino al momento del matrimonio il marito non acquista la proprietà *a titolo dotale:* cfr. D. 23, 5, 13, 2 a proposito del fondo:

dotale praedium sic accipimus, cum dominium *marito* quaesitum est....

Ma dal testo giulianeo si deduce *irresistibilmente* che, se la donazione e il legato son fatti allo schiavo *dopo la conclusione del matrimonio*, essi sono acquistati al marito.

Altro testo genuino è D. 24, 3, 31, 4, Iulianus 18 digestorum:

Si fundum dotalem recepisset mulier non habita ratione fructuum pro portione anni, quo nupta non fuisset, nihilo minus [*de dote*] agere potest, quia minorem dotem recepisset: hoc enim ad dotis augmentum pertinet, quemadmodum si partum ancillarum non recepisset, aut legata vel hereditates, quae *post divortium* per servos dotales adquisitae marito fuissent.

Anche questo testo esplicitamente riconosce che la moglie deve *recipere* legati ed eredità che agli schiavi dotali pervennero *dopo il divorzio*; il che è dire che il marito fa suoi gli acquisti per eredità o legato pervenuti agli schiavi dotali *fino a quando il matrimonio dura.*

Il primo e il secondo testo, l'uno e l'altro di Giuliano, si coordinano e si completano. Essi pongono *nettamente*, in non discutibile forma, il principio che il marito non acquista per mezzo degli schiavi dotali quei lasciti (eredità, legati, donazioni) fatti o prima che il matrimonio sia o dopo che il matrimonio ha cessato di essere: pongono, dunque, nettamente il principio che il marito *durante il matrimonio* acquista mediante gli

schiavi dotali eredità, legati, donazioni, *per sè:* come li acquista ogni altro *dominus*; e di questi lasciti *non ampliatur dos* e pertanto non devono essere trasferiti alla moglie quando, sciolto il matrimonio, le vien restituita la dote.

Accanto a questi testi genuini vi sono altri testi, che contengono un principio diverso: e, come il principio affermato nei testi genuini si intona con la norma fondamentale classica che attribuisce al marito la proprietà delle cose dotali, così il principio affermato negli altri testi, che ora subito vedremo, s'intona con la norma fondamentale romano-ellenica e giustinianea che attribuisce la proprietà delle cose dotali alla moglie.

Per verità, questi altri testi sono tutti interpolati.

Comincio da quello in cui l'interpolazione, per indizi soltanto formali non appariscente, è fatta nella forma più recisa e più sfacciata.

D. 23, 5, 3, pr., Paulus 36 ad edictum: Fundus dotali servo legatus ad legem Iuliam (1) pertinet [*quasi dotalis.*]

Ma, se il fondo legato allo schiavo dotale non amplia la dote (D. 23, 3, 47); se, pertanto, non deve esser restituito sciolto il matrimonio (D. 24, 3, 31, 4), perchè dovrebbe cadere sotto il divieto della *lex Iulia* come se fosse *dotalis?* Il contrasto fra questo testo da un lato e D. 23, 3, 47; D. 24, 3, 31, 4 dall'altro non si risolve se non ammettendo che il primo sia interpolato così come io ritengo.

Del resto, l'interpolazione di D. 23, 5, 3, pr. è provata non solamente col richiamo di D. 23, 3, 47 e D. 24, 3, 31, 4: risulta anche dalla collocazione originaria del testo nell'opera del giurista. Paolo accennava al *fundus dotali servo legatus* come ad esempio in cui la *lex Iulia cessat*, e precisamente il *fundus dotali servo legatus* era il terzo esempio da Paolo addotto.

Apro la Palingenesi leneliana (2).

(23, 5) 1 *Interdum lex Iulia de fundo dotali cessat:*

si ob id, *quod maritus damni infecti nomine non cavebit*, missus sit vicinus in possessionem dotalis praedii....

Sed et *per universitatem transit* praedium ad alterum, veluti ad heredem mariti....

(23, 5) 3 *Fundus dotali servo legatus* ad legem Iuliam < non > pertinet.

---

(1) < non >: Paulus.

(2) Cfr. 1, 1042.

Altro testo chiaramente interpolato, è D. 29, 2, 45, pr. - 1, Iulianus 1 ad Urseium Ferocem:

Aditio hereditatis non est in opera servili. [*idcirco si servus dotalis adierit, actione de dote eam hereditatem mulier reciperabit, quamvis ea, quae ex operis dotalium adquiruntur, ad virum pertineant.*]

Questo testo giulianeo è in netto contrasto con gli altri testi di Giuliano, che abbiamo più sopra veduti: D. 23, 3, 47 e D. 24, 3, 31, 4; per ciò la sua interpolazione non è dubbia. Nè ho bisogno di attaccarmi a indizi formali: *idcirco* (1), *dotalium* con omissione di *servorum*.

E pure interpolato è D. 15, 1, 19, 1, Ulpianus 29 ad edictum:

Potest esse apud me duplicis iuris peculium: ut puta servus est dotalis, potest habere peculium quod ad me respiciat, potest et quod ad mulierem, [*nam quod ex re mariti vel ex operis suis, id ad maritum pertinet: et ideo si respectu mariti heres sit institutus vel ei legatum datum, id eum non debere restituere Pomponius scribit.*]

Accanto al qual testo è opportuno richiamare D. 23, 3, 65, Pomponius 5 ad Quintum Mucium:

Si legato aut hereditate aliquid servo dotali obvenit, [*quod testator noluit ad maritum pertinere,*] id soluto matrimonio reddendum (2) est mulieri.

Il dire — come direbbero Giuliano in D. 29, 2, 45, 1 e Ulpiano in D. 15, 1, 19, 1 — che lo schiavo dotale acquista al marito soltanto *ex re mariti vel ex operis suis* è dire cosa contraddetta da D. 23, 3, 47 e 24, 3, 31, 4: il marito acquista anche eredità, legati, donazioni mediante lo schiavo dotale; e in tal caso l'acquisto non è nè *ex re mariti* nè *ex operis servi*.

Balordo è nel testo ulpianeo quell'*et ideo* che non ha ragion d'essere, appunto perchè lo schiavo dotale acquista eredità e legati al marito nè *ex re mariti* nè *ex operis suis*. E assai sospetto è il termine *respectus* (3) tante volte interpolato.

Il testo di Pomponio sarebbe, se genuino, mal costruito.

---

(1) Cfr. BESELER, *ZSSt.*, 45 (1925), 456 sgg. per *et* (*atque*) *idcirco*, *idcircoque*.

(2) < non >: Pomponius.

(3) Cfr. da ultimo ALBERTARIO, *Sul diritto agli alimenti*, in *Pubbl. Un. Catt.*, Milano 1925.

È buona osservazione del BERGER (1) quella di dire che Pomponio avrebbe scritto:

Si legato aut hereditate aliquid servo dotali obvenit, id soluto matrimonio reddendum est mulieri, *excepto eo* « was Erblasser dem Manne zuwenden wollte ».

Falso è ciò che viene attribuito a Pomponio, tanto in D. 15, 1, 19, 1, quanto in D. 23, 3, 65.

Tenuti presenti i testi genuini (D. 23, 3, 47; 24, 3, 31, 4), è facile pensare che cosa dovesse invece dire Pomponio: egli non doveva fare altro che distinguere, come distingueva Giuliano, e dire che gli acquisti per eredità o legato o donazione mediante lo schiavo costituito in dote profittano al marito durante il matrimonio, cioè nel tempo in cui il marito ha la proprietà dello schiavo a titolo dotale; accrescono la dote e devono per ciò essere restituiti, se fatti *ante nuptias* (D. 23, 3, 47) o *post divortium* (D. 24, 3,31,4) (2).

Chi guardi ora D. 29, 2, 45, 1 e D. 15, 1, 19, 1, e indaghi e pesi le espressioni dai compilatori adoperate per eseguire le loro interpolazioni, avvertirà subito lo scopo che essi han voluto attraverso le interpolazioni raggiungere: noterà anche subito a che povera cosa è ridotto il diritto del marito sulle cose dotali nella nuova epoca.

Il marito acquista mediante lo schiavo dotale *ex re sua* o *ex operis servi*: non ciò che acquista il *dominus* e che, come tale, acquistava nel diritto classico: acquista ciò che può acquistare l'usufruttuario.

Ho io bisogno di richiamare dei testi? Ecco, ad ogni modo, Gai 2, 91:

De his autem servis, in quibus tantum usumfructum habemus, ita placuit, ut quidquid *ex re nostra* vel *operis suis* adquirant, id nobis adquiratur.

Gai 3, 165:

per eum quoque servum in quo usumfructum habemus, similiter ex duabus istis causis (cioè — cfr. Gai 3, 164 —: si quid *ex operis suis* vel *ex re nostra* adquirant) nobis adquiritur.

---

(1) *Loc. cit.*, p. 106. Il BERGER, però, ricostruisce ben differentemente da me il testo genuino.

(2) L'affermazione giustinianea, contenuta in C. 5, 13, 1, 9 a:

... quae servi dotales ex quacumque causa nisi ex re mariti vel operis suis adquisierint, ad mulierem pertinere *utraque actio similiter voluit*

è, dopo quanto ho osservato, una evidente menzogna.

Tituli ex corpore Ulpiani 19, 21:

Is, quem bona fide possidemus - nobis adquirit ex duabus causis tantum, id est quod *ex re nostra* et quod *ex operis suis* adquirit.... eadem sunt et in eo servo, in quo tantum *usumfructum* habemus.

Cfr. anche D. 7, 1, 25, 3; D. 41, 2, 49, pr.; Paul. Sent. 5, 7, 3; D. 7, 6, 5, 4 a; D. 7, 1, 25, 7.

È, così, posto in evidenza quel diritto che i Giustinianei attribuiscono al marito sulle cose dotali: un diritto, che non è più la proprietà, ma l'usufrutto!

Certo, come i Giustinianei eccezionalmente ammettono che l'usufruttuario possa acquistare mediante il *servus fructuarius* anche eredità, legati e donazioni (1), quando il testatore o il donante abbia avuto l'*animus* di far acquistare all'usufruttuario anzichè al proprietario, così trasportano la *stessa eccezione* negli *stessi limiti* nel campo dei lasciti fatti al *servus dotalis*: appunto perchè esso rispetto al marito non è altro che un *servus fructuarius*.

E così i Giustinianei in D. 15, 1, 19, 1 avvertono:

et ideo si *respectu mariti* heres sit institutus vel ei legatum datum, id eum non debere restituere....

e alterano D. 23, 3, 65 in quel modo che abbiamo veduto.

Eseguite queste fondamentali alterazioni dei testi classici, si capisce come i Giustinianei dovessero alterare anche un altro testo, D. 24, 3, 58 (Modestinus l. singul. de heurematicis), che dobbiamo ora considerare:

Servus dotalis heres ab aliquo institutus mariti iussu vel adire vel repudiare debet hereditatem. [*sed ne maritus aut facile repudiando vel temere suscipiendo incognitam successionem dotis iudicio uxori suae obligetur, consulendum est mulierem coram testibus interrogari, utrum velit omittere an adquirere hereditatem . et si repudiare se dixerit, facile mariti iussu repudiabit. quod si hereditatem agnoscere maluerit, reddendus est a marito servus uxori ea condicione, ut, cum iussu eius adierit, rursum marito retradatur . ita et mariti sollicitudini consuletur et uxoris desiderio parebitur.*]

---

(1) Testi interpolati: D. 7, 1, 22 [*et in omnibus istis-vel reliquit*: Berger, *loc. cit.*, p. 92]; D. 41, 1, 49 [*indistincte*: Berger, *loc. cit.*, p. 94]. Cfr. anche la redazione giustinianea del passo di Ulpiano riferito in D. 7, 1, 21 con Vat. 71 b.

Il BONFANTE (1), per verità, ha già osservato che sulla genuinità di questo testo dopo l'affermazione del principio ha gravi dubbi, ma nè vi ha insistito, nè, occupandosene in una rapida nota, ha potuto misurare il significato profondo della alterazione e scorgere con quali altre alterazioni essa è strettamente connessa.

Il principio classico era preciso:

Servus dotalis heres ab aliquo institutus *mariti iussu* vel adire vel repudiare debet hereditatem:

appunto perchè il marito era il *dominus* del *servus dotalis*.

Ma ciò non è più nel diritto giustinianeo: ed ecco che allora i Giustinianei fanno intervenire la moglie per accettare, o non, l'eredità quando lo schiavo dotale è istituito erede. Che io mi soffermi a rilevare la folla di indizi che inducono a ritenere tutto il testo non classico da *sed ne maritus* in poi, non mi sembra affatto necessario. Mi basterà rilevare come indizio logico, che dopo una affermazione così recisa, quale è quella posta nel primo periodo, mal si comprende tutto ciò che segue e che finisce per scalzarla; e, come indizi formali, si può dire ogni parola e frase: *facile* (2), *temere* (3), *consulere* (4), *sollicitudo* (5), *desiderium* (6).

Posso, dopo tutto ciò, affermare tranquillamente che con l'analisi critica compiuta si giunge a scoprire quanto diversa sia la concezione romana dalla concezione giustinianea in ordine alla natura del diritto del marito sulle cose dotali. Il diritto romano classico tien fermo il principio che il marito è proprietario delle cose costituite in dote: il diritto postclassico e giustinianeo, per l'evidente influenza del diritto ellenico dif-

(1) *Corso cit.*, 326, n. 4.

(2) Cfr. già P. KRÜGER, in *Festgabe für Güterbock*, Berlin, Vahlen, 1910.

(3) Cfr. frequenti esempi di alterazioni in SECKEL, *Handlexicon*, sub h. v.

(4) Cfr. BESELER, *Beiträge*, 2, 75: il quale, però, in questo testo elimina troppo poco.

(5) Il termine ricorre frequentemente in tarde costituzioni: cfr. l'*Index* del *Theodosianus* (GRADENWITZ) e il *Vocabularium Codicis Iustiniani* (VON MAYR), sub h. v.

(6) Termine spesso interpolato. Cfr. gli esempi richiamati da ultimo in E. ALBERTARIO, *Sul diritto agli alimenti*, p. 19, n. 3.

fuso in tutto l'Oriente ellenizzato, scalza tenacemente, inesorabilmente, con una massa considerevole di alterazioni, il principio classico: la moglie è, ora, proprietaria delle cose dotali e il diritto del marito si riduce a un diritto di usufrutto.

VII

Come sempre accade, le fonti bizantine illuminano le interpolazioni segnalate. E gli scolii, disseminati nel terzo libro dei Basilici, commentanti i testi che si riferiscono agli acquisti dello schiavo dotale, sono particolarmente interessanti e luminosi.

Nel Digesto — come ho avvertito — sopravvivono, come voci di un passato sepolto, i due testi giulianei (D. 23, 3, 47 e D. 24, 3, 31, 4), i quali ammettono che lo schiavo costituito in dote acquista alla moglie *ante nuptias* e *post divortium:* il che inevitabilmente significa che *acquista al marito durante il matrimonio.* Questi due testi, sfuggiti ai Giustinianei e non alterati in armonia col nuovo ordinamento dotale giustinaneo, rappresentano un tremendo impaccio per i commentatori bizantini. I due testi sono *espliciti* e, nella loro precisa chiarezza, *inesorabili.* Che fare allora? I Bizantini girano l'ostacolo o *arbitrariamente restringendo* il chiaro dettato del testo e *sostanzialmente sovvertendolo* o *capovolgendolo* addirittura. Nel primo caso essi *fingono* che il testo giustinianeo si riferisca agli acquisti di *servi dotales aestimati:* soltanto allora, per il principio (del resto, anch'esso bizantino o — insomma — postclassico) che *dotis aestimatio venditio est* (1), lo schiavo dotale acquista eredità, legati, donazioni al marito.

È parlante il confronto tra il testo classico, conservatoci inalterato nel Digesto, e gli scolii bizantini al testo classico, che lo restringono e lo deformano.

---

(1) Cfr. E. ALBERTARIO, *Sulla massima 'dotis aestimatio venditio est'*, di prossima pubblicazione.

D. 23, 3, 47
(Iulianus 18 dig.)

Si servo in dotem ante nuptias dato donatum aliquid vel legatum *ante nuptias* fuisset, ampliatur dos, sicut ex fructibus fundi, qui ante nuptias traditus est.

Bas. 29, 1, 43
(Heimb. 3, 385)

Ἐὰν πρὸ τῶν γαμων δορηθῇ τι ἢ ληγατευθῇ τῷ προικιμαίῳ δούλῳ, προςτίθεται τῇ προικί, ὡς καὶ οἱ ληφθέντες πρὸ τῶν γάμων ἀπὸ τοῦ ἀγροῦ καρποί.

τῷ προικιμαίῳ δούλῳ] Διατετιμημένον θεμάτισον τὸν οἰκέτην. εἰ γὰρ ἀδιατίμητος ἦν, κἂν μετὰ τὸ συστῆναι τὸν γάμον ἐδορήθη τι αὐτῷ ἢ ἐληγατεύθη, πάλιν ηὐξάνετο ἡ προίξ. ὁ γὰρ ἀδιατίμητος οἰκέτης μόνα τὰ ἐξ ῥὲ τοῦ ἀνδρός, καὶ τὰ ἐξ ὀπέροις σούοις αὐτῷ τῷ ἀνδρὶ προςπορίζει, τὰ ἄλλα τῇ γυναικί....

. . . .

προςτίθεται τῇ προικί] Ἰωάννου. Μετὰ γὰρ τὸν γάμον ἀληθὴς ἐστιν ἀγοραστὴς ὁ ἀνὴρ ἐπὶ τῆς διατετιμημένης προικός....

Si servo dotali ante nuptias donatum aliquid vel legatum fuerit, doti accedit, sicut et fructus ex fundo ante nuptias percepti.

servo dotali] *pone servum aestimatum*. Nam si inaestimatus esset, etiamsi post contractum matrimonium donatum aliquid vel legatum ei fuisset, dos rursus augeretur. Servus enim inaestimatus marito solum ex re mariti et ex operis suis adquirit, cetera uxori....

. . . .

doti accedit] Ioannis. Nam post nuptias maritus verus emptor est *in dote aestimata*....

La stessa *arbitraria restrizione* si insinua nel commento di Stefano all'interpolato testo di Pomponio.

D. 23, 3, 65
(Pomponius 5 ad Quintum Mucium).

Si legato aut hereditate aliquid servo dotali obvenit, [*quod testator noluit ad mari-*

Bas. 29, 1, 61
(Heimb. 3, 400-401)

Ἐὰν τῷ προικιμαίῳ δούλω ἔλθῃ κληρονομία ἢ ληγάτον, ἅπερ ὁ διαθέμενος οὐκ ἠθέλησε διαφέρειν τῷ ἀνδρί, λυομένου τοῦ γάμου ἀποδίδοται τῇ γυναικί.

. . . .

ἐξηγούμενος δὲ τὸ ῥητὸν ὁ Στέφανος λέγει· ὥστε ἐν ᾧ μὴ δει-

Si servo dotali obvenerit hereditas aut legatum, quae testator noluit ad maritum pertinere, soluto matrimonio redduntur mulieri.

. . . .

Textum autem exponens Stephanus ait: ideo si non ap-

um pertinere], id so-
uto matrimonio red-
lendum < non > est
nulieri.

κνυται, ὅτι διαθήσει τῇ περὶ τὸν ἄνδρα τὴν κληρονομίαν ἢ τὸ ληγάτον ὁ διαθέμενος τῷ δοταλίῳ καταλέλοιπεν οἰκέτῃ (δοτάλιον δὲ λέγω τὸν ἀδιατίμητον) χρὴ τῇ γυναικὶ διαλονομένου τοῦ γάμου τὸ ληγάτον ἢ τὴν κληρονομίαν αναδοθῆναι. εἶπον γάρ σοι.... ὅτι ὁ ἀδιατίμητος οἰκέτης μόνα τὰ ἐξ ῥὲ τοῦ ἀνδρὸς καὶ τὰ ἐξ ὄπερις σοῦις αὐτῷ τῷ ἀνδρὶ προςπορίζει, τὰ δὲ λοιπὰ τῇ γυναικί. τοῦτο δὲ καὶ κατὰ διαίρησιν εἴρηται· καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν ἀδιατιμήτων τὰ ὁπωςοῦν τῷ πράγματι προςγινόμενα τῇ γυναικὶ διαφέρει, ὡς ἔγνως ἐν τῷ ι τοῦ παρόντος τιτ. ἔνθα ἔστι μαθεῖν, ὅτι ἐπὶ τῶν ἀδιατιμήτων οὐσουφρουκτουάριον μιμεῖται ὁ ἀνήρ... ὥστε εἰ μιμεῖται οὐσουφρουκτουάριον ἐπὶ τῶν δοταλίων πραγμάτων ὁ ἀνήρ, εἰκότως μόνην τὴν κληρονομίαν καὶ τὸ ληγάτον τῷ διαφέροντι περὶ αὐτὸν δοταλίῳ οἰκέτῃ καταλειφθὲν ἀποκερδαίνει· οὐκέτι δὲ καὶ τὸ διαθέσει τῆς γυναικὸς ἢ διαθέσει τοῦ οἰκέτου καταλειφθὲν τῷ δοταλίῳ οἰκέτῃ, ἀλλ' ἀποκερδαίνει τοῦτο ἡ γυνή. ὅπερ ἐστὶν ἐπὶ οὐσουφρουκτουαρίου οἰκέτου....

probetur, testatorem contemplatione mariti hereditatem aut legatum reliquisse servo dotali (*dotali autem dico inaestimatum*), mulieri soluto matrimonio legatum aut hereditatem reddi oportet. Dixi enim tibi.... servum inaestimatum ea tantum, quae ex re mariti vel ex operis suis adquirit, ipsi marito adquirere, cetera autem mulieri. Hoc autem dictum est etiam secundum distinctionem: etenim quae in inaestimatis quomodocumque rei accedunt, ad mulierem pertinent, ut didicisti dig. 10 huius tit. ubi discere licet, *in rebus inaestimatis maritum imitari usumfructuarium*... itaque si maritum usumfructuarium imitatur, merito solam lucratur hereditatem aut legatum, quod servo dotali ad ipsum pertinenti relictum est: nec vero quod contemplatione mulieris aut contemplatione servi servo dotali relictum est, sed id mulier lucratur. *Quod obtinet in servo fructuario*...

Quando i Bizantini non *restringono arbitrariamente* il dettato preciso del testo classico, fanno una cosa più semplice e più radicale: lo *capovolgono*. Anche qui il confronto è parlante.

D. 23, 3, 47
(Iulianus 18 dig.)

Si servo in dotem ante nuptias dato donatum aliquid vel legatum *ante nuptias* fuisset, ampliatur dos, sicut ex fructibus fundi, qui ante nuptias traditus est.

Bas. 29, 1, 43
(Heimb. 3, 385)

Ἐὰν πρὸ τῶν γάμων δορηθῇ τι ἢ ληγατευθῇ τῷ προικιμαίῳ δούλῳ, προςτίθεται τῇ προικί, ὡς καὶ οἱ ληφθέντες πρὸ τῶν γάμων ἀπὸ τοῦ ἀγροῦ καρποί.

τῷ προικιμαίῳ δούλῳ] Διατετιμημένον θεμάτισον τὸν οἰκέτην. εἰ γὰρ ἀδιατίμητος ἦν, κἂν μετὰ τὸ συστῆναι τὸν γάμον ἐδορήθη τι αὐτῷ ἢ ἐληγατεύθη, πάλιν ηὐξάνετο ἡ προίξ. ὁ γὰρ ἀδιατίμητος οἰκέτης μόνα τὰ ἐξ ῥὲ τοῦ ἀνδρός, καὶ τὰ ἐξ ὀπέροις σούοις αὐτῷ τῷ ἀνδρὶ προςπορίζει, τὰ ἄλλα τῇ γυναικί....

. . . .

προςτίθεται τῇ προικί] Ἰωάννου. Μετὰ γὰρ τὸν γάμον ἀληθής ἐστιν ἀγοραστὴς ὁ ἀνὴρ ἐπὶ τῆς διατετιμημένης προικός....

Si servo dotali ante nuptias donatum aliquid vel legatum fuerit, doti accedit, sicut et fructus ex fundo ante nuptias percepti.

servo dotali] *pone servum aestimatum.* Nam si inaestimatus esset, etiamsi post contractum matrimonium donatum aliquid vel legatum ei fuisset, dos rursus augeretur. Servus enim inaestimatus marito solum ex re mariti et ex operis suis adquirit, cetera uxori....

. . . .

doti accedit] Ioannis. Nam post nuptias maritus verus emptor est *in dote aestimata....*

La stessa *arbitraria restrizione* si insinua nel commento di Stefano all'interpolato testo di Pomponio.

D. 23, 3, 65
(Pomponius 5 ad Quintum Mucium).

Si legato aut hereditate aliquid servo dotali obvenit, [*quod testator noluit ad mari-*

Bas. 29, 1, 61
(Heimb. 3, 400-401)

Ἐὰν τῷ προικιμαίῳ δούλῳ ἔλθῃ κληρονομία ἢ ληγάτον, ἅπερ ὁ διαθέμενος οὐκ ἠθέλησε διαφέρειν τῷ ἀνδρί, λυομένου τοῦ γάμου ἀποδίδοται τῇ γυναικί.

. . . .

ἐξηγούμενος δὲ τὸ ῥητὸν ὁ Στέφανος λέγει· ὥστε ἐν ᾧ μὴ δει-

Si servo dotali obvenerit hereditas aut legatum, quae testator noluit ad maritum pertinere, soluto matrimonio redduntur mulieri.

. . . .

Textum autem exponens Stephanus ait: ideo si non ap-

tum pertinere], id soluto matrimonio reddendum <non> est mulieri.

κνυται, ὅτι διαθήσει τῇ περὶ τὸν ἄνδρα τὴν κληρονομίαν ἢ τὸ ληγάτον ὁ διαθέμενος τῷ δοταλίῳ καταλέλοιπεν οἰκέτῃ (δοτάλιον δὲ λέγω τὸν ἀδιατίμητον) χρὴ τῇ γυναικὶ διαλυομένου τοῦ γάμου τὸ ληγάτον ἢ τὴν κληρονομίαν ἀναδοθῆναι. εἶπον γάρ σοι.... ὅτι ὁ ἀδιατίμητος οἰκέτης μόνα τὰ ἐξ ῥέ τοῦ ἀνδρὸς καὶ τὰ ἐξ ὄπερις σοῦις αὐτῷ τῷ ἀνδρὶ προςπορίζει, τὰ δὲ λοιπὰ τῇ γυναικί. τοῦτο δὲ καὶ κατὰ διαίρησιν εἴρηται· καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν ἀδιατιμήτων τὰ ὁπωςοῦν τῷ πράγματι προςγινόμενα τῇ γυναικὶ διαφέρει, ὡς ἔγνως ἐν τῷ ι τοῦ παρόντος τιτ. ἔνθα ἔστι μαθεῖν, ὅτι ἐπὶ τῶν ἀδιατιμήτων οὐσουφρουκτονάριον μιμεῖται ὁ ἀνήρ... ὥστε εἰ μιμεῖται οὐσουφρουκτονάριον ἐπὶ τῶν δοταλίων πραγμάτων ὁ ἀνήρ, εἰκότως μόνην τὴν κληρονομίαν καὶ τὸ ληγάτον τῷ διαφέροντι περὶ αὐτὸν δοταλίῳ οἰκέτῃ καταλειφθὲν ἀποκερδαίνει· οὐκέτι δὲ καὶ τὸ διαθέσει τῆς γυναικὸς ἢ διαθέσει τοῦ οἰκέτου καταλειφθὲν τῷ δοταλίῳ οἰκέτῃ, ἀλλ'ἀποκερδαίνει τοῦτο ἡ γυνή. ὅπερ ἐστὶν ἐπὶ οὐσουφρουκτοναρίου οἰκέτου....

probetur, testatorem contemplatione mariti hereditatem aut legatum reliquisse servo dotali (*dotali autem dico inaestimatum*), mulieri soluto matrimonio legatum aut hereditatem reddi oportet. Dixi enim tibi.... servum inaestimatum ea tantum, quae ex re mariti vel ex operis suis adquirit, ipsi marito adquirere, cetera autem mulieri. Hoc autem dictum est etiam secundum distinctionem: etenim quae in inaestimatis quomodocumque rei accedunt, ad mulierem pertinent, ut didicisti dig. 10 huius tit. ubi discere licet, *in rebus inaestimatis maritum imitari usumfructuarium*... itaque si maritum usumfructuarium imitatur, merito solam lucratur hereditatem aut legatum, quod servo dotali ad ipsum pertinenti relictum est: nec vero quod contemplatione mulieris aut contemplatione servi servo dotali relictum est, sed id mulier lucratur. *Quod obtinet in servo fructuario...*

Quando i Bizantini non *restringono arbitrariamente* il dettato preciso del testo classico, fanno una cosa più semplice e più radicale: lo *capovolgono*. Anche qui il confronto è parlante.

Il BONFANTE (1), per verità, ha già osservato che sulla genuinità di questo testo dopo l'affermazione del principio ha gravi dubbi, ma nè vi ha insistito, nè, occupandosene in una rapida nota, ha potuto misurare il significato profondo della alterazione e scorgere con quali altre alterazioni essa è strettamente connessa.

Il principio classico era preciso:

Servus dotalis heres ab aliquo institutus *mariti iussu* vel adire vel repudiare debet hereditatem:

appunto perchè il marito era il *dominus* del *servus dotalis*.

Ma ciò non è più nel diritto giustinianeo: ed ecco che allora i Giustinianei fanno intervenire la moglie per accettare, o non, l'eredità quando lo schiavo dotale è istituito erede. Che io mi soffermi a rilevare la folla di indizi che inducono a ritenere tutto il testo non classico da *sed ne maritus* in poi, non mi sembra affatto necessario. Mi basterà rilevare come indizio logico, che dopo una affermazione così recisa, quale è quella posta nel primo periodo, mal si comprende tutto ciò che segue e che finisce per scalzarla; e, come indizi formali, si può dire ogni parola e frase: *facile* (2), *temere* (3), *consulere* (4), *sollicitudo* (5), *desiderium* (6).

Posso, dopo tutto ciò, affermare tranquillamente che con l'analisi critica compiuta si giunge a scoprire quanto diversa sia la concezione romana dalla concezione giustinianea in ordine alla natura del diritto del marito sulle cose dotali. Il diritto romano classico tien fermo il principio che il marito è proprietario delle cose costituite in dote: il diritto postclassico e giustinianeo, per l'evidente influenza del diritto ellenico dif-

(1) *Corso cit.*, 326, n. 4.

(2) Cfr. già P. KRÜGER, in *Festgabe für Güterbock*, Berlin, Vahlen, 1910.

(3) Cfr. frequenti esempi di alterazioni in SECKEL, *Handlexicon*, sub h. v.

(4) Cfr. BESELER, *Beiträge*, 2, 75: il quale, però, in questo testo elimina troppo poco.

(5) Il termine ricorre frequentemente in tarde costituzioni: cfr. l'*Index* del *Theodosianus* (GRADENWITZ) e il *Vocabularium Codicis Iustiniani* (VON MAYR), sub h. v.

(6) Termine spesso interpolato. Cfr. gli esempi richiamati da ultimo in E. ALBERTARIO, *Sul diritto agli alimenti*, p. 19, n. 3.

fuso in tutto l'Oriente ellenizzato, scalza tenacemente, inesorabilmente, con una massa considerevole di alterazioni, il principio classico: la moglie è, ora, proprietaria delle cose dotali e il diritto del marito si riduce a un diritto di usufrutto.

VII

Come sempre accade, le fonti bizantine illuminano le interpolazioni segnalate. E gli scolii, disseminati nel terzo libro dei Basilici, commentanti i testi che si riferiscono agli acquisti dello schiavo dotale, sono particolarmente interessanti e luminosi.

Nel Digesto — come ho avvertito – sopravvivono, come voci di un passato sepolto, i due testi giulianei (D. 23, 3, 47 e D. 24, 3, 31, 4), i quali ammettono che lo schiavo costituito in dote acquista alla moglie *ante nuptias* e *post divortium:* il che inevitabilmente significa che *acquista al marito durante il matrimonio*. Questi due testi, sfuggiti ai Giustinianei e non alterati in armonia col nuovo ordinamento dotale giustinaneo, rappresentano un tremendo impaccio per i commentatori bizantini. I due testi sono *espliciti* e, nella loro precisa chiarezza, *inesorabili*. Che fare allora? I Bizantini girano l'ostacolo o *arbitrariamente restringendo* il chiaro dettato del testo e *sostanzialmente sovvertendolo* o *capovolgendolo* addirittura. Nel primo caso essi *fingono* che il testo giustinianeo si riferisca agli acquisti di *servi dotales aestimati:* soltanto allora, per il principio (del resto, anch'esso bizantino o — insomma — postclassico) che *dotis aestimatio venditio est* (1), lo schiavo dotale acquista eredità, legati, donazioni al marito.

È parlante il confronto tra il testo classico, conservatoci inalterato nel Digesto, e gli scolii bizantini al testo classico, che lo restringono e lo deformano.

(1) Cfr. E. Albertario, *Sulla massima* '*dotis aestimatio venditio est*', di prossima pubblicazione.

D. 23, 3, 47 (Iulianus 18 dig.)	Bas. 29, 1, 43 (Heimb. 3, 385)	
Si servo in dotem ante nuptias dato donatum aliquid vel legatum *ante nuptias* fuisset, ampliatur dos, sicut ex fructibus fundi, qui ante nuptias traditus est.	*'Εὰν πρὸ τῶν γάμων δορηθῇ τι ἢ ληγατευθῇ τῷ προικιμαίῳ δούλῳ, προςτίθεται τῇ προικί, ὡς καὶ οἱ ληφθέντες πρὸ τῶν γάμων ἀπὸ τοῦ ἀγροῦ καρποί.*	Si servo dotali ante nuptias donatum aliquid vel legatum fuerit, doti accedit, sicut et fructus ex fundo ante nuptias percepti.
	τῷ προικιμαίῳ δούλῳ] Διατετιμημένον θεμάτισον τὸν οἰκέτην. εἰ γὰρ ἀδιατίμητος ἦν, κἂν μετὰ τὸ συστῆναι τὸν γάμον ἐδορήθη τι αὐτῷ ἢ ἐληγατεύθη, πάλιν ηὐξάνετο ἡ προίξ. ὁ γὰρ ἀδιατίμητος οἰκέτης μόνα τὰ ἐξ ῥὲ τοῦ ἀνδρός, καὶ τὰ ἐξ ὀπέροις σούοις αὐτῷ τῷ ἀνδρὶ προςπορίζει, τὰ ἄλλα τῇ γυναικί....	servo dotali] *pone servum aestimatum*. Nam si inaestimatus esset, etiamsi post contractum matrimonium donatum aliquid vel legatum ei fuisset, dos rursus augeretur. Servus enim inaestimatus marito solum ex re mariti et ex operis suis adquirit, cetera uxori....
	. . . .	. . . .
	προςτίθεται τῇ προικί] 'Ιωάννου. Μετὰ γὰρ τὸν γάμον ἀληθὴς ἐστιν ἀγοραστὴς ὁ ἀνὴρ ἐπὶ τῆς διατετιμημένης προικός....	doti accedit] Ioannis. Nam post nuptias maritus verus emptor est *in dote aestimata*....

La stessa *arbitraria restrizione* si insinua nel commento di Stefano all'interpolato testo di Pomponio.

D. 23, 3, 65 (Pomponius 5 ad Quintum Mucium).	Bas. 29, 1, 61 (Heimb. 3, 400-401)	
Si legato aut hereditate aliquid servo dotali obvenit, [*quod testator noluit ad mari-*	*'Εὰν τῷ προικιμαίῳ δούλῳ ἔλθῃ κληρονομία ἢ ληγάτον, ἅπερ ὁ διαθέμενος οὐκ ἠθέλησε διαφέρειν τῷ ἀνδρί, λυομένου τοῦ γάμου ἀποδίδοται τῇ γυναικί.*	Si servo dotali obvenerit hereditas aut legatum, quae testator noluit ad maritum pertinere, soluto matrimonio redduntur mulieri.
	. . . .	. . . .
	ἐξηγούμενος δὲ τὸ ῥητὸν ὁ Στέφανος λέγει· ὥστε ἐν ᾧ μὴ δει-	Textum autem exponens Stephanus ait: ideo si non ap-

...um *pertinere*], id soluto matrimonio reddendum <non> est mulieri.

κνυται, ὅτι διαθήσει τῇ περὶ τὸν ἄνδρα τὴν κληρονομίαν ἢ τὸ ληγάτον ὁ διαθέμενος τῷ δοταλίῳ καταλέλοιπεν οἰκέτῃ (δοτάλιον δὲ λέγω τὸν ἀδιατίμητον) χρὴ τῇ γυναικὶ διαλυομένου τοῦ γάμου τὸ ληγάτον ἢ τὴν κληρονομίαν αναδοθῆναι. εἶπον γάρ σοι.... ὅτι ὁ ἀδιατίμητος οἰκέτης μόνα τὰ ἐξ ῥὲ τοῦ ἀνδρὸς καὶ τὰ ἐξ ὄπερις σοῦις αὐτῷ τῷ ἀνδρὶ προςπορίζει, τὰ δὲ λοιπὰ τῇ γυναικί. τοῦτο δὲ καὶ κατὰ διαίρησιν εἴρηται· καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν ἀδιατιμήτων τὰ ὁπωςοῦν τῷ πράγματι προςγινόμενα τῇ γυναικὶ διαφέρει, ὡς ἔγνως ἐν τῷ ι τοῦ παρόντος τιτ. ἔνθα ἔστι μαθεῖν, ὅτι ἐπὶ τῶν ἀδιατιμήτων οὐσουφρουκτουάριον μιμεῖται ὁ ἀνήρ... ὥστε εἰ μιμεῖται οὐσουφρουκτουάριον ἐπὶ τῶν δοταλίων πραγμάτων ὁ ἀνήρ, εἰκότως μόνην τὴν κληρονομίαν καὶ τὸ ληγάτον τῷ διαφέροντι περὶ αὐτὸν δοταλίῳ οἰκέτῃ καταλειφθὲν ἀποκερδαίνει· οὐκέτι δὲ καὶ τὸ διαθέσει τῆς γυναικὸς ἢ διαθέσει τοῦ οἰκέτου καταλειφθὲν τῷ δοταλίῳ οἰκέτῃ, ἀλλ᾽ἀποκερδαίνει τοῦτο ἡ γυνή. ὅπερ ἐστὶν ἐπὶ οὐσουφρουκτουαρίου οἰκέτου....

probetur, testatorem contemplatione mariti hereditatem aut legatum reliquisse servo dotali (*dotali autem dico inaestimatum*), mulieri soluto matrimonio legatum aut hereditatem reddi oportet. Dixi enim tibi.... servum inaestimatum ea tantum, quae ex re mariti vel ex operis suis adquirit, ipsi marito adquirere, cetera autem mulieri. Hoc autem dictum est etiam secundum distinctionem: etenim quae in inaestimatis quomodocumque rei accedunt, ad mulierem pertinent, ut didicisti dig. 10 huius tit. ubi discere licet, *in rebus inaestimatis maritum imitari usumfructuarium*... itaque si maritum usumfructuarium imitatur, merito solam lucratur hereditatem aut legatum, quod servo dotali ad ipsum pertinenti relictum est: nec vero quod contemplatione mulieris aut contemplatione servi servo dotali relictum est, sed id mulier lucratur. *Quod obtinet in servo fructuario*...

Quando i Bizantini non *restringono arbitrariamente* il dettato preciso del testo classico, fanno una cosa più semplice e più radicale: lo *capovolgono*. Anche qui il confronto è parlante.

D. 24, 3, 31, 4
(Iulianus 18 dig.)

Si fundum dotalem recepisset mulier non habita ratione fructuum pro portione anni, quo nupta non fuisset, nihilo minus [*de dote*] agere potest, quia minorem dotem recepisset: hoc enim ad dotis augmentum pertinet, quemadmodum si partus ancillarum non recepisset, aut legata vel hereditates, quae *post divortium* per servos dotales adquisitae marito fuissent.

Bas. 28, 8, 31
(Heimb. 3, 273-274)

'Εὰν χωρὶς τῆς ἀναλογίας τοῦ τελευταίου χρόνου τῶν καρπῶν ἡ γυνὴ λάβῃ τὸν ἀγρόν, κινεῖ πάλιν περὶ τῆς προικός, ὡς ὅτε μὴ λάβῃ τὸν τοκετὸν τῶν δούλων, ἢ τὰς κληρονομίας, ἢ τὰ ληγάτα τά μετὰ τὸ διαζύγιον τῷ ἀνδρὶ πορισθέντα διὰ τῶν προικιμαίων δούλων.

. . . .

ἢ τὰς κληρονν μίας ἢ τὰ ληγάτα] *Οὐ μονον τὰ μετὰ τὸ διαζύγιον προσποριζόμενα τοῖς δοταλίοις δούλοις διαφέρει τῇ γυναικί, ἀλλὰ καὶ τὰ ἐν τῷ γάμῳ.*

Τοῦ αὐτοῦ. Οὔτε ἐν τῷ γάμῳ ἀδιτεύων ὁ δοῦλος δοτάλιος προσπορίζει τῷ ἀνδρὶ τὴν κληρονομίαν.... αἱ γὰρ ὀπέραι μόνον διαφέρουσι τῷ ἀνδρὶ συνεστῶτος τοῦ γάμου.... δεῖ δὲ τὴν διάθεσιν ζητεῖν, ἢ διὰ τὴν γυναῖκα ἢ τὸν ἄνδρα κληρόνομον τὸν δοῦλον ἔγραψεν....

Si non habita ratione fructuum ultimi anni mulier fundum acceperit, rursus de dote agit, sicut cum partum ancillarum non receperit, vel hereditates, vel legata, quae post divortium marito per servos dotales adquisita fuerunt.

. . . .

vel hereditates vel legata] *Non solum quae post divortium a servis dotalibus adquiruntur, ad mulierem pertinent, sed etiam quae in matrimonio.*

Eiusdem. Neque durante matrimonio adiens servus dotalis marito hereditatem adquirit... *Operae enim tantum ad maritum pertinent constante matrimonio...* Affectio autem quaerenda est, utrum propter uxorem an propter maritum servum heredem scripserit.

L'opera, pertanto, dei compilatori giustinianei è stata finita e meglio coordinata dai commentatori bizantini. Quel che nella legislazione giustinianea è di per sè evidente, ma non sempre apertamente detto, è invece recisamente affermato più d'una volta nei commenti bizantini, che i Basilici ci conservano.

Il tesoro, trovato dal marito nel fondo dotale, si acquista per metà

τῇ γυναικὶ ὡς δεσπότιδι τοῦ ἀγροῦ (1).

A proposito delle piante del fondo dotale, abbattute dal vento, e che i Giustinianei impongono al marito di restituire alla moglie nel loro valore, l'Anonimo commenta:

Οὕτω καὶ ἐπὶ οὐσουφρουκτουαρίου (2).

E Stefano, a proposito degli acquisti dello schiavo dotale, pervenutigli per eredità o legato, che i Giustinianei attribuiscono alla moglie anzichè al marito, annota (3):

ἐπὶ τῶν ἀδιατιμήτων οὐσουφρουκτουάριον μιμεῖται ὁ ἀνήρ.

La natura del diritto del marito è nelle fonti bizantine ben definita, senza ambagi e senza sottintesi.

Nelle fonti giustinianee la rivoluzione nell'ordinamento dotale si è già compiuta, ed è manifesta non solo nelle singole decisioni concrete, ma anche in quelle formulazioni o motivazioni che dicono essere la dote *patrimonium mulieris*, o *in bonis mulieris* o avvertono che la dote *mulieri adquiritur.*

Ma le fonti giustinianee e le opere degli scrittori postclassici non rivelano tutta quella netta soluzione di continuità che è tra il diritto romano da un lato e il diritto giustinianeo dall'altro, per l'influenza, su quest'ultimo esercitata, dal diritto ellenico: non rivelano, insomma, quel distacco profondo che assai meglio invece ci vien fatto di segnalare quando al diritto classico contrapponiamo la libera interpretazione del diritto giustinianeo, che i maestri bizantini han fatto. Interpretazione libera, perchè deve soverchiare la lettera: ma interpretazione fedele e sincera, perchè ne ricerca e ritrova e illumina lo spirito.

---

(1) Heimbach, 3, 246.
(2) Heimbach, 3, 246.
(3) Heimbach, 3, 400.

Nelle fonti giustinianee e postclassiche vi è come un tentativo di *accomodamento* tra il vecchio e il nuovo regime. E, se Boezio dice:

Dos enim licet matrimonio constante *in bonis viri* sit, est tamen *in uxoris iure,*

i Giustinianei fan dire a Trifonino (D. 23, 3, 75):

Quamvis *in bonis mariti* dos sit, *mulieris* tamen *est,*

oppure essi stessi affermano ancora (C. 5, 12, 30, 1) che il diritto di proprietà del marito sulle cose dotali c'è, ma è una sottigliezza legale: non dicono addirittura che quel diritto di proprietà l'attribuivano al marito i Romani; ma che essi, nel sopravvenuto nuovo ordinamento, non glielo attribuiscono più. Non lo dicono, tanto è il loro sforzo di accomodamento, anche se nella stessa costituzione imperiale accordano *alla donna contro il marito* per la restituzione degli oggetti costituiti in dote la *rei vindicatio!*

L'IMPIANTO DI RAGGI X
DEL LABORATORIO DI CHIMICA GENERALE
DEL REGIO POLITECNICO DI MILANO.

Nota del S. C. prof. GIUSEPPE BRUNI

(Adunanza del 5 novembre 1925)

La scoperta di v. Laue e i diversi metodi che ne sono successivamente derivati per l'esame della struttura dei corpi cristallini hanno rappresentato una sostanziale estensione dei nostri mezzi di indagine. Le applicazioni fatte sino a qui di tali metodi si erano in generale limitate alla risoluzione di problemi cristallografici e alla determinazione dei reticoli cristallini di numerose sostanze, scelte però in grande prevalenza fra gli elementi ed i composti più semplici ed esclusivamente o quasi fra quelli che cristallizzano nei sistemi a maggior grado di simmetria. È ovvio che tali nuovi mezzi di ricerca sono suscettibili di numerose e svariate applicazioni alla risoluzione di questioni chimiche, ma tale genere di applicazione era finora quasi completamente mancato, non avendosene nella letteratura comparsa fino a due anni fa che scarsissimi accenni, ciò che non deve sorprendere dato che questo campo era stato finora coltivato quasi esclusivamente da fisici e da cristallografi puri e che questi nuovi procedimenti non erano ancora entrati nella tecnica dei laboratori chimici.

È naturale che tale stato di cose dovesse cessare; la chimica che ha successivamente impiegato con risultati positivi più o meno grandi i metodi rifrattometrici e quelli polarimetrici, quelli termochimici e quelli elettrochimici non poteva mancare di trarre vantaggio anche da questo nuovo indirizzo che permette di spingere lo sguardo in modo più profondo di ogni altro entro la costituzione dei corpi.

Fino a due anni fa l'Italia era rimasta completamente assente dalle ricerche sperimentali in questo campo; ciò che era

tanto più deplorevole in quanto che erano parecchi in Italia gli studiosi che per le loro ricerche precedenti sarebbero stati ben preparati ad utilizzare con frutto i nuovi metodi e che non avevano potuto farlo fino allora esclusivamente per mancanza dei mezzi occorrenti.

Avendo dedicato di preferenza la mia attività scientifica allo studio della chimica cristallografica ed in particolare dell' isomorfismo e delle soluzioni solide era naturale che io sentissi in modo particolare tale mancanza e che cercassi di rimediarvi.

L'occasione opportuna mi si presentò nel luglio del 1923 quando, approfitando della provvida iniziativa del benemerito Comitato Scientifico Tecnico, riuscii ad ottenere sul fondo delle riparazioni germaniche, integrato opportunamente da un sussidio della Società Italiana Pirelli, un gruppo di apparecchi della casa Siemens di Berlino.

Questo impianto consiste di un trasformatore e di un raddrizzatore con motore sincromo: le caratteristiche sono: tensione massima 140 K. V. (70 per lavori con un polo a terra come esso fu usato d'abitudine per oltre un anno); intensità continua su 45-50 K. V. fino a 20 milliamp.

La fig. 1 rappresenta l'apparecchio: in essa si vede in basso il trasformatore ed in alto il motore sincrono con raddrizzatore a croce che utilizza entrambi le semionde. Il quadro di manovra è del solito tipo e non si vede in figura; esso ha un dispositivo commutatore per la bassa o ad alta tensione e un riscaldamento catodico per tubi tipo Coolige. I tubi e gli apparecchi accessori di cui sarà detto dopo furono acquistati con la dotazione ordinaria di laboratorio, o con mezzi speciali accordati dalla Direzione del Politecnico.

Con questo apparecchio, e con dispositivi che non appaiono in figura, essendo stati passati nel nuovo impianto, si lavorò ininterrottamente anche 14-15 ore al giorno senza avere alcun inconveniente e ciò per ben un anno e mezzo.

Per mio consiglio il prof. G. R. Levi si recò, prima ancora di iniziare l'istallazione, a Zurigo nel laboratorio di Debye e Scherrer di quel Politecnico per prendervi conoscenza diretta di questa tecnica che è così diversa da quella comune dei laboratori di chimica ed anche di chimica fisica. Fu così possibile senza eccessiva perdita di tempo di ottenere risultati positivi e già nell'aprile 1924 il Prof. Levi era in grado di comunicare i risultati delle prime ricerche al Congresso di Chimica Industriale di Milano.

Fig. 1 — Impianto Siemens.

Siccome questo primo impianto non permetteva l'applicazione contemporanea ed intensiva dei diversi metodi, presentai nel gennaio 1925 al Ministero dell'Economia Nazionale una motivata domanda per ottenere uno stanziamento sul fondo preveduto dalla legge Corbino; mi fu difatti assegnata a tale scopo la somma di L. 150.000. Debbo rivolgere un ringraziamento all'Egregio Colonnello Arturo Crocco per il vivo interessamento preso alla mia iniziativa, sia come Direttore generale dell'industria presso il Ministero dell'Economia Nazionale, sia come tecnico (1).

Poichè questa somma non era completamente sufficiente agli acquisti progettati, mi rivolsi alla Direzione del Politecnico, ottenendone uno stanziamento speciale di circa L. 50.000 ed inoltre l'assegnazione al mio laboratorio di due nuovi locali nei quali i nuovi apparecchi poterono trovare una collocazione, per quanto ancora ristretta. Mi è grato esprimere la mia riconoscenza all'Egregio Collega prof. Zunini allora direttore dell'Istituto per il cordiale e pronto appoggio datomi in quella come in tutte le altre occasioni. Con questo notevole contributo fu possibile preparare una istallazione che, oltre ad essere unica in Italia può confrontarsi senza sfigurare coi migliori impianti esteri del genere. Il nuovo impianto nel suo assieme è riprodotto dalla fig. 2.

Esso consta, analogamente al precedente, in primo luogo di un trasformatore e di un motore sincrono. Il trasformatore ed il motore sincrono racchiusi nella cabina di destra si vedono appena in figura; vi è un dispositivo di aspirazione per ricambiare l'aria che, per l'accumularsi dei vapori nitrosi, sarebbe di danno all'apparecchio. Questo apparecchio della casa Koch e Sterzel di Dresda può lavorare fino a 200-210 K. V. con un regime di 10 M. A. continui e perciò risponde alla potenzialità dei maggiori tubi posti in commercio. Si possono radiografare con esso in brevi istanti pezzi metallici di grosso spessore p. es. di ferro fino a 10 cm.

L'apparecchio lavora in modo continuo e soddisfacente da oltre 6 mesi. Nel nostro lavoro abituale tale impianto viene utilizzato però in condizioni diverse e cioè con pochi K. V. ma molti M. A. pel funzionamento di tubi metallici con forte intensità di corrente. Questo apparecchio permette il contemporaneo

(1) A. Crocco, Giornale di Chimica Industriale **7** pg. 515 (1925).

Fig. 2 — Impianto Koch e Sterzel.

funzionamento di due tubi Coolidge, avendo due riscaldamenti catodici indipendenti. La loro regolazione sul quadro di manovra, visibile nel davanti della figura, è in basso; i trasformatori così comandati sono invece assai in alto a sinistra e non visibili nella fotografia.

Si spera di poter aggiungere in seguito a questo impianto degli adatti condensatori per rendere meno pulsante la corrente raddrizzata ed anche speciali reostati raffreddati a circolazione d'acqua per poter lavorare fino a 200 M. A. con piccole differenze di potenziale (10-12 K. V.).

Data l'intensità delle radiazioni così generate, era necessario seriamente preoccuparsi della protezione degli operatori per un lavoro così continuo.

Nel primo impianto, che è installato in locale assai modesto e ristretto, la sola protezione è data da una lamiera di 3 mm. di piombo e un vetro anti-X di 5 mm. applicati alla porta della stanzetta. Nel nuovo impianto, mercè i maggiori mezzi, si è provveduto ad una cabina con parete di piombo di 5 mm. di spessore e tre finestre di vetro anti-X di 20 mm. Questa cabina ha due porte scorrevoli, e come appare dalla fig. 2, è di dimensioni comode e collocata in un locale sufficiente allo scopo.

I tubi attualmente usati nei due impianti sopra accennati possono venir divisi in due tipi.

A) tubi a ioni; B) tubi ad elettroni.

In un primo tempo vennero adoperati i tubi di Rausch v. Traubenberg di costruzione assai semplice ed economica; la loro breve durata non li rende però adatti in un impianto di forte e continuo lavoro come il nostro. Successivamente furono usati tubi tipo Hadding metallici (in rame, ferro, similoro ecc.) con catodo di alluminio e isolatore in porcellana.

Questo tubo è visibile nella fig. 3, a destra, con una camera di Debye. Il catodo viene raffreddato con un dispositivo isolato sospeso a sinistra in alto nella fig. 2 e l'anticatodo messo a terra comunica con la conduttura dell'acqua. Pel funzionamento di questi tubi a ioni il laboratorio è provvisto di pompe preliminari ad olio Geryk, Pfeiffer, Leybold, ed inoltre di pompe in acciaio e in quarzo a diffusione di mercurio; quelle in quarzo si sono dimostrate di gran lunga superiori per semplicità e bontà di funzionamento.

Questi tubi, salvo una notevole difficoltà di istallazione e di regolazione, sono i migliori per economia, durata e sopra-

tutto per la purezza delle radiazioni emesse; si ottengono con esse dei fotogrammi di una nettezza perfetta. Il loro solo inconveniente è quello di richiedere una continua evacuazione ed una sorveglianza della durezza del tubo.

Fig. 3 — a destra tubo di Hadding con camera di Debye-Scherrer a sinistra tubo di Coolidge con dispositivo sec. Laue.

B) Tubi ad elettroni (tipo Coolidge) si trovano in commercio tubi di questo tipo di diverse case. Particolarmente le ditte Müller e Radion si sono specializzate nella costruzione di questi tubi di forma adatta ai dispositivi fotografici e con anticatodi di diversi metalli. Per quelli capaci di emettere radiazioni a

tanto più deplorevole in quanto che erano parecchi in Italia gli studiosi che per le loro ricerche precedenti sarebbero stati ben preparati ad utilizzare con frutto i nuovi metodi e che non avevano potuto farlo fino allora esclusivamente per mancanza dei mezzi occorrenti.

Avendo dedicato di preferenza la mia attività scientifica allo studio della chimica cristallografica ed in particolare dell' isomorfismo e delle soluzioni solide era naturale che io sentissi in modo particolare tale mancanza e che cercassi di rimediarvi.

L'occasione opportuna mi si presentò nel luglio del 1923 quando, approfitando della provvida iniziativa del benemerito Comitato Scientifico Tecnico, riuscii ad ottenere sul fondo delle riparazioni germaniche, integrato opportunamente da un sussidio della Società Italiana Pirelli, un gruppo di apparecchi della casa Siemens di Berlino.

Questo impianto consiste di un trasformatore e di un raddrizzatore con motore sincromo: le caratteristiche sono: tensione massima 140 K. V. (70 per lavori con un polo a terra come esso fu usato d'abitudine per oltre un anno); intensità continua su 45-50 K. V. fino a 20 milliamp.

La fig. 1 rappresenta l'apparecchio: in essa si vede in basso il trasformatore ed in alto il motore sincrono con raddrizzatore a croce che utilizza entrambi le semionde. Il quadro di manovra è del solito tipo e non si vede in figura; esso ha un dispositivo commutatore per la bassa o ad alta tensione e un riscaldamento catodico per tubi tipo Coolige. I tubi e gli apparecchi accessori di cui sarà detto dopo furono acquistati con la dotazione ordinaria di laboratorio, o con mezzi speciali accordati dalla Direzione del Politecnico.

Con questo apparecchio, e con dispositivi che non appaiono in figura, essendo stati passati nel nuovo impianto, si lavorò ininterrottamente anche 14-15 ore al giorno senza avere alcun inconveniente e ciò per ben un anno e mezzo.

Per mio consiglio il prof. G. R. Levi si recò, prima ancora di iniziare l'istallazione, a Zurigo nel laboratorio di Debye e Scherrer di quel Politecnico per prendervi conoscenza diretta di questa tecnica che è così diversa da quella comune dei laboratori di chimica ed anche di chimica fisica. Fu così possibile senza eccessiva perdita di tempo di ottenere risultati positivi e già nell'aprile 1924 il Prof. Levi era in grado di comunicare i risultati delle prime ricerche al Congresso di Chimica Industriale di Milano.

Fig. 1 — Impianto Siemens.

Siccome questo primo impianto non permetteva l'applicazione contemporanea ed intensiva dei diversi metodi, presentai nel gennaio 1925 al Ministero dell'Economia Nazionale una motivata domanda per ottenere uno stanziamento sul fondo preveduto dalla legge Corbino; mi fu difatti assegnata a tale scopo la somma di L. 150.000. Debbo rivolgere un ringraziamento all'Egregio Colonnello Arturo Crocco per il vivo interessamento preso alla mia iniziativa, sia come Direttore generale dell'industria presso il Ministero dell'Economia Nazionale, sia come tecnico (1).

Poichè questa somma non era completamente sufficiente agli acquisti progettati, mi rivolsi alla Direzione del Politecnico, ottenendone uno stanziamento speciale di circa L. 50.000 ed inoltre l'assegnazione al mio laboratorio di due nuovi locali nei quali i nuovi apparecchi poterono trovare una collocazione, per quanto ancora ristretta. Mi è grato esprimere la mia riconoscenza all'Egregio Collega prof. Zunini allora direttore dell'Istituto per il cordiale e pronto appoggio datomi in quella come in tutte le altre occasioni. Con questo notevole contributo fu possibile preparare una istallazione che, oltre ad essere unica in Italia può confrontarsi senza sfigurare coi migliori impianti esteri del genere. Il nuovo impianto nel suo assieme è riprodotto dalla fig. 2.

Esso consta, analogamente al precedente, in primo luogo di un trasformatore e di un motore sincrono. Il trasformatore ed il motore sincrono racchiusi nella cabina di destra si vedono appena in figura; vi è un dispositivo di aspirazione per ricambiare l'aria che, per l'accumularsi dei vapori nitrosi, sarebbe di danno all'apparecchio. Questo apparecchio della casa Koch e Sterzel di Dresda può lavorare fino a 200-210 K. V. con un regime di 10 M. A. continui e perciò risponde alla potenzialità dei maggiori tubi posti in commercio. Si possono radiografare con esso in brevi istanti pezzi metallici di grosso spessore p. es. di ferro fino a 10 cm.

L'apparecchio lavora in modo continuo e soddisfacente da oltre 6 mesi. Nel nostro lavoro abituale tale impianto viene utilizzato però in condizioni diverse e cioè con pochi K.V. ma molti M. A. pel funzionamento di tubi metallici con forte intensità di corrente. Questo apparecchio permette il contemporaneo

(1) A. Crocco, Giornale di Chimica Industriale **7** pg. 515 (1925).

Fig. 2 — Impianto Koch e Sterzel.

funzionamento di due tubi Coolidge, avendo due riscaldamenti catodici indipendenti. La loro regolazione sul quadro di manovra, visibile nel davanti della figura, è in basso; i trasformatori così comandati sono invece assai in alto a sinistra e non visibili nella fotografia.

Si spera di poter aggiungere in seguito a questo impianto degli adatti condensatori per rendere meno pulsante la corrente raddrizzata ed anche speciali reostati raffreddati a circolazione d'acqua per poter lavorare fino a 200 M. A. con piccole differenze di potenziale (10-12 K. V.).

Data l'intensità delle radiazioni così generate, era necessario seriamente preoccuparsi della protezione degli operatori per un lavoro così continuo.

Nel primo impianto, che è installato in locale assai modesto e ristretto, la sola protezione è data da una lamiera di 3 mm. di piombo e un vetro anti-X di 5 mm. applicati alla porta della stanzetta. Nel nuovo impianto, mercè i maggiori mezzi, si è provveduto ad una cabina con parete di piombo di 5 mm. di spessore e tre finestre di vetro anti-X di 20 mm. Questa cabina ha due porte scorrevoli, e come appare dalla fig. 2, è di dimensioni comode e collocata in un locale sufficiente allo scopo.

I tubi attualmente usati nei due impianti sopra accennati possono venir divisi in due tipi.

A) tubi a ioni; B) tubi ad elettroni.

In un primo tempo vennero adoperati i tubi di Rausch v. Traubenberg di costruzione assai semplice ed economica; la loro breve durata non li rende però adatti in un impianto di forte e continuo lavoro come il nostro. Successivamente furono usati tubi tipo Hadding metallici (in rame, ferro, similoro ecc.) con catodo di alluminio e isolatore in porcellana.

Questo tubo è visibile nella fig. 3, a destra, con una camera di Debye. Il catodo viene raffreddato con un dispositivo isolato sospeso a sinistra in alto nella fig. 2 e l'anticatodo messo a terra comunica con la conduttura dell'acqua. Pel funzionamento di questi tubi a ioni il laboratorio è provvisto di pompe preliminari ad olio Geryk, Pfeiffer, Leybold, ed inoltre di pompe in acciaio e in quarzo a diffusione di mercurio; quelle in quarzo si sono dimostrate di gran lunga superiori per semplicità e bontà di funzionamento.

Questi tubi, salvo una notevole difficoltà di istallazione e di regolazione, sono i migliori per economia, durata e sopra-

tutto per la purezza delle radiazioni emesse; si ottengono con esse dei fotogrammi di una nettezza perfetta. Il loro solo inconveniente è quello di richiedere una continua evacuazione ed una sorveglianza della durezza del tubo.

Fig. 3 — a destra tubo di Hadding con camera di Debye-Scherrer a sinistra tubo di Coolidge con dispositivo sec. Laue.

B) Tubi ad elettroni (tipo Coolidge) si trovano in commercio tubi di questo tipo di diverse case. Particolarmente le ditte Müller e Radion si sono specializzate nella costruzione di questi tubi di forma adatta ai dispositivi fotografici e con anticatodi di diversi metalli. Per quelli capaci di emettere radiazioni a

forte lunghezza d'onda viene applicata una finestra di vetro speciale Lindemann di borato di litio. Il nostro laboratorio è provvisto oggi di una serie di tubi con anticatodi di cromo, ferro, nichelio, rame, rodio, molibdeno, argento, tungsteno, iridio e platino. I tubi con anticatodi a peso atomico superiore al molibdeno danno accanto alle radiazioni specifiche uno spettro continuo che come è noto serve per i fotogrammi tipo Laue. Questi tubi offrono il vantaggio di essere sempre pronti come i comuni tubi di terapia.

Pel raffreddamento di questi tubi adoperiamo le pompe isolate Koch e Sterzel di cui si è fatto cenno prima. Uno di questi tubi si vede a sinistra in basso nella fig. 3 sporgente a metà dell'apposita custodia ed applicato ad un dispositivo fotografico di Laue.

Questi tubi hanno però l'inconveniente di essere costosi e di richiedere un assortimento notevole di essi, sempre pronto, perchè a seconda dei preparati in esame, é necessario variare l'anticatodo, cambiamento che nei tubi a ioni, come quello di Hadding, si fa per semplice sostituzione dell'anticatodo.

Per le camere di Debye si adoperano sostanzialmente quelle proposte da Scherrer con modifiche allo scopo di rendere più breve l'esposizione e più comodo il maneggio. Sostanzialmente le stesse camere sono usate pei procedimenti del cristallo rotante. Pel Laue abbiamo tutti i dispositivi da quello classico col goniometro di Friedrich e Knipping a quelli correnti di Wyckoff e a quelli precisi e comodi al tempo stesso di Lehmann (1).

Abbiamo potuto recentemente acquistare il grande spettrografo a vuoto di Siegbahn (fig. 4) che si presenta come il mezzo più preciso ed elegante al tempo stesso per la ricerca degli elementi, qualunque sia il preparato solido da studiare. In esso il procedimento è invertito, ossia invece di studiare con raggi X di lunghezza nota emessi da un dato anticatodo un reticolo sconosciuto, si analizzano i raggi X emessi da un anticatodo di composizione ignota mediante un cristallo di reticolo perfettamente noto come salgemma, spato d'islanda, gesso od altri.

Il terzo impianto è stato fornito dalla casa Hilger. Esso è una istallazione di piccole dimensioni è provvista di tubo

---

(1) Pei dettagli su questi dispositivi vedi: G. R. Levi Giornale di chimica Industriale. **7** pg. 78 (1925).

Shearer a catodo di alluminio e anticatodo intercambiabile. Lo spettrografo Muller che fa parte dell'impianto è un'ingegnosa combinazione dei diversi metodi, ma quest'impianto è adatto piuttosto a ricerche preliminari che non ad un lavoro continuativo quale viene oggi praticato da noi.

Per la lettura di precisione dei fotogrammi di Debye si adopera una apposito comparatore a movimento lineare. Si spera di acquistare in seguito un comparatore a due movimenti

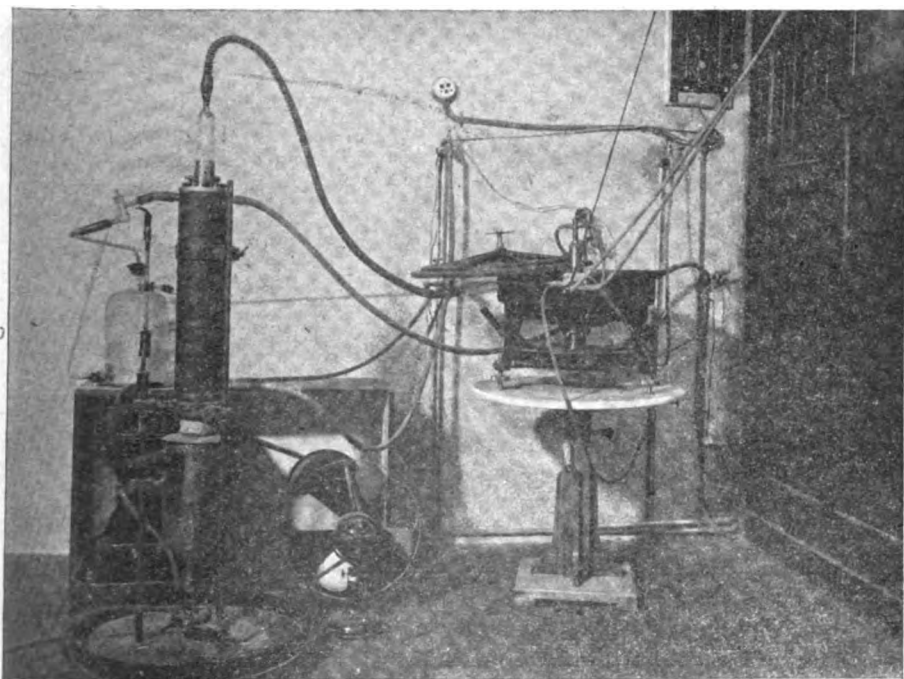



Fig. 4 — Spettrografo a vuoto di Siegbahn.

ortogonali adatto anche alla lettura di precisione dei fotogrammi di Laue.

Lo studio delle intensità, oltre che della posizione, delle linee o macchie osservate diventa ogni giorno più importante e perciò ci siamo provvisti di un microfotometro registratore (fig. 5) della casa Kipp e Zonen il quale funziona egregiamente da parecchi mesi.

Esso è basato sul solito principio e cioè le variazioni di intensità luminosa per opera della film studiata vengono, a

mezzo di una pila termoelettrica, ad influenzare un galvanometro che registra i suoi spostamenti su di apposito rullo.

L'altezza delle punte dipende dalla intensità degli annerimenti sulla film e permette quindi di trarre deduzioni sulla disposizione degli atomi nell'interno della cella elementare, mentre la larghezza della registrazione dipende dalle dimensioni dei granuli del preparato, che può, così al disotto di certi limiti, essere misurata.

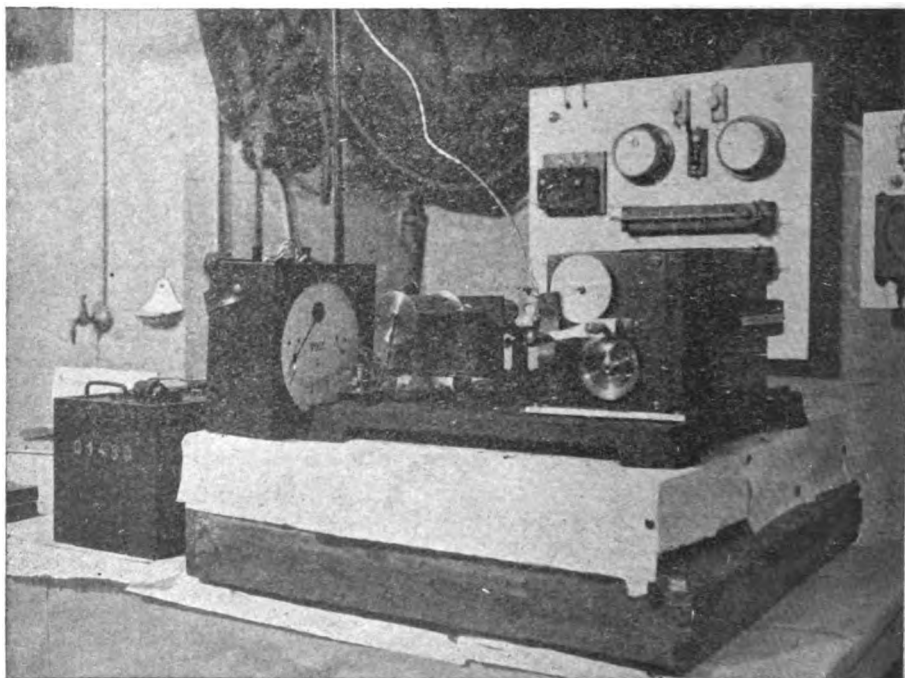



Fig. 5 — Microfotometro registratore di Kipp e Zonen.

Per i fotogrammi di Laue occorrerebbe poter acquistare un altro microfotometro p. es. tipo Hartmann.

Ultimamente il Ministero dell'Economia Nazionale ci ha concesso un assegno supplementare di L. 50.000. Per questi successivi provvidi assegni debbo ringraziare vivamente i Ministri On. Nava e Belluzzo. Con esso contiamo acquistare uno spettrografo di Seemann nel modello più completo per l'esame di lunghezze d'onda da 1 a 0,03 Å che perciò completa quello di Siegbahn sopra citato e una apparecchiatura dello stesso costruttore con tubi ad elettroni ma con anticatodi intercambiabili.

Per completare l'apparecchiatura esistente o in ordinazione ed avere un impianto veramente completo e pari ai migliorl esteri ci occorrerebbe ancora :

a) uno spettrografo con camera di ionizzazione tipo Bragg, che è il solo che permette una misura assoluta delle intensità delle interferenze.

b) Un apparecchio tipo Hull che permette di fare sino a 12 o 15 fotografie contemporanee col metodo delle polveri.

c) Un microfotometro tipo Hartmann per la misura delle intensità nei fotogrammi di Laue.

d) Un comparatore a due movimenti ortogonali ed uno circolare per la precisa misura dei fotogrammi di Laue.

e) Una maggiore dotazione di tubi, pompe ed apparecchi fotografici per permettere una maggiore intensità ed elasticità di funzionamento.

Per questo completamento occorrerebbe una cifra non superiore a L. 250.000 e io confido che, anche questa volta, l'aiuto non mi verrà a mancare da parte del Governo, della direzione dell'Istituto e di fondazioni locali.

Rammento che l'Università di Stoccolma ha un apposito laboratorio « roentgenografico » e credo che dato il molto che già esiste presso il mio laboratorio, e quello che si spera di aggiungervi fra poco, sia giustificata l'istituzione presso di esso di una apposita istituzione analoga.

Nonostante le lacune segnalate, i nostri impianti permettono già di eseguire ricerche in molti inderizzi ed essi sono stati utilizzati molto intensamente in ricerche di varia natura, sia chimico-fisica e cristallografica, sia più strettamente chimica ed applicata. Così dall'aprile del 1924 a tutt'oggi sono state date alla luce o sono in corso di stampa circa 30 pubblicazioni originali. Per dare un'idea del lavoro sperimentale occorso dirò che sono stati eseguiti non meno di 450 fotogrammi.

Un ringraziamento particolare debbo al mio assistente prof. G. R. Levi alla cui energia ed abilità sperimentale si deve la rapida istallazione, il buon funzionamento e l'elevato rendimento scientifico di tutto l'impianto.

RISULTATO DEI CONCORSI A PREMI

MEDAGLIA TRIENNALE PER L'AGRICOLTURA

(*Commissari*: M. E. R. Monti, SS. CC. M. De Marchi, F. Supino, *relatore*).

Alla medaglia d'oro triennale del R. Istituto destinata a quei cittadini che abbiano concorso a far progredire l'agricoltura lombarda col mezzo di scoperte o di metodi nuovi non ancora praticati, si presentò un solo concorrente, il Dott. Edoardo Pirola, il quale espone la sua opera sulla fecondazione artificiale, incubazione e diffusione nei laghi lombardi e laziali dell'Agone. Alla domanda, nella quale riassume i resultati da lui ottenuti, allega una memoria sull'Agone e la sua fecondazione ed incubazione artificiale e qualche altro stampato pubblicato su vari giornali relative allo stesso argomento e ai buoni resultati ottenuti, nonchè lettere di congratulazione di sodalizi e di privati.

La Commissione ha preso visione dei vari documenti e prima di procedere alla discussione di questi, ha trattato la quistione pregiudiziale se cioè l'opera del Dott. Pirola corrispondesse a quanto veniva richiesto dal concorso.

La Commissione, pur riconoscendo che il Dott. Pirola ha in tesi generale fatto opera di non poca importanza pratica e che qualora si fosse trattato di assegnare un premio ai benemeriti della piscicultura non avrebbe esitato a proporlo per lui, si è trovata d'accordo nel ritenere che quanto il Dott. Pirola ha fatto non rientra nei termini voluti dal concorso, poichè si tratta di applicazioni acquicole che non sono in nessun modo legate con l'agricoltura. Per questa ragione la Commissione ritiene non essere il caso di prendere in ulteriore esame i do-

cumenti presentati, e propone all' unanimità che la medaglia non venga assegnata.

Letta e approvata nell' adunanza del 17 dicembre 1925.
Non venne conferito il premio.

CONCORSI A PREMI DELLA FONDAZIONE SCIENTIFICA CAGNOLA

TEMI PERMANENTI DESIGNATI DAL FONDATORE:

Sulla natura dei miasmi e contagi.

(*Commissari*: M. E. SALA, SS. CC. BELFANTI, BORDONI-UFFREDUZI, *relatore*).

Per ottenere il premio Cagnola « sui miasmi e contagi » si è presentato quest'anno un sol concorrente, il Dott. Piero Redaelli il quale ha inviato un lavoro col titolo: « I miceti come associazione microbica nella tubercolosi cavitaria ».

È questo un lavoro veramente originale, assai ben condotto, sia dal lato puramente batteriologico e sistematico, come dal lato clinico e sperimentale. In esso si trovano illustrate diverse specie di ifomiceti patogeni, non ancora descritte, isolati dalle caverne polmonari dei tisici, e definite nei loro caratteri specifici secondo le norme più rigorose della sistematica moderna; mettendo così in evidenza l' importanza che possono avere alcune specie di funghi microscopici nella evoluzione del processo tubercolare nei polmoni.

La Commissione perciò unanimemente giudica il Dott. Piero Redaelli meritevole del premio a cui aspira.

Letta ed approvata nell' adunanza del 2 luglio 1925.

Venne conferito il premio di L. 2500 e medaglia d' oro al Dott. Piero Redaelli di Milano.

Sui modi di impedire la contraffazione di uno scritto.

(*Commissari*: MM. EE. SABBADINI, MENOZZI, CARRARA, *relatore*).

La memoria presentata dal Prof. D. Ganassini è certamente un contributo non privo di interesse, allo studio e alla ricerca della contraffazione di uno scritto con mezzi chimici; e in un certo senso si può considerare che rendendo più facile la scoperta della contraffazione si ponga un freno a chi volesse compierla per scopi delittuosi.

La parte sostanziale dello studio nei riguardi del tema posto a concorso è la proposta fatta dall'autore di uno speciale inchiostro indelebile a base di cormino d'indaco, zucchero acqua e acido solforico; il quale dopo usato dovrebbe venir riscaldato con un ferro da stiro ben caldo. Secondo l'autore l'acido solforico presente carbonizza lo zucchero e intacca anche leggermente la superfice della carta rendendo indelebile lo scritto.

La Commissione pur osservando che tipi di inchiostri indelebili analoghi sono noti, non può rendersi conto dell'efficacia pratica della proposta mancandole tutti gli elementi, dall'inchiostro agli scritti con esso vergati e sopratutto mancando delle prove che detto inchiostro oltre che non rovinare la carta e le penne, resista meglio di quelli conosciuti all'umidità, alla luce e alle azioni del tempo in genere.

Per le ragioni su esposte la Commissione pur riconoscendo nel Ganassini una speciale competenza nella materia trattata ritiene di non assegnare premio alcuno.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1925.

Non venne conferito il premio.

CONCORSO AL PREMIO DI FONDAZIONE BRAMBILLA

(*Commissari*: MM. EE. Jorini, Menozzi, S. C. Giordano, *relatore*).

Per il conferimento del premio, e anzitutto per giustificare le conclusioni a cui la Commissione è addivenuta, devesi aver presente che il premio stesso viene esclusivamente conferito « **a chi avrà inventato o introdotto in Lombardia qualche nuova macchina o qualsiasi processo industriale o altro miglioramento dal quale la popolazione tragga un vantaggio reale e provato** ».

Queste tassative disposizioni — dopo un primo esame delle domande di *otto* concorrenti quest'anno presentatisi, e previo l'ottenimento di indicazioni completive quando fu necessario — condussero a ridurre ad una sola la proposta di conferimento del premio, come risulta qui appresso specificato. La notevole eliminazione non esclude però che si debba accennare all'opera di tutti i concorrenti, che è in massima degna di molta considerazione.

1. L'*Ing. Piero Gambarotta di Novi Ligure*, ha concorso per un apparecchio di segnalazione delle velocità massime permesse dalla legge agli autoveicoli.

L' apparecchio consiste in una sfera dipinta a larghi fusi alternativamente bianchi e rossi o bianco e verdi: la sfera gira rapidamente ed appare quindi di colore uniforme finchè non si supera la velocità permessa; si ferma invece non appena viene oltrepassata la velocità regolamentare, ed allora presenta distinti i suoi vivaci colori a chiunque la osservi da terra; uno dei fanali dell' automobile la illumina di riflesso, per rendere possibile anche di notte la constatazione. Se le velocità massime sono due (nell' abitato e sulla strada libera), le sfere sono due.

Il risultato è ottenuto con mezzi semplici, i quali potranno permettere un costo limitato dell' apparecchio e quindi la sua diffusione.

Senonchè, non solo la diffusione, ma semplicemente una larga applicazione dell' apparecchio, non è ancora avvenuta: manca cioè tuttora la indiscutibile prova pratica della sua efficacia — e, particolarmente, manca per ciò una tra le condizioni essenziali per il conferimento del premio Brambilla.

È doveroso tuttavia riconoscere che la situazione accennata non deriva da difetto della invenzione: l' apparecchio non può diffondersi senza che intervengano deliberazioni comunali o statali intese ad imporne l' uso, almeno in via di esperimento. E vi è da augurarsi che deliberazioni di tal genere vengano prese nel pubblico interesse, il quale concerne tanto la incolumità delle persone, quanto la efficenza stradale di fronte al rapido incremento del traffico automobilistico.

2. Il Sig. *Luigi Marangoni di Pavia* ha presentato una macchina per la sarchiatura e la rincalzatura delle colture a righe.

È assai lodevole ogni sforzo inteso a diffondere buone macchine per tali operazioni di fondamentale importanza nella razionale, odierna agricoltura. Le macchine del genere, di ormai antica ideazione, hanno subìto infatti perfezionamenti sempre più notevoli, volti a permettere l' operazione su file multiple anche non regolari, nè impiantate su terreni privi d' ogni accidentalità.

L' apparecchio Marangoni é tra i più semplici, ed in molti casi risponde sicuramente allo scopo: può essere raccomandato, ma non può proporsi per esso l' assegnazione del premio, mancando del requisito di novità di introduzione nella Lombardia, e, in difetto di tal requisito, mancando altresì del carattere di decisa superiorità su altre macchine congeneri.

3. Il *Retificio Comacino* (*Figli di A. Trevisani*) ha richiamato la attenzione dell' Istituto sopra la fabbricazione meccanica di reti da pesca, da esso iniziata per primo in Lombardia con un opificio aperto in Como all' inizio del 1924.

Reti da pesca si importano dall' estero, e alla produzione interna, oltre la fabbricazione a mano, dà contributo qualche piccolo opificio del Veneto e della Liguria, pure fornito di telai meccanici. Considerati i benefici che l' industria della pesca reca alla popolazione, non possono essere trascurati neppure i progressi che via via si attuano nella fabbricazione delle reti. È con rammarico perciò che la Commissione ha saputo della temporanea chiusura del nuovo impianto, chiusura dovuta a circostanza estranea all'iniziata attività e vitalità dello stesso: a parte il fatto che la Commissione non ha potuto rendersi conto della misura con cui la iniziativa risponde ai vantaggi d' ordine generale considerati dal Fondatore del premio, è venuta a mancare una condizione essenziale per cui il premio poteva essere conferito.

4. L' *Ing. Cesare Pavese* ha sottoposto all' esame dell' Istituto il disegno di massima di una trattrice agraria, i cui organi di aderenza sono così congegnati da fendere il terreno, agevolando il lavoro dei corpi d' aratro trainati, i quali saranno privi di coltro.

L' autore dà prova, e non è la prima volta, di acuto e diligente spirito inventivo, tanto più che appare chiaro ch' egli ignora i numerosi e laboriosi tentativi fatti in ordine ai coltri rotanti, e che sono consegnati sopratutto in brevetti americani inglesi e tedeschi. L' esame critico della di lui proposta non può formare oggetto di rapporto della scrivente Commissione, e poco interesserebbe del resto il risultato di tale esame, non ritenendosi che un disegno ancora inattuato costituisca titolo pel conferimento dello speciale premio.

5. Il Signor *Cesare Biraghi* ha invitato l'Istituto a pronunziarsi sulla premiabilità di una macchina per scindere in istrati sottili, a scopo della utilizzazione agraria o di preparazioni successive per tale applicazione, le unghie degli animali macellati.

La preparazione meccanica dei materiali di cui si tratta e degli analoghi (ossa, corna, ecc.) ha formato oggetto di svariate costruzioni, per ovvie esigenze industriali e d' igiene. La Commissione loda il Biraghi, che ha affrontato con scarsissimi mezzi

il problema *ex-novo*, e che, pel caso speciale, lo ha opportunamente risolto. Ma essa ritiene che, se non altro nei riflessi della condizione di « vantaggio reale e provato per la popolazione », che è nello statuto della Fondazione Brambilla, non si possa far luogo a premiazione.

6. La Sig. *Soriani Celestina* ha sottoposto al giudizio dell'Istituto un apparecchio destinato ad arrestare gli spruzzi di fango che le automobili sollevano dalle strade. Come è noto il problema ha formato oggetto di ripetuti concorsi ed ha avuto molte soluzioni: quella ideata dalla Soriani offre prerogative interessanti in rapporto alla semplicità di struttura e all'agevole applicazione. In ordine alla diffusione e pratica dimostrazione di utilità dell'apparecchio possono intendersi qui ripetute le considerazioni esposte all'inizio della presente relazione, riguardo alla istanza Gambarotta, per concludere che neppure in questo caso ricorrono le condizioni volute pel conferimento del premio.

7. La *Fabbrica di strumenti geodetici F. W. Breithaupt e Sohn di Cassel*, a mezzo del proprio rappresentante in Italia, A. Petti Wangemann, ha ritenuto che, in seguito al disastro del Gleno, potesse considerarsi alla stregua delle condizioni del Concorso Brambilla un suo apparecchio per la constatazione periodica degli eventuali spostamenti verticali ed orizzontali di determinati punti delle dighe.

L'apparecchio — costruito secondo principii noti da lungo tempo, specie per la misura dei cedimenti di travate da ponte e dei lenti moti tellurici — non sembra che possa entrare nel campo a cui si riferisce la Fondazione Brambilla, come non possono rientrarvi altri noti strumenti di misura e di osservazione. Con ciò non si intende menomare l'importanza di un dispositivo che è bene studiato nei particolari, e che, dopo varie applicazioni in Germania, venne anche adottato per la diga del Tirso ed altre.

8. La *Società Alti Forni, Acciaierie e Ferriere Franchi Gregorini* ha chiesto di essere ammessa al concorso per aver avviato in Italia la fabbricazione dei tubi in ghisa centrifugata.

Il principio di fabbricare corpi cavi per centrifugazione — cioè colando materiali entro una forma girevole su sè stessa — è antico, ma solo da pochi anni esso è entrato nella pratica per la produzione di tubi o pali di cemento armato e di tubi

di ghisa. In confronto della fabbricazione ordinaria entro forme di terra, la produzione centrifuga dei tubi di ghisa offre palesi vantaggi: la sicura uniformità di spessore, l'affinamento del materiale (sia a motivo della compressione del metallo; quanto in rapporto alla espulsione delle inclusioni gassose ed al raccogliersi delle scorie alla superficie interna del tubo; quanto infine ad un fenomeno di omogeneizzazione termica), il minor costo (derivante dalla possibilità di ridurre gli spessori, dalla più completa meccanizzazione, dall'eliminazione delle materozze, e dalla maggiore semplicità e rapidità produttiva). Quest'ultimo requisito, del minor costo, potrà tradursi in beneficio generale perchè, per esempio negli acquedotti di approvvigionamento delle città, il costo dei tubi rappresenta una notevole frazione talvolta più della metà, del costo dell'impianto.

Va quindi data lode alla Franchi-Gregorini per aver introdotto in Italia il procedimento, tanto più che essa non si è limitata alla semplice importazione dello stesso, ma lo ha ristudiato, semplificandolo e perfezionandolo. Per quanto si è potuto sapere, almeno in Inghilterra, la forma metallica viene energicamente raffreddata, ed è dotata, oltrechè del moto rotatorio, di un moto assiale per ricevere il metallo fuso dalla bocca di colata su tutta la sua lunghezza; invece, nell'impianto Franchi-Gregorini, la forma è mantenuta a temperatura relativamente alta e non è animata da movimento longitudinale, la bocca di colata traslandosi nel suo interno. Ne segue appunto, in primo luogo, una maggiore semplicità della macchina; ed in secondo luogo la eliminazione della ricottura, ossia di una operazione costosa e difficile (dovendo essere condotta a temperatura elevata. per la quale il metallo si rammollisce) e che non consente infine di ottenere una struttura di metallo così opportuna come quella che direttamente si ha dal getto *in conchiglia calda*.

È infatti notevole rilevare che il carbonio libero serba una suddivisione granulare e non si raccoglie in lamelle, come nelle fusioni in forme di terra; che inoltre la struttura e la durezza caratteristiche dei getti in conchiglia fredda, si limitano ad uno strato di esile spessore all'esterno del tubo; che infine la resistenza a tensione dei provini tratti dalla parete del tubo non è mai minore di 20 Kg. mmq., come sono molto elevate ed assai più dell'ordinario costanti, la resistenza a flessione e la resilienza. Un procedimento come questo, che permette di affinare con mezzi semplici un metallo di caratteristiche tanto incerte e variabili quale è la ghisa, considerato il larghissimo

uso di questo materiale nelle costruzioni meccaniche, assume un' importanza che non sarà limitata in futuro alla sola fabbricazione dei tubi. La Franchi-Gregorini ha infatti già avviato anche la produzione degli anelli di tenuta degli stantuffi e ne provvede le Ferrovie dello Stato.

Naturalmente a così buoni e sempre migliori risultati si arriva col concorso dell' opera di ricerca e di controllo di laboratori per le prove meccaniche e per i saggi chimici e metallografici, laboratori che la Franchi-Gregorini ha ammesso al proprio impianto. Impianto organico, comprendente tre cubilotti e due centrifughe, macchina per la prova idraulica, vasca d'incatramatura per immersione, attrezzamento elettrico di estrazione, trasporti, sbavatura e spigolatura — non comprese le prestazioni di altri reparti della stessa Franchi-Gregorini, per la fusione e la lavorazione delle forme rotanti e la manutenzione del macchinario; impianto pel quale si dispone di circa 30.000 mq. di area, per 5000 coperta e pel resto adibita a deposito materie prime e prodotti lavorati. La produzione — fra diametri da 200 a 1000 mm., e lunghezze sino a 7 metri — può salire a 25 o 30 tn. al giorno.

Di fronte ad un' industria nuova per l'Italia, seriamente avviata, capace di arrecare vantaggi d'ordine generale e progressi in largo campo, la Commissione sottoscritta non esita a proporre — a favore della Società Franchi Gregorini, per lo specificato titolo — l'assegnazione del Premio Brambilla di primo grado, medaglia d' oro.

Letta ed approvata nell' adunanza del 17 dicembre 1925.

Venne conferito il premio di 1° grado, medaglia d' oro, alla ditta Franchi Gregorini di Brescia.

PREMIO DI FONDAZIONE FOSSATI

(*Commissari*: MM. EE. SALA, DEVOTO, S. C. PERRONCITO, *relatore*).

Al premio di Fondazione Fossati 1925 sul tema: « **Delle fini alterazioni del sistema nervoso nella fatica grave** » si sono presentati due concorrenti anonimi. Uno dei due lavori è contrassegnato dal motto: « Laetus laboravi » l'altro dal motto: « Nec spe nec metu ».

Il primo dei concorrenti (Laetus laboravi) ha lavorato sul sistema nervoso centrale della cavia affaticata, sul quale, ha compiuto lunghe e minute ricerche dal punto di vista morfologico e chimico ed applicando a tale studio i metodi più fini e più adatti.

Per quanto riguarda i reperti morfologici il candidato non è arrivato che a confermare quelli già illustrati da altri; pur tuttavia anche in questo campo ha fatto un controllo e una sceverazione non privi di utilità.

Dal punto di vista chimico è giunto alla conclusione interessante che negli animali affaticati si ha una diminuzione della quantità dei lipoidi nel midollo spinale e nei gangli; questa diminuzione si deve ritenere, in base ai reperti istologici da lui ottenuti, che si riferisca alle cellule nervose.

Questo reperto certamente di notevole interesse merita tuttavia di essere ulteriormente controllato e studiato.

Il secondo (Nec spe nec metu) prende in considerazione il ganglio cervicale superiore delle cavie affaticate e ne studia le alterazioni col metodo di Nissl. Egli vi rileva le stesse alterazioni che già sono state descritte per il sistema nervoso cerebro spinale in condizioni analoghe.

Egli mette in evidenza quindi un fatto che per quanto di valore modesto non era ancora noto.

Date le tradizioni del Premio Fossati e i criteri finora adottati nella assegnazione di esso, la Commissione ritiene che nessuno dei due lavori sia degno del premio per le ragioni che risultano dall'analisi suesposta dei lavori.

Tuttavia, trattandosi di ricerche originali fatte sul tema proposto dall'Istituto, le quali hanno costato una fatica e un lavoro non indifferenti, e sono giunti a risultati che hanno un interesse scientifico, la Commissione unanime propone che sia dato ai due lavori un assegno di incoraggiamento.

Riguardo alla misura di tale assegno, la Commissione non può non rilevare che, come risulta da quanto è stato più sopra esposto, le due memorie non possono essere considerate come di eguale valore; poichè le ricerche contrassegnate col motto « Laetus laboravi » sono indubbiamente di più lunga lena, condotte con tecnica superiore e più fina, giungono a risultati più interessanti che non quelle contrassegnate dal motto « Nec spe nec metu ».

Per questo la Commissione unanime propone che all'autore della memoria « Laetus laboravi » venga conferito un assegno di incoraggiamento di L. 1200 e all'autore della memoria « Nec spe nec metu » un assegno di L. 800.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1925.

Venne concesso un assegno d'incoraggiamento di L. 1200 al lavoro portante il motto « Laetus laboravi », che risultò

essere lo studente Vittorio Tronconi *della R. Università di Pavia, ed un assegno di L. 800 al lavoro distinto col motto:* « *Nec spe, nec metu* ».

CONCORSO TRIENNALE CIANI

(*Commissari*: MM. EE. Oberziner, Zingarelli, Sabbadini, *relatore*).

Il tema era il seguente: *Il miglior libro di lettura per il popolo italiano, di genere narrativo drammatico.*

I concorrenti furono tre.

1. Avv. Gaetano Cimino. Ricordi della guerra 1915-1918.

Per il giudizio su questo libro si veda la relazione del concorso Jona.

2. Ettore Allodoli. Il ragazzo risuscitato. Romanzo per la gioventù (con illustrazioni di Aurelio Graffonara). Remo Sandron Editore, 16°, pp. 242.

È un racconto scritto con certo garbo di forma, pur essendo il colorito troppo paesano, e si legge non senza piacere. Ottimi sono poi i sentimenti a cui l'autore si ispira e ben colorita qualche dipintura di persone e di cose. Ma non mancano situazioni ingenue, come ingenua è tutta la tessitura del racconto, il quale inoltre è contenuto nei limiti d'una azione troppo ristretta.

La Commissione pertanto non lo può proporre come libro di lettura per il popolo italiano.

3. Ranieri Allulli. Marco Polo (nella collezione: « I grandi viaggi d'esplorazione »). G. B. Paravia e C. 16°, pp. 275.

È stata una felice ispirazione quella di ricavare dal « Milione » di Marco Polo un libro di lettura moderna, che ci rifaccia dalle comuni stravaganze dei libri di viaggi straordinari così di stranieri come di nostrani. L'autore ha dato una forma viva, attraente, modernissima alla sua esposizione, opportunamente alternata di racconto e di dialogo, la quale riesce piacevole non solo a giovinetti ma anche a adulti. E possiamo pure riconoscergli meriti di invenzione e felice studio di caratteri e di costumi. Così fa parlare Marco Polo anche in dialetto veneziano, all'occorrenza, dando una vivacità e freschezza graziosa al racconto.

Purtroppo il dettato non è sempre felice, perchè a lui piace un'espressione un po' frondosa, talvolta falsa, con quella

colorazione alquanto iperbolica e sciatta che è propria della stampa quotidiana.

Per questo e un po' anche per esser l'argomento unilaterale, il libro non sembra risponda pienamente alle condizioni del concorso. Ma in considerazione delle belle qualità sopra rilevate la Commissione reputa l'autore meritevole d'incoraggiamento e propone gli venga assegnata la somma di lire mille.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1925.

Venne conferito un assegno d'incoraggiamento di L. 1000 al sig. prof. Ranieri Allulli per il suo libro « Marco Polo ».

CONCORSO ALLA BORSA DI STUDIO DI FONDAZIONE AMALIA VISCONTI TENCONI

(*Commissari*: MM. EE. MURANI, ARNÒ, S. C. ZUNINI, *relatore*).

La borsa era da *conferirsi ad un giovane di nazionalità italiana di scarsa fortuna e che, avendo già dato prova di ingegno non comune, di rettitudine e buona volontà, si avvî agli studî in materia di elettricità prevalentemente per perfezionamento all'estero.*

A questo concorso non essendosi presentato che un solo concorrente, il giudizio della Commissione perde qualsiasi interesse, non potendo che constatare l'adempimento delle condizioni statutarie.

Il concorrente è il sig. Baggiani Luigi di Guido, da Lucca, che ha conseguito il 1° maggio 1923 la laurea in ingegneria industriale meccanica (sezione elettrotecnica) nella R. Scuola di Ingegneria di Torino.

Egli presenta, secondo le disposizioni della fondazione:

a) il certificato del Comune di Firenze attestante che il concorrente ha tenuto sempre buona ed onorevole condotta: ed altro certificato dello stesso Comune attestante le modeste condizioni di fortuna della sua famiglia.

b) il certificato degli studi compiuti, parte all'Università di Pisa, parte alla Scuola d'Ingegneria di Torino, colle votazioni riportate nei singoli esami, che danno una media di 96/100 per 31 esami speciali e 100/100 per l'esame di laurea.

Si tratta dunque di un giovane fra i più distinti e meritevoli, che avrebbe anche avuta la probabilità di vittoria se altri concorrenti si fossero presentati.

Egli, sempre confermandosi alle disposizioni statutarie, le quali richiedono che il concorrente si sia avviato agli studi in materia di elettricità industriale e designi l'Istituto scientifico presso il quale intende perfezionarsi, dichiara di volersi perfezionare nella specialità radiotelegrafica presso l'Istituto Superiore radiotelegrafico e telefonico in Roma.

Avendo quindi il concorrente ottemperato alle condizioni tutte del concorso ed essendo senza dubbio di ingegno non comune e di buona volontà, secondo che lo Statuto prescrive, la Commissione propone che la Borsa della fondazione Amalia Visconti Tenconi sia assegnata all'Ing. Luigi Baggiani, nella somma di lire 1500, da dividersi, secondo la recente deliberazione dell'Istituto in due parti: una metà da versarsi subito e l'altra metà ad anno compiuto e dopo che il premiato avrà presentata la sua relazione sull'opera da lui svolta nell'Istituto superiore frequentato.

Letta ed appravata nell'adununza del 2 luglio 1925.

Venne assegnata la borsa al sig. ing. Luigi Baggiani di Firenze.

CONCORSO AL PREMIO EMANUELE JONA

(*Commissari*: MM. EE. Oberziner, Zingarelli, Sabbadini, *relatore*).

Un premio *alla migliore opera popolare sulla nostra guerra che ne spieghi ed illustri la santa necessità.*

Si presentò un solo concorrente.

Avv. Gaetano Cimino. Ricordi della guerra 1915-1918. Milano, Unione tipografica, 1922, 16°, pp. 146.

Questo più che un libro di carattere generale è un diario personale, senza quelle attrattive di narrazione, di stile e di lingua, che si richiedono in libri di carattere popolare. L'autore poi non si preoccupa affatto di spiegare e illustrare, com'è tassativamente richiesto nelle condizioni del concorso, la santa necessità della guerra; anzi nella prefazione fa senz'altro parola di « avventure guerresche », quasi riprovandola: il quale sentimento pessimista traspare del resto da tutto il lavoro.

Perciò la Commissione non l'ha giudicato meritevole del premio.

Letta ed approvata nell'adunanza del 17 dicembre 1925.

Non venne conferito il premio.

SETTEMBRE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	753.7	751.8	751.2	752.2	+23.0	+28.1	+25.4	+28.7	+20.4	+24.4	—
2	49.2	47.3	46.7	47.7	22.6	28.1	22.2	28.3	21.3	23.6	—
3	46.8	44.4	42.9	44.7	21.6	26.2	23.0	26.2	18.6	22.4	—
4	42.2	41.8	43.7	42.6	22.0	26.7	19.8	27.2	17.4	21.6	—
5	46.2	46.1	46.8	46.4	18.4	23.7	18.6	24.1	15.5	19.1	—
6	748.2	747.1	747.2	747.5	+17.2	+22.0	+19.0	+23.0	+14.4	+18.4	—
7	47.9	47.5	49.7	48.3	18.5	23.3	17.6	23.5	15.3	18.7	—
8	51.4	50.2	49.8	50.5	16.4	23.0	19.2	23.4	13.6	18.1	—
9	49.8	48.9	48.6	49.1	18.4	23.8	20.0	24.0	14.4	19.2	—
10	48.2	45.5	44.5	46.1	18.4	21.4	17.6	21.5	14.7	18.1	1.7
11	742.9	742.3	742.1	742.4	+17.2	+23.2	+19.0	+23.3	+15.6	+18.8	—
12	44.4	44.8	47.5	45.6	14.2	19.3	15.6	19.6	12.4	15.5	7.8
13	51.3	51.2	53.9	52.1	14.2	18.0	12.8	18.1	11.1	14.0	10.7
14	54.1	53.1	53.6	53.6	13.4	19.4	12.6	20.0	9.7	13.9	—
15	54.2	53.1	52.9	53.4	12.2	19.6	15.8	20.0	8.2	14.0	—
16	754.2	753.1	753.5	753.6	+13.4	+20.2	+16.4	+20.7	+ 8.3	+14.7	—
17	53.4	51.6	50.6	51.9	15.0	18.5	16.8	19.2	11.5	15.6	—
18	48.7	47.9	49.1	48.6	15.4	21.6	18.4	21.9	12.5	17.1	—
19	50.9	51.1	52.0	51.3	18.6	22.4	20.0	23.2	16.5	19.6	—
20	53.8	52.9	52.4	53.0	19.0	23.4	19.0	23.5	17.6	19.8	—
21	748.1	747.9	747.7	747.9	+18.6	+20.2	+18.6	+20.4	+17.5	+18.8	18.3
22	48.6	48.2	47.9	48.2	18.2	22.6	20.2	22.7	17.6	19.7	2.5
23	46.6	44.6	42.8	44.7	19.8	23.8	20.6	24.1	17.6	20.5	—
24	40.7	41.1	44.9	42.2	19.2	23.5	16.5	23.5	18.1	19.3	—
25	50.1	50.1	51.5	50.6	14.2	19.9	17.4	20.8	11.4	16.0	—
26	753.2	752.0	751.9	752.4	+15.8	+19.6	+17.0	+20.5	+12.2	+16.4	—
27	50.3	48.7	48.7	49.2	14.7	20.3	15.8	20.8	11.0	15.6	—
28	50.7	48.0	48.8	49.2	13.2	19.8	15.6	20.0	11.3	15.0	—
29	48.9	48.9	49.3	49.0	13.0	16.9	14.2	17.1	11.4	13.9	—
30	50.3	52.1	54.5	52.3	13.0	13.5	14.6	14.7	11.4	13.4	8.6
M	749.30	748.44	748.89	748.88	+16.96	+21.73	+17.98	+22.13	+14.28	+17.84	49.6

			mm					
Altezza barom.	mass.		754.2	g. 15 e 16	Temperatura mass.	+	28.7	g. 1
»	»	min.	740.7	» 24	» min.	+	8.2	» 15
»	»	media	748.88		» media	+	17.84	

Temporale il giorno 11 e 13

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata o rugiada, o brina disciolta.

SETTEMBRE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	14.6	15.2	15.6	14.9	70	54	65	66.3	1	2	2	SE	W	S	5
2	14.1	15.5	14.4	14.5	69	55	72	68.6	2	7	2	SW	SW	W	10
3	14.4	15.2	13.0	14.0	75	60	63	69.3	9	10	8	W	SW	W	7
4	6.6	4.7	10.9	7.2	33	18	64	41.6	0	1	8	W	NW	NE	12
5	9.5	9.9	10.2	9.8	60	46	64	60.0	0	5	5	SE	SE	NE	10
6	8.9	9.9	10.5	9.6	61	50	65	62.0	8	4	3	E	SE	NE	7
7	8.5	3.9	5.3	5.7	54	18	35	39.0	1	0	2	SW	NW	N	10
8	9.1	10.1	10.7	9.7	66	49	65	63.3	7	8	6	SW	NE	N	6
9	10.9	9.1	10.5	10.0	69	42	61	60.6	8	1	5	SE	SW	SW	6
10	10.4	11.0	12.6	11.2	66	59	84	73.0	9	10	9	E	SE	N	5
11	11.9	11.2	11.4	11.3	82	53	70	71.4	5	3	10	NE	SW	SE	5
12	8.4	9.4	9.6	8.9	69	56	73	69.1	2	2	2	E	SW	NE	8
13	8.9	9.9	8.2	8.8	74	65	75	74.5	10	10	10	NE	SW	SW	7
14	8.3	7.3	7.4	7.5	73	43	68	64.4	9	4	0	NE	S	N	6
15	7.4	6.9	7.9	7.2	70	41	59	59.8	1	1	1	SE	SW	E	4
16	7.4	7.1	8.8	7.7	64	40	64	59.1	2	2	5	NE	SW	SW	5
17	10.5	10.4	11.0	10.4	83	66	77	78.4	8	10	8	SW	NW	NW	5
18	9.4	11.8	12.4	11.0	73	61	79	74.1	2	10	9	CALMA	SW	E	5
19	12.0	12.7	14.1	12.7	75	63	81	76.1	9	10	10	NE	E	N	6
20	13.8	15.7	13.3	14.2	85	73	82	83.1	10	10	10	E	SE	N	5
21	14.1	15.2	14.4	14.4	88	85	90	90.5	10	10	10	SE	E	E	11
22	14.3	15.6	15.0	14.8	92	77	85	87.5	10	9	10	SE	E	NE	7
23	14.6	14.9	15.0	14.7	85	68	83	81.5	10	9	7	E	NE	SE	12
24	14.9	10.6	8.6	11.2	90	49	62	69.8	9	2	3	SE	SW	NW	14
25	7.9	6.2	8.9	7.5	65	36	60	56.4	1	1	1	SW	NW	S	7
26	9.5	9.1	10.6	9.6	71	53	74	68.8	5	7	6	E	NW	W	4
27	9.0	8.1	4.0	6.8	72	46	30	52.1	7	1	1	SW	SW	NW	8
28	8.7	8.0	7.8	8.0	71	47	59	61.8	1	2	5	NE	SE	CALMA	6
29	7.6	7.1	9.4	7.9	68	50	78	68.1	10	10	9	NE	W	NE	5
30	9.1	10.3	10.1	9.8	81	90	87	88.8	10	10	8	CALMA	NW	CALMA	5
M	10.49	10.40	10.74	10.37	71.80	53.77	69.13	67.97	5.9	5.7	5.8				7.1

Tens. del vap. mass. 15.7 g. 20
" " " min. 4.0 " 27
" " " media 10.37
Umid. relativa mass. 92 % g. 22
" " min. 18 % " 4 e 7
" " media 67.97 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
6	15	12	14	3	20	6	10	4

Media nebulosità relativa del mese 5,8

OTTOBRE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	754.6	752.9	753.5	753.7	+13.6	+20.4	+16.6	+21.0	+11.0	+15.6	—
2	53.9	52.6	52.9	53.1	16.0	22.8	18.4	22.8	13.3	17.6	—
3	53.4	52.7	52.9	53.0	18.4	24.0	19.5	24.2	13.4	18.9	—
4	52.5	50.7	51.2	51.5	16.8	24.0	18.6	24.0	14.4	18.4	—
5	54.2	52.8	53.3	53.4	17.6	23.6	18.8	24.0	14.4	18.7	—
6	755.5	754.8	755.1	755.1	+18.4	+22.8	+18.4	+22.9	+16.5	+19.0	—
7	53.6	51.1	50.9	51.9	15.6	22.2	19.2	22.2	14.8	17.9	—
8	50.6	48.5	49.5	49.5	16.0	22.3	18.4	22.4	14.7	17.9	—
9	52.4	53.3	55.0	53.6	16.0	17.0	15.8	19.3	14.3	16.4	—
10	55.5	53.3	52.0	53.5	13.8	18.4	14.0	18.5	12.7	14.7	—
11	749.4	746.3	746.5	747.4	+12.0	+18.1	+15.2	+18.5	+10.0	+13.9	—
12	46.1	43.9	43.5	44.5	13.4	17.8	14.8	18.1	10.5	14.2	—
13	42.2	40.9	41.7	41.6	14.0	19.1	15.4	19.2	11.7	15.1	—
14	42.0	39.7	40.1	40.6	12.6	19.5	15.2	19.5	11.8	14.8	—
15	47.1	47.3	49.0	47.8	12.4	16.4	11.0	16.7	10.9	12.7	—
16	751.5	749.4	749.6	750.2	+ 9.2	+14.2	+10.8	+14.3	+ 6.3	+10.1	—
17	52.2	51.8	51.7	51.9	8.2	15.1	10.8	15.6	5.9	10.1	—
18	49.9	47.1	46.7	47.9	10.4	18.8	14.4	18.8	6.5	12.5	—
19	46.6	44.4	45.3	45.4	11.4	18.6	14.0	18.8	9.3	13.4	—
20	47.9	50 0	54.0	50.6	10.4	17.2	11.9	18.0	8.8	12.3	—
21	754.6	751.3	753.0	753.0	+10.6	+11.8	+11.3	+13.4	+ 9.7	+11.2	—
22	52.0	50.1	47.9	50.0	11.4	12.0	11.6	13.2	10.5	11.7	1.5
23	38.7	36.6	37.0	37.4	13.2	12.4	11.7	13.7	10.5	12.3	12.3
24	35.1	32.9	35.6	34.5	11.8	11.8	8.4	12.9	8.0	10.3	24.1
25	39.1	41.1	37.4	39.2	7.5	12.8	11.4	13.0	5.2	9.3	12.2
26	751.2	751.3	752.3	751.6	+ 9.8	+16.4	+12.2	+16.7	+ 5.4	+11.0	—
27	53.0	52.0	51.9	52.3	10.0	15.6	12.0	15.8	7.9	11.4	—
28	52.7	51.6	52.2	52.2	11.0	17.0	12.2	17.1	9.5	12.5	—
29	52.6	51.1	51.6	51.8	9.0	16.0	12.8	16.4	7.8	11.5	—
30	51.5	50.6	51.2	51.1	11.8	17.4	14.2	17.8	9.1	13.2	—
31	51.1	50.5	50.9	50.8	13.4	17.2	14.7	17.3	12.3	14.4	2.0
M	749.76	748.46	748.88	749.03	+12.76	+17.83	+14.31	+18.26	+10.55	+13.96	52.1

Altezza barom. mass.	755.5 mm	g. 6 e 10	Temperatura mass.	+	24.2	g.	3
" " min.	732.9	" 24	" min.	+	5.2	"	25
" " media	749.03		" media	+	13.96		

Temporale il giorno 24 e 25
Nebbia " 20

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o rugiada o brina disciolta.

OTTOBRE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	M corr 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	10.0	10.6	11.5	10.5	86	59	81	77.8	2	3	2	SW	SW	N	4
2	10.4	11.5	12.7	11.4	77	56	80	73.5	8	3	10	W	W	N	5
3	10.9	11.7	13.0	11.7	69	53	77	68.8	8	2	3	CALMA	SW	NW	5
4	10.5	11.5	12.7	11.4	73	51	79	70.2	1	1	1	W	S	N	5
5	10.8	12.2	14.6	12.3	72	57	80	72.2	1	2	2	E	SE	NE	5
6	12.4	12.4	13.4	12.6	79	60	85	77.2	10	4	2	NE	SE	N	4
7	11.5	12.0	12.8	12.0	87	60	77	77.1	2	2	1	SW	SW	SW	4
8	12.1	11.3	12.1	11.6	89	57	77	76.8	5	6	3	CALMA	S	E	4
9	11.0	10.5	11.1	10.7	81	73	83	81.5	10	10	9	NE	N	E	8
10	7.2	8.3	8.7	8.0	66	52	73	66.2	8	3	3	NE	S	NE	5
11	8.4	8.5	9.6	8.6	81	55	74	72.2	3	2	3	SW	S	SE	3
12	9.4	9.9	10.1	9.7	82	65	80	77.9	2	7	9	E	SE	N	4
13	9.8	9.5	9.4	9.4	82	58	73	73.2	2	4	1	CALMA	SW	SE	4
14	9.6	9.8	10.4	9.8	88	58	81	77.9	9	3	9	NE	SW	SW	6
15	4.7	5.8	5.5	5.2	44	42	56	49.5	2	3	0	E	E	E	11
16	5.1	4.9	5.8	5.1	58	40	59	54.5	2	3	1	NE	W	W	5
17	5.7	6.0	7.0	6.1	70	47	73	65.5	2	0	1	E	E	NE	5
18	7.7	9.0	9.5	8.6	82	56	78	74.2	6	1	5	NW	W	W	11
19	7.8	9.5	9.9	9.0	78	60	83	75.9	10	4	2	NE	W	SW	10
20	8.9	10.1	7.5	8.6	95	69	73	81.2	10	4	10	N	E	E	10
21	6.0	6.8	7.5	6.7	63	65	75	69.5	10	10	10	NE	SW	SW	5
22	8.3	8.8	9.2	8.6	83	84	90	87.6	10	10	10	N	W	NE	4
23	10.5	9.8	8.9	9.7	93	92	87	92.6	10	10	10	NE	W	CALMA	11
24	9.6	6.5	7.4	7.6	93	63	90	83.9	10	10	10	NE	W	W	14
25	6.8	8.4	8.0	7.6	87	77	80	83.2	3	10	10	NE	SW	NE	7
26	8.0	8.8	8.6	8.3	88	65	83	80.6	4	1	1	CALMA	SW	W	4
27	7.1	9.9	8.4	8.4	79	75	83	80.9	2	8	7	NE	S	N	3
28	7.9	8.7	8.2	8.2	82	62	79	76.2	9	2	3	SW	W	N	4
29	7.0	8.8	9.2	8.2	83	66	84	79.6	5	2	3	SW	SW	CALMA	4
30	8.1	9.6	9.9	9.1	78	65	82	76.9	5	8	9	N	E	CALMA	3
31	10.4	10.8	11.6	10.8	91	74	93	87.9	9	8	10	W	SW	NW	3
M	8.83	9.42	9.81	9.21	79.3	61.8	78.9	75.55	5.81	4.67	4.83				5.8

Tens. del vap. mass. 14.6 g. 5
" " " min. 4.7 " 15
" " " media 9.21
Umid. relativa mass. 95% g. 20
" " min. 40% " 16
" " media 75.55

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
12	16	12	6	4	19	14	3	7

Media nebulosità relativa del mese
5,2

NOVEMBRE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass.min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	°	°	°	°	°	°	mm
1	750.4	749.5	749.3	749.7	+12.6	+17.2	+13.9	+17.3	+11.4	+13.8	—
2	49.2	48.5	48.7	48.8	13.0	14.2	13.0	17.2	10.5	13.4	1.8
3	51.2	51.2	52.7	51.7	12.8	16.4	13.0	16.3	12.5	13.7	2.5
4	54.1	53.0	53.6	53.6	9.4	16.0	14.0	16.5	7.8	11.9	—
5	51.5	49.2	47.4	49.4	13.2	13.8	13.4	14.5	12.5	13.4	4.7
6	742.0	740.3	741.5	741.2	+12.4	+12.2	+11.4	+12.8	+12.1	+12.2	9.5
7	42.5	38.8	35.0	38.8	9.4	11.4	10.0	11.8	7.4	9.6	—
8	28.5	26.9	28.2	27.9	8.2	11.6	10.2	12.2	7.5	9.5	2.3
9	28.9	30.5	33.0	30.8	9.6	10.0	9.9	10.3	8.5	9.6	1.4
10	38.0	40.6	44.7	41.1	9.4	10.0	8.0	10.7	6.4	8.5	3.2
11	747.9	747.7	747.4	747.7	+ 7.6	+ 8.2	+ 8.2	+ 8.3	+ 6.2	+ 7.6	7.9
12	44.5	46.4	49.8	46.9	7.6	10.0	9.2	10.4	7.1	8.6	2.9
13	49.4	47.7	47.1	48.1	8.5	10.6	10.2	10.7	7.6	9.2	—
14	47.9	47.5	47.1	47.5	8.8	9.8	9.4	10.3	8.1	9.2	12.6
15	51.0	52.5	54.3	52.6	8.6	10.9	9.4	11.0	7.4	9.1	1.8
16	756.3	755.5	755.1	755.6	+ 6.0	+ 8.2	+ 5.8	+ 8.4	+ 5.2	+ 6.3	—
17	54.1	53.0	52.9	53.3	5.2	6.0	5.6	7.4	4.3	5.6	—
18	52.9	53.0	54.4	53.4	7.0	9.8	8.0	10.2	4.8	7.5	—
19	57.4	57.3	58.4	57.7	7.6	9.8	7.6	10.2	5.3	7.7	—
20	58.8	56.5	55.9	57.1	5.2	9.2	6.2	9.5	3.4	6.1	—
21	753.5	752.2	751.3	752.3	+ 2.4	+ 5.4	+ 3.8	+ 6.0	+ 1.5	+ 3.4	—
22	49.7	48.6	47.9	48.7	1.4	4.8	3.8	5.1	0.0	2.6	—
23	46.1	44.7	43.2	44.7	4.6	9.2	6.7	10.0	3.2	6.1	1.7
24	41.3	41.1	43.3	41.9	5.3	8.1	6.4	8.4	3.6	5.9	—
25	43.1	40.4	37.2	40.3	6.1	6.0	4.7	6.1	4.7	5.4	0.5
26	737.0	739.7	744.3	740.3	+ 5.1	+ 6.5	+ 3.3	+ 7.2	+ 2.7	+ 4.6	—
27	45.6	44.7	42.7	44.4	1.3	4.7	3.9	5.2	— 0.3	2.5	—
28	33.6	29.0	31.3	31.3	3.0	6.0	3.6	7.4	+ 2.4	4.1	—
29	36.2	36.9	39.5	37.5	+ 1.7	5.9	2.1	6.3	+ 0.2	2.6	—
30	46.6	48.0	49.2	47.9	— 0.6	5.5	2.6	5.8	— 1.5	1.6	—
M	746.31	745.70	746.21	746.07	+ 7.08	+ 9.58	+ 7.91	+10.12	+ 5.75	+ 7.71	52.8

			mm						
Altezza	barom.	mass.	758,8	g. 20	Temperatura	mass.	+ 17.3	g. 1
„	„	min.	726,9	„ 8	„	min.	— 1.5	„ 30
„	„	media	746.07		„	media	+ 7.71	

Nebbia il giorno 1, 2, 15, 16, 17, 18, 21, 22.

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, e rugiada, o brina disciolta

NOVEMBRE 1925

TEMPO MEDIO CIVILE DELL'EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Umidità relativa in centesime parti 9h	15h	21h	M corr. 9.15.21.	Nebulosità relat. in decimi 9h	15h	21h	Provenienza del vento 9h	15h	21h	Velocità media del vento in chilom. all'ora
	mm	mm	mm	mm											
1	10.4	11.3	10.8	10.6	95	79	91	89.9	10	2	4	SE	SW	E	3
2	10.6	10.4	10.6	10.4	95	87	95	93.9	10	10	10	NE	NE	E	3
3	9.7	9.9	10.4	9.9	88	71	93	85.6	4	10	2	W	W	SW	5
4	7.6	9.9	10.6	9.3	86	73	89	84.3	4	6	10	SW	W	N	2
5	10.8	10.7	10.9	10.7	95	91	95	95.3	10	10	10	W	NE	NE	3
6	10.2	9.2	8.6	9.2	95	82	85	88.9	10	10	10	NE	NE	S	7
7	7.4	6.9	7.5	7.2	84	71	82	80.6	10	10	10	NE	NE	SE	5
8	7.5	7.0	7.2	7.0	92	69	77	80.9	10	5	10	SW	SW	NE	5
9	8.2	8.0	8.3	8.1	92	87	91	91.6	10	10	10	NE	S	SE	7
10	8.1	7.3	6.7	7.3	92	79	83	86.3	10	9	2	SE	N	NW	6
11	7.1	7.2	6 8	6.9	91	89	83	89.1	10	10	10	CALMA	NW	W	6
12	7.1	7.3	8.0	7.4	91	79	92	88.7	10	10	10	SW	CALMA	NE	6
13	7.6	8.1	8.1	7.8	92	84	87	89.1	10	10	10	W	W	W	4
14	7.8	8.3	8.1	8.0	92	92	92	93.4	10	10	10	NE	N	NW	5
15	7.4	8.6	8.0	7.9	89	90	88	90.4	6	7	8	NW	SE	W	4
16	6.6	7.5	6.7	6.8	94	92	97	95.7	10	10	10	SW	S	NE	3
17	6.2	6.4	6.4	6.2	94	91	94	94.4	10	10	10	W	W	W	3
18	6.8	7.6	7.6	7.3	91	84	94	91.0	10	10	9	NE	W	NE	4
19	6.7	6.3	5.8	6.2	86	69	75	78.1	3	10	1	N	E	E	5
20	5.0	6.2	6.0	5.6	75	71	85	88.4	2	1	1	N	SW	N	4
21	5.0	6.1	5.7	5.5	91	91	95	93.5	10	10	10	SW	SW	SW	3
22	4.9	6.0	5.6	5.4	96	93	93	95.2	10	5	10	W	NE	NW	3
23	5.7	7.8	6.6	6.6	90	96	90	93.2	10	9	10	SW	CALMA	W	4
24	5.6	6.1	6.1	5.8	84	75	84	82.2	10	3	10	CALMA	NE	E	6
25	5.4	5.3	5.8	5.4	76	76	90	81.9	10	10	10	SE	SE	E	7
26	2.1	2.1	3.1	2.3	32	29	53	39.2	1	1	1	W	NW	NW	21
27	3.7	4.1	4.3	4.0	72	64	70	69.9	3	10	10	W	SE	CALMA	7
28	4.5	3.7	3.2	3.7	80	53	54	63.5	10	1	1	W	SW	NW	11
29	2.0	2.4	3.2	2.5	40	35	66	46.2	1	1	2	N	W	W	9
30	2.1	3.5	3.6	3.0	45	52	65	55.2	0	1	10	W	SW	NE	7
M	6.66	7.14	7.01	6.80	83.8	76.5	83.4	82.85	7.8	7.4	7.7				5.6

Tens. del vap. mass. 11.3 g. 1
" " " min. 2.0 " 29
" " " media 6.80
Umid. relativa mass. 97 % " 16
" " min. 29 % " 26
" " media 82.85 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
7	18	6	8	3	14	21	8	5

Media nebulosità relativa del mese 7,6

DICEMBRE 1925

TEMPO MEDIO DELL' EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Alt. barom. ridotta a 0° C				Temperatura centigrada						Quantità della pioggia neve fusa e nebbia condensata
	9h	15h	21h	Media	9h	15h	21h	Mass.	Min.	Media mass. min. 9h 21h	
	mm	mm	mm	mm	o	o	o	o	o	o	mm
1	748.8	746.3	746.0	747.0	+ 2.6	+ 1.6	0.0	+ 2.7	— 0.6	+ 1.2	—
2	46.6	47.1	48.0	47.2	— 0.7	3.0	+ 2.4	3.7	— 2.5	+ 0.7	—
3	49.1	49.0	49.7	49.3	+ 0.2	4.1	+ 1.7	4.2	— 1.7	+ 1.1	—
4	56.8	59.3	63.1	59.7	+ 1.0	3.1	— 0.3	4.0	— 1.0	+ 0.9	—
5	64.7	64.2	64.7	64.5	— 2.4	1.2	— 0.7	1.4	— 4.5	— 1.6	—
6	764.0	761.7	760.7	762.1	— 3.2	+ 0.3	— 1.8	+ 0.4	— 4.8	— 2.3	—
7	58.2	56.5	56.2	56.9	— 4.8	1.3	— 0.7	1.7	— 6.4	— 2.5	—
8	54.0	51.8	51.8	52.6	— 2.7	5.6	+ 1.3	5.6	— 4.6	— 0.1	—
9	50.3	49.9	51.1	50.5	+ 1.8	4.9	2.7	5.3	+ 0.2	+ 2.5	—
10	51.0	49.3	49 1	49.8	+ 2.4	2.8	1.8	4.5	+ 2.2	+ 2.7	—
11	747.1	745.3	744.9	745.8	+ 1.5	+ 3.5	+ 1.7	+ 3.6	+ 0.6	+ 1.8	—
12	42.3	41.2	43.0	42.1	+ 0.8	4.6	2.1	4.8	+ 0.4	2.0	—
13	45.1	44.3	44.5	44.6	— 0.2	5.4	2.1	6.0	— 2.6	1.3	—
14	42.7	42.8	44.3	43.3	— 1.3	3.6	1.0	4.0	— 1.9	0.4	—
15	45.7	45.7	46.4	45.9	— 1.4	2.6	2.0	2.9	— 2.7	0.2	—
16	746.9	748.5	752.7	749.4	— 1.2	+ 4.6	+ 0.9	+ 4.9	— 2.3	+ 0.8	—
17	56.7	56.5	56.9	56.7	— 1.4	1.0	— 1.3	1.4	— 2.0	— 0.8	—
18	56.9	55.0	54.5	55.5	— 5.2	1.0	+ 0.1	1.2	— 6.5	— 2.6	—
19	52.5	48.9	48.3	49.9	— 0.2	0.2	— 0.2	0.7	— 0.7	— 0.1	1.3
20	42.0	37.6	34.8	38.1	— 0.2	0.7	0.0	1.0	— 1.4	— 0.1	14.8
21	734.2	735.1	738.5	735.9	+ 0.8	+ 2.1	+ 2.2	+ 2.4	— 0.5	+ 1.2	17.3
22	39.8	36.8	38.5	38.4	+ 1.8	2.6	1.9	3.0	+ 0.9	1.9	9.8
23	38.2	39.[illegible]	46.7	41.5	+ 2.9	5.1	7.3	7.4	+ 1.5	4.8	1.4
24	48.7	47.7	47.9	48.1	+ 2.1	5.5	2.5	5.9	+ 0.6	2.8	—
25	47.5	45.8	44.9	46.1	— 0.7	4.3	2.2	4.4	— 1.2	1.2	—
26	744.1	743.7	745.9	744.6	+ 0.7	+ 5.9	+ 3.5	+ 6.3	+ 0.2	+ 2.7	—
27	48.8	48.6	47.4	48.3	+ 2.3	5.1	4.7	5.3	0.6	3.2	—
28	44.8	45.6	47 0	45.8	+ 3.7	6.6	6.1	6.7	1.9	4.6	0.3
29	49.2	49.1	50.0	49.4	+ 3.5	7.2	1.6	8.6	0.9	3.6	—
30	54.3	53.6	53.3	53.7	+ 3.4	4.9	3.9	5.2	0.2	3.2	0.4
31	50.9	49.4	50.5	50.2	+ 3.8	6.1	4.3	6.9	2.8	4.6	6.4
M	749.09	748.25	749.07	748.81	+ 0.31	+ 2.59	+ 1.82	+ 4.07	— 1.12	+ 1.27	51.7

Altezza barom.	mass.	764.7 mm	g. 5	Temperatura	mass.	+ 8.6°	g. 29
» »	min.	734.2	» 21	»	min.	— 6.5	» 18
» »	media	748.81		»	media	+ 1.27	

Nebbia il giorno 10, 11, 12, 16, 18, 21, 22, 28, 29, 30, 31
Neve » 19 (0cm,4), 20 (17cm,0)

I numeri segnati con asterisco nella colonna delle precipitazioni indicano neve fusa, o nebbia condensata, o brina disciolta, o rugiada.

DICEMBRE 1925

TEMPO MEDIO DELL'EUROPA CENTRALE

Giorni del mese	Tensione del vapor acqueo in millimetri				Umidità relativa in centesime parti				Nebulosità relat. in decimi			Provenienza del vento			Velocità media del vento in chilom. all'ora
	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	M. corr. 9.15.21.	9h	15h	21h	9h	15h	21h	
	mm	mm	mm	mm											
1	3.4	4.2	3.9	3.7	62	82	85	77.3	10	10	2	SE	W	SW	5
2	3.4	4.1	3.6	3.6	79	72	65	73.0	2	8	7	SW	SW	N	7
3	3.6	3.7	2.9	3.3	79	60	56	66.0	2	1	2	NE	SW	NW	7
4	1.4	2.8	2.7	2.0	28	48	48	42.3	1	1	2	NW	SE	N	14
5	1.9	2.3	2.7	2.3	50	46	62	53.7	2	1	3	NE	S	N	5
6	2.5	2.8	2.7	2.6	69	62	68	67.3	2	4	3	SE	N	W	4
7	2.7	3.1	3.2	2.9	85	62	73	74.4	3	0	2	SW	SW	W	6
8	3.0	3.0	3.8	3.2	80	44	74	67.0	2	3	5	SW	CALMA	E	4
9	3.7	3.4	4.0	3.6	71	52	72	66.0	10	3	10	SW	SW	E	4
10	3.9	4.5	4.3	4.2	72	80	82	79.0	10	10	10	E	E	SW	4
11	4.4	4.6	4.8	4.5	85	78	87	84.1	10	10	10	SW	E	NE	4
12	4.0	4.7	4.5	4.4	81	74	84	80.5	9	3	2	SW	SW	W	5
13	3.7	3.4	3.2	3.3	81	50	60	64.5	5	5	1	N	SE	N	4
14	2.9	5.1	4.0	4.0	70	81	81	78.1	2	2	2	SW	E	NE	4
15	3.3	3.3	3.5	3.3	80	59	64	68.5	4	10	10	NE	SW	N	4
16	2.7	2.8	3.7	3.0	59	44	75	60.1	3	2	2	W	SE	E	5
17	2.8	3.2	3.3	3.0	68	65	80	71.8	2	2	9	E	E	W	7
18	2.8	4.0	4.1	3.6	90	81	93	85.5	3	3	10	W	SW	S	5
19	4.2	4.4	4.1	4.1	93	96	91	94.1	10	10	10	NE	SE	E	5
20	4.2	4.5	4.1	4.2	92	92	89	91.8	10	10	10	NE	SW	S	4
21	4.4	4.7	4.8	4.5	89	87	89	89.0	10	10	10	W	SW	SW	4
22	4.8	5.3	5.0	5.0	93	96	95	95.4	10	10	10	S	SE	NW	7
23	5.2	5.0	3.2	4.4	91	76	42	70.4	9	2	0	W	W	NW	7
24	4.2	4.3	4.5	4.3	85	64	82	77.7	2	1	4	NW	SW	NW	4
25	3.4	4.4	4.3	4.0	79	71	81	77.7	1	3	3	W	NE	W	5
26	4.5	5.1	4.9	4.8	88	73	83	82.0	1	1	5	W	SE	NW	6
27	4.6	4.9	5.4	4.9	86	75	84	82.4	9	10	10	E	CALMA	W	5
28	5.4	5.2	4.8	5.1	90	71	69	77.3	10	3	3	SW	SW	W	9
29	5.2	5.6	4.6	5.0	88	74	89	84.4	7	3	10	NE	E	SE	5
30	5.1	5.6	5.8	5.5	86	86	95	89.7	10	10	10	N	NW	W	5
31	5.6	6.5	6.0	6.0	93	92	92	93.0	10	8	10	W	W	W	6
M	3.76	4.21	4.06	3.94	78.77	70.74	76.78	76.26	5,8	5,1	6,0				5.5

Tens. del vap. mass. 6.5 g. 31
" " " min. 1.4 " 4
" " " media 3.94
Umid. relativa mass. 96 % " 19, 22
" " min. 28 % " 4
" " media 76.26 %

Proporzione dei venti nel mese

N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	CALMA
8	9	12	9	4	22	19	8	2

Media nebulosità relativa del mese 5,7

AGOSTO 1925

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	+ 0.43	+ 0.39	+ 0.96	+ 0.95	+ 0.72	+ 0.43	+ 1.22
2	+ 0.41	+ 0.38	+ 0.94	+ 0.96	+ 0.70	+ 0.42	agitato
3	+ 0.38	+ 0.37	+ 0.92	+ 0.98	+ 0.74	+ 0.46	agitato
4	+ 0.34	+ 0.35	+ 0.90	+ 0.94	+ 0.73	+ 0.47	agitato
5	+ 0.30	+ 0.34	+ 0.87	+ 0.89	+ 0.70	+ 0.46	+ 1.21
6	+ 0.25	+ 0.33	+ 0.84	+ 0.87	+ 0.67	+ 0.45	+ 1.20
7	+ 0.20	+ 0.32	+ 0.80	+ 0.85	+ 0.63	+ 0.45	+ 1.20
8	+ 0.18	+ 0.31	+ 0.77	+ 0.81	+ 0.60	+ 0.44	+ 1.19
9	+ 0.15	+ 0.30	+ 0.75	+ 0.80	+ 0.57	+ 0.42	+ 1.19
10	+ 0.12	+ 0.29	+ 0.73	+ 0.77	+ 0.54	+ 0.40	+ 1.18
11	+ 0.10	+ 0.28	+ 0.72	+ 0.76	+ 0.52	+ 0.39	+ 1.17
12	+ 0.15	+ 0.27	+ 0.72	+ 0.75	+ 0.51	+ 0.38	agitato
13	+ 0.14	+ 0.25	+ 0.72	+ 0.75	+ 0.51	+ 0.36	+ 1,17
14	+ 0.10	+ 0.23	+ 0.69	+ 0.73	+ 0.50	+ 0.35	+ 1.16
15	+ 0.08	+ 0.22	+ 0.68	+ 0.70	+ 0.48	+ 0.33	+ 1.15
16	+ 0.06	+ 0.21	+ 0.66	+ 0.68	+ 0.46	+ 0.31	+ 1.15
17	+ 0.05	+ 0.20	+ 0.64	+ 0.66	+ 0.44	+ 0.29	agitato
18	+ 0.04	+ 0.20	+ 0.61	+ 0.64	+ 0.42	+ 0.27	agitato
19	+ 0.03	+ 0.19	+ 0.59	+ 0.62	+ 0.40	+ 0.26	+ 1.14
20	+ 0.11	+ 0.24	+ 0.68	+ 0.69	+ 0.49	+ 0.27	+ 1.13
21	+ 0.19	+ 0.27	+ 0.75	+ 0.79	+ 0.59	+ 0.36	agitato
22	+ 0.23	+ 0.31	+ 0.80	+ 0.82	+ 0.60	+ 0.38	+ 1.12
23	+ 0.45	+ 0.48	+ 1.00	+ 1.02	+ 0.70	+ 0.51	+ 1.12
24	+ 0.70	+ 0.58	+ 1.10	+ 1.10	+ 0.78	+ 0.56	+ 1.10
25	+ 1.02	+ 0.70	+ 1.28	+ 1.30	+ 1.04	+ 0.57	+ 1.11
26	+ 1.10	+ 0.76	+ 1.39	+ 1.42	+ 1.14	+ 0.62	agitato
27	+ 1.05	+ 0.80	+ 1.39	+ 1.42	+ 1.15	+ 0.61	agitato
28	+ 1.00	+ 0.80	+ 1.33	+ 1.36	+ 1.11	+ 0.57	+ 1.10
29	+ 0.90	+ 0.78	+ 1.27	+ 1.30	+ 1.06	+ 0.53	+ 1.12
30	+ 0.83	+ 0.75	+ 1.24	+ 1.24	+ 1.01	+ 0.50	+ 1.12
31	+ 0.74	+ 0.73	+ 1.19	+ 1.18	+ 0.96	+ 0.46	agitato

* Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

SETTEMBRE 1925

Giorni	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	+ 0.66	+ 0.70	+ 1.10	+ 1.12	+ 0.90	+ 0.43	+ 1.12
2	+ 0.60	+ 0.67	+ 1.04	+ 1.06	+ 0.85	+ 0.39	+ 1.11
3	+ 0.53	+ 0.65	+ 0.98	+ 1.00	+ 0.79	+ 0.36	+ 1.11
4	+ 0.46	+ 0.62	+ 0.95	+ 0.96	+ 0.74	+ 0.33	+ 1.11
5	+ 0.40	+ 0.60	+ 0.88	+ 0.88	+ 0.69	+ 0.31	agitato
6	+ 0.34	+ 0.58	+ 0.84	+ 0.85	+ 0.64	+ 0.29	+ 1.10
7	+ 0.30	+ 0.56	+ 0.79	+ 0.82	+ 0.59	+ 0.26	+ 1.10
8	+ 0.27	+ 0.54	+ 0.73	+ 0.76	+ 0.54	+ 0.24	agitato
9	+ 0.19	+ 0.52	+ 0.68	+ 0.71	+ 0.49	+ 0.21	+ 1.07
10	+ 0.15	+ 0.50	+ 0.64	+ 0.66	+ 0.43	+ 0.20	+ 1.06
11	+ 0.11	+ 0.48	+ 0.60	+ 0.63	+ 0.43	+ 0.19	+ 1.06
12	+ 0.09	+ 0.46	+ 0.56	+ 0.60	+ 0.41	+ 0.22	+ 1.05
13	+ 0.05	+ 0.45	+ 0.52	+ 0.55	+ 0.37	+ 0.21	agitato
14	+ 0.02	+ 0.43	+ 0.49	+ 0.51	+ 0.33	+ 0.19	agitato
15	+ 0.00	+ 0.41	+ 0.46	+ 0.48	+ 0.29	+ 0.18	+ 1.02
16	— 0.03	+ 0.38	+ 0.42	+ 0.44	+ 0.25	+ 0.17	+ 1.01
17	— 0.07	+ 0.35	+ 0.39	+ 0.41	+ 0.21	+ 0.15	+ 1.00
18	— 0.10	+ 0.33	+ 0.36	+ 0.38	+ 0.18	+ 0.14	+ 0.99
19	— 0.10	+ 0.31	+ 0.33	+ 0.36	+ 0.17	+ 0.13	+ 0.98
20	— 0.10	+ 0.33	+ 0.30	+ 0.34	+ 0.17	+ 0.12	+ 0.98
21	+ 0.33	+ 0.36	+ 0.32	+ 0.35	+ 0.18	+ 0.12	+ 0.99
22	+ 0.61	+ 0.38	+ 0.42	+ 0.47	+ 0.29	+ 0.19	+ 0.99
23	+ 0.90	+ 0.44	+ 0.52	+ 0.58	+ 0.37	+ 0.24	+ 1.00
24	+ 1.78	+ 0.56	+ 0.71	+ 0.74	+ 0.55	+ 0.27	+ 1.00
25	+ 2.27	+ 0.63	+ 1.00	+ 1.03	+ 0.82	+ 0.34	+ 0.99
26	+ 2.17	+ 0.63	+ 1.08	+ 1.09	+ 0.87	+ 0.37	+ 0.99
27	+ 2.01	+ 0.62	+ 1.06	+ 1.08	+ 0.86	+ 0.37	+ 0.99
28	+ 1.80	+ 0.62	+ 1.02	+ 1.05	+ 0.82	+ 0.36	+ 0.98
29	+ 1.00	+ 0.61	+ 0.96	+ 0.99	+ 0.77	+ 0.33	+ 0.98
30	+ 1.43	+ 0.59	+ 0.89	+ 0.93	+ 0.72	+ 0.32	+ 0.98

* Quota dello zero dell' idrometro sul livello del mare.

OTTOBRE 1925

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12^h	Ponte Tresa M. 272.116* 12^h	Como, Porto M. 197.521* 12^h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12^h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12^h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12^h	Salò M. 64.016* 12^h
1	+ 1.27	+ 0.58	+ 0.86	+ 0.90	+ 0.66	+ 0.31	+ 0.97
2	+ 1.11	+ 0.56	+ 0.82	+ 0.86	+ 0.62	+ 0.30	+ 0.97
3	+ 1.00	+ 0.54	+ 0.78	+ 0.80	+ 0.58	+ 0.28	+ 0.97
4	+ 0.86	+ 0.52	+ 0.73	+ 0.76	+ 0.54	+ 0.26	+ 0.97
5	+ 0.77	+ 0.50	+ 0.68	+ 0.70	+ 0.50	+ 0.23	+ 0.97
6	+ 0.67	+ 0.49	+ 0.64	+ 0.66	+ 0.46	+ 0.22	+ 0.97
7	+ 0.60	+ 0.49	+ 0.60	+ 0.62	+ 0.42	+ 0.20	+ 0.96
8	+ 0.53	+ 0.48	+ 0.56	+ 0.58	+ 0.38	+ 0.18	+ 0.96
9	+ 0.48	+ 0.47	+ 0.53	+ 0.56	+ 0.35	+ 0.19	+ 0.94
10	+ 0.41	+ 0.45	+ 0.50	+ 0.53	+ 0.32	+ 0.18	+ 0.92
11	+ 0.36	+ 0.43	+ 0.47	+ 0.50	+ 0.30	+ 0.17	+ 0.90
12	+ 0.29	+ 0.41	+ 0.44	+ 0.46	+ 0.27	+ 0.15	+ 0.89
13	+ 0.24	+ 0.39	+ 0.41	+ 0.44	+ 0.25	+ 0.15	+ 0.88
14	+ 0.20	+ 0.38	+ 0.39	+ 0.40	+ 0.22	+ 0.13	+ 0.88
15	+ 0.15	+ 0.36	+ 0.37	+ 0.38	+ 0.18	+ 0.14	agitato
16	+ 0.10	+ 0.35	+ 0.33	+ 0.34	+ 0.15	+ 0.13	+ 0.86
17	+ 0.07	+ 0.33	+ 0.30	+ 0.31	+ 0.13	+ 0.12	+ 0.85
18	+ 0.05	+ 0.32	+ 0.27	+ 0.29	+ 0.11	+ 0.12	+ 0.84
19	+ 0.00	+ 0.30	+ 0.25	+ 0.27	+ 0.09	+ 0.10	+ 0.83
20	− 0.04	+ 0.29	+ 0.22	+ 0.24	+ 0.07	+ 0.11	+ 0.82
21	− 0.05	+ 0.27	+ 0.20	+ 0.21	+ 0.05	+ 0.10	+ 0.81
22	− 0.05	+ 0.26	+ 0.19	+ 0.21	+ 0.03	+ 0.10	+ 0.80
23	+ 0.01	+ 0.34	+ 0.30	+ 0.28	+ 0.11	+ 0.15	+ 0.82
24	+ 0.21	+ 0.46	+ 0.47	+ 0.48	+ 0.26	+ 0.34	+ 0.83
25	+ 0.39	+ 0.57	+ 0.63	+ 0.62	+ 0.40	+ 0.52	+ 0.85
26	+ 0.40	+ 0.60	+ 0.69	+ 0.67	+ 0.45	+ 0.55	+ 0.87
27	+ 0.40	+ 0.61	+ 0.67	+ 0.67	+ 0.43	+ 0.55	+ 0.88
28	+ 0.36	+ 0.61	+ 0.65	+ 0.66	+ 0.41	+ 0.54	+ 0.88
29	+ 0.33	+ 0.60	+ 0.62	+ 0.64	+ 0.40	+ 0.53	+ 0.88
30	+ 0.30	+ 0.59	+ 0.58	+ 0.61	+ 0.38	+ 0.51	+ 0.88
31	+ 0.25	+ 0.58	+ 0.56	+ 0.59	+ 0.36	+ 0.49	+ 0.89

*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

NOVEMBRE 1925

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d' Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.394* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	+ 0.22	+ 0.56	+ 0.53	+ 0.57	+ 0.35	+ 0.46	+ 0.87
2	+ 0.20	+ 0.55	+ 0.50	+ 0.54	+ 0.31	+ 0.44	+ 0.86
3	+ 0.19	+ 0.54	+ 0.49	+ 0.54	+ 0.29	+ 0.42	+ 0.87
4	+ 0.18	+ 0.53	+ 0.46	+ 0.52	+ 0.27	+ 0.41	+ 0.87
5	+ 0.17	+ 0.52	+ 0.45	+ 0.50	+ 0.25	+ 0.41	+ 0.87
6	+ 0.15	+ 0.51	+ 0.44	+ 0.49	+ 0.22	+ 0.40	agitato
7	+ 0.13	+ 0.50	+ 0.44	+ 0.48	+ 0.20	+ 0.40	+ 0.88
8	+ 0.12	+ 0.49	+ 0.44	+ 0.48	+ 0.17	+ 0.40	+ 0.88
9	+ 0.10	+ 0.48	+ 0.43	+ 0.46	+ 0.15	+ 0.39	agitato
10	+ 0.09	+ 0.47	+ 0.47	+ 0.48	+ 0.16	+ 0.39	agitato
11	+ 0.07	+ 0.47	+ 0.50	+ 0.48	+ 0.16	+ 0.40	agitato
12	+ 0.05	+ 0.47	+ 0.48	+ 0.48	+ 0.15	+ 0.41	+ 0.90
13	+ 0.04	+ 0.47	+ 0.47	+ 0.48	+ 0.12	+ 0.41	+ 0.89
14	+ 0.04	+ 0.49	+ 0.48	+ 0.48	+ 0.11	+ 0.40	agitato
15	+ 0.03	+ 0.50	+ 0.52	+ 0.50	+ 0.15	+ 0.38	+ 0.90
16	+ 0.02	+ 0.51	+ 0.52	+ 0.51	+ 0.13	+ 0.37	+ 0.89
17	+ 0.02	+ 0.51	+ 0.50	+ 0.49	+ 0.11	+ 0.37	+ 0.89
18	− 0.01	+ 0.50	+ 0.48	+ 0.48	+ 0.09	+ 0.34	agitato
19	− 0.02	+ 0.49	+ 0.46	+ 0.46	+ 0.08	+ 0.32	+ 0.88
20	− 0.03	+ 0.48	+ 0.44	+ 0.45	+ 0.06	+ 0.29	agitato
21	− 0.03	+ 0.47	+ 0.42	+ 0.44	+ 0.06	+ 0.28	+ 0.87
22	− 0.03	+ 0.46	+ 0.40	+ 0.43	+ 0.05	+ 0.27	+ 0.86
23	− 0.04	+ 0.45	+ 0.39	+ 0.42	+ 0.04	+ 0.24	+ 0.85
24	− 0.07	+ 0.44	+ 0.38	+ 0.40	+ 0.03	+ 0.21	+ 0.84
25	− 0.10	+ 0.43	+ 0.38	+ 0.40	+ 0.01	+ 0.20	+ 0.85
26	− 0.12	+ 0.42	+ 0.37	+ 0.40	+ 0.00	+ 0.19	+ 0.86
27	− 0.14	+ 0.41	+ 0.35	+ 0.37	− 0.01	+ 0.19	+ 0.83
28	− 0.16	+ 0.40	+ 0.32	+ 0.34	− 0.04	+ 0.18	agitato
29	− 0.18	+ 0.39	+ 0.30	+ 0.33	− 0.06	+ 0.16	+ 0.82
30	− 0.20	+ 0.38	+ 0.29	+ 0.31	− 0.07	+ 0.14	+ 0.80

(*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

DICEMBRE 1925

Giorno	Lago Maggiore	Lago di Lugano	Lago di Como			Lago d'Iseo	Lago di Garda
	Porto di Angera M. 193.230* 12h	Ponte Tresa M. 272.116* 12h	Como, Porto M. 197.521* 12h	Lecco Malpensata M. 197.366* 12h	Lecco Ponte Visconteo M. 197.391* 12h	Ponte a Sarnico M. 185.147* 12h	Salò M. 64.016* 12h
1	— 0.21	+ 0.36	+ 0.28	+ 0.29	— 0.09	+ 0.12	+ 0.80
2	— 0.22	+ 0.35	+ 0.27	+ 0.28	— 0.09	+ 0.10	agitato
3	— 0.23	+ 0.34	+ 0.26	+ 0.27	— 0.08	+ 0.09	+ 0.78
4	— 0.24	+ 0.33	+ 0.24	+ 0.26	— 0.08	+ 0.08	agitato
5	— 0.25	+ 0.31	+ 0.22	+ 0.22	— 0.13	+ 0.07	+ 0.75
6	— 0.26	+ 0.30	+ 0.20	+ 0.21	— 0.14	+ 0.06	+ 0.75
7	— 0.27	+ 0.28	+ 0.17	+ 0.20	— 0.18	+ 0.04	+ 0.73
8	— 0.28	+ 0.27	+ 0.15	+ 0.18	— 0.19	+ 0.03	+ 0.72
9	— 0.30	+ 0.26	+ 0.13	+ 0.16	— 0.20	+ 0.02	+ 0.71
10	— 0.32	+ 0.24	+ 0.12	+ 0.16	— 0.21	+ 0.01	+ 0.71
11	— 0.34	+ 0.23	+ 0.11	+ 0.15	— 0.22	+ 0.01	+ 0.70
12	— 0.35	+ 0.22	+ 0.11	+ 0.15	— 0.23	+ 0.01	+ 0.70
13	— 0.37	+ 0.21	+ 0.10	+ 0.14	— 0.23	+ 0.00	+ 0.69
14	— 0.39	+ 0.19	+ 0.09	+ 0.12	— 0.24	— 0.01	+ 0.68
15	— 0.40	+ 0.18	+ 0.08	+ 0.12	— 0.24	— 0.01	+ 0.68
16	— 0.40	+ 0.18	+ 0.07	+ 0.11	— 0.25	— 0.01	+ 0.67
17	— 0.41	+ 0.17	+ 0.06	+ 0.09	— 0.27	— 0.01	+ 0.66
18	— 0.41	+ 0.16	+ 0.06	+ 0.10	— 0.28	— 0.01	+ 0.65
19	— 0.42	+ 0.16	+ 0.06	+ 0.10	— 0.28	— 0.02	+ 0.64
20	— 0.41	+ 0.19	+ 0.07	+ 0.10	— 0.28	— 0.01	+ 0.64
21	— 0.40	+ 0.20	+ 0.08	+ 0.12	— 0.28	+ 0.02	+ 0.65
22	— 0.39	+ 0.23	+ 0.08	+ 0.12	— 0.24	+ 0.04	+ 0.66
23	— 0.38	+ 0.24	+ 0.10	+ 0.16	— 0.22	+ 0.10	+ 0.66
24	— 0.37	+ 0.24	+ 0.10	+ 0.16	— 0.19	+ 0.12	+ 0.67
25	— 0.38	+ 0.24	+ 0.11	+ 0.16	— 0.20	+ 0.13	+ 0.68
26	— 0.38	+ 0.24	+ 0.12	+ 0.17	— 0.21	+ 0.12	+ 0.68
27	— 0.39	+ 0.23	+ 0.13	+ 0.17	— 0.23	+ 0.11	+ 0.67
28	— 0.40	+ 0.23	+ 0.14	+ 0.17	— 0.23	+ 0.10	+ 0.66
29	— 0.41	+ 0.23	+ 0.14	+ 0.15	— 0.23	+ 0.09	+ 0.65
30	— 0.41	+ 0.22	+ 0.13	+ 0.15	— 0.24	+ 0.08	+ 0.65
31	— 0.41	+ 0.22	+ 0.13	+ 0.15	— 0.24	+ 0.08	+ 0.65

*) Quota dello zero dell'idrometro sul livello del mare.

REALE ISTITUTO LOMBARDO
DI SCIENZE E LETTERE

RENDICONTI

Serie II. — Vol. LVIII. — Fasc. I-V.

INDICE

ULRICO HOEPLI
Libraio del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere

MILANO
1925

PATTI D'ASSOCIAZIONE

I *Rendiconti* delle adunanze del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere si pubblicano in fascicoli di cinque fogli circa in 8°, a venti fascicoli l'anno.

Ogni anno formano un volume, al fine del quale si dà l'indice per materie e per autori, e la coperta.

L'associazione per venti fascicoli costa lire 50, compresa l'affrancazione postale per tutto il Regno d'Italia. Per l'estero deve aggiungersi la tassa postale convenuta coi vari Stati.

Le associazioni si ricevono dalla libreria Hoepli (Milano, Galleria De-Cristoforis, 59-63).

R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE

Effemeride delle adunanze per l'anno 1925

Gennaio	6 (solenne), 15, 29
Febbraio	12, 26
Marzo	12, 26
Aprile	2, 16, 30
Maggio	14, 28
Giugno	4, 18
Luglio	2
Agosto-Ottobre	(vacanze)
Novembre	5, 12, 26
Dicembre	3, 17

La presente tabella terrà luogo, per i Sigg. SS. CC. lontani, della lettera d'invito. Le letture da farsi in ciascuna adunanza verranno annunciate alcuni giorni avanti nei giornali.

Art. 13 del Regolamento organico: Le letture si fanno per esteso o per sunto, e di regola non devono durare più di venti minuti.

I manoscritti per essere passati in stamperia devono consegnarsi alla Segreteria predisposti in modo che non vi sia bisogno di correzioni ed aggiunte nelle bozze.

REALE ISTITUTO LOMBARDO
DI SCIENZE E LETTERE

RENDICONTI

Serie II. — Vol. LVIII. — Fasc. XVI-XX.

INDICE

(continua a pag. seguente)

ULRICO HOEPLI
Libraio del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere

MILANO
1925

NB. — *Si unisce la coperta del volume.*

Pavia — Premiata Tipografia Successori Fratelli Fusi — 1925

Art. 22 del Regolamento organico: « Ciascun autore conserva la proprietà letteraria delle pubblicazioni inserite negli Atti dell'Istituto ed ha la responsabilità delle opinioni espresse in queste ».

PATTI D'ASSOCIAZIONE

I *Rendiconti* delle adunanze del R. Istituto Lombardo di scienze e lettere si pubblicano in fascicoli di cinque fogli circa in 8°, a venti fascicoli l'anno.

Ogni anno formano un volume, al fine del quale si dà l'indice per materie e per autori, e la coperta.

L'associazione per venti fascicoli costa lire 50, compresa l'affrancazione postale per tutto il Regno d'Italia. Per l'estero deve aggiungersi la tassa postale convenuta coi vari Stati.

Le associazioni si ricevono dalla libreria Hoepli (Milano, Galleria De-Cristoforis, 59-63).

R. ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE

Effemeride delle adunanze per l'anno 1926

Gennaio	6 (solenne), 21, 28
Febbraio	11, 25
Marzo	11, 25
Aprile	8, 15, 29
Maggio	6, 20, 27
Giugno	10, 24
Luglio	1
Agosto-Ottobre	(vacanze)
Novembre	18, 26
Dicembre	9, 16

La presente tabella terrà luogo, per i Sigg. SS. CC. lontani, della lettera d'invito. Le letture da farsi in ciascuna adunanza verranno annunciate alcuni giorni avanti nei giornali.

Art. 13 del Regolamento organico: Le letture si fanno per esteso o per sunto, e di regola non devono durare più di venti minuti.

I manoscritti per essere passati in stamperia devono consegnarsi alla Segreteria predisposti in modo che non vi sia bisogno di correzioni ed aggiunte nelle bozze.